落下物品目の多様性を考慮した 高速道路上落下物の反射率分布推定

坂口創¹・平川恵士²・水谷大二郎³・小濱健吾⁴・貝戸清之⁵

¹学生員 大阪大学大学院 工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: s.sakaguchi@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²正会員 西日本高速道路株式会社 技術本部 技術統括課 (〒 530-0003 大阪市北区堂島 1-6-20 堂島アバンザ 19F)

E-mail: s.hirakawa.ab@w-nexco.co.jp

³学生員 大阪大学大学院 工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: d-mizutani@civil.eng.osaka-u.ac.jp

⁴正会員 大阪大学特任研究員 大学院工学研究科 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: k-obama@civil.eng.osaka-u.ac.jp

⁵正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

高速道路上落下物は、利用者の快適な運転を妨げ、重大事故発生の要因の1つとなるため、落下物の視認性の向上が求められている。特に、トンネル内の落下物は、トンネル外の落下物と比較して視認しづらく、その視認性はトンネル照明方式により大きく左右されるため、トンネル照明方式の決定が重要な課題となっている。

本研究ではトンネル照明方式の決定手法の確立を最終的な目標と設定し、その基礎的研究として、落下物の反射率分布をモデル化する方法論を構築する。具体的には、反射率分布を、多峰性を表現できる混合ベータモデルを用いて表現し、混合ベータモデルの未知パラメータおよび混合率をEMアルゴリズムにより推計する。最後に、実測データを用いた適用事例を通して、本研究で提案した方法論の有効性を実証的に検証する。

Key Words : *falling objects, the reflectance distribution, beta mixture model, EM algorithm*

1. はじめに

高速道路上落下物の存在は、重大事故を誘発する直接的、あるいは間接的な要因の1つとなる。道路照明およびトンネル照明は、運転者が安全かつ快適に走行できる視環境を提供するために設置される。高速道路は一般道とは異なり、人の立ち入りが制限されていることから、高速道路の管理においては、先行車両および落下物に対する視認性向上が重要な課題となっている。このうち、本研究では落下物、特に視認しづらいトンネル内の落下物の視認性向上に着目する。

トンネル内における視認性の向上は2.で詳述するように、対称照明方式、プロビーム照明方式、カウンタービーム照明方式の3種類に大別されるトンネル照明方式を、設計速度、交通方式、交通量、トンネル断面形状などを考慮した上で、さらに落下物の反射率分布、路面輝度、順応輝度などといった様々な因子との兼ね合いに基づいて総合的に検討される。これらの因子のうち、落下物の反射率分布は特に重要な指標であるが、一般的には1938年にロンドンの歩行者の衣服を対象として実施されたSmith¹⁾の調査結果に基づいており、現在の高速度道路上落下物の反射率分布とは乖離がみられると

考えられる。

高速道路上の落下物は主に定期的な巡回業務により回収される。回収された落下物に対して個々に落下物反射率（以下、反射率）を測定して、反射率分布（累積存在確率）を算出した事例も報告されている。実際に、岡田ら²⁾は路上落下物には歩行者の衣服に対する反射率調査結果¹⁾と比較して、反射率の高いものが相対的に多く含まれていることを明らかにした。ただし、現状では実測された反射率分布に対して近似曲線を推定するという実態把握の段階にとどまっている。実測データを用いたトンネルマネジメント政策を実践するには、1) 反射率分布の地域特性や季節特性などに関する統計分析（落下物の要因分析も含む）の実施、2) その結果に基づくトンネル照明方式の決定手法の構築など、体系的な意思決定プロセスが必要である。さらに、実際の落下物は品目により反射率が異なるために、品目ごとに反射率分布が形成される。したがって、落下物全体の反射率分布は、落下物の品目に応じた反射率分布の多様性を考慮した混合確率分布でモデル化する必要がある。

以上の問題意識のもと、本研究ではトンネル照明方式の決定手法の確立を最終的な目標と設定し、その基

図-1 トンネル照明方式の概要

礎的研究として高速道路会社が保有する落下物データに基づいて反射率分布を推定するための方法論を提案する。具体的には、多種の品目で構成される落下物の反射率分布の多様性を、確率分布の多峰性として考慮可能な混合ベータモデルで表現し、混合ベータモデルの未知パラメータおよび、品目ごとの混合ベータモデルの混合率をEMアルゴリズムで推計するための方法論を示す。以下、2.において本研究の基本的な考え方を述べる。3.で混合ベータモデルとEMアルゴリズムについて記述する。4.で実測データを用いた適用事例を通して提案手法の妥当性について考察する。

2. 本研究の基本的考え方

(1) トンネル照明方式と落下物の視認性

高速道路トンネル照明方式には、対称照明方式、プロビーム照明方式、カウンタービーム照明方式の3種類の方式がある。図-1にこれら3種類の照明方式の概要を示す。同図(a)は対称照明方式を示している。対称照明方式は車両の進行方向に関係なく路面に対して鉛直下向き方向に光を照射する照明方式であり、他の2種類の照明方式と比較して低い光度（光の強さ）で路面輝度（路面の明るさ）を確保することができるために低コストでの設置が可能である。現在、我が国の照明方式は主に対称照明方式が採用されている。同図(b)にはプロビーム照明方式を示す。プロビーム照明方式は車両の進行方向と同一方向に光を照射する照明方式である。路面に対して斜めに光を照射するために対称照明方式と比較して高い光度が必要となり、費用が増加する。その反面、先行車を視認しやすいという特徴があるために、交通量の多い道路トンネルで採用しやすい照明方式である³⁾。同図(c)はカウンタービーム照明方式である。カウンタービーム照明方式は車両の進行方向と逆方向に光を照射する方式であり、主に米国

