現地計測に基づく浸透解析モデルのデータ同化 に対する融合粒子フィルタの有用性の検証

伊藤 真一¹・小田 和広²・小泉 圭吾³・藤本 彩乃⁴・越村 謙正⁵

¹学生会員 大阪大学 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1)

E-mail: sitoh@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1)

E-mail: oda@civil.eng.osaka-u.ac.jp

³正会員 大阪大学助教 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1)

E-mail: koizumi@civil.eng.osaka-u.ac.jp

⁴学生会員 大阪大学 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1)

E-mail: afujimoto@civil.eng.osaka-u.ac.jp

⁵学生会員 大阪大学 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1)

E-mail: kkoshimura@civil.eng.osaka-u.ac.jp

豪雨時の斜面崩壊発生を予測するためには、斜面内への雨水浸透挙動を適切にシミュレートできる浸透解析モデルが必要である。筆者らはこれまでに、粒子フィルタ(PF)を用いて、現地計測結果に基づく浸透解析モデルのデータ同化を行ってきた。そして、効果的かつ効率的なデータ同化を行うためのPFのアルゴリズムとして、SISよりもSIRの方が有効であることを明らかにした。しかし、データ同化手法としてPFを用いると、粒子の退化が発生する可能性がある。そこで、本研究では、融合粒子フィルタ(MPF)に着目したデータ同化を行い、SIRやSISに対するMPFの有用性について議論した。その結果、粒子の退化の抑制と効果的なデータ同化という観点から、MPFは有用であることが明らかになった。

Key Words : Data assimilation, Merging particle filter, Soil water characteristic curve, Field measurements

1. はじめに

地球温暖化の影響により、局所的かつ突発的な集中豪雨の増加が予想されている。日本は国土の7割以上が山地で構成されているため、集中豪雨の増加によって山間部における斜面崩壊の多発が懸念される。斜面崩壊は、道路や鉄道などの交通網を遮断することによって社会・経済的損失を引き起こす。また、最悪の場合、人的被害が生じる可能性もある。このような斜面崩壊による社会・経済的または人的被害を最小限に抑えるためには、

崩壊発生の危険性が高いタイミングを予測して、適切に注意・警戒情報を発令できるシステムが必要である。

近年、センサの小型化・低コスト化により、現地斜面にセンサを埋設し、体積含水率や土壌水分吸引水頭などを現地計測するシステムが普及している^{例えば1)}。さらに、無線通信技術の発達により、計測されたデータを遠隔地でリアルタイムに把握することも可能となっている²⁾。つまり、斜面内の水分状況を監視することができるようになっている。このような斜面監視システムは、斜面崩壊発生の危険性が高まる異常降雨時を対象としているが、

システムそのものは常時活動を基本としている。そのため、斜面崩壊を引き起こさないような発生頻度の高い通常降雨時の計測結果が膨大に蓄積されることとなる。本来の目的からすれば、それらは破棄されるか死蔵されるかのいずれかである。ここで、この膨大に蓄積された通常降雨時の計測結果を有効活用して、異常降雨時における斜面内水分状況を適切に予測することができれば、斜面監視システムのさらなる普及の一助となるだけでなく、斜面防災対策にも非常に有用であると考えられる。

松尾ら³⁾は、豪雨時の斜面崩壊を予知して災害を未然に防止することを目的として、現地計測結果と数値解析シミュレーションを有機的に結びつけることにより構築される防災システムを提案している。このシステムを実現するためには、現地計測結果を適切にシミュレートできる浸透解析モデルが必要である。この考えに基づいて、これまでに現地計測結果を利用して浸透解析モデルの推定を試みた研究⁴⁾⁹⁾が幾つか行われている。しかし、推定された浸透解析モデルを用いて現地計測結果を適切に再現できた事例はほとんどない。そこで、筆者らはこれまでに、逐次型データ同化手法の一種である粒子フィルタ (Particle Filter, 以下PFと呼ぶ)^{例えは7)}を用いて、体積含水率の現地計測結果に基づく浸透解析モデルのデータ同化を行い、その有用性を明らかにしてきた^{例えは8)}。また、効果的かつ効率的なデータ同化という観点から、PFの代表的な2つのアルゴリズム⁹⁾である Sampling Importance Resampling (以下SIRと呼ぶ) と Sequential Importance Sampling (以下SISと呼ぶ) の比較を行い、浸透解析モデルのデータ同化にはSIRの方が有効であることを明らかにした¹⁰⁾。しかし、データ同化手法としてPFを用いると、粒子の退化¹¹⁾が発生する可能性がある。PFでは、システムの状態に関する確率分布を粒子と呼ばれる多数の実現値集合(アンサンブル)で近似的に表現するが、粒子の退化とは、ある特定の粒子の複製が占める割合が著しく大きくなり、それによって、データ同化の性能が低下する現象である。粒子の退化は、粒子数を十分に多くすることで理論的には回避可能であるが、粒子数を多くすることは計算コストの増大を意味する。そのため、粒子の退化を抑制しつつ、データ同化を行うためのアルゴリズムが提案されている^{例えは12),13)}。本研究では、その中でも、中野らによって提案された融合粒子フィルタ^{11),14)} (Merging Particle Filter, 以下MPFと呼ぶ)に着目する。MPFは、PFの利点を活かしつつも、粒子の退化は起こりにくく、モデルが高次元になっても計算コストがそれほど増大しないという特徴がある。本研究では、SIR、SIS、およびMPFという3種類の異なるアルゴリズムによって浸透解析モデルのデータ同化をそれぞれ行う。そして、データ同化の効率性と粒子の退化の抑制という観点から、不飽和浸透問題におけるMPFの有用性について議論する。

