強度の確率分布がセメント改良柱の一軸圧縮強さに与える影響

並河 努¹

¹正会員 芝浦工業大学准教授 工学部土木工学科 (〒135-8548 東京都江東区豊洲3-7-5)

E-mail: namikawa@shibaura-it.ac.jp

深層混合処理工法により構築されるセメント改良体の一軸圧縮強さにはばらつきが存在し、そのばらつきの影響を考慮した品質管理が現在行われている。現行の品質管理手法では、コア供試体の一軸圧縮強さの確率分布に対し正規分布をあてはめる手法を取ることが多い。本研究では、コア供試体の一軸圧縮強さ q_u の確率分布に対し、正規分布と対数正規分布の適合度の検定を行った。さらに、強度の確率分布の違いが実大セメント改良柱の一軸圧縮強さ Q_u に与える影響を調べるために、ばらつきを有するセメント改良柱の一軸圧縮挙動のシミュレーションをFEM解析により実施した。解析結果より、 q_u が正規分布に従う場合、 Q_u は正規分布への適合性が高く、 q_u が対数正規分布に従う場合、 Q_u は対数正規分布への適合性が高いことが明らかとなった。

Key Words : cement-treated soil, strength, variability, probability distribution, finite element method

1. はじめに

深層混合処理工法により構築されるセメント改良地盤は、構造物基礎、掘削時の土留め、液状化対策等に用いられてきている。本工法では地盤とセメントスラリーもしくはセメント粉体を原位置攪拌混合するため、原位置地盤の土質性状のばらつき、セメント添加量や攪拌混合などの施工のばらつきにより、構築される改良地盤の強度は大きくばらつくことが知られている。このため、本工法による改良地盤を適用する場合、強度のばらつきをどのように考慮するかが、設計及び品質管理において重要な課題となっている。

一般に、セメント改良地盤の強度は、施工された改良体よりコアサンプリングされた供試体（コア供試体）の一軸圧縮強さ q_u より評価される。 q_u は大きくばらつくため、設計においてはそのばらつきを考慮して設計基準強度 F_c を設定する^{1),2),3)}。また、施工後の品質検査においても、 q_u のばらつきを考慮した品質の確認が行われる。日本建築センター(1997)¹⁾や土木研究センター(1999)²⁾の指針では、 F_c を次式により設定している。

$$F_c = \mu_{qu} - m\sigma_{qu} \quad (1)$$

ここで、 μ_{qu} は q_u の平均、 σ_{qu} は q_u の標準偏差であり、 m は

q_u を正規分布と仮定し、 F_c を下回る不良率から決まる係数である。この F_c とコア供試体の q_u の関係を図-1に示す。これらの設計法では、許容すべき不良率より m を定め(1)式を用いて設計基準強度と現場での q_u を比較し品質管理を実施している。このため、現行設計法において、 q_u の平均 μ_{qu} と標準偏差 σ_{qu} とともに、その確率分布も、セメント改良地盤の設計、品質管理において重要となる。 m の値を定める具体的な手法として、日本建築センター指針(1997)¹⁾は、実大改良柱（直径0.6~1m）の一軸圧縮強さとコア供試体の q_u の平均値の比から m を定める手法を提案している。

深層混合処理工法により構築された改良柱から採取されたコア供試体の q_u の確率分布に関しては、いくつかの

図-1 設計基準強度 F_c とコア供試体強度の平均 μ_{qu} の関係

研究が実施されている。Honjo(1982)⁴⁾は正規確率プロットを用いて q_u 分布の正規分布への適合を調べ、多くのケースで正規分布が適用できるとしている。一方、Navin and Filz (2005)⁵⁾は、Kolmogorov-Smirnov適合度検定⁶⁾を行い、 q_u の分布は正規分布より対数正規分布によりよく適合するとしている。このように、 q_u の確率分布に関しては、正規分布と対数正規分布の適合が議論されてきているが、どちらの分布を用いるべきか結論は出ていない。さらに、 q_u の確率分布の種類が実大セメント改良柱の挙動に与える影響を調べた研究は実施されていない。

前述したように、セメント改良地盤の設計及び品質管理においてコア供試体の q_u が用いられているが、式(1)の m を適切に設定するためには、 q_u と改良地盤全体の強度の関係を明らかにすることが必要である。 q_u と実大改良柱の強度を関係づける評価方法に関しては幾つかの研究が行われている。Honjo(1982)⁴⁾は、セメント改良地盤の全体強度の評価モデルとして束モデルを適用した。粘土などの靱性材料の場合、その全体強度はサンプリング供試体強度の平均値を用いる場合(平均値モデル)が多く、岩などの脆性材料の場合、その全体強度はサンプリング供試体強度の最小値を用いる場合(最弱リンクモデル)が多い。束モデルは平均値モデルと最弱リンクモデルの中間に位置するモデルで、全体が幾つかの要素で構成されていると仮定するモデルである。Honjo(1982)⁴⁾は、各要素のせん断弾性係数と破壊ひずみを確率変数として改良全体強度を評価した。そして、束モデルを用いた場合、破壊確率が0%時の要素強度の平均値に対する全体強度の低減比は0.5から0.75程度あると報告している。一方、日本建築センター指針(1997)¹⁾が実施した実大改良柱の一軸圧縮試験の結果では、実大強度とコア供試体の q_u の平均の比は0.7程度でその最小値は0.3程度と報告されている。束モデルによる解析結果と実大試験結果はある程度一致しており、束モデルによりばらつきを有する改良柱の全体強度を簡易的に予測可能であることがわかる。また、Omineら(2005)⁷⁾は束モデルをベースに供試体の体積のみならず高さと直径を考慮した複合モデルを提案し、複合モデルはセメント改良土の一軸圧縮強さにおける寸法効果を適切に評価できると報告している。

ばらつきを有する地盤の全体強度を評価する手法としては、上記のようなモデル化のほかに、モンテカルロシミュレーションとFEM解析を組み合わせた手法^{8), 9)}がある。著者らは、コア供試体強度のばらつきが改良柱の全体強度に与える影響をモンテカルロシミュレーションとFEM解析を組み合わせた手法により評価してきた^{10), 11)}。強度の空間的ばらつきを考慮した供試体を用いたFEM解析結果より、自己相関距離が改良柱の全体強度に大きな影響を与えることが明らかとなってきた。