図-2 落下物の視認方法

などの交通量の少ない道路トンネルで採用されている。プロビーム照明方式と同様に、路面に対して斜めに光を照射するために対称照明方式と比較して高い光度が必要となり、費用が増加してしまうが、1) 運転者側へ高い路面輝度が得られる、2) 落下物正面が暗くなることから路面と落下物の対比が容易になる、という特徴を有する⁴⁾。

照明方式の決定に関して重要な項目の1つに落下物の視認性があげられる。高速道路上落下物の視認方法にはシルエット視と逆シルエット視の2種類がある。図-2は、反射率の異なる6つの立方体を落下物と見立て、トンネル内の道路上に設置したものである。シルエット視は路面を明るい背景として、落下物との間に輝度差を生じさせることで落下物をシルエット（影）として視認する。そのために、反射率の低い落下物が視認しやすくなる（図-2の左2つの落下物）。一方、逆シルエット視は落下物を明るくして、路面との間に輝度差を生じさせることで、落下物を視認する。落下物を明るくするため、反射率の高い落下物が視認しやすくなる（図-2の右3つの落下物）。シルエット視、逆シルエット視のいずれの方法で落下物が視認されるかは2.(2)で述べるように、照明方式、落下物の反射率や路面との輝度差により決定される。

図-3 視認性向上の検討フロー

(a) 以前の反射率累積分布

(b) 現在の反射率累積分布

注）総視認率は、シルエット視の視認率と逆シルエット視の視認率の総和である。

図-4 反射率累積分布の違いによる総視認率の相違

(2) 視認性向上のための検討

落下物に対する視認性向上の検討フローを図-3に示す。視認性に関しては総視認率の多寡により検討がなされ、総視認率が高いほど、落下物に対する視認性が向上すると考えられている²⁾。この概念については、さらに図-4にも示す。同図は反射率に対する落下物の累積存在確率であり、総視認率はシルエット視による視認率と逆シルエット視による視認率の総和である。す

なわち、シルエット視または逆シルエット視で視認できない反射率を有する落下物の存在確率を低く抑えることが視認性向上につながる。同図のようにどちらの視認方法においても視認しづらい反射率範囲が存在するのは、人間の視覚には識別できる輝度差に限界があり、対象物と路面との間の輝度差によって視認できない領域が存在することに起因する⁵⁾。前述した3種類いずれの照明方式を採用したとしても、シルエット視、逆シルエット視の双方で非常に視認しづらい反射率範囲が存在する（図-2の左から3つ目の落下物）。この反射率範囲は採用する照明方式により異なるが、反射率範囲の限界値である限界反射率 ρ_1 、 ρ_2 は、

$$\rho_1 \leq \frac{(Lb - \Delta L_{min}) \times \pi}{E_v} \quad (1a)$$

$$\rho_2 \geq \frac{(Lb + \Delta L_{min}) \times \pi}{E_v} \quad (1b)$$

と定義できる。式中、 Lb は路面輝度、 ΔL_{min} は順応輝度と路面輝度の和の最小値、 E_v は鉛直面照度である。シルエット視で視認する場合、反射率が高くなるにつれて視認しづらくなり、反射率 ρ_1 を上回ると落下物が確認できなくなる。また、逆シルエット視で視認する場合には、反射率が低下するにつれて視認しづらくなり、反射率 ρ_2 を下回ると落下物が確認できなくなる。式(1a),(1b)の分子は、すべて路面の状態で決定される。一方、分母の鉛直面照度 E_v に関しては、採用する照明方式と、照明の光度に依存する。すべての照明方式における照明の光度を等しくした場合、プロビーム照明方式の E_v は、対称照明方式の E_v と比較して大きくなり、限界反射率 ρ_1 、 ρ_2 はともに低い値となる。一般的に限界反射率は、対称照明方式の場合には約0.20から0.30付近、プロビーム照明方式の場合には約0.05から0.15付近であると考えられている。

(3) 現状の反射率分布とその問題点

図-3の視認性向上の検討フローにおいて、落下物の反射率分布は極めて重要な指標の1つである。これは、例えば図-4(a)の反射率の累積存在確率（反射率分布、図中の緑実線）が同図(b)の累積存在確率に変動することで、総視認率も大きく変動することから容易に理解できると推察される。反射率分布に着目した代表的な研究としてSmithの研究¹⁾がある。Smithは1938年、ロンドン市内の街路を歩く歩行者の衣服の反射率を測定した。図-5にSmithが算出した累積存在確率（以降、Smith曲線と呼ぶ）を示す。Smith曲線から、反射率20%において累積存在確率が90%に達していることが読み取れる。これは、反射率が20%以下の対象物を視認できる照明環境であれば、歩行者全体の90%を視認できることを意味している。しかし、2.(2)で述べたように、90%をシルエット視で視認できたとしても、残りの10%を逆

図-5 反射率累積分布の比較

図-6 対数曲線の反射率分布

シルエット視で視認できるわけではない。また、Smithの研究における対象は歩行者となっているが、高速道路において人の立ち入りは制限されている。さらには、現在の落下物は多様であり、様々な反射率を有するものと考えられる。しかしながら、現行の視認性向上の検討においては、Smith 曲線がデファクト標準として使用されているのが実情である。これに対して、岡田ら²⁾は、高速道路上落下物の反射率特性を把握するために、実測調査を実施した。その調査結果を Smith 曲線と併せて図-5 に示す。Smith 曲線においては反射率 20% 以下の対象物が全体の約 90% を占めているのに対し、この調査では反射率 20% 以下の落下物は全体の約 60% 程度であることを示した。このことから、現在の落下物の反射率分布は Smith の研究の対象であった当時の歩行者の衣服の反射率分布と大きく異なることがわかる。さらに、(財) 高速道路調査会は累積存在確率の実測データに対する対数近似曲線を算出した⁶⁾ (同図中の黄色破線)。対数近似曲線は、実測データの特性を概ね捉えているように見える。しかし、対数近似による反射率分布は単峰性の分布であるために、図-6 に示すような多峰性を有する実際の落下物の反射率分布に対しては、その近似精度が十分であるとはいえない。そこで、本研究では多峰性を有する確率分布を表現可能な混合ベータモデルを用いて、落下物の反射率分布をモデル化することにより、この問題点の解決を図る。

