所要時間の不確実性を経路選択基準に考慮した 乗客配分モデルの構築

倉内 文孝¹・原尾 彰²・嶋本 寛³

¹正会員 岐阜大学准教授 工学部 (〒501-1193 岐阜市柳戸1-1)
E-mail: kurauchi@gifu-u.ac.jp

²正会員 中日本高速道路株式会社 (〒460-0003 名古屋市中区錦2-18-19 三井住友銀行名古屋ビル8階)

³正会員 広島大学助教 国際協力研究科 (〒739-8529 東広島市鏡山1-5-1)
E-mail: shimamoto@hiroshima-u.ac.jp

本研究では、頻度ベースの公共交通ネットワークを対象とし、乗客の経路選択基準に期待所要時間だけでなく所要時間信頼性も考慮した乗客配分モデルを提案している。公共交通における所要時間の不確実性は、サービス頻度に起因する待ち時間と、混雑により最初に到着した車両に乗車できないことによる待ち時間に起因すると仮定し、乗客は、期待所要時間と所要時間信頼性評価値の2つの重み付き和で表現される一般化費用を最小化する経路群 (hyperpath) を選択するものとした。乗客配分モデルを数理問題として定式化し、簡単なネットワークに適用することでモデルの妥当性を確認した。

Key Words : transit assignment model, travel time reliability, public transport

1. はじめに

現代日本社会は高度成長を成し遂げ生活の質が飛躍的に向上し、我々の時間価値が大きく増加した。その結果、災害や事故、そして交通需要の集中などによる交通機関の不測の遅延が利用者の大きな損失を生じさせる。高度に成熟した現代社会においては速達性だけでなく定時性が重んじられていることより、交通機関の不確実性に焦点を当てた分析が重要といえる。このような観点からの分析は、一般に交通ネットワーク信頼性解析と呼ばれる。Wakabayashi and Iida¹⁾は、信頼性を「システムが設計された期間内に要求性能を維持する確率」と定義しているが、国内外の様々な研究者により信頼性に関する評価指標が提案されている。ある2点のノードが接続している確率を示す連結信頼性¹⁾、一定時間内にトリップが終了する確率を示す所要時間信頼性²⁾、ネットワークがある一定の交通需要を超える交通容量を確保する確率を示す容量信頼性³⁾などが代表的な指標である。交通ネットワーク信頼性の概念および指標については、Nicholson et al.⁴⁾あるいは、倉内ら⁵⁾に整理されている。

様々な観点から信頼性あるいは不確実性に関する分析が提案されているが、それらは主に道路交通に関するものである。公共交通は自動車交通に比べ、エネルギー効

率がよく、コンパクトな都市を形成に寄与するなど持続可能社会の実現に重要な役割を担っている。公共交通の利用を妨げる大きな要因として、乗り継ぎなどに起因する所要時間の不確実性が挙げられることから、公共交通についても平均的な所要時間だけでなく所要時間の信頼性からも考察することが重要と考える。

公共交通ネットワークにおいて信頼性に関する評価手法が十分整備されていないのは、遅れの取り扱い方法の困難さによるためと考えられる。運行頻度により待ち時間が発生するため、目的地までの移動時間が最短である経路が必ずしも最適とは限らない。さらに、欧州で一般的な時刻表ではなく運行頻度に基づく公共交通サービスが提供されている場合、後述するcommon lines problem¹⁰⁾を考慮する必要がある。道路交通流に関する配分理論より飛躍的に複雑になる。

また、現状の信頼性指標の算定においては、ドライバーあるいはトリップ・メーカーの行動基準に不確実性を考慮していないことが一般的である。すなわち、提案されている手法は、交通均衡配分結果からの分析であることが多いが、配分計算における行動規範としては最短経路探索など平均的な旅行費用に基づく経路選択を採用し、計算結果から交通ネットワーク信頼性を評価している。一方で、交通行動分析分野においては、Lam and Small⁹⁾

やBhat and Sardesai⁷⁾などのように、サービスの不確実性を考慮した経路選択行動が様々提案されているが、交通ネットワーク解析においてそれらを適用した例はそれほど多くない。わずかに、Miller-Hooks and Mahmassani⁸⁾によるリンク所要時間が変動する際の最短期待経路の探索方法や、決められた旅行時間内に到達する確率を最大化する経路選択行動のモデル化⁹⁾などが提案されている。

以上のような背景をふまえ、本研究では、公共交通ネットワークにおいて信頼性評価を行うための基礎的な配分モデルを構築することを目的とする。特に、乗客行動の判断基準に従来の平均値的な所要時間に加え、不確実性すなわち所要時間信頼性を考慮した乗客流を表現可能な乗客流配分モデルを提案する。なお、わが国においては時刻表ベースで公共交通が運用されていることが多く、運行頻度のみを利用者に提示しているケースはほとんどない。しかし、時刻表の情報をベースとして配分計算を行う場合、モデルの動的な取り扱いが不可欠となり、モデルが複雑になるため、本研究では一定の運行頻度で提供されているものとして公共交通サービスを考えることとする。公共交通施策の比較等を行いたい場合には、静的な取り扱いに基づく方が簡便であり操作性も高いと考えられるためである。

本論文の構成は次の通りである。まず、1.においては、研究の背景と目的を述べた。2.においては、公共交通における不確実性の考え方について、既往研究を通じて整理する。3.では本研究で提案する所要時間信頼性を考慮した乗客配分モデルについて定式化を行い、4.において簡単なネットワークにおける計算結果からモデルの妥当性について検証する。5.において、本研究で得られた成果を整理し、今後の課題をとりまとめる。

