簡易な地盤構造物信頼性解析法の開発と 浅い基礎の設計問題への適用

本城 勇介¹・大竹 雄²

¹正会員 岐阜大学教授 工学部社会基盤工学科 (〒 501-1193 岐阜県岐阜市柳戸 1-1)

E-mail: honjo@gifu-u.ac.jp

²正会員 新潟大学准教授 大学院 自然科学研究科 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050 番地)

E-mail: y.ohtake@eng.niigata-u.ac.jp

著者らは、これまで構造工学分野で中心的に発展してきた信頼性解析法を、地盤構造物に即したものに変換するとともに、実用的な地盤構造物の信頼性解析法の構築に向けた要素技術の研究を進めてきた。本論文では、これまでの研究を踏まえて、提案する信頼性解析法の全体像と具体的な手順を示している。その上で、直接基礎を例題として、実際の地盤調査データを用いた具体的な試設計を行い、その不確実性の分析から、現行設計法の課題を示すとともに、信頼性解析により得られる情報が、設計者に有効な情報を与えることを示した。

Key Words: reliability analysis, random field, soil spatial variability, shallow foundation, settlement, bearing capacity, local average

1. はじめに

著者らは、構造工学分野で中心的に発展してきた信頼性解析理論を地盤工学に即するものに抜本的に改変するとともに、地盤構造物の簡易信頼性解析法の構築に向けて、個々の要素研究を進めてきた^{1),2),3),4),5),6),7),8),9)}。本研究は、これらの要素研究を総合し、著者らが提案する信頼性解析法の全体像を説明するものである。本論文では、詳細な数式の展開は個々の論文に譲り、全体の流れを重視した説明を試みる。なお、論文後半では、浅い基礎の設計例題に提案する簡易信頼性解析法を適用し、その有効性を示す。

著者らは、この信頼性解析法全体を、本論文での説明の便宜のため、GRASP (Geotechnical Reliability Analysis by a Simplified Procedure) と呼ぶ。

2. 地盤構造物の簡易信頼性解析法:GRASP

(1) GRASP の特徴

a) 空間的バラツキの影響評価と地盤パラメータの統計的推定誤差評価

地盤構造物の信頼性解析を考えたとき、次の2点について、未だに十分に解決されているとは言えない。

- (a) 確率場として記述される地盤の空間的バラツキが、最終的に設計される構造物の性能にどのように影響するかを簡易に評価する方法が確立されていない。本論文では、この問題を「空間的バラツキの影響評価」と呼ぶ。

図-1 直接基礎における局所平均 (Local Average) の概要図

- (b) 限られた位置と数の地盤調査結果から、設計に必要な地盤パラメータの特性を決定する際の推定誤差の定量的評価法が確立されていない。本論文では、この問題を「統計的推定誤差の評価」と呼ぶ。

本城・大竹・加藤 (2012)¹⁾は、地盤パラメータの局所平均値を用いた地盤の空間的バラツキの影響評価法と、この局所平均値の統計的推定誤差評価理論を提案した。

この方法では、空間的バラツキの影響評価は、確率場の局所的な積分値評価の問題であると捉え、土質力学に基づく検討により設定された、地盤パラメータのある体積についての平均値、すなわち局所平均値 (図-1) を用いることにより評価可能であるとした。さらに大竹・本城 (2012)⁴⁾は、このことを検証した。

図-2 GRASPにおける信頼性解析の構成

一方、統計的推定誤差評価の問題は、確率場に基づいた統計理論の展開である。統計学（統計的推測の理論）が、確率論に基礎を置き、正規標本論に代表される基本仮定の上に展開されるのと同様に、この問題は、確率場の理論に基礎を置き、展開される。この方法についても、本城・大竹(2012)⁵⁾によって、その有効性が検証されている。

なお GRASP の統計的推定誤差評価では、一般推定と局所推定を分けて定式化している。前者は、設計地点と調査地点の位置を考慮しないで推定誤差を評価する場合であり、後者は、これを考慮して評価する場合である。

b) 地盤解析と不確実解析の分離

GRASP の信頼性解析の構成を、図-2 に示す。これは『地盤解析』、『不確実性解析』、『信頼性解析』の3つの部分より成る。

地盤解析: 構造物の応答 (y) と基本変数 (x ; 地盤パラメータ、外力、境界条件等) を結ぶ関数関係を構築することが目的であり、設計式 (例えば、支持力公式や弾性沈下計算式) のことである。ここで設計式とは、力学的には支配方程式と当該問題の境界条件と初期条件を含む境界値問題全体のことである。 y と x が、有限要素法等により複雑に結ばれている場合は、この関係を近似する応答曲面を作成する。

不確実性解析: 基本変数 x の不確実性を、定量化 (x を確率分布でモデル化) する作業である。主な不確実性要因としては、空間的ばらつき、統計的推定誤差、変換誤差、モデル化誤差等がある。寸法形状 (層厚等) や境界値条件が不確実性要因に含まれることもある。

信頼性解析: 地盤解析と不確実性解析に基づき、モンテカルロシミュレーション (MCS) により、構造物が限界状態に達する確率 (破壊確率) を求める。

必要に応じて、各不確実性要因の寄与率を推定することにより、当該構造物の設計で支配的な要因を把握する。

GRASP で、地盤解析と不確実性解析を分離したのは、実務者が、不確実性解析の部分に、非常に強い違和感を持っており、これが信頼性解析の普及を遅らせた原因の一つになったという反省による。少なくとも地盤解析の部分では、実務者は従来の知識だけで、かつそれらを十分生かしつつ、入力値と応答値の関係を定めることができる。