(4) 混合モデルと EM アルゴリズム

図-6 に示したような、多峰性をもつ反射率分布を考慮するために、本研究では混合確率モデルを援用することにより、Smith 曲線に代わり得る新基準の提案を目指す。混合確率モデルとは、複数の確率モデルを組み合わせることにより複雑な関数形を表現できるようにした確率モデルのことである。自然現象や社会現象などをモデル化するとき、母集団が均一でない場合が少なくなく、結果として非常に複雑な現象の生起が観察

され、モデル化が困難なことがある。このような複雑な確率現象のモデル化において混合確率モデルは、非常に汎用性の高いモデリング手法を提供するツールとなる⁷⁾。その高い汎用性から、混合確率モデルは 19 世紀の終わりに Pearson⁸⁾が生理学の問題への適用を試みて以来、物理学、社会科学など幅広い分野において用いられている。本研究においては、反射率の定義域が 0 から 1 であり、分布の非対称性を表現できるベータ分布を採用し、加えて確率密度関数の多峰性を表現するために、ベータ分布を混合することで定義される混合ベータモデルを採用する。混合ベータモデルを推定するには、混合ベータモデルを構成する複数のベータ分布を規定するパラメータに加え、各ベータ分布の重み係数に相当する混合率を推計する必要がある。このとき、混合率は、実際には観測されない潜在的な仮想変数であることに留意しなければならない。このような不可観測な混合率を有する混合モデルにおいて、各パラメータを求める代表的な手法として EM アルゴリズムがある。EM アルゴリズムは Dempster ら⁹⁾によって体系化された。EM アルゴリズムは、不可観測な潜在変数に確率モデルが依存する場合に用いられる。その汎用性から、音声認識や因子分析などに多方面で適用事例が多い。本研究においても EM アルゴリズムを用いて混合ベータモデルのパラメータを推計し、反射率分布の推定を行う。

3. モデルと推定手法

(1) モデル化の前提条件

高速道路上の落下物を、タイヤ、金属、木材などの大きな特徴から I 個の品目に分類する。同じ品目 i ($i = 1, \dots, I$) に属する落下物群であっても、落下物の材質などの特性により、反射率は大きく異なることがある。そのため、品目 i に属する落下物を、さらに種類 j ($j = 1, \dots, J_i$) に属するものとして細分化する。したがって、

高速道路上落下物の反射率分布を表現するためには、1) 落下物の種類ごとの反射率分布を推定する。2) 落下物の種類ごとに定義された反射率分布を重ね合わせることで、落下物の品目ごとの反射率分布を推定する。3) 落下物の品目ごとに定義された反射率分布を重ね合わせることで、高速道路上落下物の反射率分布を推定する。という手順を踏まなければならない。本研究で用いる高速道路上落下物のデータは、落下物の品目 i 、および反射率に関する情報のみであり、種類 j に関する情報は得られない。また、高速道路上落下物の反射率は 0 から 1 の値をとるため、落下物の種類 j の反射率分布を、定義域が 0 から 1 の値をとるベータ分布¹⁰⁾に従うとする。以上の前提の下で、混合ベータモデルを **3.(2)** で構築する。また、その推定手法を **3.(3)** で述べる。

ベータ分布は幅広い分野で使用されているが¹¹⁾¹²⁾、読者の便宜を図るため、ベータ分布についての若干の説明を加える。ベータ分布 $\mathcal{B}(a, b)$ の確率密度関数は、2 種類のパラメータ $a, b (a > 0, b > 0)$ を用いて、

$$f(x|a, b) = \frac{1}{B(a, b)} x^{(a-1)} (1-x)^{(b-1)} \quad (2)$$

$$(0 \leq x \leq 1)$$

と表される。また、 $B(a, b)$ はベータ関数であり、ガンマ関数

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty x^{(z-1)} e^{(-x)} dx \quad (3)$$

を用いて、

$$B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} \quad (4)$$

と表される。式 (2) 中の係数 $(1/B(a, b))$ は、ベータ分布が正規化されることを保証しており、

$$\int_0^1 f(x|a, b) dx = 1 \quad (5)$$

が満たされる。ベータ分布の平均 μ と分散 Σ は、パラメータ a, b を用いて、

$$\mu = \frac{a}{a+b} \quad (6a)$$

$$\Sigma = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)} \quad (6b)$$

と与えられる。

(2) 混合ベータモデル

高速道路上落下物の反射率分布を、落下物の品目ごとに定義された反射率分布の重ね合わせによって表現する。また、落下物の品目ごとに定義される反射率分布は、ベータ分布の重ね合わせによって表現される。すなわち、種類数 J_i は品目 i の反射率分布を構成するベータ分布の数である。よって、これ以降、品目 i の反射率分布を構成する種類数 J_i を混合数と定義する。いま、落下物の品目 $i (i = 1, \dots, I)$ に着目し、当面の間、品目を示す添え字 i を省略することとする。品目 i 、種類 $j (j = 1, \dots, J_i)$