2. 解析手法

(1) 飽和不飽和浸透流解析

本研究では、シミュレーションモデルとして飽和不飽和浸透流解析を用いる。不飽和状態での雨水浸透は重力方向の流れが卓越するため、本研究では、不飽和土中の連続式であるRichards式¹⁵⁾を、式(1)に示すように鉛直1次元状態に簡略化し、有限要素法を用いて解いている。

$$C \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) \right\} \quad (1)$$

ここに、 C は比水分容量($=\partial\theta/\partial\psi$)であり、 θ は体積含水率、 ψ は土壌水分吸引水頭を表している。 t は時間、 z は上向き正の鉛直座標、 k は不飽和透水係数である。また、水分特性曲線モデルとしては式(2)に示すvan Genuchtenモデル¹⁶⁾を、不飽和透水係数モデルとしては式(3)に示すMualemモデル¹⁷⁾を用いている。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left\{ \frac{1}{1 + (-\alpha \cdot \psi)^n} \right\}^{1-\frac{1}{n}} \quad (2)$$

$$k = k_s \cdot S_e^{0.5} \cdot \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{\frac{n}{n-1}} \right)^{1-\frac{1}{n}} \right\}^2 \quad (3)$$

ここに、 S_e は有効飽和度、 θ_s は飽和体積含水率、 θ_r は残留体積含水率である。また、 α と n は水分特性曲線の形状を与えるパラメータであり、 k_s は飽和透水係数を表している。本研究では、ヒステリシス¹⁸⁾の影響は考慮せず、 θ_s 、 θ_r 、 α 、 n 、および k_s の5種類のパラメータに関する確率分布を、SIR、SIS、MPFを用いてそれぞれ推定することとした。

(2) PFの概要

PFは、システムの時間発展をシミュレーションモデルで計算しながら観測データを取り込んでいく逐次型データ同化手法の一種である。逐次型データ同化手法は、カルマンフィルタ (Kalman Filter)¹⁹⁾から発展し、現在では、アンサンブルカルマンフィルタ (Ensemble Kalman Filter)²⁰⁾やPFが代表的な手法として挙げられる。本研究では、その中でも実装が容易なPFをデータ同化手法として採用した。

以下にPFにおける計算式の導出過程を示す。まず、離散時刻における一般状態空間モデルを考える。式(4)はシステムモデル、式(5)は観測モデルと呼ばれる。

$$x_t = f_t(x_{t-1}) + v_t \quad (4)$$

$$y_t = h_t(x_t) + w_t \quad (5)$$

ここに、 x_t は各離散時刻におけるシステムの状態、すなわち、粒子を表しており、 y_t は観測データである。ベクトル v_t と w_t はそれぞれシステムノイズと観測ノイズを表しており、お互いに無相関な任意の確率分布を設定できる。 f_t は時刻 $t-1$ から t までの非線形状態遷移関数であり、本研究では飽和不飽和浸透流解析がこれに該当する。 h_t は観測演算子であり、システムの状態 x_t と観測データ y_t の間の関係を表している。すなわち、式(4)は時刻 t における状態 x_t が、時刻 $t-1$ における状態 x_{t-1} に基づいてシミュレーション f を行って得られる確率分布とシステムノイズ v_t の和に等しいことを意味しており、式(5)は時刻 t における状態 x_t と時刻 t における観測データ y_t の間の誤差が観測ノイズ w_t の確率分布に従うことを意味している。