信頼性解析の部分で用いる確率論的な道具は、直観的に理解しやすい、MCS のみである。

不確実性解析の部分は、多少の確率・統計の知識と、それに基づくデータ解析技術を前提としなければならない。既往の地盤構造物設計に関する種々の不確実性に関する知識が集約され、容易に利用できることが重要である^{7),8),9)}。

c) 応答曲面法

有限要素法に代表される数値解析を設計に用いる場合の対処として提案された応答曲面 (RS; Response Surface) を用いた信頼性解析 (Honjo (2011)²⁾、大竹・本城 (2012)³⁾) も特徴的な提案である。これは、数値解析を信頼性解析に直接組み込むのではなく、数値解析により、対象構造物の限界状態近傍の挙動を調べ、応答値と入力値の関係を、関数 (RS) で近似するものである。著者らはまた、この応答曲面を作成する作業自身が、設計者が当該構造物の挙動を理解する上で、有用な情報を与えることも指摘している。

なお、応答曲面という言葉は提案したのは Box and Draper (1987)¹⁰⁾ である。彼らは、種々の要因に対する実験結果の内挿法として応答曲面を提案した。従って、この応答曲面では、要因が設定された領域内で、実験結果が一様に正確に内挿されることが前提である。一方我々がここで提案する応答曲面では、設計照査の対象となる応答値が、限界値を超えるか否かのみに関心があるので、その限界値近傍で近似精度の高い応答曲面を得ることにのみ関心がある。

d) その他の特徴

GRASP を、簡易信頼性解析法と呼ぶのは、主に次の3つの理由による。

- 地盤パラメータの空間的なバラツキが、地盤構造物の性能に与える影響を、ある地盤工学的に適切と考えられる地盤の体積についての局所平均値により評価できるという近似を導入している。
- 局所平均の導入により、統計的推定誤差評価の対象も、局所平均値となる。この推定誤差評価にあたり、それぞれの地盤パラメータの分散 (あるいは、変動係数) と自己相関距離は既知とし、局所平均の

平均値の推定誤差のみを、評価の対象としている。
(c) 地盤解析に FEM など複雑な計算方法を導入する場合、基本変数の入力値と、設計で照査の対象となる応答値を、応答曲面と言う近似関数で置き換えることを提案している。

また、著者らは信頼性解析を行う際、各不確実性要因の寄与率を算定することを強く奨励している(寄与率の算定方法は、本章(2)h)を参照のこと)。この寄与率の算定を行うことにより、現行設計法の問題点や、改良すべき点の優先順位が明らかになることが期待される。

(2) GRASP の手順

a) 信頼性解析の定式化

信頼性解析では、その構造物の望ましい状態と望ましくない状態の境界(限界状態)を基準として、それを超過する確率(破壊確率)を算定する。

$$P_f = Prob[g(X) \leq 0] \quad (1)$$

ここで、 X は設計に用いる地盤パラメータ等の基本変数、 $g(X)$ は性能関数であり、多くの場合、抵抗 $R(X)$ と荷重 S の差で定義される。

$$g(X) = R(X) - S(X) \quad (2)$$

ここに、抵抗 $R(X)$ は、設計式や応答曲面、 $S(X)$ は荷重である。

設計計算は一般に、単純化・理想化されたモデルに基づいて計算されたため、設計計算結果 $RS(X)$ には誤差が生じる。これが**モデル化誤差** δ_{ME} である。

さらに、地盤構造物の設計では、設計に用いる地盤パラメータが直接得られている場合は少なく、サウンディング等で別な地盤パラメータ Z (N 値等)を計測し、 Z から X に変換する場合が多い。この変換に用いられる変換式 $X(Z)$ は、一般的に回帰分析に基づく経験式が採用され、この変換に含まれる誤差が、**変換誤差** δ_T である。

以上の不確実性要因を考慮して、式(2)に示した性能関数を書き直すと、次式ようになる。

$$g(X) = R\left(X(\hat{Z}_V) \cdot \delta_T\right) \cdot \delta_{ME} - S(X) \quad (3)$$

ここで、 $\hat{Z}_V$ は、地盤パラメータの局所平均(Local Average)の推定値で、地盤パラメータの**空間的バラツキ**と**統計的推定誤差**が含まれている。

図-3 は、地盤構造物の信頼性解析全体の流れと、ここで示した不確実性の関連を示した図である。ここでは、浅い基礎の終局限界照査の例が示されている。

なお、これらの不確実性を偶然による不確実性(aleatory uncertainty)と知識不足による不確実性(epistemic uncertainty)の範疇に分けて考えてみると、そのほとんどが「知識不足による不確実性」と位置付けられる¹¹⁾。

図-3 信頼性解析の流れと考慮すべき不確実性

b) 確率場による地盤のモデリング

地盤パラメータは、本来それぞれの位置で決定値を持ち、既に存在しているが、調査により全てを把握することはできないので、その「知識の不足から来る不確実性」を定量化するために、確率場(Random field)として、単純化・理想化してモデル化する。

対象とする土層は、地質学的にみて均質であり、地盤パラメータの値は、トレンド成分とランダム成分の和として表されるとし、ランダム成分は(弱)定常確率場でモデル化する。これらの事項は既に本城・大竹・加藤(2012)¹⁾等で、詳細に数式により表現されている。