2. 公共交通ネットワークにおける所要時間信頼性の考え方

(1) 公共交通における不確実性の要因

公共交通ネットワークにおける所要時間信頼性の問題を定式化するにあたって、まずは公共交通の所要時間を不確実にしている原因について考えなければならない。道路交通における所要時間の変動の主たる要因は交通需要の超過による混雑である。一方、軌道系公共交通機関について考える場合には、乗客需要の大小にかかわらず駅間の所要時間は一定と仮定できる。道路上の公共交通機関であるバスは、ラッシュ時には遅れが生じるが、遅れは乗客需要に依存しているわけではなく、道路上を走る他車両に依存している。すなわち、乗客需要によって停留所間の所要時間が大きく変動するものではなく、道路交通とは異なった考え方を適用する必要がある。

公共交通において生じる所要時間の変動要因は2つ考

えられる。第1点目は、運行がある頻度を持ったサービスであることにより生じる列車到着までの待ち時間である。都市間鉄道などにおいては時刻表が決められており、特に我が国では定時性も高いため時刻表にあわせて駅へ向かえば良い。しかしながら、バス交通や複数の交通機関を乗り継ぐ際には、運行頻度に起因する待ち時間が大きくなってしまいうことも多く、予期せぬ所要時間増加が生じることもある。第2点目は、列車が混雑していることによって乗車できず、次の列車に乗らざるを得なくなるといった混雑による遅れである。これら2つの現象を考慮することが重要になる。

(2) 乗客配分モデルに関する既存研究

本研究では、公共交通の所要時間信頼性評価において、乗客配分モデルの適用を考える。ここでは、公共交通ネットワークにおける静的配分において重要な考え方である *common lines problem* と、混雑の表現方法に注目して既存研究の整理を試みる。

a) Common lines problem

駅あるいはバス停において到着待ちをしているとき、目的地まで到達することができる路線が複数ある場合、どの路線の車両に乗車するかを考える必要がある。路線は、目的地までの乗車時間、乗り換え回数、あるいは着席の可能性などによりその魅力度は異なるであろう。このようなケースにおいてしばしば直面するのが、目的地まで到達することが可能な車両が到着したときに、その車両に乗車するのか、あるいはそれを見送りより魅力度の高い（すなわち所要時間の短い）路線の車両の到着を待つのか、という選択である。この問題が、Chiriqui and Robillard¹⁰⁾により示された *common lines problem* であり、「同一目的地に、乗り場を共有している複数の路線を利用して到達することが可能な場合、それらの路線の中から魅力的な経路集合 (*attractive set*) を選択する問題」、と定義できる。乗客は、選択された *attractive set* の中から最初に到着した車両に乗車することになる。Spiess and Florian¹¹⁾は、この *common lines problem* の考え方と均衡配分問題を線形計画問題のフレームワークの中で統合した。彼らのアプローチはその後 Nguyen and Pallottino¹²⁾が *hyperpath* の概念を導入することによりグラフネットワーク理論と結合されており、交通ネットワーク配分として乗客行動を表現できることとなった。*Hyperpath* とは、*attractive set* の中に含まれる経路の集合を示しており、*common lines problem* とは、この *hyperpath* 集合を求める問題に帰着される。また、利用者は運行頻度により計算される分岐率に従って *hyperpath* に含まれる路線に配分される。

Common lines の考え方は、複雑な公共交通ネットワークにおける最適な乗車方法を知る上で非常に有用である。

筆者らは、京都市バスネットワークにおける最適な乗車方法を考究するために *hyperpath* の考え方を活用し、乗り継ぎ無料化によって利用者の利便性が飛躍的に向上することを定量的に示している¹³⁾。

b) 混雑の影響のモデル化

車両サイズなどに起因する路線容量について最初に考慮したのは、De Cea and Fernandez¹⁴⁾によるものと考えられる。乗車リンクの待ち時間を乗客数に依存する BPR 型関数として定式化し、その逆数を混雑により先に到着した車両に乗車できない可能性を加味した実質的な運行頻度と考え、有効頻度と名付けた。有効頻度は混雑するにつれ減少していく性質のもので、有効頻度を名目頻度の代用とすることで混雑を加味したことになる。さらに、Cominetti and Correa¹⁵⁾は、有効頻度の算定に待ち行列理論を適用した考え方を提案し、その元での均衡条件を示している。

De Cea and Fernandez による有効頻度の考え方は、BPR 関数に基づくものであるため、容量を超えても乗客が路線に配分されてしまうことが問題点としてあげられ、また Cominetti and Correa の方法は、乗客需要が路線容量に達すると有効頻度がゼロ（待ち時間が無限大）となってしまう、数学的に取り扱いが困難である。そのため、車両容量を明示的に扱うもう一つの考え方として、Schmöcker et al.¹⁶⁾あるいは Kurauchi et al.¹⁷⁾は容量制約条件を明示的に考慮した乗客配分モデルを提案している。これらのモデルでは、道路網配分における超過需要法¹⁸⁾と類似した考え方を採用し、容量を超える乗客を超過需要リンクに配分することで容量制約条件を考慮している。さらに、超過需要リンクへ配分される確率を“乗り損ね確率”と定義し、それを乗客の経路選択時に考慮することで、乗客のリスク許容度を考慮可能な乗客配分モデルの構築を行っている。

(3) 公共交通における所要時間信頼性の考え方

先に述べたように、公共交通における混雑を表現する方法として、大きく分けて、有効頻度の考え方を援用する方法と、容量制約を考慮する方法のふたつが考えられる。前者は、混雑によりサービスの有効頻度を実際の頻度より低下させることで所要時間の増加を表現するものである。このような分析においては、車両の到着頻度分布を仮定することが一般的であるため、乗客の待ち時間分布をそれから導出することは困難ではない。一方で、容量制約アプローチは、車両の容量制約を明示的に考慮するものの、乗り損ねた乗客は超過需要リンクを通じて目的地まで移動してしまうため、計算結果により得られるのは乗り損ねずに目的地まで到達できるか否か、ということになる。なお、乗り損ねた乗客を次の時間帯に再度配分する時間帯別配分の考え方も提案されている¹⁹⁾が、