を構成する落下物の反射率 r が、ベータ分布 $\mathcal{B}(a_j, b_j)$ に従うとすると、品目 i に属する落下物の反射率分布の確率密度関数 $g(r|\phi, \theta)$ は

$$g(r|\phi, \theta) = \sum_{j=1}^{J_i} \phi_j f(r|a_j, b_j) \quad (7)$$

と表すことができる。ただし、 $\theta = (a_1, b_1, \dots, a_{J_i}, b_{J_i})$ である。未知パラメータベクトル $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_{J_i})$ は混合率であり、

$$0 \leq \phi_j \leq 1 \quad (j = 1, \dots, J_i) \quad (8a)$$

$$\sum_{j=1}^{J_i} \phi_j = 1 \quad (8b)$$

を満たす。さらに、2 値確率変数ベクトル $\boldsymbol{u} = (u_1, \dots, u_{J_i})$ を導入する。 $\boldsymbol{u}$ の要素 u_j は、

$$u_j = \begin{cases} 1 & j = \bar{j} \\ 0 & j \neq \bar{j} \end{cases} \quad (9)$$

を満たす。ただし、 $\bar{j}$ は、落下物の種類 j に対する観測値である。これにより、 u_j は $u_j \in \{0, 1\}$ かつ $\sum_{j=1}^{J_i} u_j = 1$ を満たす。また、 $\boldsymbol{u}$ の周辺分布は混合率 ϕ_j により、

$$p(u_j = 1|\phi_j) = \phi_j \quad (10)$$

と定まる。 $\boldsymbol{u}$ はどれか一つの u_j のみ 1 を、他のすべてを 0 とするため、式 (10) を

$$p(\boldsymbol{u}|\phi) = \prod_{j=1}^{J_i} \phi_j^{u_j} \quad (11)$$

と書き換えることができる。落下物の品目 i 、種類 j が与えられたとき、反射率 r の条件付き確率密度関数は、

$$g(r|u_j, a_j, b_j) = f(r|a_j, b_j) \quad (12)$$

となり、これはまた、

$$g(r|\boldsymbol{u}, \theta) = \prod_{j=1}^{J_i} \{f(r|a_j, b_j)\}^{u_j} \quad (13)$$

と書き換えられる。以上より、反射率 r と高速道路上落下物の種類に対する確率変数 $\boldsymbol{u}$ の同時分布を考えることで、式 (7) を

$$\begin{aligned} g(r, \boldsymbol{u}|\phi, \theta) &= g(r|\boldsymbol{u}, \theta) p(\boldsymbol{u}|\phi) \\ &= \prod_{j=1}^{J_i} \{\phi_j f(r|a_j, b_j)\}^{u_j} \end{aligned} \quad (14)$$

と書き換えることができる。

式 (14) で示される落下物の品目 i の反射率分布を用いることで、高速道路上落下物の反射率分布を

$$h(r, \tilde{\boldsymbol{l}}|\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}) = \sum_{i=1}^I \pi_i g_i(r, \boldsymbol{u}_i|\phi_i, \theta_i) \quad (15)$$

と表すことができる。ただし、 $\boldsymbol{\Phi} = (\phi_1, \dots, \phi_I)$ 、 $\boldsymbol{\Theta} = (\theta_1, \dots, \theta_I)$ 、 $\tilde{\boldsymbol{l}} = (l_1, \dots, l_I)$ である。また未知パラメータ

ベクトル $\boldsymbol{\pi} = (\pi_1, \dots, \pi_I)$ は混合率であり,

$$0 \leq \pi_i \leq 1 \quad (i = 1, \dots, I) \quad (16a)$$

$$\sum_{i=1}^I \pi_i = 1 \quad (16b)$$

を満たす. 品目 i に属する落下物の反射率分布を導いたときと同様に考えると, 2 値確率変数ベクトル $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_I)$

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & i = \bar{i} \\ 0 & i \neq \bar{i} \end{cases} \quad (17)$$

を用いて式 (15) を

$$\begin{aligned} h(r, \boldsymbol{\delta}, \bar{\boldsymbol{\iota}}\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}) \\ &= \prod_{i=1}^I \left\{ \pi_i g_i(r | \boldsymbol{\iota}_i, \boldsymbol{\theta}_i) \right\}^{\delta_i} \\ &= \prod_{i=1}^I \left\{ \pi_i \prod_{j=1}^{J_i} \left\{ \phi_{i,j} f_i(r | a_{i,j}, b_{i,j}) \right\}^{\iota_{i,j}} \right\}^{\delta_i} \end{aligned} \quad (18)$$

と書き換えることができる.

いま, 路上落下物の反射率サンプル k に関するデータ $\boldsymbol{\xi}^k (k = 1, \dots, K)$ を

$$\boldsymbol{\xi}^k = \{\bar{\boldsymbol{\iota}}^k, \bar{\boldsymbol{r}}^k\} \quad (19)$$

と定義する. さらに, データセット全体を集合 $\bar{\boldsymbol{\Xi}} = \{\boldsymbol{\xi}^k : k = 1, \dots, K\}$ と定義する. このとき, データセット全体が観測される対数尤度 $\ln \mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{\Xi}}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta})$ は

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{\Xi}}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}) \\ &= \sum_{k=1}^K \ln h(\bar{\boldsymbol{r}}^k, \bar{\boldsymbol{\delta}}^k, \bar{\boldsymbol{\iota}}\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}) \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \bar{\delta}_i^k \left\{ \ln \pi_i \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1}^{J_i} \iota_{i,j} \left\{ \ln \phi_{i,j} + \ln f(\bar{r}^k | a_{i,j}, b_{i,j}) \right\} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

と表される. 対数尤度 (20) を最大とするような未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\pi}$ の最尤推定量は, ラグランジュ未定乗数法を用いることにより,

$$\hat{\pi}_i = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \bar{\delta}_i^k \quad (21)$$

と解くことができる. 一方で, 未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}$ に関しては, $\bar{\boldsymbol{j}}$ を観測することができないため, 2 値確率変数ベクトル $\bar{\boldsymbol{\iota}}$ が実際に値を得られない潜在変数となり, 解析的に解くことが不可能となる. そこで本研究では, これ以降, 種類 $j (j = 1, \dots, J_i)$ をベータ分布 j と定義し, 潜在変数を含む混合モデルを推計するための代表的な手法である EM (expectation-maximization) アルゴリズム⁹⁾を用いて, 未知パラメータベクトルの最尤推定値を推計する.