定常確率場としてモデル化されるランダム成分は、平均0、分散を σ_Z^2 、自己相関関数を $\rho_Z(\Delta x|\theta)$ 、自己相関距離 θ とする。

なお、以降の手順では以下の仮定を設ける。

- ランダム成分の分散 σ_Z^2 と自己相関関数は既知とする。さらにこの論文では、自己相関関数は、自己相関距離 θ の指数関数型であると仮定する。(関数形の仮定は便宜的なものである。実際のデータからの同定では、データ数が限られており、関数形の同定も困難な場合が多い。)
- 多次元確率場の自己相関関数は、分離可能(積で表せる)であると仮定する。この仮定により、多次元の場合も、以下に1次元で展開する理論を、容易に拡張できる^{12),13)}。

c) 局所平均の範囲 V の設定

GRASP では、地盤パラメータの空間的バラツキの影響は、その構造物の性能に影響を与えるある地盤の範囲(局所平均, Local Average, 図-1)の不確実性を評価すれば近似的に評価可能であるとの立場をとっている。これを早くから指摘し、その解析方法を提案したのが Vanmarcke (1977¹²⁾, 1983¹³⁾) であり、本解析手法は、この考え方に基礎を置く。

簡便のため、1次元確率場で考えると、座標 x を中心とする、長さ V についての局所平均は、次式により求められる：

$$Z_V(x) = \frac{1}{V} \int_{x-\frac{V}{2}}^{x+\frac{V}{2}} Z(u) du \quad (4)$$

Vanmarcke は、このような局所平均の分散を評価する分散関数 $\Gamma^2(V/\theta)$ を、局所平均の範囲 V と自己相関距離 θ の比 V/θ の関数として導いた。

$$\sigma_{Z_V}^2 = E\left[(Z_V(x) - \mu_Z)^2\right] = \sigma_Z^2 \Gamma^2(V/\theta) \quad (5)$$

$\Gamma^2(V/\theta)$ は、仮定される自己相関関数の関数形に応じて、解析的に求められる。

適当な範囲 V を定め、その局所平均 $Z_V(x)$ の平均と分散 $\sigma_{Z_V}^2$ を求め、これに基づいて信頼性解析を行えば、空間的バラツキの影響を、適切に評価することができると考えられる。ただし、Vanmarcke は、局所平均の概念について述べているが、その具体的な範囲の設定方法については、何も述べていない。

これに対して大竹・本城 (2012)^{4),6)} は、Fenton and Griffiths (2008)¹⁴⁾ による確率場の生成に基づく有限要素法の MCS と、この近似解法の比較から、局所平均をとるべき範囲について考察した。その結果、局所平均を取るべき範囲は、地盤のバラツキの特性（バラツキの大きさや自己相関距離）によらず、考察の対象となっている力学的なメカニズムと、構造物の規模で決定されることを示した。具体的な設定の考え方は以下の通りとなる。

- (a) **弾性変形問題**: 地盤に載荷される荷重度 q_0 と地盤の応力増分 σ の比 $\sigma/q_0 \geq 0.1$ の範囲の局所平均により地盤パラメータの空間的バラツキが構造物の変位に与える影響を評価できる。
- (b) **弾塑性問題**: 支持力や受働土圧の古典的土質力学に基づいてすべり線の範囲を考え、その範囲の局所平均により地盤パラメータの空間的バラツキが構造物の支持力に与える影響を評価できる。

d) 空間的バラツキと統計的推定誤差の評価

本城・大竹・加藤 (2012)¹⁾ の理論に基づいて、空間的バラツキと統計的推定誤差の評価を行う。ここでは概要のみを述べる。式等の詳細は、同論文を参照されたい。

1次元確率場で、厚さ L の土層から、等間隔で n 個採取された観測値の重み付き平均から、局所平均 $Z_V(x_{est})$ を推定する問題を考える。なお、 x_{est} は、推定しようとする局所平均の重心の座標であり、 $\mathbf{x}_{obs} = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)^T$ は、 n 個の等間隔 ($\Delta x = L/n$) の観測点位置座標ベクトルである。またこの側線長 (L) の中心座標を x_{obs} で表す。

重み付き平均は、次のように定義される。

$$\hat{Z}_V(x_{est}) = \sum_{i=1}^n \nu_i Z(x_i) \quad (6)$$

ここに、 ν_i は、各観測値の重みであり、推定量の不偏性を満たすために、 $\sum_{i=1}^n \nu_i = 1.0$ とする。なお、自己相関距離 θ によって正規化された側線長 $L_N = L/\theta$ を、正規化側線長と呼ぶ。等間隔にサンプルを取るの、提案されている理論の使い勝手を良くするための便宜的な設定であり、任意地点でサンプルが得られている場合に容易に拡張できる。

局所平均の推定分散 σ_V^2 は、次式により評価できる。

$$\sigma_V^2 = \sigma_Z^2 \left\{ \Gamma^2(V/\theta) + \Lambda^2(n, L_N, \nu) - 2 \sum_{i=1}^n \nu_i \gamma_V(Z_V(x_{est}), Z(x_i)) \right\} \quad (7)$$