動的な取り扱いが必須となるため、計算が煩雑になる。

ここで、交通ネットワーク信頼性の概念について再度考えてみたい。連結信頼性は、ノード間が連結している確率を議論するものであった。上記の乗客配分アプローチと照らし合わせれば、容量制約アプローチにおいては、超過需要リンクにより「一般リンクを通じて目的地まで到達できない乗客」を表現することが可能であることから、連結信頼性の概念を用いた信頼性評価が可能と考えられる。一方で、有効頻度の考え方は、待ち時間の増加を頻度の低下という形で表現しているため、静的なフレームワークの中で連続的な所要時間の増加を取り扱うことが可能であり、所与の時間内にトリップを終了できる確率として定義される所要時間信頼性の概念と整合する。

連結信頼性と所要時間信頼性のどちらを評価基準として採用するか、については分析者の判断に依存するものと考えられるが、本研究では直感的に理解しやすい所要時間信頼性を用いることとした。すなわち、有効頻度の考え方をベースとする乗客配分モデルの構築を進めることとする。なお、先行研究²⁰⁾として、列車の到着分布が有効頻度の逆数となる指数分布に従うと仮定し、累積確率が 90%となる所要時間を信頼性指標として用い、トリップの所要時間信頼性の評価を試みている。この研究では、利用者は経路選択に信頼性を考慮しておらず、計算結果より所要時間信頼性を評価するにとどまっている。本研究では、所要時間信頼性指標を経路選択基準に導入することを試みる。

3. 所要時間信頼性を考慮した乗客流配分モデルの構築

(1) 期待所要時間と経路選択確率の定式化

出発地から目的地にむかって、 n 本の直行路線があるとし、それら路線の集合を A とした簡単なネットワークを考えてみる。それぞれの路線の乗車時間は t_l 、運行頻度は f_l とする。今、列車は頻度ベースで運行されているため、乗客は路線集合 A の中で、期待一般化費用が最小となるサブ経路集合 S (*hyperpath*) を選択し、その経路集合のうち最初に出発地に到着する列車を利用する方法をとることになる。今、*hyperpath* S を選択するとすると、乗客及び列車の到着をポワソン到着と仮定すれば、目的地までの期待所要時間 $T_{S, \text{Expect}}$ は以下のように与えられる。

$$T_{S, \text{Expect}} = \frac{1}{\sum_{l \in S} f_l} + \frac{\sum_{l \in S} t_l f_l}{\sum_{l \in S} f_l} \quad (1)$$

第1項は期待待ち時間を、第2項は期待乗車時間をあらわす。また、 S 内の路線 l への経路分岐確率 q_l は以下のようになる。

$$q_l = f_l / \sum_{k \in S} f_k \quad (2)$$

頻度ベースの公共交通ネットワークでは、先にきた列車に乗りする方法が最適となる可能性があり、個々の単一経路ではなくその組み合わせについても考慮しなければならなくなるため、検討すべき選択肢が増大する。

(2) 有効頻度および所要時間分布の算定方法

a) 単一路線の所要時間分布

De Cea and Fernandez¹⁴⁾に従えば、有効頻度は次のように定式化される。

$$\omega_{il} = 1/f_l + \alpha \left(\frac{v_{bil} + v_{il}}{f_l \kappa_l} \right)^n \quad (3)$$

$$f'_{il} = 1/\omega_{il} \quad (4)$$

ただし、

- v_{il} : 駅*i*において路線*l*へ乗車する乗客数
- v_{bil} : 駅*i*における路線*l*の既乗客数
- κ_l : 路線*l*の車両容量
- ω_{il} : 駅*i*における路線*l*の期待待ち時間
- f'_{il} : 駅*i*における路線*l*の有効頻度
- α, n : パラメータ

である。

もし混雑がない自由流の場合であれば、式(3)における右辺第2項がゼロとなるため、有効頻度 f'_{il} は名目上の運行頻度 f_l と一致する。しかし、車両への乗車乗客数もしくは既に乗車している乗客数が多いとはじめにきた列車に乗りできない可能性が高まるため駅での待ち時間が増加し有効頻度が低下する。有効頻度を用いたアプローチにおいては、経路分岐確率や期待所要時間の計算において、式(1)、式(2)の運行頻度 f を有効頻度 f'_l におきかえて計算することによって混雑を加味する。

本研究では、この有効頻度をもとに所要時間累積確率分布を算出する。そのために、追加的にふたつの仮定を設ける。まず、乗客の待ち時間の確率分布は平均が有効頻度の逆数である指数分布に従うこととし、さらに路線間の待ち時間分布は独立であるとする。これより、乗車時間 t_l 、有効頻度 f'_{il} である単一路線における所要時間累積確率分布は、

$$P_{il}(t) = \begin{cases} 0 & (t < t_l) \\ 1 - \exp\{-f'_{il}(t - t_l)\} & (t \geq t_l) \end{cases} \quad (5)$$

となる。また、路線*l*の所要時間が t である確率密度関数 $p_l(t)$ は、式(5)より次のように求められる。

$$p_{il}(t) = \frac{\partial P_{il}(t)}{\partial t} = \begin{cases} 0 & (t < t_l) \\ f'_{il} \exp\{-f'_{il}(t - t_l)\} & (t \geq t_l) \end{cases} \quad (6)$$

b) 直列ネットワークにおける所要時間分布

次に、複数の路線を乗り継ぐケースを考える。この場合、それぞれの路線に乗り継ぐ場合に待ち時間が確率的に発生するため、それらの確率分布を合成する必要がある。まず L 個の路線を乗り継ぐ直列ネットワークを考えてみよう。ここでは、簡単のため、路線を乗り継ぐことができる駅は路線ペアごとに唯一とし、添字*i*を省略して示す。直列ネットワークの所要時間確率密度関数 $p(t)$ は路線 l ($l=1, \dots, L$)の所要時間確率密度関数 $p_l(t)$ を用いて以下のように算出される。

$$p(t) = \int_0^t p_1(x_1) \cdot \int_0^{t-x_1} p_2(x_2) \cdots \int_0^{t-(x_1+x_2+\dots+x_{L-1})} p_L(x_L) dx_L \cdots dx_2 dx_1 \quad (7)$$