(3) EM アルゴリズム

EM アルゴリズムは E ステップ (expectation step) と M ステップ (maximization step) の繰返しにより対数尤度関数を最大化する手法である. E ステップでは潜在変数の事後分布を利用し, 潜在変数の期待値を計算する. M ステップでは E ステップで計算した潜在変数の期待値を用いて, 未知パラメータおよび混合率を計算する. 本研究においては, 混合ベータモデルに対して EM アルゴリズムを適用する. 理論の詳細については文献¹³⁾に詳しいが, 以下にその概要について述べる. **3.(2)** で述べたように, 2 値確率変数ベクトル $\bar{\boldsymbol{\iota}}$ は値を得られない潜在変数であるために, 潜在変数の事後分布に関して完全データ尤度関数の期待値を考える. また, 式 (20) より, 未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}$ の推定に関しては, 部分対数尤度

$$\begin{aligned} \ln \ell_i(\bar{\boldsymbol{\Xi}}, \boldsymbol{\phi}_i, \boldsymbol{\theta}_i) \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{J_i} \iota_{i,j} \left\{ \ln \phi_{i,j} + \ln f(\bar{r}^k | a_{i,j}, b_{i,j}) \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

($i = 1, \dots, I$)

を最大化すればよいことがわかる. ここで, 潜在変数の事後確率分布は, ベイズの定理, 式 (7), 式 (11), および式 (13) を用いて

$$\begin{aligned} g_i(\iota_i | \bar{\boldsymbol{r}}^k, \boldsymbol{\phi}_i, \boldsymbol{\theta}_i) \\ &= \frac{g_i(\bar{\boldsymbol{r}}^k | \boldsymbol{\iota}_i, \boldsymbol{\theta}_i) p_i(\boldsymbol{\iota}_i | \boldsymbol{\phi}_i)}{g_i(\bar{\boldsymbol{r}}^k | \boldsymbol{\phi}_i, \boldsymbol{\theta}_i)} \\ &= \frac{\prod_{j=1}^{J_i} \left\{ \phi_{i,j} f_i(\bar{r}^k | a_{i,j}, b_{i,j}) \right\}^{\iota_{i,j}}}{\sum_{j=1}^{J_i} \phi_{i,j} f_i(\bar{r}^k | a_{i,j}, b_{i,j})} \end{aligned} \quad (23)$$

と表すことができる. この事後分布に関する潜在変数 $\iota_{i,j}$ の期待値は以下ようになる.

$$\begin{aligned} E[\iota_{i,j}] \\ &= \sum_{\boldsymbol{\iota}_i} \iota_{i,j} g_i(\boldsymbol{\iota}_i | \bar{\boldsymbol{r}}^k, \boldsymbol{\phi}_i, \boldsymbol{\theta}_i) \\ &= \frac{\phi_{i,j} f_i(\bar{r}^k | a_{i,j}, b_{i,j})}{\sum_{j=1}^{J_i} \phi_{i,j} f_i(\bar{r}^k | a_{i,j}, b_{i,j})} \\ &= \gamma(\iota_{i,j}) \end{aligned} \quad (24)$$

$\gamma(\iota_{i,j})$ は, 品目 i におけるベータ分布 j が $\bar{r}^k$ の観測を説明する度合いを表しており, 一般的には負担率と呼ばれる. 式 (24) は品目 i におけるベータ分布 j のデータ点 $\bar{r}^k$ に対する負担率そのものである. 以上より, 完全データ部分対数尤度の期待値は

$$\begin{aligned} E_{\boldsymbol{\iota}_i} [\ln \ell_i(\bar{\boldsymbol{\Xi}}, \boldsymbol{\phi}_i, \boldsymbol{\theta}_i)] \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{J_i} \gamma(\iota_{i,j}) \left\{ \ln \phi_{i,j} + \ln f_i(\bar{r}^k | a_{i,j}, b_{i,j}) \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

となる. また品目 i の混合ベータモデルにおけるベータ分布 j の最適な混合数 $\hat{J}_i$ に関して, AIC を用いて選択を

行う。混合数 J_i の混合ベータモデルにおける $AIC(J_i)$ は、

$$AIC(J_i) = -2E_{\mathbf{t}_i}[\ln \ell_i(\Xi, \phi_i, \theta_i)] + 2(3J_i) \quad (26)$$

で表される。これにより、品目 i の最適な混合数 $\hat{J}_i$ は、

$$\hat{J}_i = \arg \min_{J_i} \{AIC(J_i) | J_i = 1, \dots, J_i^{max}\} \quad (27)$$

により与えられる。なお、 J_i^{max} は最大混合数を表す。

以上より、品目 i の未知パラメータベクトル ϕ_i , θ_i の最尤推定値は次の手順で求められる。

Step1

最大混合数 J_i^{max} を設定し、混合数を $J_i = 1$ とする。

Step2

混合率 ϕ_i , パラメータベクトル θ_i に初期値を与える。

Step3

E ステップとして、現在のパラメータを用いて、式 (24) に基づき負担率を計算する。

Step4

M ステップとして、現在の負担率を固定して、式 (25) で表される部分対数尤度の期待値を最大化する混合率 ϕ_i^{new} をラグランジュ未定乗数法により、パラメータベクトル θ_i^{new} をニュートンラフソン法により求める。なお、混合率 ϕ_i は以下のように表される。

$$\phi_{i,j} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K_i} \gamma(t_{i,j}) \quad (28)$$