式 (7) の各項は、次のように解釈できる。

- (a) 第1項 $\Gamma^2(V/\theta)$ は、式 (5) で定義した Vanmarcke (1977) の分散関数であり、局所平均を取ることに伴う分散の低減を表す。
- (b) 第2項は、観測による母平均 μ_Z の推定分散を表しており、平均推定分散関数 Λ^2 を導入して記述する。この関数は、各観測値の重み ν_i 、観測数 n 及び正規化側線長 L_N の関数である。
- (c) 第3項は、観測点が推定点に近いとき、観測情報が増えることによる推定分散の低減を表す。この項は、 $Z_V(x_{est})$ と $Z_V(x_i)$ の相関係数 γ_V を導入して、記述される。この相関係数は、 x_{est} と x_i の距離から計算できる。

これらの解釈から理解されるように、式 (7) の第1項は「空間的なバラツキ」の効果を表し、第2項と第3項の合計値が「統計的推定誤差」を表している。さらに自己相関関数が分離可能であれば、容易に多次元に拡張できる。

式 (7) を計算するとき、定まっていないのは、各観測値に与える重み ν_i である。これに対して、地盤構造物の設計の状況に応じて、次の**一般推定**と**局所推定**を区別して重みの設定方法を考えている。

(a) 一般推定の場合

一般推定とは、設計位置と地盤調査の位置を特定しない推定の問題である。つまり、いずれの観測地点の情報の価値も同じであると考えられる問題であり、観測情報に与える重みはすべて等しい ($\nu_i = 1/n$) と仮定される。そして、設計位置の推定値 $Z_V(x_{est})$ と調査結果 $Z(x_i)$ は無相関であると仮定するため、確率場の母平均の推定問題に帰着する。(すなわち、式 (7) の第3項はゼロとなる。)

一般推定の場合の局所平均の推定分散 σ_{VG}^2 は、以

下のように記述される.

$$\sigma_{VG}^2 = \sigma_Z^2 (\Gamma^2(V/\theta) + \Lambda_G^2(n, L_N, \nu)) \quad (8)$$

ここで, Λ_G^2 は, 一般推定分散関数である;

$$\Lambda_G^2(n, L_N, \nu) = \Lambda^2(n, L_N, \nu) \quad (9)$$

(b) 局所推定の場合

局所推定とは, 設計地点と地盤調査地点を特定する推定問題である. つまり, その設計地点における確率場の実現値を推定する問題である. これは, 設計地点と地盤調査地点の相対距離に応じた相関を考慮して, 各観測値に与える重み $\nu = (\nu_1, \dots, \nu_n)$ を決定することを意味する. この重みは, 局所平均の推定問題なので, Block Kriging により求める(詳細は, 本城・大竹・加藤(2012)¹⁾を参照のこと). 局所推定の場合の局所平均の推定分散 σ_{LG}^2 は, 以下のように記述される.

$$\sigma_{VL}^2 = \sigma_Z^2 (\Gamma^2(V/\theta) + \Lambda_L^2(x_{est}, V, n, x_{obs}, L_N, \nu)) \quad (10)$$

ここで, Λ_L^2 は, 局所推定分散関数である;

$$\begin{aligned} \Lambda_L^2(x_{est}, V, n, x_{obs}, L, \theta, \nu) \\ = \Lambda^2(n, L_N, \nu) - 2 \sum_{i=1}^n \nu_i \gamma_V(Z_V(x_{est}), Z(x_i)) \end{aligned} \quad (11)$$

これらの関数は, R 言語で書かれた 20 行に満たないコンパクトなプログラムで計算可能である.

e) 変換誤差 δ_T

地盤構造物設計に用いる変換式は, 一般に過去の試験データに基づく回帰式である場合が多く, その回帰精度に着目して定量化することができる. 従って, 設計に用いる変換式を導出した際の文献から比較的容易にモデル化することができる.

地盤のせん断強度では, SPT-N と内部摩擦角 ϕ (度)の変換式に関して福井他(2002)¹⁵⁾, STP-N, CPT-qc と粘着力 c (kN/m²)の変換式に関して Ching et al.(2010)¹⁶⁾で定量化されている. また, 地盤の変形係数 E (kN/m²)に関しては, SPT-N との関係について中谷ら(2009)^{17),18)}, CPT-qc との関係について NCHRP2007³²⁾で検討されている. 岩盤の地盤パラメータに関しては, せん断強度, 変形係数ともに, NEXCO の設計要領第 2 集¹⁹⁾に詳しい.

また, Kulhawy and Mayne(1990)²⁰⁾は, 世界各国で使われている多数の変換式を包括的に整理している. 変換誤差を議論する上で有用な文献である. さらに, 大竹(2012)⁷⁾, 大竹・本城(2013)⁸⁾は, 国内で主に使われている変換誤差について包括的に整理し, 定量比較を行っている.

f) モデル化誤差 δ_{ME} の定量化

モデル化誤差についても, 多くの優れた研究があり, これらの成果を活用すれば有意な信頼性解析を行うことができる.

例えば, 道路橋示方書²¹⁾の浅い基礎や杭基礎に関する様々な設計計算式については, 岡原ら(1991)^{22),23),24)}, 中谷ら(2009)^{17),18)}, Kohno et al.(2000)²⁵⁾, Shirato et al.(2009)²⁶⁾により継続的に研究がなされてきた. これらの研究は, 道路橋示方書の設計式に基づいて信頼性設計を行う上で不可欠な情報である. アメリカの AASHTO 関連では, 杭基礎に関しては Paikowsky(2004)²⁸⁾が, 浅い基礎に関しては Paikowsky et al.(2010)²⁷⁾が有用である.