改良体の q_u と改良柱全体強度の関係を調べる研究の一

環として、本研究では改良体の q_u の確率分布関数が全体強度に与える影響について調べた。まず、深層混合処理工法で施工されたセメント改良柱の q_u の正規分布と対数正規分布に対する適合度をKolmogorov-Smirnov適合度検定と赤池情報量基準(AIC)¹²⁾により検討した。さらに、 q_u の確率分布の違いが改良柱全体の圧縮挙動に与える影響を調べるため、FEM解析を実施した。要素の q_u が正規分布と対数正規分布のそれぞれに従う供試体を用いた解析を実施し、確率分布の違いが改良柱の一軸圧縮強さの確率分布に与える影響を調べている。本研究では、 q_u の自己相関距離を変化させた解析を実施している。

2. コア供試体の一軸圧縮強さ q_u の確率分布

(1) q_u の概要

国内の沿岸部において深層混合処理工法で施工されたセメント改良柱よりコアサンプリングされた供試体の試験結果を用いて、コア供試体の一軸圧縮強さ q_u の確率分布の検討を行う¹³⁾。コアサンプリング箇所は3箇所である。 q_u の深度方向の分布例を図-2に示す。また、各ボーリング位置での q_u の平均と標準偏差を表-1に示す。本研究では1本の改良柱内の強度のばらつきが改良柱全体の挙動に与える影響に焦点を当てているので、ここではコア供試体の q_u を各改良柱毎に整理している。また、改良土の強度は原位置地盤の土質性状により大きく変化するため、砂層と粘土層に区分して整理している。

(2) Kolmogorov-Smirnovテストによる確率分布の適合度の検定

コア供試体の q_u の正規分布と対数正規分布に対する適合度をKolmogorov-Smirnovテスト(K-Sテスト)⁶⁾により調べた。K-Sテストによる改良柱毎各層の結果を表-2に示す。表中の D 値は以下の式で定義される統計量である。

$$D = \max |F(x) - S_n(x)| \quad (2)$$

ここで、 $F(x)$ は標本における累積分布で $S_n(x)$ は対象となる分布(ここでは、正規分布と対数正規分布)の累積分布である。 D 値が小さいほうが対象となる分布に対する標本の適合度が高いことになる。また、表-2中の P 値は、この値以下の有意水準において帰無仮説が採択されることを意味している。

表-2より、各改良柱の各土層により正規分布と対数正規分布に対する D 値の大小関係は異なっており、 q_u に対しどちらの確率分布の適合度が高いか明確に判断できない。一方、各ケースの P 値は大きく、正規分布と対数正規分布とも q_u に対し適応可能であることがわかる。

 図-2 コア供試体の一軸圧縮強さ q_u 分布例 (No.2)

 表-1 コア供試体の一軸圧縮強さ q_u の平均と標準偏差

	土質	サンプル数	平均	標準偏差
No.1	Sand	17	5.39 MPa	1.30
	Clay	19	2.92 MPa	1.17
No.2	Sand	20	5.43 MPa	1.07
	Clay	21	4.20 MPa	0.93
No.3	Sand	18	10.47 MPa	2.31
	Clay	29	6.07 MPa	1.64

 表-2 コア供試体の一軸圧縮強さ q_u のK-Sテスト結果

	確率分布	D	P-value
No.1 Sand	正規	0.148	0.799
	対数正規	0.182	0.563
No.1 Clay	正規	0.206	0.348
	対数正規	0.167	0.606
No.2 Sand	正規	0.096	0.984
	対数正規	0.135	0.810
No.2 Clay	正規	0.190	0.386
	対数正規	0.156	0.633
No.3 Sand	正規	0.136	0.852
	対数正規	0.137	0.844
No.3 Clay	正規	0.145	0.526
	対数正規	0.196	0.188

灰色の背景はD値が小さいことを示している。

(3) 赤池情報量基準 (AIC) による確率分布の適合度の検定

K-Sテストではコア供試体の q_u を独立した変数として扱ったが、図-2に示すように q_u は空間的自己相関特性を

示すことがわかる。そこで、空間的自己相関特性を考慮した条件で、 q_u の正規分布と対数正規分布に対する適合度を赤池情報量基準 (AIC) ¹²⁾により調べた。

q_u の空間的自己相関特性は、次式で示す指数関数を用いて表現できると仮定した。

$$\rho(d) = \exp\left(-\frac{d}{\theta}\right) \quad (3)$$

ここで、 $\rho(d)$ は相関係数、 d は2点間の距離である。上式中の θ は自己相関距離でパラメータとなる。

自己相関距離は q_u のデータを用いて最尤法により決定した。ここで、 q_u が多次元正規分布もしくは多次元対数正規分布に従うと仮定した。 q_u が多次元正規分布に従う場合、その確率密度関数は次式で表現される¹⁴⁾。

$$f_{qu}(\mathbf{q}_u | \theta_{qu}) = (2\pi)^{-n/2} |\mathbf{V}_{quij}|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{q}_u - \boldsymbol{\mu}_{qu})^T \mathbf{V}_{quij}^{-1}(\mathbf{q}_u - \boldsymbol{\mu}_{qu})\right] \quad (4)$$

$$\mathbf{q}_u = \begin{bmatrix} q_u(r_1) \\ \vdots \\ q_u(r_n) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu}_{qu} = \begin{bmatrix} \mu_{qu} \\ \vdots \\ \mu_{qu} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V}_{quij} = \sigma_{qu}^2 \exp\left(-\frac{|r_i - r_j|}{\theta_{qu}}\right)$$