ここで、 K_i は品目 i の総サンプル数である。

Step5

Step4 で得られたパラメータおよび混合率を用いて、式 (25) より部分対数尤度の期待値を計算する。部分対数尤度の期待値の変化が収束基準を満たす場合は $AIC(J_i)$ を計算し、Step6 へ、そうでなければ Step3 に戻る。

Step6

$J_i = J_i^{max}$ であれば、式 (27) により品目 i の最適混合数 $\hat{J}_i$ を求め、最適混合数 $\hat{J}_i$, および $\hat{J}_i$ に対応する未知パラメータベクトルの最尤推定値 $\hat{\phi}_i$, $\hat{\theta}_i$ を記録し、品目 i に対するパラメータ推定を終了する。そうでなければ $J_i = J_i + 1$ として Step2 に戻る。

上記の手順をすべての品目に対して行うことで、未知パラメータベクトル Φ , Θ を推定することができる。また、本研究における未知パラメータベクトル π , Φ , Θ の推定フローを図-7 に示す。

図-7 反射率分布の推定手法の概要

4. 実測データにもとづく反射率分布の推定

(1) 実測データの概要

本研究では、高速道路上落下物の反射率分布を推定するために、高速道路会社が保有する路上落下物に関する調査データ（以下、実測データ）を用いる。本実測データは、2001年から2003年の特定期間内にA市とB市において回収された1,318個の落下物データである。いずれの落下物も事故等の直接的な原因となっていない。また、それぞれの落下物に対して、1) 落下物の反射率、2) 落下物の品目名、3) 調査日、4) 調査場所、5) 落下物の色、6) 落下物のマンセル値の情報が記載されている。

混合ベータモデルを推定する前に、実測データに対

表-1 調査データの概要

品目 (i)	サンプル数	割合
ビニルシート (i = 1)	66	5.0%
ダンボール (i = 2)	56	4.2%
木材 (i = 3)	165	12.5%
布 (i = 4)	81	6.1%
タイヤ (i = 5)	212	16.1%
金属 (i = 6)	167	12.7%
自動車部品 (i = 7)	100	7.6%
その他 (i = 8)	471	35.7%
合計	1,318	

表-2 $\hat{\pi}$, $\hat{J}_i (i = 1, \dots, 8)$ の推定結果

品目 (i)	混合率 $\hat{\pi}_i$	最適混合数 $\hat{J}_i$	AIC
ビニルシート (i = 1)	0.050	5	-148.31
ダンボール (i = 2)	0.042	1	-94.01
木材 (i = 3)	0.125	3	-294.71
布 (i = 4)	0.061	4	-133.05
タイヤ (i = 5)	0.161	1	-1476.19
金属 (i = 6)	0.127	2	-147.42
自動車部品 (i = 7)	0.076	2	-113.26
その他 (i = 8)	0.357	8	-756.51

図-8 高速道路上落下物の反射率分布 (1 次分析)

図-9 高速道路上落下物の反射率累積分布 (1 次分析)

表-3 $\hat{\theta}_3$, $\hat{\phi}_3$ の推定結果

ベータ分布 j	$\hat{\phi}_{3,j}$	$\hat{a}_{3,j}$	$\hat{b}_{3,j}$
1	0.35	76.61	136.02
2	0.11	772.78	2126.44
3	0.54	4.82	31.52

高速道路上落下物の反射率分布、およびその累積分布を算出した。図-8、図-9にその結果を示す。ただし、反射率の階級の刻み幅は0.01であり、合計で100の階級に分けられている。図-8より、反射率0.04~0.05、0.27~0.41、0.50付近に峰が見られるため、高速道路上落下物は様々な反射率を有することが確認できる。

(2) 混合ベータモデルの推定結果

4.(1) に述べた実測データを用いて混合ベータモデルを推定する。はじめに、品目に関する混合率の最尤推定値 $\hat{\pi}$ を求め、続いて、各品目における最適混合数 $\hat{J}_i$ 、未知パラメータベクトル $\hat{\theta}_i$ 、混合率 $\hat{\phi}_i$ を推定する。その際、すべての品目 i に対して、最大混合数 $J_i^{\max} = 10$ と置き、混合数ごとに AIC を算出したのち、式 (27) を用いて最適混合数 $\hat{J}_i$ を推定した。推定結果を表-2、表-3 に示す。ただし、すべての未知パラメータベクトルの最尤推定値を掲載すると煩雑になるため、表-2 に品目に関する混合率 $\hat{\pi}$ 、最適混合数 $\hat{J}_i (i = 1, \dots, 8)$ を、表-3 に「木材 (i = 3)」における最尤推定値 $\hat{\theta}_3$, $\hat{\phi}_3$ のみを掲載している。表-2 より、品目ごとの反射率分布を構成するベータ分布の数がわかり、たとえば、「ビニルシート」においては $\hat{J}_1 = 5$ より反射率分布は5つのベータ分布の重ね合わせ、「木材」においては $\hat{J}_3 = 3$ より3つのベータ分布の重ね合わせで表現されることがわかる。一般的に、混合数が多いほど、モデルの適合性は高くなるが、今回の推定結果ではすべての品目において最適混合数が最大混合数として設定した10と一致していない。これは、サンプル数が少ないことや、獲得したサンプル固有の統計的特性が AIC の比較により排除され、

して1次分析を実施する。表-1に落下物品目とそのサンプル数、および割合を示している。落下物の品目は表-1に示す8項目であり、「その他」の割合が35.7%と最も高く、次いで「タイヤ」が16.1%、「金属」が12.7%、「木材」が12.5%となっている。落下物の反射率分布を推定する際、式 (21) に示すように混合率 $\hat{\pi}$ は品目の割合によって決定されるため、先に挙げた割合の高い「その他」、「タイヤ」の反射率分布が、高速道路上落下物の反射率分布に大きく影響すると考えられる。次に、実測データから得られる反射率の値の相対度数を用いて、