各路線の所要時間分布が独立と仮定されていることにより、数学的帰納法概念を用いて簡略化が可能である。今、 m 個の路線 ($m \geq 1$) を考え、所要時間が c_m となる確率密度関数 $b_m(c_m)$ を与える。このとき、 $b_m(c_m)$ は次の再帰方程式で表現できる。

$$b_m(c_m) = \int_0^{c_m} p_m(x_m) \cdot b_{m-1}(c_m - x_m) dx_m \quad (8)$$

よって、 m 個の多重積分は、 m 回の積分を繰り返すことで計算できる。

c) 並列ネットワークにおける所要時間分布

次に、駅間に複数の路線が運行されており common lines を形成する並列ネットワークについて考えてみる。このケースにおいては、簡便的な表現として路線*l*の選択確率 q_l と路線*l*を利用した場合の確率密度関数 $p_l(t)$ とを掛け合わせ和をとることで所要時間分布を算出した。

$$p(t) = \sum_{l \in S} q_l \cdot p_l(t) \quad (9)$$

d) 一般的なネットワークにおける所要時間分布

ネットワークが拡大し並列システムと直列システムが混在すると解析的に解くことは困難になる。しかしながら、(8)、(9)を用いて目的地ごとに到着時間分布を作成していくことで、所要時間信頼性指標を数値的に計算していくことが可能である。また、本研究では、所要時間 t の累積分布 $P_S(t)$ を求め、 $P_S(t) = \beta\%$ となる t を乗車方法*S*の信頼性指標 $T_{S\beta}$ とする。すなわち、

$$T_{S,\beta} = P_S^{-1}\left(\frac{\beta}{100}\right) \quad (10)$$

により所要時間の信頼性を評価するものとする。

(3) 利用者の行動規範

本研究では、乗客のhyperpath選択行動基準に所要時間信頼性を組み込むことを考える。ここでは簡単に、以下のように一般化費用を定義し、それを最小にするような乗車方法を選択することにする。

$$g_s = (1 - \theta) \cdot T_{S, \text{Expect}} + \theta \cdot T_{S, \beta} \quad (11)$$

ここで θ は所要時間信頼性の重要度に関するパラメータである。もし $\theta=0$ であれば、期待所要時間のみで乗車方法を選択し、 $\theta=1$ であれば、所要時間信頼性のみで乗車方法を決定することとなる。

(4) 均衡条件の定式化

乗客集中により有効頻度が小さくなると、それに従い期待所要時間および所要時間信頼性評価値が大きくなることより、式(11)で示される一般化費用は、有効頻度に対する減少関数である。一般化費用が大きくなれば、乗客は他のより一般化費用の低い hyperpath を利用する。従って、乗客が集中することによって特定の路線の有効頻度が小さくなり、その結果利用されている hyperpath の一般化費用は全て等しく、利用されていない経路のそれと同じかそれ以下である、という利用者均衡状態が達成されることが期待される。そのような状態は、次の均衡点を求めることによって得られる。

Find $\mathbf{y}^*$ such that

$$\mathbf{y}^* \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}^*) = 0, \mathbf{u}(\mathbf{y}^*) \geq 0, \mathbf{y}^* \in \Omega \quad (12)$$

where,

$$u_p(\mathbf{y}^*) = g_p(\mathbf{y}^*) - m_{rs}^* \quad (13)$$

ただし、 $\mathbf{y}$ はhyperpathフローベクトルであり、 m_{rs}^* はODペア rs の最小hyperpath費用を、 $g_p(\mathbf{y})$ はhyperpath p のコストを、 Ω は、OD交通量保存条件を満たすhyperpathフローの集合を示す。

(5) 解法

a) ネットワークの表記

本研究においては、Kurauchi et al.¹⁷⁾のネットワーク表記を参考にする。例えば図-1(a)のネットワークは、図-1(b)のようなグラフで表記される。駅・停留所ノードにおいて、乗車可能な路線群のうちどちらを利用するか、というhyperpath探索が実施されることになる。また、乗車・降車ノードとは、乗客の乗降を表現し、なおかつすでに乗車している乗客数(v_{hd})を計算するために準備している。路線リンクとは車両の実質的な移動を示すリンクであり、停車リンクは駅あるいは停留所での車両の停車を表す。乗車・降車リンクは乗客の乗降を示すもので

(b) グラフ表記

図-1 対象ネットワーク

ある。

b) 最小一般化費用hyperpathの探索

最小一般化費用 hyperpath を探索する際には、所要時間分布を順次計算していく必要がある。ここでは、全てのリンクの所要時間は乗客数にかかわらず一定とし、混雑効果は有効頻度の減少による期待待ち時間の増加に反映されるとして計算を進める。なお、計算にあたっては、Dijkstra 法と類似した方法で、目的地より順次上流に向かって計算を進めていく。計算手順は次の通りである。ただし、計算にあたって以下の変数を定義しておく。

i_a : リンク a の起点ノード

j_a : リンク a の終点ノード

$b_{ms}(t)$: ノード m から s までの所要時間が t である確率分布

$B_{ms}(t)$: ノード m から s までの所要時間が t である累積分布。

$$B_{ms}(t) = \int_0^t b_{ms}(u) du$$

$\bar{b}_{ms}$: ノード m から s までの所要時間平均値。

$$\bar{b}_{ms} = \int_0^\infty u b_{ms}(u) du$$

g_{is} : ノード i から s までの一般化費用

A_c : 計算終了リンクの集合

N_c : 計算終了ノードの集合

H_s : 目的地を s としたときの hyperpath に含まれるリンク集合

Step 0. 全てのノードに対して、以下を設定する。

$$b_{ms}(t) = 0 (0 \leq t < \infty), b_{ms}(\infty) = 1$$

$$g_{is} = \infty$$

Step 1. 目的地ノード s について、以下を設定する。

$$b_{ms}(0) = 1, b_{ms}(t) = 0 (0 < t \leq \infty)$$

目的地ノードを計算終了ノード集合 N_c に入れ

る
Step 2. 計算集合ノードを起点とする全てのリンク a について、以下を計算する。

(a が乗車リンクでなければ)

$$b'_{i_a s}(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < c_a \\ b_{j_a s}(t - c_a) & \text{if } t \geq c_a \end{cases}$$