ここで、 θ_{qu} は q_u の自己相関距離、 n はデータ数、 μ_{qu} は q_u の平均値、 σ_{qu} は q_u の標準偏差、 $\mathbf{V}_{quij}$ は共分散行列、 $\mathbf{r}_i$ は位置ベクトルを表している。

q_u が多次元対数正規分布に従う場合、その確率密度関数は次式で表現される。

$$f_{qu}(\ln \mathbf{q}_u | \theta_{\ln qu}) = (2\pi)^{-n/2} |\mathbf{V}_{\ln quij}|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(\ln \mathbf{q}_u - \boldsymbol{\mu}_{\ln qu})^T \mathbf{V}_{\ln quij}^{-1}(\ln \mathbf{q}_u - \boldsymbol{\mu}_{\ln qu})\right] \quad (5)$$

$$\ln \mathbf{q}_u = \begin{bmatrix} \ln q_u(r_1) \\ \vdots \\ \ln q_u(r_n) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu}_{\ln qu} = \begin{bmatrix} \mu_{\ln qu} \\ \vdots \\ \mu_{\ln qu} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{V}_{\ln quij} = \sigma_{\ln qu}^2 \exp\left(-\frac{|r_i - r_j|}{\theta_{\ln qu}}\right)$$

ここで、 $\theta_{\ln qu}$ は $\ln q_u$ の自己相関距離、 $\mu_{\ln qu}$ は $\ln q_u$ の平均値、 $\sigma_{\ln qu}$ は $\ln q_u$ の標準偏差、 $\mathbf{V}_{\ln quij}$ は共分散行列を表している。

式(4)、(5)で表される多次元確率の対数尤度関数はそれぞれ次式となる。

正規分布

$$L_{qu}(\theta_{qu}) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln |V_{quij}| - \frac{1}{2} (\mathbf{q}_u - \boldsymbol{\mu}_{qu})^T V_{quij}^{-1} (\mathbf{q}_u - \boldsymbol{\mu}_{qu}) \quad (6)$$

対数正規分布

$$L_{lnqu}(\theta_{lnqu}) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln |V_{lnquij}| - \frac{1}{2} (\ln \mathbf{q}_u - \boldsymbol{\mu}_{lnqu})^T V_{lnquij}^{-1} (\ln \mathbf{q}_u - \boldsymbol{\mu}_{lnqu}) \quad (7)$$

上式において、対数尤度 $L_{qu}(\theta_{qu})$ 、 $L_{lnqu}(\theta_{lnqu})$ を最大とする θ_{qu} 、 θ_{lnqu} が最適な自己相関距離となる。

図-2に示す上部砂層における q_u の対数尤度 $L_{qu}(\theta_{qu})$ の計算結果例を図-3に示す。図において、 $L_{qu}(\theta_{qu})$ が最大となるとき、この時の θ_{qu} がこのデータの自己相関距離となる。各改良柱のデータより見積もられた自己相関距離を表-3に示す。各改良柱により自己相関距離はばらついているが、その値は0.3m~2.7mの範囲にある。Honjo(1982)⁴⁾は、コア供試体の q_u の相関係数を計算し、 q_u の自己相関距離は0.4~4.0 mであると報告している。今回得られた自己相関距離はHonjo(1982)⁴⁾による研究結果に近い結果となっている。正規分布と対数正規分布を比較した場合、両者の値は同じケースもあり、対数正規分布の値が少し大きなケースもある。正規分布と対数正規分布を仮定した場合の自己相関距離の差は、 q_u の対数変換が関係していると考えられ、 q_u の値が大きい範囲でばらつきが大きなデータでは、対数変換した条件の方が自己相関距離が長くなることが予測される。しかしながら、今回のデータでは両者の差の原因は明確でなく、 q_u の対数変換が自己相関距離に与える影響に関しては更なる研究が必要と考えられる。

計算された最大対数尤度を用いて、 q_u に対する正規分布と対数正規分布の比較を行う。モデル選択の評価基準には赤池情報量基準 (AIC) を用いた。AICは以下の式で表現される。

図-3 q_u の対数尤度 $L_{qu}(\theta_{qu})$ の計算結果例

正規分布

$$AIC_{qu} = -2L_{qu}(\hat{\theta}_{qu}) + 2k \quad (8)$$

対数正規分布

$$AIC_{lnqu} = -2L_{lnqu}(\hat{\theta}_{lnqu}) + 2k \quad (9)$$

ここで $L_{qu}(\hat{\theta}_{qu})$ 、 $L_{lnqu}(\hat{\theta}_{lnqu})$ は最大対数尤度、 k はパラメータ数である。正規分布と対数正規分布ともパラメータは自己相関距離であるので、両モデルともパラメータ数は1となる。対数正規分布に対するAICは q_u を $\ln q_u$ に変数変換しているため、以下の補正が必要となる¹²⁾。

$$AIC_{lnqu}' = AIC_{lnqu} - 2 \sum_{j=1}^n \frac{1}{q_{uj}} \quad (10)$$

モデル選択では AIC_{qu} と AIC_{lnqu}' を比較し、AICが小さいほうが最適なモデルと判断される。

各改良柱における q_u に対して正規分布と対数正規分布を適用した場合のAICを表-4に示す。正規分布と対数正規分布を適用した場合のAICの大小関係は各改良柱で異なっているが、このことは自己相関を考慮しても、 q_u に対しどちらの確率分布の適合度が高いか明確に判断でき

表-3 コア供試体の一軸圧縮強さ q_u の自己相関距離

	土質	θ_{qu}	θ_{lnqu}
No.1	Sand	2.2 m	2.7 m
	Clay	0.4 m	0.6 m
No.2	Sand	1.2 m	1.2 m
	Clay	0.3 m	0.3 m
No.3	Sand	2.1 m	2.4 m
	Clay	1.1 m	1.4 m

表-4 コア供試体の一軸圧縮強さ q_u のAIC

	確率分布	AIC_{qu}	AIC_{lnqu}'
No.1 Sand	正規	33.72	
	対数正規		31.81
No.1 Clay	正規	53.54	
	対数正規		47.81
No.2 Sand	正規	45.85	
	対数正規		46.62
No.2 Clay	正規	55.20	
	対数正規		50.79
No.3 Sand	正規	68.94	
	対数正規		64.81
No.3 Clay	正規	88.46	
	対数正規		92.62

灰色の背景はAICが小さいことを示している。

ないことを示している。前述したK-Sテスト及びAICによるモデル選択の結果より、深層混合処理工法により構築されたセメント改良柱から採取されたコア供試体の q_u の確率分布に対し、正規分布と対数正規分布のどちらかを選択すべきと判断することは難しいことが明らかとなった。