時刻 $t-1$ までの観測データ $y_{1:t-1}$ に基づいた時刻 t における状態 x_t の分布は予測分布 $p(x_t|y_{1:t-1})$ と呼ばれ、一方、時刻 t までの観測データ $y_{1:t}$ に基づいた時刻 t における状態 x_t の分布はフィルタ分布 $p(x_t|y_{1:t})$ と呼ばれる。PFでは、状態 x_t に関する確率分布は多数の粒子による実現値集合(アンサンブル)で近似的に表現される。そのため、粒子数 N のアンサンブル $(\{x_{t-1}^{(i)}\}_{i=1}^N, \{x_t^{(i)}\}_{i=1}^N)$ を用いて、予測分布 $p(x_t|y_{1:t-1})$ は式(6)、フィルタ分布 $p(x_t|y_{1:t})$ は式(7)のように表現される。

$$p(x_t | y_{1:t-1}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_t - x_{t|t-1}^{(i)}) \quad (6)$$

$$p(x_t | y_{1:t}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_t - x_{t|t}^{(i)}) \quad (7)$$

ここに、 δ はディラックのデルタ関数である。

PFでは、予測分布 $p(x_t|y_{1:t-1})$ を算出するための計算ステップは1期先予測と呼ばれ、1期先予測の後に観測データ y_t に基づいて各粒子の重みを計算するステップはフィルタリングと呼ばれる。まず、1期先予測では、式(4)を用いて予測分布 $p(x_t|y_{1:t-1})$ は式(8)のように求められる。

$$\begin{aligned} p(x_t | y_{1:t-1}) &= \int p(x_t | x_{t-1}) p(x_{t-1} | y_{1:t-1}) dx_{t-1} \\ &= \int \{ p(x_t | v_t, x_{t-1}) \cdot p(v_t) dv_t \} p(x_{t-1} | y_{1:t-1}) dx_{t-1} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\int \{ p(x_t | v_t, x_{t-1}) \} \right. \\ &\quad \cdot \delta(x_{t-1} - x_{t-1|t-1}^{(i)}) dx_{t-1} \cdot \delta(v_t - v_t^{(i)}) dv_t \left. \right] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [p(x_t | v_t^{(i)}, x_{t-1|t-1}^{(i)})] \end{aligned} \quad (8)$$

次に、フィルタリングでは、ベイズの定理を用いて、時刻 t における予測分布 $p(x_t|y_{1:t-1})$ と観測データ y_t から、それぞれの予測粒子が得られる確率 $p(x_t=x_{t-1}^{(i)}|y_{1:t})$ を計算する。

$$\begin{aligned} p(x_t = x_{t|t-1}^{(i)} | y_{1:t}) &= \frac{p(y_t | x_{t|t-1}^{(i)}) p(x_{t|t-1}^{(i)} | y_{1:t-1})}{\sum_{i=1}^N p(y_t | x_{t|t-1}^{(i)}) p(x_{t|t-1}^{(i)} | y_{1:t-1})} \\ &= \frac{w_t^{(i)} \cdot \frac{1}{N}}{\sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \cdot \frac{1}{N}} \\ &= \frac{w_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^N w_t^{(i)}} = \tilde{w}_t^{(i)} \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、

$$w_t^{(i)} = p(y_t | x_{t|t-1}^{(i)}) \quad (10)$$

である。すなわち、 $w_t^{(i)}$ は i 番目の予測分布 $p(x_t|y_{1:t-1})$ が与えられた状態での観測データ y_t が得られる確率、すなわち、尤度を表している。状態 $x_{t-1}^{(i)}$ も観測データ y_t も所与であるため、式(9)より、各粒子の相対的な重み $\tilde{w}_t^{(i)}$ を算出できる。例えば、観測ノイズが正規分布の場合には、一般状態空間モデルにおける式(5)を用いて $w_t^{(i)}$ は式(11)のように求まる。

$$\begin{aligned} w_t^{(i)} &= p(y_t | x_{t|t-1}^{(i)}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}^m |R|} \exp \left[-\frac{(y_t - h(x_{t|t-1}^{(i)}))^T R^{-1} (y_t - h(x_{t|t-1}^{(i)}))}{2} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