(a) 「木材」の反射率分布

(b) 「その他」の反射率分布

図-10 落下物品目ごとの反射率分布

図-11 高速道路上落下物の反射率分布 (推定結果)

図-12 高速道路上落下物の反射率累積分布 (推定結果)

より汎用性のあるモデルが決定されたためであると考えられる。さらに、「木材」の反射率分布に着目すると、表-3より、ベータ分布3の混合率が $\phi_{3,3} = 0.54$ と最も大きく、ベータ分布3のベータ分布 $\mathcal{B}(4.82, 31.52)$ が「木材」の反射率分布に最も大きな影響を、続いてベータ分布1のベータ分布 $\mathcal{B}(76.61, 136.02)$ 、ベータ分布2のベータ分布 $\mathcal{B}(772.28, 2126.44)$ の順に影響を及ぼしていることがわかる。推定された品目ごとの反射率分布の例として、「木材」と「その他」の反射率分布を図-10に示す。最適混合数が8と最も大きい値をとった「その他」の反射率分布では、最も多くの峰が確認できる。

推定された品目ごとの反射率分布を重ね合わせることで、高速道路上落下物の反射率分布を表現することができる。図-11に推定された高速道路上落下物の反射率分布を、図-12にその累積分布を示す。図-11には、先述した実測データによる反射率分布、および、対数近似によって算出した反射率分布も併記している。また、図-12には、従来用いられていたSmith曲線も記している。図-11より、対数近似では表現することができなかった複数の峰を表現できていることが確認できる。また、図-12より、推定された混合ベータモデルの反射率累積分布曲線が、対数近似曲線よりも実測値を精緻に表現できていることを視覚的に確認できる。特

に、反射率0.05付近から0.20付近において、対数近似曲線が実測値を下回っているのに対して、混合ベータモデルにおいては実測値との適合性が良いことがわかる。4.(3)で説明する照明方式の試検討において、照明方式の1つであるプロビーム照明方式の視認しづらい反射率範囲が0.05~0.15であるため、この範囲の反射率分布をより正確に表現可能な混合ベータモデルは、対数近似曲線よりも有用であると考えられる。

また、本研究で使用した反射率データは、現在的高速道路上落下物の反射率特性を把握するために測定されたデータであり、通常落下物を回収した際には、時間とコストがかかることから、反射率を測定することはない。よって実際には、反射率の実測データが存在することは稀であり、対数近似曲線を算出することも困難である。しかし、本研究で提案する混合ベータモデルを用いれば、落下物の品目、種類の情報のみで反射率分布の推定を行うことができる。このような点でも、混合ベータモデルは実測データや従来のモデルよりも有用であると考えられる。

(3) 照明方式の試検討

実測データを用いて実際に照明方式を試検討する。また、照明方式の試検討に際し、地域の違いによる影響

図-13 A 市における反射率累積分布

図-14 B 市における反射率累積分布

表-4 地域別の総視認率

全体	混合ベータモデル	実測値	Smith
対称照明方式	70.5%	69.1%	87.8%
プロビーム照明方式	69.1%	67.7%	71.1%
A 市	混合ベータモデル	実測値	Smith
対称照明方式	68.3%	68.5%	87.8%
プロビーム照明方式	69.9%	68.9%	71.1%
B 市	混合ベータモデル	実測値	Smith
対称照明方式	69.1%	69.8%	87.8%
プロビーム照明方式	67.9%	66.4%	71.1%

も同時に分析するために、実測データを寒冷地域である A 市と温暖地域である B 市の 2 つの地域に分類したところ、サンプル数はそれぞれ 661 個、657 個であった。A 市、B 市の高速道路上下落物の反射率分布を混合ベータモデルを用いて推定したのち、対称照明方式、プロビーム照明方式の 2 種類の照明方式を比較検討する。2 つの地域において推定された反射率の累積分布を図-13、図-14 に示す。両図を比較すると反射率 0.10 付近の形状が異なっていることが確認でき、地域によって反射率分布が異なることがわかる。本研究で推定された 3 つの反射率分布を用いて、各照明方式の総視認率を算出した結果を表-4 に示す。ただし、総視認率は 2.(2) で述べたように限界反射率を用いて算出され、また、限界反射率 ρ_1 、 ρ_2 は式 (1a)、式 (1b) より路面輝度 L_b 、順応輝度と路面輝度の和の最小値 ΔL_{min} 、鉛直面照度 E_v から決定される。同表に示した総視認率は、1) 設計速度が 80km/h、2) 平均路面輝度が 2.25cd/m²、3) 2 車線断面のトンネル（一方交通、道路幅員 7m）、4) 向合せ配列、5) 路面の反射率特性として、CIE C2（アスファルト）、6) 灯具の高さが 5.0m、7) 灯具間隔が 10.0m、8) 観測距離が 80m という条件の下、算出した値である。また同表には、実測データから算出した反射率分布、および Smith 曲線を用いて算出した総視認率も併記している。表-4 より、用いる反射率分布によって、総視認

率が大きく異なることが見て取れる。現在用いられている Smith 曲線における総視認率は、対称照明方式では 87.8%、プロビーム照明方式では 71.1%であり、特に対称照明方式の総視認率を過大評価していたことがわかる。混合ベータモデルにおける総視認率は、A 市においては、対称照明方式では 68.3%、プロビーム照明方式では 69.9%、B 市においては、対称照明方式では 69.1%、プロビーム照明方式では 67.9%であり、実測値から 0.2%～1.5%程度の差となっており、Smith 曲線の総視認率と比較して、より実測値に近い値が得られている。当然のことながら、照明方式の決定には落下物のみではなく、先行車の視認性も非常に重要な要因となるため、本結果は直ちに総視認率の高い照明方式がトンネル照明方式として採用されるべきだと断言するものではない。本結果は、高速道路上下落物の反射率分布をより正確に表現することで、各照明方式を採用したときの、総視認率のより正確な値を算出可能とした点において非常に有用であるといえる。また、表-4 より、Smith 曲線を用いた場合には、どの地域においても同様の総視認率を示し、明らかに対称照明方式の方が落下物の視認性は高かったが、本結果からは、地域の違いにより総視認率が異なっていることがわかり、落下物の視認性の高い照明方式も異なっている。したがって、照明方式を検討する際には、対象とする地域の反射率分布を推定した上で、総視認率を算出し、照明方式を比較検討することが重要である。