3. 強度の確率分布が改良柱全体の圧縮挙動に与える影響

コア供試体の一軸圧縮強さ q_u の確率分布が実大セメント改良柱の圧縮挙動に与える影響を調べるためにFEM解析を実施した。解析では材料強度をランダムに配置した解析モデルを多数生成し、モンテカルロシミュレーションにより改良柱の一軸圧縮挙動を調べた。

(1) 解析手法

a) 確率場の生成

確率場を生成して、材料強度をランダムに配置した解析モデルを作成した。前述したように q_u は自己相関特性を示すため、自己相関特性を有する確率場をフィルタリングにより生成した¹⁵⁾。ここで、3次元空間の直交座標系における、自己相関を示す確率変数 $X(\mathbf{r}) = X(x, y, z)$ を考える。確率変数 $X(\mathbf{r})$ はホワイトノイズ $w(\mathbf{r}) = w(x, y, z)$ に自己相関関数 $R(\mathbf{r}) = R(x, y, z)$ より定義される重み関数 $h(\mathbf{s}) = h(s, t, u)$ をかけた畳み込み関数として表現することができる。

$$\begin{aligned} X(\mathbf{r}) &= \int_{R_3} h(\mathbf{s}) w(\mathbf{r} - \mathbf{s}) d\mathbf{s} \\ &= \int_{R_3} e^{i\omega\mathbf{r}} H(\omega) W(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (11)$$

ここで R_3 は3次元空間を示し、 $W(\omega) = W(\xi, \eta, \zeta)$ は $w(\mathbf{r})$ のフーリエスペクトル、 $H(\omega) = H(\xi, \eta, \zeta)$ は $h(\mathbf{s})$ のフーリエ変換より得られるスペクトルである。一方、 $X(\mathbf{r})$ のパワースペクトル密度関数 $S_x(\omega) = S_x(\xi, \eta, \zeta)$ は次式で表現される。

$$S_x(\omega) = |H(\omega)|^2 S_w(\omega) = \frac{1}{8\pi^3} |H(\omega)|^2 \quad (12)$$

ここで、 $S_w(\omega) = S_w(\xi, \eta, \zeta)$ はホワイトノイズ $w(\mathbf{r})$ のパワースペクトル密度関数で $S_w(\omega) = 1/(2\pi)^3$ である。また、自己相関関数 $R(\mathbf{r})$ をフーリエ変換すると $X(\mathbf{r})$ のパワースペクトル密度関数 $S_x(\omega)$ が得られる。

$$S_x(\omega) = \frac{1}{8\pi^3} \int_{R_3} e^{-i\omega\mathbf{r}} R_t(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (13)$$

式(12)、式(13)より重み関数のスペクトルである $H(\omega)$ が得られる。

$$|H(\omega)|^2 = \int_{R_3} e^{-i\omega\mathbf{r}} R_t(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (14)$$

式(11)、式(14)より自己相関を有する確率場 $X(\mathbf{r})$ が得られる。

実際の確率場の生成において、離散的にフーリエ変換を実施した。この生成過程において、 q_u のばらつきを表す乱数を各要素に割り当てることになるが、要素の大きさはコア供試体の大きさと同等とした。つまり、改良柱がコア供試体の大きさの要素で構成されていると仮定している。本研究では、コア供試体の q_u の平均値とばらつきを用いて、コア供試体の大きさと同等の大きさの要素を用いているため、局所平均の計算は不要である。コア供試体の大きさは通常直径70 mm～80 mm、高さは2倍程度である。この大きさとほぼ同等の大きさを考えて、解析で用いる要素は一辺100mmの立方体とした。

一様乱数はM系列に基づく方法で発生させ、一様乱数よりボックス・ミュラー法により正規乱数を生成した¹⁶⁾。自己相関のない条件では、正規乱数を要素に割り当て、自己相関がある場合は正規乱数に前述したフィルタリングを行った乱数を要素に割り当てた。

b) FEM解析の概要

前章の手法で生成された確率場を用いてばらつきを有する改良柱の一軸圧縮挙動を3次元FEM解析によりモンテカルロシミュレーションした。シミュレーション回数は50回である。解析では塩見らが開発したFEM解析プログラムを用いている¹⁷⁾。解析メッシュを図-4に示す。深層混合処理工法で施工される実大のセメント改良柱を考慮し、直径1m、高さ2mの円柱をモデルとしている。実際の改良地盤の形状及び寸法はプロジェクトにより異なるが、現行設計法のひとつである日本建築センター指針(1997)¹⁾では、実大改良柱(直径0.6 m～1m)の強度とコア供試体の強度の関係に基づいて設計基準強度 F_c を設定している。本研究では、同指針における実大改良柱とほぼ同一の寸法におけるモデルを用いた解析を実施した。解析モデルは円周部を除いて確率場での要素と同じ1辺100mmの立方体要素で構成されている。上下境界条件は摩擦なしとし、一様な強制変位をz方向に載荷する解析を実施した。

q_u が正規分布すると仮定するケースでは、各要素の一軸圧縮強さ q_{ui} を次式で設定した。

$$q_{ui} = \mu_{qu} (1 + X_i V_c) = \mu_{qu} + X_i \sigma_{qu} \quad (i = 1, \dots, N_e) \quad (15)$$

ここで、 V_c は q_u の変動係数、 X_i は生成された確率場の乱数、 N_e は要素数である。

図4 FEMで用いたメッシュ

q_{ui} が対数正規分布すると仮定するケースでは、各要素の一軸圧縮強さ q_{ui} を次式で設定した⁹⁾。

$$\begin{aligned} q_{ui} &= \exp(\mu_{lnq_u} + X_i \sigma_{lnq_u}) \quad (i = 1, \dots, N_e) \\ \sigma_{lnq_u} &= \sqrt{\ln(1 + V_c^2)} \\ \mu_{lnq_u} &= \ln \mu_{q_u} - \frac{1}{2} \ln(1 + V_c^2) \end{aligned} \quad (16)$$

本解析では、 q_{ui} を間隔 $0.1\sigma_{q_u}$ でクラス分けした。また、 q_{ui} の下限値と上限値を正規分布と仮定するケースでは $\mu_{q_u} - 3.1\sigma_{q_u}$ 、 $\mu_{q_u} + 3.1\sigma_{q_u}$ とし、対数正規分布と仮定するケースでは $\mu_{q_u} - 3.1\sigma_{q_u}$ 、 $\mu_{q_u} + 6.6\sigma_{q_u}$ とした。それ以上それ以下の値はそれぞれ上限値と下限値としている。正規分布および対数正規分布において、50回のモンテカルロシミュレーションを行ったが、各ケースにおいて同じ確率場の乱数を用いた解析を実施した。