ここに、 R は分散共分散行列を、 m は観測ノイズの次元を示している。上添え字の T は転置を意味している。

本研究で用いるPFの3つのアルゴリズム(SIR, SIS, MPF)は、1期先予測、フィルタリングまでの計算ステップは同様の計算を行う。この3つのアルゴリズムの違いは、フィルタ分布 $p(x_t|y_{1:t})$ の算出方法にある。具体的には、フィルタリング後のリサンプリングという計算ステップが異なる。

(3) 各アルゴリズムの相違点

図-1はSIRの概念図である。SIRでは、1期先予測とフィルタリングの後にリサンプリングを行って、各粒子を複製・消滅させる。これにより、それぞれの粒子の重みは、次の時刻の1期先予測を行う前には $1/N$ となる。すなわち、SIRでは時刻 t におけるフィルタ分布 $p(x_t|y_{1:t})$ を粒子の個数で表現している。図-2は浸透解析モデルのデータ同化における粒子の分布の一例を示している⁸⁾。横軸にパラメータ n の範囲、縦軸に粒子数を示している。この例では、初期の粒子数が5,000個、パラメータ n の範囲は $1.2 < n < 1.8$ である。データ同化終了時には、 $1.25 < n < 1.5$ の範囲に粒子が集中している。これは、この範囲のパラメータを用いた解析結果は計測結果との適合度が高く、一方、 $1.5 < n < 1.8$ の範囲では誤差が大きいことを意味している。SIRではこのようにしてパラメータの確率分布を推定す

る。ただし、上述のように、データ同化手法としてPFを用いると、粒子の退化が発生する可能性がある。SIRの場合では、リサンプリングの過程において、ある粒子を消滅させて別の粒子を複製するという操作が行われるが、これを逐次繰り返していくと、特定の粒子の複製が占める割合が著しく大きくなる場合がある。これが粒子の退化である。図-3は著しい退化が発生している場合の粒子の分布を一例として示している。パラメータ n の値が約1.63の粒子が2,000個以上複製されており、その他の粒子がほとんど消滅していることが分かる。SIRでは、このような粒子の退化を抑制するために、システムノイズ v_t を用いて各粒子の状態 x_t に変化を与えることが多い。

図-1 SIRの概念図

図-2 粒子の分布の一例

図-3 退化が発生している粒子の分布の一例

図-4はSISの概念図である。SISでは、リサンプリングは行わず、1期先予測とフィルタリングのみを逐次繰り返す。つまり、各時刻において計算されたそれぞれの粒子の重みを逐次的に更新していき、それによってフィルタ分布 $p(x_t|y_{1:t})$ を表現する。SISでは、その性質上、粒子の複製・消滅が起こらないため、粒子の種類が僅少になることはない。ただし、フィルタリングを繰り返すうちに、ごく一部の粒子を除いたほとんどの粒子の重みが0に近い無視できる値になってしまう場合がある。これは、実質的に、ごく少数の粒子によって確率分布を近似していることと等しいため、確率分布の形状を正しく表現できず、推定精度が悪化することとなる。この現象も粒子の退化と呼ばれる。

図-5はMPFの概念図である。MPF¹¹⁾は、SIRを基に、粒子の退化が起こりにくくなるように変更を施したアルゴリズムの一つである。この方法では、フィルタ分布の平均、分散共分散行列の情報、すなわち、2次モーメントまでの情報を保持したアンサンブルを、行列計算を行わずに得ることができる。MPFがSIRと異なるのは、フィルタアンサンブル $\{x_{it}^{(l)}\}_{i=1}^N$ を構成する粒子を1個生成するために、予測アンサンブル $\{x_{t-1}^{(l)}\}_{i=1}^N$ から複数のサンプルを抽出し、その重み付き和をとる点である。したがって、粒子 $x_{it}^{(l)}$ を生成するのに予測分布 $p(x_t|y_{1:t})$ から抽出した粒子を l 個(l は3以上の整数)用いることにすると、 N 個の粒子で構成されるフィルタアンサンブル $\{x_{it}^{(l)}\}_{i=1}^N$ を生成するために、予測アンサンブル $\{x_{t-1}^{(l)}\}_{i=1}^N$ から $l \times N$ 個のサンプルを抽出しておくことになる。この $l \times N$ 個のサンプルを、 l 個ずつの組にして、それぞれの組ごとに重み付き和をとることで、フィルタアンサンブル $\{x_{it}^{(l)}\}_{i=1}^N$ を構成する粒子を生成する。この過程がMergingであり、これによって多様な粒子が生成されるため、粒子の退化が起こりにくくなる。

図-4 SISの概念図

重み付き和をとる際の重み $\{\alpha_j\}$ については,

$$\sum_{j=1}^l \alpha_j = 1, \quad \sum_{j=1}^l \alpha_j^2 = 1 \quad (12)$$

を満たすように与える. 本研究では, 既往の文献¹⁰⁾を参考として, $l=3$ として, 重みに関しては,

$$\alpha_1 = \frac{3}{4}, \quad \alpha_2 = \frac{\sqrt{13}+1}{8}, \quad \alpha_3 = -\frac{\sqrt{13}-1}{8} \quad (13)$$

と設定した.