さらに, 大竹(2012)⁷⁾, 大竹・本城(2013)⁹⁾は, 国内で主に使われている設計式のモデル化誤差について包括的に整理して, 定量比較を行っている.

なお, 設計で使用されている設計式の中には, モデル化誤差を勘案して, 意図的に安全側に設定されているものもある. このような場合も, 信頼性解析ではそのような式は偏差(バイアス)を持つとして取り扱う. あくまでも, できる限り実験や破壊例等の事実を基に, モデル化誤差を評価する立場である.

g) 信頼性解析(MCS)

GRASP の信頼性解析では, 定量化された各基本変数の確率分布に基づき, 単純なモンテカルロシミュレーション(MCS)により, 直接破壊確率を求める方法を基本としている.

また, 信頼性解析には荷重 S の不確実性の定量化も必要である. ただし, 本論文では, 主として地盤抵抗の不確実性の取扱いを論じ, 荷重 L については, 後述するように, 常時と地震の 2 ケースを対象に簡易なモデル化に留める.

h) 各不確実性の寄与率分析

定量化した各不確実性が設計結果(破壊確率; P_f)に与える寄与率が分かれば, 設計を改善するための具体的な対応策を考える上で, 重要な情報となる.

寄与率は, 抵抗値と外力値の差である安全性余裕の全分散値に対する, 個々の抵抗値や外力値の分散の割合として定義される. これは FORM の設計値法における感度係数 α_i と同じものである.

今, 性能関数を次式のように仮定する.

$$M = \sum R_i - \sum S_i \quad (12)$$

この場合, 寄与率(=感度係数の二乗, α_i^2)を, 次のように計算できる. ただし, $\bar{R}$ と $\bar{S}$ は, それぞれ各抵抗

値と各外力値の平均の合計値である.

$$\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2}} = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma^2}} \quad (13)$$

$$\beta_{-i} = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \dots + \sigma_{i-1}^2 + \sigma_{i+1}^2 + \dots + \sigma_n^2}} \quad (14)$$

以上のように計算された信頼性指標を用いて、寄与率を次のように計算できる：

$$\alpha_i^2 = \frac{\sigma_i^2}{\sigma^2} = 1 - \frac{\beta^2}{\beta_{-i}^2} \quad (15)$$

ここで、 σ^2 ：全体の分散、 σ_i^2 ： i なる抵抗値または外力値の分散、 β ：全体の信頼性指標、 β_{-i} ： i 項の不確実性を除いた場合の信頼性指標であり、第 i 項の不確実性を除いたMCSにより、容易に計算できる。

この性能関数は、各不確実性の線形和で計算できるという仮定に基づいている。現実の地盤構造物の設計では、基本変数の線形和で表せることは少なく、ここで計算される寄与率の精度は必ずしも高くはない。しかしながら、現行設計の課題考察や追加調査、設計法の改善などを考えるための情報としては、十分意味があると考えられる。

3. GRASP による浅い基礎の信頼性解析

(1) 浅い基礎の設計照査

本論文では、GRASPを2つの浅い基礎の設計事例に適用する。検討に先立ち、適用する設計計算法の概要を示す。照査は、事例1については終局限界状態と使用限界状態を対象に、事例2については、地震時の終局限界状態について行う。なお、事例1の使用限界状態の事例では、有限要素法解析に基づく応答曲面を用いた信頼性解析の例を示した。

a) 終局限界（安定）照査方法

2002年版の道路橋示方書²¹⁾における直接基礎の安定照査法を用いる：

$$Q_u = A_e \left\{ \alpha \kappa c N_c S_c + \kappa q N_q S_q + \frac{1}{2} \gamma \beta B_e N_\gamma S_\gamma \right\} \quad (16)$$

ここで、 Q_u ：地盤の極限支持力度 (kN/m²)、 A_e ：有効載荷面積 (m²)、 c ：地盤の粘着力 (kN/m²)、 q ：上載荷重 (kN/m²)、 γ ：単位体積重量 (kN/m³)、 B ：基礎幅 (m)、 N_c 、 N_q 、 N_γ ：支持力係数、 S_c 、 S_q 、 S_γ ：支持力係数の寸法効果に関する補正係数、 α 、 β ：基礎の形状係数である。なお、支持力係数、寸法効果、根入れ効果に関する補正係数は、以下の通りである。

$$N_q = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) e^{\pi \tan \phi} \quad (17)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi, N_\gamma \simeq (N_q - 1) \tan(1.4\phi)$$

ここで、 ϕ ：内部摩擦角 (度)。

荷重傾斜の効果については、 θ を荷重の傾斜角 ($\tan \theta = H/V$ 、 H ：基礎に作用する水平力、 V ：基礎

に作用する鉛直力) とすると、傾斜角に応じた支持力係数の値が道路橋示方書に図により与えられる。

寸法効果に関する補正については、以下の通りである。

$$S_c = (c^*)^\lambda, S_q = (q^*)^\nu, S_\gamma = (B)^\mu \quad (18)$$

であり、 $c^* = c/10$ 、 $q^* = q/10$ 、 $\lambda = \nu = \mu = -1/3$ である。

$$\kappa = 1 + 0.3 D_f' / B_e \quad (19)$$

ここで、 κ ：根入れ効果に対する割増し係数、 B_e ：荷重の偏心を考慮した基礎の有効載荷幅 (m)、 D_f' ：良質な地盤への根入れした深さ (m) である。