改良体の平均一軸圧縮強さ μ_{q_u} は1.7MPaとし、 q_u の変動係数 V_c は0.3とした。 q_u 及び $\ln q_u$ の自己相関距離 θ_{q_u} 、 θ_{lnq_u} は0.0, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0 mとした。これら自己相関距離の値は、表-3に示す値を参考に設定した。本研究では深度方向の q_u の値を用い自己相関距離を評価しているため、表-3に示す値は q_u の深度方向の自己相関距離を示している。ここでは q_u の空間相関特性に等方性を仮定し、 q_u の自己相関距離において深度方向と水平方向で同じ値を仮定した。しかしながら、 q_u の自己相関特性に空間的異方性が存在し、鉛直方向と水平方向で q_u の自己相関距離が異なる可能性がある。セメント改良柱内における強度の空間相関特性の異方性に関する研究は少なく、このことに関しては更なる研究が必要であると考えられる。

本解析では、改良土の挙動を表現できる弾塑性モデルを用いた¹⁸⁾。本弾塑性モデルは、セメント改良土の圧縮及び引張挙動とそのプレピーク及びポストピーク挙動を表現できる^{18), 19)}。本弾塑性モデルは室内試験結果及び実

表-5 FEMにおける材料定数

E MPa	ν	ϕ degree	c kPa	T_f kPa	e_y
Stoc.	Det.	Det.	Stoc.	Stoc.	Det.
3000	0.167	30	490	380	0.0002

α	G_f N/m	e_r	D_c	t_{s0} mm	l_c mm
Det.	Stoc.	Det.	Det.	Det.	Det.
1.05	9	0.40	-0.4	0.6	100.0

Stoc.: q_{ui} に比例するパラメータ, Det.: 一定値のパラメータ

図5 一軸圧縮条件での応力-ひずみ関係

大載荷試験結果のシミュレーションにより、その有効性が検証されている^{18), 20), 21)}。弾塑性モデルの材料定数を、表-5に示す。これらパラメータにおいて一軸圧縮強さが1.7MPaの改良土を用いた室内試験結果より決定された値を用いている^{18), 19)}。本弾塑性モデルの一軸圧縮条件での応力-ひずみ関係の一例を図-5に示す。ここで、材料定数には表-5に示す値を用いている。図-5は1辺100 mmの立方体1要素を用いた一軸圧縮試験のシミュレーションの結果を示している。

本解析では表-5のパラメータの内、弾性係数 E 、粘着力 c 、引張強度 T_f 、破壊エネルギー G_f は各要素の q_{ui} に伴って変動する確率パラメータとした。これらの確率パラメータは既往の研究^{18), 22), 23), 24)}を参考にして、 q_{ui} と比例関係にあると仮定した。

その他のパラメータ、ポアソン比 ν 、内部摩擦角 ϕ 、硬化パラメータ α 、 e_y 、軟化パラメータ e_r 、ダイレタンシー係数 D_c 、局所化サイズ t_{s0} 、特性長さ l_c は一定であると仮定した。弾塑性モデル及び材料定数の詳細はNamikawa and Mihira (2007)¹⁸⁾に記載されている。

(2) 解析結果

a) 解析モデル

ばらつきを有する解析モデル内の強度分布の例を図-6に示す。本図は、同じ確率場から設定された正規分布と対数正規分布の解析モデルを示しているが、同じ確率場

図-6 FEMで用いた解析モデルの強度分布例

図-7 解析モデルの要素強度のヒストグラム例 ($\theta=0.0\text{m}$)

を用いた場合、正規分布と対数正規分布で強度分布に大きな差がないことがわかる。図-6に示す解析モデルのうち自己相関のない θ_{qu} , $\theta_{hqu}=0\text{m}$ における要素強度のヒストグラムを図-7に示す。ヒストグラムより、要素強度分布は正規分布と対数正規分布に適切に設定されていることがわかる。

b) 実大セメント改良柱の一軸圧縮強さ

FEM解析より得られた直径1m、高さ2mの実大セメント改良柱の一軸圧縮条件下における応力-ひずみ関係の例を図-8及び図-9に示す。図には、 θ_{qu} , $\theta_{hqu}=0.0\text{m}$, 1.0m の条件での5例を示している。ここで、軸差応力は解析モデル上端における接点力の合計を断面積で除すことにより算定し、軸ひずみは与えた強制変位量を解析モデル高さで除すことにより算定している。本図は、同じ確率場から設定された正規分布と対数正規分布の結果であるが、自己相関がない場合は(θ_{qu} , $\theta_{hqu}=0.0\text{m}$)、両者に大きな差がないことがわかる。一方、自己相関がある場合は(θ_{qu} , $\theta_{hqu}=1.0\text{m}$)、 q_u が対数正規部分の条件が、応力-ひずみ関係のばらつきが小さいことがわかる。

図-8、図-9におけるピーク応力を直径1m、高さ2mの実大セメント改良柱の一軸圧縮強さ Q_u と定義する。同じ確率場から設定された解析モデルにおける、 q_u が正規分布と対数正規分布での実大改良柱一軸圧縮強さ Q_u の比較を図-10に示す。 θ_{qu} , $\theta_{hqu}=0.0\text{m}$ のケースでは、正規分布

図-8 実大改良柱の応力-ひずみ関係 (q_u が正規分布)

図-9 実大改良柱の応力-ひずみ関係
(q_u が対数正規分布)

と対数正規分布に大きな差がないことがわかる。自己相関のある θ_{qs} , $\theta_{hsu}=0.5$ m, 1.0 mのケースでは, Q_u が大きい場合, 正規分布と対数正規分布に大きな差がないが, Q_u が小さい場合, 対数正規分布の Q_u が正規分布の Q_u より大きくなっている。このことは, Q_u が低い範囲において, q_u が対数正規分布の場合, q_u が正規分布の場合に比較し, Q_u が大きく見積られることを示唆している。