$b'_{i_a s}(t)$ より所要時間信頼性評価値を求め、 a を利用した場合の一般化費用 g'_s を計算する。 g'_s が g_s より小さければ、リンク a を H_s に加え、ノード i_a を起点とする他のリンクのうち H_s に含まれているものを除外する。

(a が乗車リンクであれば)

リンク a のみを使う場合の s までの所要時間分布 $b'_{i_a s}(t)$ を式(8)により計算する。さらに、ノード i_a を起点とするリンクのうちで、計算終了リンクに含まれているものに対して一般化費用が最小となるようなリンク集合を求める。具体的には、各リンクに対して作成された $b'_{i_a s}(t)$ を用い、式(9)より所要時間分布を合成することで一般化費用を算定する。全てのリンクの組み合わせに対して一般化費用を算定し、その中で最小費用となるリンク集合に含まれるリンクを H_s に含め、それ以外を除外する。

Step 3. リンク a を A_c に追加する。さらに、当該ノードを起点とするリンクが全て A_c に含まれるノードを N_c に含める。

Step 4. 全てのリンクが計算終了となればストップ。そうでなければ Step 2に戻る。

c) マルコフ連鎖配分

手順 b)により目的地ごとに最小一般化費用 hyperpath に含まれるリンク集合が得られる。これを用いて、本研究では All or Nothing 配分を繰り返すことで均衡問題を解く。その際の配分方法は、Kurauchi et al.¹⁷⁾と同様に、マルコフ連鎖配分²⁰⁾を活用する。今、目的地 s について考えたとき、あるノード i から j への遷移確率を π_{ij}^s と定義しよう。ノード i が駅・停留所ノードでない場合、すなわち手順 b)において当該リンク a が乗車リンクでない場合には、 H_s に含まれるリンクはノード i_a ごとに唯一となる。従って、 π_{ij}^s は、次のように記述される。

for all $i \notin N_b$

$$\pi_{ij}^s = \begin{cases} 1 & \text{if } a(i, j) \in H_s \\ 0 & \text{if } a(i, j) \notin H_s \end{cases} \quad (14)$$

ただし、 $a(i, j)$ はノード (i, j) を接続するリンク、 N_b は駅・停留所ノードの集合を示す。一方で、ノード i が駅・停留所ノードである場合、すなわちリンク a が乗車リンクである場合には、複数のリンクが H_s に含まれる可能性があり、その場合は、有効頻度に従い分配される。従っ

て、 π_{ij}^s は、次のように記述される。

for all $i \in N_b$

$$\pi_{ij}^s = \begin{cases} \frac{f'_{il_a}}{\sum_{a' \in H_s, i_{a'}=i} f'_{il_{a'}}} & \text{if } a(i, j) \in H_s \\ 0 & \text{if } a(i, j) \notin H_s \end{cases} \quad (15)$$

ここで l_a は乗車リンク a に対応する路線を示す。

次に以下の行列を定義する。

$$\mathbf{P}_s = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{r}_s & \mathbf{Q}_s \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ n-1 \end{matrix} \quad (16)$$

ここで、 $\mathbf{r}_s$ はそれぞれのノードから目的地 s へ到達する確率であり、 $\mathbf{Q}_s$ は、 s 以外のノードから s 以外のノードへの遷移確率を示す。これらの値は前述の π_{ij}^s に対応する。 n は全ノード数である。この遷移を無限回繰り返したとき、全ての交通は目的地 s に吸収されることから、 $\mathbf{Q}_s^\infty = \mathbf{0}$ が成立する。それゆえ、以下が成立する。

$$\mathbf{Q}_s^0 + \cdots + \mathbf{Q}_s^k + \cdots = (\mathbf{I} - \mathbf{Q}_s)^{-1} \quad (17)$$

さらに、 $\mathbf{Q}_s$ を出発地に対応するノードとそれ以外に分類し、次のように記述する。

$$\mathbf{Q}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{1s} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{2s} \\ o & n-o-1 \end{pmatrix} \begin{matrix} o \\ n-o-1 \end{matrix} \quad (18)$$

ここで、 o は出発地の数である。これより、

$$(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_s)^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{Q}_{1s}[\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{2s}]^{-1} \\ \mathbf{0} & [\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{2s}]^{-1} \end{pmatrix} \quad (19)$$

が成立する。 $\mathbf{o}_s$ を出発地から目的地 s へ向かう乗客数とすると、目的地を s とし、各リンクを利用する乗客フロー $\mathbf{v}$ は次のように記述できる。

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{o}_s^T \mathbf{Q}_{1s} [\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{2s}]^{-1} \quad (20)$$

目的地ごとに算定されるリンクフローを全て足し合わせることで、各リンクの交通量が計算できる。

d) 均衡問題の求解

均衡問題の求解には、逐次平均法 (Method of Successive Average)²⁾を適用した。計算手順は次の通りである。

Step 0. $i=0$ とし、名目頻度を用いて hyperpath 探索を行う。

Step 1. 得られた hyperpath に全乗客を配分し、リンクフロー $\mathbf{v}^{(0)}$ を得る。

Step 2. 得られたリンクフローより、有効頻度を更新し、 $i=i+1$ とする。

Step 3. 更新された有効頻度を用いて再度 hyperpath 探索を行い、この結果を用いて暫定フロー $\mathbf{v}^{(i)}$ を得る。

Step 4. 逐次平均の考え方により、以下のように i 回目のフローを得る.

$$v^{(i)} = \frac{1}{i} v^{(i)} + \frac{i-1}{i} v^{(i-1)}$$

Step 5. Step 2～4.を反復計算を $v^{(i)}$ が大きく変化しなくなるまで繰り返す.