なお、この照査法に関するモデル化誤差は、Kohno et al. (2009)²⁵⁾により定量化されている。この文献では、計算された支持力と、平板載荷試験の結果を比較した既往の研究成果を整理して、この支持力公式のモデル化誤差の推奨値として、 $bias = 0.80$ 、 $COV = 0.30$ を示している。ここに $bias$ は、(真値)/(設計計算式の計算値の平均値) であり、 COV は変動係数である。本論文では、この値をモデル化誤差として用い、信頼性解析を行う。

b) 使用限界（沈下）照査方法

事例1で照査の対象となる浅い基礎の沈下は、地盤を弾性体と仮定し、弾性解より計算する。

ここでは、応答曲面を用いた信頼性解析の事例を示すという目的で、3次元有限要素法により計算される解により、応答曲面を作成することにする。なおこのとき、地盤の弾性係数が適切に求められれば、弾性計算にはモデル化誤差はないと仮定する。

作成される応答曲面は、3次元有限要素法の計算結果の内挿近似式であり、誤差を含む。従って、これをモデル化誤差と考えることもできる。しかしここで示す事例では、後述するように、近似の精度は極めて高く、この誤差は考慮しなかった。

(2) 事例1：砂質土地盤上の浅い基礎

a) 問題設定

国際地盤工学会欧州地域の技術委員会 ETC10 「Eurocode 7 の適用」²⁹⁾が、ユーロコードの開発のために設定した浅い基礎設計の例題である。この例題では、岩盤上の層厚 8m の密で均質な融氷流水堆積砂層 (glacial outwash sand layer) 上に、根入れ 1.0m の正方形 (初期の仮定寸法：2.2m × 2.2m) の浅い基礎を設計することが課題である (図-4)。基礎は、使用限界の観点から沈下量が 25mm 以下に制限され、終局限界として十分な支持力を有している事が要求されている。

基礎は鉛直方向に、固定荷重 (特性値 (G_k) は 1000(kN)) 及び変動荷重 (特性値 (Q_k) は、750(kN)) を受け、常時鉛直方向にのみ荷重が作用している条件である。

図-4 事例1の対象構造物の平面及び断面図

 図-5 CPT- q_c 値 (MPa) のトレンド関数と残差

この例題では、図-4に示すとおり、基礎建設地点から15m以内に、4本のコーン貫入試験(CPT)が実施され、それぞれ8(m)の砂層で0.1(m)間隔に、貫入抵抗値 q_c 値(MPa)が与えられている。

b) 確率場による地盤のモデリング

計測された4地点における q_c 値(MPa)は、図-5に示されている。分散一定で、深度方向に q_c 値が線形に増加する傾向があり、トレンド関数は、深度 D (m)の1次関数を当てはめた。ランダム成分である残差の平均は0、標準偏差は2.28(MPa)であり、正規分布に当てはまっていると判断される(図-6)。

次に、自己相関構造を推定するために、残差(ランダム成分)の相対距離(lag distance)と計算される相

図-6 残差のヒストグラムと正規分布への当てはまり(Q-Qプロット)

表-1 地盤のモデリング結果

Trend	μ_{q_c}	$q_c = 10.5 + 1.7D$ MPa
Random	$\sigma_{q_c} (COV_{q_c})$	2.28(0.10) MPa
	$\theta_z = 0.30m$	$\theta_x = 5.0m$

* COV_{q_c} : at 4m depth

関係数との関係を分析した(図-7)。図-7(a)の鉛直方向に着目すると、4本のCPT毎に多少の違いはあるが、指数関数型の自己相関関数を当てはめると、0.3(m)程度の自己相関距離 θ_z が得られた。

図-7(b)の水平方向については、最小調査間隔12mもほぼ無相関となった。氷河性の堆積土は、沖積世の堆積土に比べて、水平方向の自己相関距離は短いことが考えられ、本論文では5mと仮定して以後の計算を行う。(筆者らの経験によれば、自己相関距離のオーダーを誤らなければ、その結果への影響は大きくはない。この場合12mでは無相関と言う結果を重視した。)なお、いずれのケースもデータの当てはまりを、図上での目視により決定した。

c) 局所平均の範囲 V の設定

大竹・本城(2012)⁴⁾の考え方に基づいて V を設定した。終局限界(安定)照査の場合は、Prandtl型のすべり線の範囲を想定すれば良い。後述する q_c と内部摩擦角 ϕ との変換式によれば、当該現場の基礎地盤の平均的な ϕ は43度である。この内部摩擦角に応じたすべり線を仮定すると、水平方向の範囲 $V_x = 5.2B = 12.1m$ 、鉛直方向の範囲 $V_z = 2.6B = 5.7m$ と計算される。ここで、 B は浅い基礎の基礎幅で2.2mである。

次に、使用限界(沈下)照査の場合は、地盤の増加応力が載荷される荷重(応力)の0.1倍の範囲を対象とすれば良く、大竹と本城(2012)⁴⁾が準備した図表を用いると、正方形基礎の場合に $V_x = 2B = 4.4m$ 、 $V_z = 1.8B = 4.0m$ が得られる。