50回のモンテカルロシミュレーションより得られた実大改良柱一軸圧縮強さ Q_u の標本平均 m_{Q_u} と標本標準偏差 s_{Q_u} を図-11, 図-12に示す。 m_{Q_u} は自己相関距離により変化し, θ_{qs} , $\theta_{hsu}=0.5$ mで m_{Q_u} が最小値を示している。正規分布と対数正規分布における m_{Q_u} を比較すると, q_u が対数正規分布の場合 m_{Q_u} がやや大きくなっている。 s_{Q_u} は自己相関距離に伴い大きくなっている。理論的には自己相関距離が無限長の場合, s_{Q_u} は q_u の標準偏差と一致する。 q_u が正規分布と対数正規分布における s_{Q_u} を比較すると, q_u が対数正規分布の場合 s_{Q_u} がやや小さくなることからわかる。これらのことより, q_u の確率分布は Q_u の平均と標準偏差にある程度影響を与えることが明らかとなった。このことが設計に与える効果については(4)節で議論する。

m_{Q_u} , s_{Q_u} と自己相関距離の関係は解析モデルのサイズに関係すると考えられる。本研究では, 直径1m, 高さ2mの円柱モデルを用いており, この条件では θ_{qs} , $\theta_{hsu}=0.5$ mで m_{Q_u} が最小となった。ばらつきが存在する場合, 全体の強度は自己相関距離により決まる弱部領域の大き

図-10 q_u が正規分布の条件と q_u が対数正規分布の条件での実大改良柱一軸圧縮強さ Q_u の比較

さと改良体の大きさの関係に依存すると考えられる。このため, 対象とする改良体の大きさが変われば, m_{Q_u} が最小となる自己相関距離も変わると推定される。解析モデルのサイズが全体強度と自己相関距離の関係に与える影響については更なる研究が必要と考えられる。

 図-11 実大改良柱一軸圧縮強さの平均 m_{Qu}

 図-12 実大改良柱一軸圧縮強さの標準偏差 s_{Qu}

(3) 実大セメント改良柱一軸圧縮強さの確率分布

実大セメント改良柱一軸圧縮強さ Q_u のヒストグラムの例($\theta_{qu}, \theta_{inqu} = 1.0$ m)を図-13に示す。これら50回のモンテカルロシミュレーションより得られた Q_u の確率分布について、正規分布と対数正規分布の適合度の検定をK-SテストとAICより調べた。 Q_u は q_u と異なり互いに独立なので、正規分布を適用した場合の最大対数尤度は次式となる。

$$L(\hat{\mu}_{Qu}, \hat{\sigma}_{Qu}) = -\frac{N}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln s_{Qu} - \frac{1}{2s_{Qu}^2} \sum_{i=1}^N (Q_{ui} - m_{Qu})^2 \quad (17)$$

ここで、 N はモンテカルロシミュレーションの回数、である。対数正規分布適用した場合の最大対数尤度は次式となる。

$$L(\hat{\mu}_{\ln Qu}, \hat{\sigma}_{\ln Qu}) = -\frac{N}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln s_{\ln Qu} - \frac{1}{2s_{\ln Qu}^2} \sum_{i=1}^N (\ln Q_{ui} - m_{\ln Qu})^2 \quad (18)$$

 (a) q_u が正規分布

 (b) q_u が対数正規分布

図-13 実大改良柱一軸圧縮強さのヒストグラム

($\theta_{qu}, \theta_{inqu} = 1.0$ m)

ここで、 $s_{\ln Qu}$ は $\ln Q_u$ の標本標準偏差、 $m_{\ln Qu}$ は $\ln Q_u$ の標本平均である。式(17)、(18)より2章で述べた手法でAICを計算し正規分布と対数正規分布のモデル選択を行った。

実大セメント改良柱一軸圧縮強さ Q_u に対する正規分布と対数正規分布の適合度を調べるために実施したK-Sテストの結果を表-6に示す。自己相関のない $\theta_{qu}, \theta_{inqu} = 0$ mの条件を除き、 q_u が正規分布に従う場合、 Q_u に対する正規分布の D 値が小さく、正規分布の適合性が高いことがわかる。一方、 q_u が対数正規分布に従う場合、 Q_u に対する対数正規分布の D 値が小さく、対数正規分布の適合性が高いことがわかる。また、全てのケースにおいて P 値は大きく、どのケースにおいても Q_u に対し正規分布、対数正規分布のどちらも適用可能であることがわかる。

実大セメント改良柱一軸圧縮強さ Q_u に対し正規分布と対数正規分布を仮定した場合のAICの結果を表-7に示す。K-Sテストと同様に、自己相関のある $\theta_{qu}, \theta_{inqu} = 0.2$ m以上の条件では、 q_u が正規分布に従う場合、 Q_u の正規分布への適合性が高く、 q_u が対数正規分布に従う場合、 Q_u の対数正規分布への適合性が高いことがわかる。

表-6 実大改良柱一軸圧縮強さのK-Sテスト結果

(a) q_u が正規分布

	正規分布		対数正規分布	
θ_{qu}	D	P -value	D	P -value
0.0 m	0.0951	0.720	0.0933	0.741
0.2 m	0.0627	0.982	0.0635	0.980
0.5 m	0.0927	0.748	0.0927	0.749
1.0 m	0.0673	0.966	0.0971	0.697
2.0 m	0.0711	0.947	0.1135	0.504

(b) q_u が対数正規分布

	正規分布		対数正規分布	
θ_{lnqu}	D	P -value	D	P -value
0.0 m	0.0814	0.868	0.0796	0.884
0.2 m	0.0757	0.916	0.0652	0.974
0.5 m	0.0851	0.832	0.0649	0.975
1.0 m	0.0696	0.955	0.0592	0.991
2.0 m	0.0886	0.794	0.0735	0.931

表-7 実大改良柱一軸圧縮強さのAIC

(a) q_u が正規分布

θ_{qu}	正規分布	対数正規分布
0.0 m	-366.0	-371.6
0.2 m	-155.2	-155.1
0.5 m	-94.3	-91.0
1.0 m	-71.0	-66.3
2.0 m	-63.9	-63.6

(b) q_u が対数正規分布

θ_{lnqu}	正規分布	対数正規分布
0.0 m	-374.1	-380.9
0.2 m	-179.3	-179.9
0.5 m	-121.0	-121.3
1.0 m	-92.6	-93.3
2.0 m	-77.0	-81.0