なお、逐次平均法を用いた求解においては、反復計算回数が増えることでステップサイズも順次小さくなっていくがゆえに、ある一定の値で必ず収束する。しかしながら、それが必ずしも均衡解となっているかどうかについては、解の特性に依存しており、元の問題が凸計画問題でなければ解の唯一性および収束性が保証されない。本研究では、De Cea and Fernandez¹⁴⁾による有効頻度アプローチを用いた乗客配分モデルを拡張し、所要時間信頼性を路線選択基準に加えた方法を提案しているが、先行研究においても解の唯一性、収束性に関する厳密な証明は行われておらず、本研究においても今後の課題とする。

4. ケーススタディ

(1) 計算条件の設定

図-1(a)に示した単純なネットワークにおいて試行計算を行った。Line Iは運行頻度が多く目的地まで乗換えなしでたどりつけるが遠回りをする。Line II, IIIは乗車時間が短い、運行頻度は少なく乗換えが存在するという設定である。このネットワークの場合、乗車方法は表-1に示すように13通り考えられる。バス停から複数の矢印が出ている場合には、矢印に接続されている路線のうち先に来た車両に乗りすることを示す。例えば、R13については、「駅AでLine I, IIのいずれか先に到着してきた

車両に乗りし、Line IIに乗りした場合にはそのまま駅Cまで移動し目的地へ、Line IIに乗りした場合には駅Bで再度Line II, IIIのうち先に到着した車両に乗りし、駅Cまで移動して目的地へ向かう」という乗車方法を表現している。計算過程上は逐次的にフローが割り当てられるが、ここでは結果の妥当性を確認するため、配分計算終了後に13通りの乗車方法全ての一般化費用を計算し、比較することにする。基本ケースのパラメータの設定は、 $\alpha=10$, $\tau=1$ とし、各路線の容量は100人/分、 $\beta=90\%$ とした。

(2) 基本ケースの計算結果の確認

全く混雑がないケースとしてゼロフロー時の hyperpath 探索結果を考察する。図-2は、需要が0人/分の場合に、 θ を0～1まで0.1刻みに計算させた場合の各乗車方法の一般化費用の変化である。横軸に θ を、縦軸に一般化費用をとった。図より、 $\theta \leq 0.3$ の場合にはR13が最適であるが、 $\theta > 0.3$ では、R1が最適な乗車方法となる。表-1より、R1は乗り換えのないLine Iのみを利用する乗車方法、R13は適宜乗り換えをする経路であった。すなわち、所要時間信頼性の重要度が増加すると、最適な乗車方法は直行便かつ高頻度な乗車方法へ変化していくといえる。乗り換えを減らすことで、所要時間が変動する列車待ちの回数を減らすことができ、さらに多頻度路線を利用することで待ち時間の変動を最小にできるためである。これを確認するために、図-3(a), (b)には、R1およびR13に関する所要時間の確率密度および累積密度分布を示した。この図からも確認できるように、R13は、Line II, IIIを乗り継ぐことで非常に所要時間が短くなる可能性もある一方で、乗り継ぎに際し生じる待ち時間の影響で逆に所要時間が長くなってしまうこともある。特に90%

表-1 対象ネットワークの全乗車方法

ID	乗り換えの方法	ID	乗り換えの方法	ID	乗り換えの方法
R1		R2		R3	
R4		R5		R6	
R7		R8		R9	
R10		R11		R12	
R13					

の確率で到着可能な所要時間は、R1 では 30 分であるのに対して R13 では 36 分となり、所要時間信頼性を重視する場合には R1 の方が有利になる。

次に、混雑状況下における計算結果を考察するために、需要が 200 人/分の場合について計算を実施した。その結果得られた θ と hyperpath コストの関係を示したのが図-4 である。 $\theta \leq 0.3$ の場合はゼロフロー時と同様に R13 のみが最適であるが、 $0.3 \leq \theta \leq 0.6$ の場合になると、R13 だけでなく R1 や R12 も最適な乗車方法になる。一方で、 $\theta > 0.6$ となると R13 は最小一般化費用 hyperpath にはならない。さらに、 $\theta > 0.9$ では R5 も最適 hyperpath に含まれる。ゼロフロー時と同様に時間信頼性の重要性が増加すると乗り継ぎが少ない hyperpath に集中することが確認できるが、混雑時には代替経路の存在が所要時間信頼性に寄与するといえる。

利用者の信頼性に対する感度が変化した場合に、hyperpath の所要時間分布がどのように変化するのかについて考察する。図-5(a), (b)は、 θ がそれぞれ0, 1の場合の R1, R5, R12, R13 の所要時間分布を示したものである。これらの hyperpath は、いずれかのケースにおいて最小一般化費用 hyperpath に含まれる経路であり、図中実線で表している hyperpath が最小一般化費用に含まれている。図-5(a)をみると、まず所要時間信頼性を考慮しない場合においては経路ごとの所要時間分布は大きく異なる。ところが、図-5(b)の信頼性評価指標のみで経路選択するケースであると、全ての利用されている hyperpath の所要時間分布は類似してくる。また、図-3 のゼロフロー時と比較すると、累積所要時間分布の勾配がなめらかになっており、混雑により長い待ち時間が生じることが表現できていることが確認できる。