図-7 残差（ランダム成分）の自己相関分析

d) 空間的バラツキと統計的推定誤差の評価

図-8は、先に設定した局所平均の範囲に基づいて計算された、局所推定の場合の統計的推定誤差を示す。局所推定分散関数 Λ_L^2 の、空間分布のコンター図である。この図は、4つのCPT試験の位置を固定し、 $B=2.2\text{m}$ 幅の正方形基礎の設計地点を、その中心位置の座標で表記して、図で示した範囲を動かしたときの Λ_L^2 の変化を示したものである。図-8(a)が終局限界照査の場合を、(b)が使用限界照査の場合を示している。調査地点と設計地点との位置関係によって、統計的推定誤差は変化しており、調査地点に近いほど統計的推定誤差が小さくなる。

図-9は、図-8のA-A'断面における空間的バラツキの低減を示す分散関数 Γ^2 と、一般推定分散関数 Λ_G^2 、および局所推定分散関数 Λ_L^2 の空間分布を示した図である。 Γ^2 と一般推定分散関数 Λ_G^2 は、いずれの地点においても同じ値を示す。さらに、局所推定分散関数 Λ_L^2 は、地盤調査地点から十分に離れた位置では、一般推定分散関数 Λ_G^2 とほぼ同じ値を示す。

終局限界照査と使用限界照査で計算された値が異なるのは、局所平均の範囲の違いによるものである。局所平均の範囲が大きい(a)では、空間的バラツキの低減が大きい。局所平均の範囲が小さい(b)では、空間的バラツキの低減が小さく、また、統計的推定誤差の位置による変化が激しくなる。

基礎を所与の中央部に建設する場合の、それぞれの値を表-2に示した。

CPT q_c の計測値のランダム成分の分散 σ_{qc} は、2.28

 図-8 基礎設計地点を動かした場合の局所推定分散関数 Λ_L^2 の空間分布

(MPa)であり、図-9にあるように、設計地点で計算された分散関数 Γ^2 は0.03、局所推定分散関数 Λ_L^2 は0.01であるから、両者を考慮した局所平均の標準偏差は以下のように計算される。

$$\sigma_{VL} = \sigma_{qc} \sqrt{\Gamma^2 + \Lambda_L^2} = 2.28 \times \sqrt{0.03 + 0.01} = 0.46$$

ここで、空間的バラツキの効果のみを考慮すると $\sigma_{VL} = 0.39$ (MPa)、統計的推定誤差の効果のみを考慮すると $\sigma_{VL} = 0.23$ (MPa)となる。両者ともに、計測値のランダム成分の標準偏差 $\sigma_{qc} = 2.28$ (MPa)に比べて大きく低減されている。空間的バラツキの効果は、土木構造物の規模の大きさを考えると、ここで示されているように一般に大きく低減される場合が多い。また、このケースでは、近距離に4箇所の調査がなされており、局所平均値の推定精度は非常に高いことを示している。

e) 信頼性解析

終局限界照査

各基本変数の不確実性は、表-2に整理され、性能関数 $g(q_c)$ は、以下のように記述できる。

$$g(q_c, \delta_{T\phi}, \delta_{ME}, G, Q) = Q_u \left\{ \phi(\hat{q}_{cV}) \cdot \delta_{T\phi} \right\} \cdot \delta_{ME} - (G + Q) \quad (20)$$

ここで、 $g(\cdot)$: 性能関数、 Q_u : 基礎の極限支持力公式、 $\phi(q_c)$: CPT q_c 値を、内部摩擦角 ϕ に変換する変換式、

図-9 基礎設計地点を動かした場合の空間的バラツキ (spa) と統計的推定誤差 (sta) 評価結果

$\hat{q}_{cV}$: CPT q_c 値の局所平均の推定値, $\delta_{T\phi}$: 下記に示す CPT- q_c 値から内部摩擦角 ϕ への変換誤差, δ_{ME} : 支持力公式のモデル誤差, G : 死荷重, Q : 活荷重である。

砂質土地盤の極限支持力は ϕ により推定されるので, q_c を ϕ に変換した。変換式として Kulhawy and Mayne (1990)²⁰⁾ に示されている式を用いた。この推定式の精度は、同文献によれば、変換誤差の $bias=1.0$, $COV=0.07$ である。

表-2 より、定量化された不確実性を、 COV に着目して相対的に比較する。地盤パラメータの不確実性（空間的バラツキと統計的推定誤差）については、前述の通り大きく低減され、他変数と比べて非常に小さいことが分かる。同様に、変換誤差 δ_ϕ も小さい。

設計モデル化誤差 δ_{ME} は、 $COV=0.30$ であり、当該設計の基本変数の中で最も大きな不確実性を有している。

荷重の不確実性は、固定荷重は特性値に対して、 $bias=1.0$, $COV=0.10$ の正規分布、変動荷重のそれは、 $bias=0.6$, $COV=0.21$ のガンブル分布として設定した。これは、Eurocodes の信頼性解析を活発に行っている、Holicky 他³⁰⁾ の論文に基づき設定した値である。

図-10 は、A-A' 断面を対象として、この断面に沿って 1m おきに基礎の中心位置を変化させ、信頼性解析を実施した場合の、信頼性指標 β と各不確実性要因の寄