3. 現地計測結果

本研究の対象斜面は, 九州地方に位置する高速道路沿いの切土斜面である⁸⁾. 地質的には, 花崗岩が基盤であり, 表層土はマサ土である. 図-6は対象斜面の斜面形状を示している. 斜面勾配は約 40° であり, 斜面中腹から法尻にかけて3つのセンサノードが設置されている. 各センサノードには, 土壌水分計(Delta-T社製SM-150)が深度30cmと60cmに設置されており体積含水率を計測している. 本研究では, 中央のセンサノード(S2-2)で計測された体積含水率を解析対象として用いた. また, 転倒枅型雨量計を用いて降雨量もリアルタイムに計測している.

図-5 MPFの概念図

図-7は本研究で用いた現地計測結果を示している. 合計30日間分の体積含水率の経時変化を計測結果として用いた. 計測期間における10日, 20日, 25日頃にまとまった雨が降り, それぞれ体積含水率が上昇している. また, 深度30cmにおいて計測された体積含水率の値は, 深度60cmにおけるそれと比較して, 全体的に小さな値を示しているが, 降雨時の体積含水率のピーク値に関しては概ね一致していることが分かる.

4. 各アルゴリズムを用いたデータ同化

(1) 解析モデル

図-8は本研究で用いた1次元解析モデル(節点数74, 要素数36)を示している. 既往の研究⁹⁾を参考に, 深度45cmを境界として, モデルを上層と下層に分割した. このため, 5種類, 合計10個のパラメータ(上層と下層の θ_s , θ_r , α , n , k_s)の確率分布をデータ同化により推定することとした. なお, 本研究の対象斜面では, ヒステリシスの影響を考慮しなくても現地計測結果を十分に再現できることは確認している⁹⁾. 境界条件としては, モデル上部に降雨境界, モデル側面に非排水境界, モデル下部には

図-6 対象斜面の斜面形状

図-7 現地計測結果

自由排水境界を設定した。降雨境界には、現地の転倒樹型雨量計で計測された降雨量を全て与えた。自由排水境界は、境界上の節点と境界の下に位置する仮想節点の圧力勾配が0であり、位置水頭の差によって排水を行う境界条件である。本研究の対象斜面は基盤の位置が深いため、モデル下部の境界条件としては自由排水境界が有効であることは既に確認している⁸⁾。初期条件としては、深度45cm以浅のモデル上層全体には深度30cmにおいて計測された体積含水率の値 $\theta_{0.30\text{cm}}$ を与え、深度45cm以深のモデル下層全体には深度60cmにおける計測値 $\theta_{0.60\text{cm}}$ を与えた。

(2) データ同化の条件

本研究では、PFの3つの異なるアルゴリズム(SIR, SIS, MPF)を用いたデータ同化をそれぞれ行った。SIRを用いてデータ同化を行う解析ケースをDA-SIR, SISによるそれをDA-SIS, MPFによるそれをDA-MPFと呼ぶ。表-1はデータ同化を行う各パラメータの変動幅を示している。この範囲内において一様乱数により2,500個の粒子を作成し、3つの解析ケースにおけるデータ同化をそれぞれ実施した。

PFの尤度計算には観測ノイズ w_t が大きく影響する。観測ノイズ w_t の許容幅が小さすぎると、特定の粒子に大きな重みを与えられるため粒子の退化が発生しやすくなる。それに対して、観測ノイズ w_t の許容幅が大きすぎると、各粒子に与えられる重みに差がつかないため適切なデータ同化が不可能となる。本研究で対象とした現地計測結果における体積含水率の変動幅は、深度30cmでは0.209 ($0.248 < \theta_{30\text{cm}} < 0.457$)、深度60cmでは0.156 ($0.302 < \theta_{60\text{cm}} < 0.458$)であるため、これらの値を参考として、全ての解析ケースにおいて観測ノイズ w_t として2次元正規分布を仮定し、平均 $\mu=0$ 、分散 $\sigma^2=0.02$ (標準偏差 $\sigma=0.1414$ 、深度30cmと60cmにおける体積含水率の変動幅に対応)を設定し、非対角項(共分散)は0とした。