図-6 は、 $\theta=0, 0.5, 1.0$ のケースについて、配分結果から得られたリンクフローがどのように異なるのかを示したものである。図中には、乗車リンクおよび路線リンクについてのリンクフローのみ示している。また、リンクフロー値は、上段から $\theta=0, 0.5, 1.0$ の順で掲載している。計算結果の中で最も顕著な違いがでているのが、駅 B から Line I へ乗車するフローである。 $\theta=0$ のときは、R13 のみが最小一般化費用経路であるため、40 名近い乗客が駅 B から Line I へ乗車する。一方で、 $\theta=1$ のケースでは駅 B から Line I へ乗車する hyperpath が全て最適経路に含まれないため、誰も乗車しない。このような結果となる理由は、上流駅である駅 A における乗車人数の違いに依存すると考えられる。すなわち、所要時間信頼性の重要性が高まると、より乗り継ぎ回数が少ない経路が重視され、Line I に乗客が集中する。今回の計算結果からも、乗客容量である 100 名を大幅に超える乗客が Line I を利用している。これより、駅 B における有効頻度は極端に小さくなるため、駅 B において Line I を利用する

図-2 信頼性パラメータ θ と hyperpath コストの関係 (ゼロフローケース)

(a) 確率密度分布

(b) 累積密度分布

図-3 hyperpath 所要時間の分布 (ゼロフローケース)

図-4 信頼性パラメータ θ と hyperpath コストの関係 (混雑ケース)

経路がもはや魅力的でなくなるのである。このように、混雑の影響を有効頻度に考慮することによって、混雑による対応行動を考慮した乗客フローの表現が可能である。

また、最適 hyperpath の一般化費用が等しく、利用されていない hyperpath のそれより小さいことから本モデルが利用者均衡条件や最適性の原理をみたし、モデル構築の目的を満足していることが確認できた。

(3) パラメータに関する感度分析

本研究で提案したモデルにおいて、有効頻度の算定に用いられるパラメータ α および n は、乗客需要と積み残しの関係を観測することによって同定すべきものである。現時点においてパラメータ同定に必要な観測データが存在しないため、この2つのパラメータの感度分析を実施し、その影響について検討を加えておく。乗客需要を200人/分、 $\theta=1$ とし、 α を1~40、 n を0.5~4に変化させた際の計算結果をもとに考察を加える。ここでは、乗客行動の変動が明確に観測できる、駅AにおけるLine IIの利用割合をもって考察を加えることとする。図-7が得られた結果である。ここで考察しているケースは $\theta=1$ の信頼性を重視した経路選択を行った結果であり、前節の基本ケース($\alpha=10$, $n=1$)においては、最小費用 hyperpath は R1, R5, R12 であった。しかしながら、この図をみてもわかるように α と n が小さいケースにおいてはLine IIを利用する確率は非常に小さい。式(3)より、 α および n が小さければ、混雑の影響が頻度の変化にほとんど影響しないため、混雑していても乗り継ぎのないLine Iが好まれる結果になっているといえる。 α および n が大きくなると急激にLine IIの利用が増加する。特に乗数効果の n の値が1を超えると、あるいは α の値が10を超えると顕著である。混雑によって有効頻度の低下が顕著となるため、混雑していないLine IIの利用が増加するといえる。このように、有効頻度のパラメータ α , n によって乗客の配分結果が大きく変化することが確認された。したがって、本モデルを実際のネットワークに適用する際には、これらのパラメータの設定について細心の注意を払う必要があるといえる。

5. おわりに

本研究では、所要時間信頼性を考慮した乗客配分モデルを構築した。交通ネットワーク信頼性解析において、所要時間の信頼性の評価を試みている研究は多く存在するが、所要時間信頼性を行動決定基準に取り入れた研究例は少なく、また公共交通における時間信頼性に関して検討を加えたものも多くはないことに着目し、所要時間信頼性を経路選択基準に取り入れたモデルの構築を行った。公共交通における所要時間の不確実性は、列車の運

(a) $\theta=0.0$

(b) $\theta=1.0$

図-5 hyperpath 所要時間の分布 (混雑ケース)

図-6 リンクフローの変化 (混雑ケース)

図-7 α , n を変化させたときの Line II 利用率の推移 ($\theta=1$, 混雑ケース)

行頻度に起因する待ち時間と、混雑により乗車できないことによって生じる待ち時間のふたつによると仮定し、それらを考慮可能なモデル化を試みた。また、乗客は、期待所要時間だけでなく、確実に到着することが可能な所要時間（ここでは、90%の確率で到着できる所要時間を適用）の重み付けによって経路を決定することとしており、この乗客配分は均衡点を求める問題として記述した。提案したモデルの妥当性を検証するために、簡単なネットワークを対象に適用計算を実施した結果、所要時間信頼性の重要度が高い場合には、直行便かつ高頻度な経路が好まれること、混雑が激しい場合には、混雑のない場合には敬遠されがちな乗り継ぎ経路も利用されるようになり、所要時間信頼性の観点からも代替経路が存在するネットワークの方が好ましいことが確認された。また、感度分析の結果、有効頻度を決定づけるパラメータ α および n によって配分結果が大きく変化することが明らかとなり、それらのパラメータ設定には細心の注意が必要である。提案したモデルは、運行頻度や乗り継ぎなどによって所要時間の不確実性が変化する際の影響を考慮可能なモデル化となっており、バスやあるいは鉄道の路線、運行頻度の設計に役立つといえる。

なお、本研究ではモデルの考え方を示し、簡単なネットワークへの適用計算を示したに過ぎず、今後検討すべき課題は多い。まず、本研究においては、解の唯一性や収束性に関して厳密に検証を行っておらず、ここで示した計算例において均衡解が得られたことを確認したに過ぎない。今後解の唯一性収束性に関する検討が必要である。また、設定パラメータによって計算結果が依存することより、ここで示したパラメータ α , n , β , θ の設定方法を慎重に検討する必要がある。 α , n , β については混雑したプラットフォームにおける乗車希望人数、すでに車両に乗車している人数を観測することによってキャリブレートすることが可能と考えられる。一方で、 θ については、不確実性をどのように人が定量化するかに依存するパラメータであり、定量化が困難といえる。さらに、不確実性の影響度はその時々移動の重要度に依存すると考えられ、利用者ごとに異なることは十分に考えられる。そのため、モデルの今後の発展方向としては、利用者の多様性の考慮が挙げられる。様々な重みを持つ利用者が存在するような、multi-classの乗客配分に改良する必要があるといえる。また、車両のポアソン到着を仮定していることなど、やや厳しい仮定をおいた定式化を行っている。これらの仮定の影響について、例えば車両の運行を再現するようなシミュレーションモデルを用いて検証しておく必要もあるだろう。さらに、今後提案したモデルにより、実際規模のネットワークへの検討や、さらには本モデルを活用した施策提案及び評価などにつ