5. おわりに

本研究では、高速道路落下物の反射率分布に混合ベータモデルを仮定し、EM アルゴリズムをもとにした推定手法により、反射率分布を推定した。本研究での提案方法論により、落下物の品目あるいはその品目内の種類ごとの反射率特性を統計的な根拠に基づき分別、可視化することが可能となり、その結果、反射率の実測

データをより高精度に表現することが可能となった。また、実証分析として、限界反射率が与えられたときの総視認率を算出し、従来、使用されていた Smith 曲線を用いると対称照明方式の総視認率を過大評価する可能性を指摘した。本研究により反射率分布の推定、総視認率を用いた照明方式の比較が可能となったが、今後、以下の課題が残されている。第 1 に、本研究では落下物の表面性状や分光反射特性が考慮されていない。これらは落下物により異なるため、反射率分布のばらつきに影響する可能性がある。今後、このばらつきレベルと混合ベータモデルの精度レベルの関係性を明らかにする必要がある。第 2 に、本研究では高速道路上の事故原因でない落下物データのみを用いて落下物の反射率分布を推定したが、事故原因となった高速道路上の落下物データを用いた場合の反射率分布とは形状が異なる可能性がある。そのため、事故原因か否かという情報を考慮した反射率分布の推定手法の確立が今後の課題となる。第 3 に、本研究では 1 つの落下物品目内の種類に関する情報は獲得されていなかった。今後、この種類データの入手、推定結果との照合によるモデルの逐次改善、さらなる現状の把握が必要となる。第 4 に、本研究では 2 つの地域の反射率分布を別個のモデルを用いて推定したが、この地域情報、さらには交通量や気象情報などといった情報を特性変数として考慮可能なモデルへの拡張により、モデルの汎用性の向上が見込まれる。これらの課題を解決したのち、提案方法論ならびに反射率分布の国内でのデジュール標準化、さらには、国内外を問わない適用事例の蓄積による国際的なデファクト標準化が可能であると考えらる。

準化、さらには、国内外を問わない適用事例の蓄積による国際的なデファクト標準化が可能であると考えらる。

参考文献

- 1) Smith, F. C.: Reflection Factor and Revealing Power, *Trans. I. E. S. (London)*, Vol.13, pp.196-206, 1938.
- 2) 岡田晃夫, 加賀哲記, 伊藤勇人, 坂本正悦: トンネル照明における総視認率の検討, *照明学会誌*, 90-8A, pp.495-503, 2006.
- 3) 建設電気技術協会: 道路・トンネル照明の考え方と光源について, Vol.140, No.1, 2003.
- 4) 稲森真: トンネル照明, *照明学会誌*, Vol.91, No.3, pp.125-129, 2007.
- 5) 建設電気技術協会: 道路・トンネル照明における視認性について, Vol.1No.43, pp.9, 2003.
- 6) (財) 高速道路調査会: 高速道路の照明技術に関する調査検討報告書, 2012.
- 7) 田中研太郎: 混合分布モデルにおける一致推定量の構成, *数理解析研究所講究録*, Vol.1380, pp.94-97, 2004.
- 8) Christensen, R., Pearson, L. M. and Johnson, W.: Case-Deletion Diagnostics for Mixed Models, *Technometrics*, Vol.34, No.1, pp.38-45, 1992.
- 9) Dempster, A. P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B(Methodological)*, 39(1), pp.1-38, 1977.
- 10) Bishop, C. M. (村田昇監訳): パターン認識と機械学習 上 ベイズ理論による統計的予測, 丸善出版, 2012.
- 11) 山添史郎: 得点分布からみた選抜試験について, *滋賀大学教育学部紀要 自然科学*, No.49, pp.25-28, 1999.
- 12) 北本朝展, 高木幹雄: ミクセルの内部構造を反映する面積占有率密度を用いた画像分類法, *電子情報通信学会論文誌, D-2*, Vol.J81-D-2, No.11, pp.2582-2597, 1998.
- 13) Bishop, C. M. (村田昇監訳): パターン認識と機械学習 下 ベイズ理論による統計的予測, 丸善出版, 2012.

(2013. 5. 20 受付)

ESTIMATION OF THE REFLECTANCE DISTRIBUTION IN FALLING OBJECTS ON HIGHWAYS WITH REFERENCE TO THE DIVERSITY OF THEIR ARTICLES

So SAKAGUCHI, Satoshi HIRAKAWA, Daijiro MIZUTANI,
Kengo OBAMA, and Kiyoyuki KAITO

Falling objects on highways is one of the direct or indirect factors which induce a major accident. Therefore, in management of highways, the improvement in visibility to falling objects has been an important issue. And, the reflectance distribution of falling objects and the tunnel lighting system greatly influence improvement in the visibility of falling objects. In this study, it is set the eventual goal that the establishment of the decision making of the tunnel lighting system, and as its basic study, it is precisely estimated the reflectance distribution. Specifically, it is represented the reflectance distribution by beta mixture model that can be considered the multimodal and estimated mixing coefficient and unknown parameters of beta mixture model with the aid of the EM algorithm. Finally it is indicated the application example which used the survey data, and verified of the validity of the model in this study.