K-Sテスト及びAICによる実大セメント改良柱一軸圧縮強さ Q_u の確率分布の検討結果より、自己相関のある条件では、 q_u が正規分布に従う場合、 Q_u は正規分布への適合性が高く、 q_u が対数正規分布に従う場合、 Q_u は対数正規分布への適合性が高いことが明らかとなった。

(4) 設計における確率分布の影響

セメント改良地盤の設計において考慮すべきことに、設計荷重に対する改良地盤の破壊確率がある。ここでは、鉛直荷重を受ける実大セメント改良柱の破壊確率を設定した場合、コア供試体の一軸圧縮強さ q_u の確率分布が破壊確率を満足する強度に与える影響に関して考察する。設計において破壊確率を0.1%及び1%に設定すると仮定し²⁵⁾、それぞれの破壊確率に対応するセメント改良柱の一軸圧縮強さ $Q_u(Pf=0.1\%)$ 、 $Q_u(Pf=1\%)$ をFEM解析で得

(a) 破壊確率0.1%

(b) 破壊確率1.0%

図-14 破壊確率に対応する実大改良体柱一軸圧縮強さ

られた Q_u の標本平均と標本標準偏差より評価した。破壊確率に対応する Q_u の計算にあたり、 Q_u の確率分布に対し正規分布と対数正規分布を仮定した。破壊確率0.1%、1%に対応する μ_{qu} に対する $Q_u(Pf=0.1\%)$ 、 $Q_u(Pf=1\%)$ の比を図-14に示す。本図は、各破壊確率に対する μ_{qu} に対する Q_u の低減比を示している。全ての条件において、破壊確率に対応する Q_u は自己相関距離 θ_{qu} 、 θ_{lnqu} にともない小さくなっていることがわかる。これは、図-12に示すように Q_u の標準偏差が自己相関距離にともない大きくなるためと考えられる。また、 q_u の確率分布の仮定によらず、 Q_u の確率分布を対数正規分布と仮定した場合、正規分布と仮定した場合に比較し、破壊確率に対応する Q_u が大きくなっている。これは、対数正規分布の場合、 Q_u の値が小さい領域の確率が小さくなるためと考えられる。さらに、 q_u の確率分布が対数正規分布の場合、正規分布の場合に比較して、破壊確率に対応する Q_u が大きくなっている。これは、図-11及び図-12に示すように、 q_u の確率分布が対数正規分布を仮定した条件では、正規分布を仮定した条件に比較し、 Q_u の平均が大きくなりかつ標準偏差

が小さくなるためである。

前述したように、 Q_u の確率分布の検討結果より、 q_u が正規分布に従う場合、 Q_u は正規分布への適合性が高く、 q_u が対数正規分布に従う場合、 Q_u は対数正規分布への適合性が高い。このことより、 q_u の確率分布が正規分布に適合する場合に比較して、対数正規分布に適合する場合の方が、設定した破壊確率を満足する Q_u を大きく見積れるといえる。一方、2章で述べたように、実際に施工されたセメント改良柱より採取したコア供試体の一軸圧縮強さ q_u の確率分布が正規分布と対数正規分布どちらの分布に適合するか明確な結論は得られなかった。 q_u の確率分布は設定した破壊確率を満足する Q_u の値に影響を与えるため、設計において q_u の確率分布の設定には慎重な検討が必要と考えられる。

図-14に示す結果とHonjo(1982)⁴⁾が提案している束モデルを用いた解析結果について議論する。Honjo(1982)⁴⁾の研究で得られた束モデルを用いた解析結果では、破壊確率0%の条件で低減比が0.6程度(変動係数 0.3)となっている。この低減比は、図-14における破壊確率0.1%の条件において、 q_u 、 Q_u ともに正規分布と仮定した場合、自己相関距離が0.2m程度の値に対応している。このことは、束モデルによる直径1m、高さ2mの改良柱の一軸圧縮強さの予測は自己相関距離が0.2 m程度と比較的自己相関が小さい場合適切であることを示唆している。さらに、Honjo(1982)⁴⁾は束モデルを用いた解析結果において、 q_u の変動係数の増加に伴い低減比が減少することを指摘している。Honjo(1982)⁴⁾の研究成果と本研究で得られた結果を踏まえると、要素平均強度と全体強度の比である低減比は、要素強度の変動係数、自己相関距離、確率分布に依存するといえる。そして、低減比は対象とする改良体の大きさや想定する破壊形態及び境界条件に依存すると考えられるため、今後様々な条件に対して本研究で用いたモンテカルロシミュレーションとFEM解析を実施し、各条件における低減比を明らかにすることが重要であると考えられる。

4. 結論

セメント改良柱から採取されたコア供試体の一軸圧縮強さ q_u の確率分布に対し正規分布と対数正規分布の適用性を検討した。その結果、 q_u の確率分布に対し、正規分布及び対数正規分布どちらの分布も適用可能であるが、明確な優劣は判明しなかった。

q_u の確率分布が実大セメント改良柱の一軸圧縮強さ Q_u に与える影響を調べるために、ばらつきを有するセメント改良柱の一軸圧縮挙動のシミュレーションをFEM解析により実施した。その結果、自己相関のある条件では、

q_u と Q_u の確率分布は対応する結果が得られた。

破壊確率を考えた設計では、 q_u の確率分布、 q_u の自己相関距離及び Q_u の確率分布が、所定の破壊確率に対する Q_u の値に影響を与えることが明らかとなった。 q_u の確率分布が対数正規分布に従う場合、正規分布に従う場合に比較し、所定の破壊確率に対する Q_u の値を大きく設定できることがわかった。

セメント改良地盤の現行設計法では q_u の確率分布に正規分布を適用している。一方、地盤材料の強度定数には負の値をとらない対数正規分布を用いるべきであるという意見もある⁹⁾。本研究の結果は、 q_u に対し正規分布と対数正規分布のどちらの分布を用いるべきか判断することが難しいとことを示した。今後は、 q_u の確率分布が正規分布か対数正規分布かの議論でなく、各種確率分布を適用した場合の全体挙動への影響に関する評価を実施していくことが重要と考えられる。また、本研究では、直径1m、高さ2mの改良柱の一軸圧縮強さについてのみ議論したが、対象とする改良体の大きさや想定する破壊形態及び境界条件の異なる条件における要素平均強度と全体強度の関係についても更なる検討が必要であるといえる。