図-8 1次元解析モデル

(3) 解析結果の比較と有用性に関する議論

図-9は各解析ケースにおいてデータ同化を行った際の粒子の種類数の経時変化と10分間雨量の関係を示している。DA-SIRでは、約15日後までに粒子の種類数が激減しており、最終時刻では約30種類の粒子しか残存していなかった。それに対して、DA-SISとDA-MPFでは、初期に設定した2,500種類の粒子のままデータ同化が行われており、粒子の種類数に関する減少はない。ただし、DA-SISは最初に設定したモデル情報を最終時刻まで使い続けるのに対して、DA-MPFでは計算ステップごとにMergingを行うため、各粒子が有するモデル情報は現地計測結果との適合度が高まるように逐次更新されるという違いがある。

各解析ケースにおけるデータ同化によって推定された体積含水率の確率分布(事後分布)とパラメータの確率分布を比較する。図-10は一例として深度30cmにおける約10日後、20日後、25日後の体積含水率の確率分布とその際の現地計測結果を示しており、図-11は最終時刻(30日後)における上層のパラメータ θ に関する確率分布を示している。両図において、DA-SIRとDA-MPFにおける縦軸は、横軸の各区間に当てはまる粒子数を全粒子数で除した値であり、DA-SISにおける縦軸は、横軸の各区間に当てはまる粒子が有する重みの合計を全粒子の重みの合計で除すことで確率を算出している。まず、DA-SIRに関しては、図-10(b)の約20日後と図-10(c)の約25日後における体積含水率のピーク値が現地計測結果よりも小さい。特に、約25日後における体積含水率の確率分布は、 $0.39 < \theta < 0.4$ と $0.41 < \theta < 0.42$ の2つの区間で明らかなピークが得られているにも関わらず、その間の $0.4 < \theta < 0.41$ の区間

表-1 各パラメータの変動幅

		θ_s	θ_r	α (1/cm)	n	k_s (cm/min)
上層	min	0.50	0.10	0.05	1.30	1.00
	max	0.55	0.15	0.10	1.50	5.00
下層	min	0.50	0.12	0.03	1.30	1.00
	max	0.55	0.17	0.08	1.50	5.00

図-9 各解析ケースにおける粒子の種類数の経時変化と10分間雨量の関係

における確率が著しく低い。これは、DA-SIRでは著しい退化が発生していることが原因である。つまり、粒子の種類数が激減したことで、粒子を用いて確率分布を近似的に表現することが困難になっている。そのため、図-11(a)のパラメータ θ における確率分布でも、確率が0となる区間が数多く点在しており、確率分布として不適切な結果が得られている。本研究では、未知パラメータが10個(上層と下層の θ , θ , α , n , k)と多いことに加えて、データ同化期間も30日間と長い時間、粒子の退化が発生しやすい条件である。そのような場合にSIRを用いてデータ同化を行うと、粒子の退化が発生してしまい、確率分布を適切に表現できない場合があることが分かった。

次に、DA-SISに関しては、図-11(b)の最終時刻におけるパラメータ θ の確率分布は、初期に与えた一様乱数とほとんど変わらない分布が推定されている。他のパラメータに関しても概ね同様の傾向が得られた。これは、SISを用いてデータ同化を行っても、効果的な確率分布の絞り込みが行われていないことを意味している。このため、図-10における体積含水率の確率分布も、全ての時刻(10日後、20日後、25日後)においてバラツキが大きい結果となっている。以上の結果から、本研究で用いた現地計測結果に対してSISを用いたデータ同化を行うと、粒子の退化は発生していないものの、効果的なデータ同化が行えないことが分かった。最後に、DA-MPFに関しては、

(a) 約10日後(14800min)

(a) DA-SIR

(b) 約20日後(29700min)

(b) DA-SIS

(c) 約25日後(36720min)