いて進めていきたい。

参考文献

- 1) Wakabayashi, H. and Iida, Y. : Upper and lower bounds of terminal reliability of road networks: an efficient method with Boolean algebra, *Journal of Natural Disaster Science*, Vol. 14, pp.29-44, 1992.
- 2) Bell, M.G.H. and Iida, Y. : *Transportation Network Analysis*, John Wiley and Sons, 1997.
- 3) Chen, A., Yang, H., Lo, H. K. and Tang, W. H. : A Capacity Related Reliability for Transportation Networks, *Journal of Advanced Transportation*, Vol. 33, No. 2, pp.183-200, 1999.
- 4) Nicholson, A., Schmöcker, J.-D., Bell, M.G.H. and Iida, Y. : Assessing Transport Reliability: Malevolence and User Knowledge, In: *The Network Reliability of Transport*, eds. M.G.H. Bell and Y. Iida, pp.1-22, 2003.
- 5) 倉内文孝, 宇野伸宏, 嶋本寛, 山崎浩気 : 交通ネットワークサービスの信頼性解析に関する研究動向, 土木計画学研究・講演集, Vol. 35, CD-ROM, 2007.
- 6) Lam, T. C. and Small, K. A.: The Value of Time and Reliability: measurement from value pricing experiment, *Transportation Research Part E*, Vol. 37, pp. 231-251, 2001.
- 7) Bhat, C. R. and Sardesai, R.: The Impact of Stop-making and Travel Time Reliability on Commute Mode Choice, *Transportation Research Part B*, Vol. 40, pp. 709-730, 2006.
- 8) Miller-Hooks, E.D. and Mahmassani, H. S. : Least Expected Time Paths in Stochastic, Time-varying Transportation Networks, *Transportation Science*, Vol. 34, pp.198-215, 2002.
- 9) Maher, M. and Zhang, Y. L. : Route Choice to Maximize the Probability of Arrival within a Specified Time, In *Reliability of Transport Networks*, eds. M.G.H. Bell and C. Cassir, Research Studies Press, 2000.
- 10) Chruqui, C. and Robillard, P. : Common bus lines, *Transportation Science*, Vol. 9, pp.115-121, 1975.
- 11) Spiess, H. and Florian, M. : Optimal Strategies: A New Assignment Model for Transit Networks, *Transportation Research Part B*, Vol. 23, pp.83-102, 1989.
- 12) Nguyen, S. and Pallottino, S. : Equilibrium Traffic Assignment for Large Scale Transit Networks, *European Journal for Operational Research*, Vol. 37, pp.176-186, 1988.
- 13) 倉内文孝, 嶋本寛, 王萍, 飯田恭敬 : 最小費用Hyperpath探索アルゴリズムを用いたバスサービス評価に関する研究, 土木計画学研究・論文集, Vol. 23, No. 3, pp. 755-761, 2006.
- 14) De Cea, D. and Fernandez, E. : Transit assignment for congested public transport systems, *Transportation Science*, Vol. 27, No. 2, pp.133-147, 1993.
- 15) Cominetti, R. and Correa, J. : Common Lines and Passenger Assignment in Congested Transit Networks, *Transportation Science*, Vol. 35, pp. 250-267, 2001.
- 16) Schmöcker, J.-D., Bell, M. G. H. and Lee, C. : An application of

- Congested Transit Network Loading with the Markov Chain Approach, paper presented at 9th Meeting of the EURO Working Group on Transportation "Intermodality, Sustainability and Intelligent Transport Systems", Bari, 2002.
- 17) Kurauchi, F., Bell, M.G.H. and Schmöcker, J.D. : Capacity constrained transit assignment with common lines, *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, Vol. 2, No. 4, pp.309-327, 2003.
 - 18) 土木学会編：交通ネットワークの均衡分析—最新の理論と解法—, 第7章「需要変動型の利用者均衡」, pp. 103-132, 1998.
 - 19) Schmöcker, J.D., Bell, M.G.H. and Kurauchi, F.: A first approach to dynamic frequency-based transit assignment, DTA 2006: First International Symposium on Dynamic Traffic Assignment, Centenary Gallery, Parkinson Building, University of Leeds, UK, June 21st-23rd, 2006.
 - 20) 倉内文孝, 杉本一走, 嶋本寛, 飯田恭敬：所要時間信頼性に着目した公共交通ネットワークのサービス評価に関する研究, 土木計画学研究・講演集, Vol. 32, CD-ROM, 2005.
 - 21) 佐佐木綱監修, 飯田恭敬編著：交通工学, 国民科学社, pp. 89-90, 1992.
- (2007. 8. 14 受付)

DEVELOPMENT OF TRANSIT ASSIGNMENT MODEL CONSIDERING TRAVEL TIME RELIABILITY

Fumitaka KURAUCHI, Akira HARAO and Hiroshi SHIMAMOTO

This study proposes a transit assignment model for a frequency-based transit network, taking into account not only the expected travel time but also travel time reliability as passengers' route choice criteria. The uncertainty of travel time is derived from the variation of waiting time due to the service frequency and the risk of failing to board the first train by the congestion. Passengers are assumed to choose the path of the minimum generalised cost, which is the weighted value of the expected travel time and the measure of travel time reliability. The model is formulated as a fixed point problem. The efficiency of the proposed model is demonstrated with a simple hypothetical network.