謝辞：FEM解析にあたり(株)竹中工務店のご協力を受けましたので、ここに感謝致します。また、本研究では科学研究費補助金(基盤研究(c) 22560505)を活用しましたので、ここに感謝致します。

参考文献

- 1) 日本建築センター：建築物のための改良地盤の設計及び品質管理指針，1997.
- 2) 土木研究センター：陸上工事における深層混合処理工法 設計・施工マニュアル，pp.71-74, pp.153-154, 1999.
- 3) 沿岸開発技術研究センター：海上工事における深層混合処理工法技術マニュアル，pp.24-29, 1999.
- 4) Honjo, Y. : A probabilistic approach to evaluate shear strength of heterogeneous stabilized ground by deep mixing method, *Soils and Foundations*, Vol. 22, No. 1, pp. 23-38, 1982.
- 5) Navin, M. P. and Filz, G. M. : Statistical analysis of strength data from ground improved with DMM columns, *Deep Mixing 05*, pp. 145-154, 2005.
- 6) Kanji, G. K. : *100 Statistical Tests 3rd Edition*, SAGE Publications, pp. 76-77, 2006.
- 7) Omine, K., Ochiai, H. and Yasufuku, N. : Evaluation of scale effect on strength of cement-treated soils based on a probabilistic failure model, *Soils and Foundations*, Vol. 45, No. 3, pp. 125-134, 2005.
- 8) Griffiths, D. V. and Fenton, G. A. : *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*, Springer Wien, New York, 2007.
- 9) Griffiths, D. V. and Fenton, G. A. : Bearing capacity of spatially random soil: the undrained clay Prandtl problem

- revisited, *Geotechnique*, Vol. 51, No. 4, pp. 351-359, 2001.
- 10) Namikawa, T. and Koseki, J. : Numerical study of effects of spatial variability on cement-treated column strength, *Ground Improvement Technologies and Case Histories*, pp.419-424, 2009.
- 11) 並河努：ばらつきを有するセメント改良コラムの一軸圧縮強度の統計的特長，第9回地盤改良シンポジウム論文集，pp. 259-264, 2010.
- 12) 北川源四郎：時系列解析入門，pp. 43-62, 岩波書店，2005.
- 13) 並河努：深層混合処理工法により構築されたセメント改良体強度の自己相関距離，土木学会関西支部年次学術講演会，CD-ROM, 2009.
- 14) Honjo, Y. and Kazumba, S. : Estimation of autocorrelation distance for modeling spatial variability of soil properties by random field theory, *The 47th Geotechnical Engineering Symposium*, JGS, pp. 279-286, 2002.
- 15) 小倉久直：確率過程入門，pp. 93-125, 森北出版，1998.
- 16) 伏見正則：自然科学の統計学，第11章 乱数の性質，pp.307-332, 東京大学出版会，1991.
- 17) Shiomi, T., Shigeno, Y. and Zienkiewicz, O. C. : Numerical prediction for model No.1. Arulanandan & Scott (ed.) *Verifications of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems*, Balkema, pp. 213-219, 1993.
- 18) Namikawa, T. and Mihira, S. : Elasto-plastic model for cement-treated sand, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 31, No. 1, pp. 71-107, 2007.
- 19) Namikawa, T. and Koseki, J. : Experimental determination of softening relations for cement-treated sand, *Soils and Foundations*, Vol. 46, No. 4, pp. 491-504 2006.
- 20) Namikawa, T. and Koseki, J. : Evaluation of tensile strength of cement-treated sand based on several types of laboratory tests, *Soils and Foundations*, Vol. 47, No. 4, pp. 657-674, 2007.
- 21) Namikawa, T., Koseki, K. and Suzuki, Y. : Finite element analysis of a full scale bending test of cement treated soil column, *12th International Conference of the International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics*, pp. 3635-3641, 2008.
- 22) Tatsuoka, F. : Cement-mixed soils in Trans-Tokyo Bay Highway project, *Soils and Foundations*, Vol. 50, No. 6, pp. 785-804, 2010.
- 23) Zaman, M., Khoury, N. and Solanki, P. : Finite-element modeling of cementitiously stabilized beams using smeared fracture approach, *International Journal of Geomechanics*, ASCE, Vol. 9, No. 1, pp. 34-42, 2009.
- 24) Saitoh, S., Suzuki, Y., Nishioka, S. and Okumura, R. : Required strength of cement improved ground, *Grouting and Deep Mixing*, Balkema, pp. 557-562, 1996.
- 25) 本城勇介，鈴木誠：地盤構造物の設計コードと信頼性設計法 2. 信頼性設計法による設計コード開発の概要，土と基礎，Vol. 58, No. 10, pp. 53-60, 2010.

(2012. 3. 16 受付)

EFFECT OF PROBABILITY DISTRIBUTION OF STRENGTH ON UNCONFINED COMPRESSION STRENGTH OF FULL SCALE COLUMN

Tsutomu NAMIKAWA

The strength of soil treated by cement deep mixing is highly variable, even at a single column, due to variability of in-situ soils, variability of mixing effectiveness, and other factors. Therefore the variability of strength has been considered in the design procedures of the improved ground. Normal or lognormal distributions have been adopted for the variability of the strength of the cement-treated soils so far. In several Japanese design procedures, the normal distribution is applied for the probability distribution of the cored-sample strength of the improved ground. However, there is little study in which the effect of the probability distribution of the cored-sample strength on full scale column strength is investigated.

This paper presents the numerical study which investigates the compression behavior of full scale cement-treated column with the strength field following normal and lognormal distributions. Firstly, the goodness of fit for normal and lognormal distributions against the cored-sample strength was evaluated using K-S test and AIC. Secondly, the finite element analysis was conducted to investigate the overall compression behaviors of the columns with the strength field following normal and lognormal distributions. The influence of the probability density function of the cored-sample strength on the overall compression strength was discussed. The numerical results indicated that the normal distribution fits the calculated overall strength of the column with the normal random strength field and the lognormal distribution fits that with the lognormal random strength field.