(c) DA-MPF

図-10 体積含水率の確率分布と各時刻の現地計測結果

図-11 上層のパラメータ θ の確率分布

図-11(c)の結果から、 $0.13 < \theta < 0.136$ あたりに明確なピークを持つ単峰性の確率分布が推定されている。その他のパラメータに関しても同様の傾向が確認できた。MPFではフィルタ分布の情報が2次モーメントまでしか保存されないため、このような単峰性の分布が推定される傾向にある。そのため、フィルタ分布が多峰性を有する場合には、分布を精度良く推定できないという問題点が指摘されている²⁰⁾。しかし、図-10の体積含水率の確率分布を見ると、全ての時刻において、現地計測結果の付近にピークを持つ確率分布が得られている。このことから、DA-MPFにより推定された単峰性の確率分布によってフィルタ分布は十分に表現できていると考えられる。また、DA-SIRやDA-SISと比較すると、現地計測結果に対する誤差が小さく、他の時刻に関しても現地計測結果を良好に再現できていた。したがって、3つのアルゴリズムの中でMPFが最も適切なデータ同化が行えており、現地計測結果に基づく浸透解析モデルのデータ同化を行う場合に、粒子の退化の抑制と効果的なデータ同化という条件を同時に満たすPFのアルゴリズムとして、MPFが有用であることが分かった。

最後に、DA-MPFによって算出された各時刻におけるシミュレーションの期待値(体積含水率の確率分布の平均値)と現地計測結果を比較する。図-12はその比較結果を示している。計測期間における初期段階では、計測結果とシミュレーション結果に若干の違いが発生しているが、その後は、計測とシミュレーションが良好に合致している。これは、大量の現地計測結果を逐次取り込んだことで、浸透解析モデルがより適切なものへと更新されたためであると考えられる。以上の結果から、MPFを用いたデータ同化は、シミュレーションの期待値という点においても、現地計測結果を高精度に追従できていることが確認できた。

5. まとめ

本研究では、現地計測結果に基づく浸透解析モデルのデータ同化におけるMPFの有用性の検証を目的として、粒子の退化を抑制しつつ効果的なデータ同化が可能なPFのアルゴリズムという観点から、SIR、SIS、MPFを用いたデータ同化をそれぞれ行い、その結果を比較した。得られた知見を以下に示す。

- 1) 一様乱数により2,500個の粒子を作成し、SIR、SIS、MPFを用いたデータ同化をそれぞれ実施した。その結果、DA-SISとDA-MPFでは粒子は2,500種類のまま最終時刻までデータ同化を行うことができた。それに対して、DA-SIRでは粒子の種類が激減し、最終時刻では約30種類の粒子しか残存しない結果となった。このことから、PFのアルゴリズムとしてSIRを用いると、観測ノイズ w_t 、システムノイズ v_t 、粒子数によっては、粒子の種類数が著しく少なくなる場合があることが分かった。
- 2) 各解析ケースにおけるデータ同化によって推定された体積含水率とパラメータの確率分布を比較した。その結果、DA-SIRでは著しい退化が発生しており、体積含水率とパラメータの確率分布として不適切な分布が得られていることが分かった。DA-SISに関しては、初期に与えた一様乱数とほとんど変わらないパラメータの確率分布が推定されており、体積含水率の確率分布もバラツキが大きい結果となった。このことから、本研究で用いた現地計測結果に対しては、DA-SISでは効果的なデータ同化が行えていないことが分かった。DA-MPFに関しては、現地計測結果に近い値にピークを持つ体積含水率の確率分布が得られ、本研究で用いた3つのアルゴリズムの中で、最も適切なデータ同化が行えていることが分かった。

図-12 シミュレーションの期待値と現地計測の比較結果

- 3) DA-MPFによって算出された各時刻におけるシミュレーションの期待値と現地計測結果を比較した。
その結果、シミュレーションの期待値と現地計測結果は良好に合致していることが分かった。
以上の結果から、現地計測結果に基づく浸透解析モデルのデータ同化において、粒子の退化の抑制と効果的なデータ同化を可能とするPFのアルゴリズムとして、MPFが有効であることが明らかになった。

謝辞：本研究は、基盤研究(C)一般(16K01328)「データ同化手法を用いた斜面災害に対する近未来予測手法の開発」の援助の元に行われた。

参考文献

- 1) 岩田直樹, 中井真司, 片山弘憲, 柳崎剛, 笹原克夫: 平成 26 年 8 月の広島県廿日市市において観測された降雨浸透と斜面の変形, 地盤工学ジャーナル, Vol.10, No.4, pp.623-634, 2015.
- 2) 小泉圭吾, 藤田行茂, 平田研二, 小田和広, 上出定幸: 土砂災害監視のための無線センサーネットワークの実用化に向けた実験的研究, 土木学会論文集 C(地圏工学), Vol.69, No.1, pp.46-57, 2013.
- 3) 松尾和昌, 酒匂一成, 北村良介: 斜面崩壊予知戦略—南九州シラス地帯を例として—, 自然災害科学(日本災害学会誌), Vol.21, No.1, pp.25-33, 2002.
- 4) 外狩麻子, 島村誠, 大野和己: 浸透流解析を応用した盛土内土中水分の推定, 第 39 回地盤工学研究発表会, pp.2117-2118, 2004.
- 5) 梁偉立, 小杉賢一郎, 林祐妃, 水山高久: 雨水鉛直浸透に関わる土壌水分特性パラメータの特定手法に関する考察, 砂防学会誌, Vol.59, No.3, pp.3-12, 2006.
- 6) 笹原克夫, 谷本守道, 田村圭司: 現地計測データを用いたまさ土斜面の土壌水分特性曲線の同定手法に関する研究, 日本地すべり学会誌, Vol.46, No.3, pp.162-174, 2009.
- 7) 樋口知之: 予測にいかす統計モデリングの基本, 講談社, pp.25-120, 2011.
- 8) 伊藤真一, 小田和広, 小泉圭吾, 白木陽平: 現地計測結果に基づく土壌水分特性パラメータ同定に対する粒子フィルタの適用, 土木学会論文集 C(地圏工学), Vol.72, No.4, pp.354-367, 2016.
- 9) Doucet, A., Godsill, S. and Andrieu, C.: On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering, *Statistics and Computing*, Vol.10, pp.197-208, 2000.
- 10) 伊藤真一, 小田和広, 小泉圭吾: 粒子フィルタによる土壌水分特性パラメータの同定に対するリサンプリングの影響, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.72, No.2(応用力学論文集 Vol.19), pp.I_63-I_74, 2016.
- 11) 樋口知之, 上野玄太, 中野慎也, 中村和幸, 吉田亮: データ同化入門—次世代のシミュレーション技術—, 朝倉書店, pp.101-135, 2013.
- 12) Kotecha, J. H. and Djuric, P. M.: Gaussian particle filtering, *IEEE Transactions on Signal Processing*, No.51, pp.2592-2601, 2003.
- 13) Anderson, J. L. and Anderson, S. L.: A Monte Carlo implementation of the nonlinear filtering problem to procedure ensemble assimilations and forecasts, *Monthly Weather Review*, No.127, pp.2741-2758, 1999.
- 14) 中野慎也, 上野玄太, 中村和幸, 樋口知之: Merging Particle Filter とその特性, 統計数理, Vol.56, No.2, pp.225-234, 2008.
- 15) Richards, L. A.: Capillary condition of liquids thorough porous mediums, *Physics I*, pp.318-333, 1931.
- 16) van Genuchten, M.: Calculating the unsaturated hydraulic conductivity with a new closed-form analytical model, *Research Report*, No.78-WR-08, Princeton Univ., 1978.
- 17) Mualem, Y.: A New Model for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Porous Media, *Water Resources Reserch*, Vol.12, pp.513-522, 1976.
- 18) 社団法人地盤工学会編: 不飽和地盤の挙動と評価, 丸善株式会社, pp.27-42, 2004.
- 19) Kalman, R. E.: A new approach to linear filtering and prediction problems, *Journal of Basic Engineering*, pp.35-45, 1960.
- 20) 中村和幸, 上野玄太, 樋口知之: データ同化: その概念とアルゴリズム, 統計数理, Vol.53, No.2, pp.221-229, 2005.
- 21) 珠玖隆行, 吉田郁政, 山本真哉, 田中耕司, 藤澤和謙, 野村泰稔: 各種観測更新アルゴリズムによる事後確率分布の推定, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.71, No.2(応用力学論文集 Vol.18), pp.I_59-I_70, 2015.

(2017.6.23 受付)

AVAILABILITY OF MERGING PARTICLE FILTER TO DATA ASSIMILATION OF SEEPAGE MODEL BASED ON FIELD MEASUREMENTS

Shinichi ITO, Kazuhiro ODA, Keigo KOIZUMI, Ayano FUJIMOTO,
and Kensei KOSHIMURA

It is important to identify soil hydraulic parameters, in order to simulate rainwater infiltration process adequately. Recently, due to the development of sensing technology, field monitoring systems have been spread. In the systems, the volumetric water contents are measured, and large number of data are accumulated. The authors tried to identify soil hydraulic parameters based on the field measurement data, by using the Particle Filter method, which was one of the sequential data assimilation methods. In this study, the authors focused on the Merging Particle Filter, which was one of the Particle Filter algorithms, and the availability of three algorithms of Particle Filter method was compared. As a result, it was found that the Merging Particle Filter was most available algorithms to identify soil hydraulic parameters based on field measurements.