表-2 信頼性解析で考慮する基本変数とその不確実性（終局状態）

Symbol	σ	$bias$	COV	Dist.
$\sigma_{qc}\Gamma$	0.39(MPa)	1.0	0.02	normal
$\sigma_{qc}\Lambda_G$	0.32(MPa)	1.0	0.01	normal
$\sigma_{qc}\sqrt{\Gamma^2 + \Lambda_G^2}$	0.51(MPa)	1.0	0.02	normal
$\sigma_{qc}\Lambda_L$	0.23(MPa)	1.0	0.01	normal
$\sigma_{qc}\sqrt{\Gamma^2 + \Lambda_L^2}$	0.46(MPa)	1.0	0.02	normal
$\delta_{T\phi}$	2.8(degree)	1.0	0.07	normal
δ_{ME}	—	0.85	0.30	lognormal
$L(\text{fix})$	$G_k=1000(\text{kN})$	1.0	0.10	normal
$L(\text{variable})$	$Q_k=750(\text{kN})$	0.6	0.21	Gumbel

図-10 事例 1 の終局限界状態の信頼性解析結果 (A-A' 断面)

与率を示している。なお β は、MCS により求めた破壊確率 P_f より、標準正規分布の逆変換を用いて求めた。

図-10 より、変換誤差 TRANS とモデル化誤差 MODEL の効果が支配的であり、概ね 50% ずつである。一方、他の不確実性要因（空間的バラツキ SPA、統計的推定誤差 STA、荷重 L ）の寄与率は、非常に小さい。従って、地盤調査地点と設計地点の相対的位置関係により変化する統計的推定誤差の効果は設計結果に寄与せず、いずれの地点においても同じ結果となる。

また、ここで、変換誤差の寄与が大きいことに注意が必要である。変換誤差は $COV=0.07$ であり、比較的小さい不確実性であるが、設計結果へ与える影響は大きい。これは支持力公式の特性のため、 ϕ の少しの変化が、極限支持力に与える影響が非常に大きいためである。

信頼性解析から得られたこの寄与率は、設計を改善するための有効な情報になる。例えばこの例題では、これ以上 CPT 調査を追加しても信頼性は向上しないこと

表-3 3-D 有限要素法解析結果

Width B (m)	4	3	2	1	0.5
Settlement(mm)	4.24	6.51	9.32	16.13	24.59

が分かる。照査方法自体を変更（モデル化誤差を低減）するか，調査方法を変更（変換誤差を低減）することが考えられる。前者の低減であれば，例えば平板載荷試験の実施，後者の低減であれば，例えば三軸圧縮試験を実施して直接 ϕ を計測することが考えられる。

得られた信頼性指標は $\beta=3.5(P_f=2.3 \times 10^{-4})$ である。もし目標信頼性指標が $\beta_T=3.8(P_f=7.23 \times 10^{-5})$ であれば，必要な基礎幅 B は，2.4m と計算される。

使用限界照査

沈下量は，地盤を弾性体と仮定し，3次元有限要素法解析（解析プログラム:3D PLAXIS）により，正方形基礎の幅を 4, 3, 2, 1 及び 0.5(m) に変化させ，下記のように，CPT 試験結果から求められるヤング率の平均値を用いて，荷重の特性値による沈下量を計算した。これは，正方形基礎の3次元効果，8(m) の砂層厚とその下の岩盤（剛体）による境界条件を考慮した沈下量である。結果は，表-3 に示すとおりである。

回帰分析により基礎幅 B と沈下量 s の関係を求めると，次式のようになった。

$$s(B) = 17.0 - 9.73 \log B \quad (21)$$

この場合の決定係数 R^2 は 0.989 であり，ほぼ完全なデータへの当てはまりを示した。弾性体の性質上，形状や境界条件が変化しなければ，沈下量はヤング率が半分になると二倍，二倍になると半分という関係がある（このことは実際 PLAXIS 3D の計算で確認した）。これを式で表現すると，次式となる。

$$s(B, I_E) = \frac{(17.0 - 9.73 \log B)}{I_E} \quad (22)$$

ここに I_E は，正規化されたヤング率であり，1.0 のとき後述する平均値（式 (24)）であるとする。式 (22) に示す応答曲面を図化すると，図-11 のようになる。

式 (22) で定義したヤング率の変換誤差 δ_E ，また固定荷重と変動荷重の不確実性を表す確率変数を δ_G 及び δ_Q ，とすると，最終的に応答曲面は，次のように表現される。

$$\begin{aligned} s(B, I_E, \delta_E, \delta_G, \delta_Q) &= \frac{(17.0 - 9.73 \log B)}{I_E \cdot \delta_E} \frac{(\gamma D_f B^2 + G_k \delta_G + Q_k \delta_Q)}{(\gamma D_f B^2 + G_k + Q_k)} \\ &= \frac{(17.0 - 9.73 \log B)}{I_E \cdot \delta_E} \frac{(20B^2 + 1000\delta_G + 750\delta_Q)}{(20B^2 + 1750)} \end{aligned} \quad (23)$$

ヤング率は，CPT q_c 値からの経験的な変換式で求める。ここに採用した変換式は，NCHRP (2007)³²⁾ で提

図-11 基礎の沈下に関する応答曲面

表-4 例題1の使用限界の信頼性解析で考慮する基本変数と不確実性

Symbol	σ	bias	COV	Dist.
$\sigma_{qc}\Gamma$	0.60(MPa)	1.0	0.03	normal
$\sigma_{qc}\Lambda_G$	0.34(MPa)	1.0	0.01	normal
$\sigma_{qc}\sqrt{\Gamma^2 + \Lambda_G^2}$	0.69(MPa)	1.0	0.03	normal
$\sigma_{qc}\Lambda_L$	0.28(MPa)	1.0	0.01	normal
$\sigma_{qc}\sqrt{\Gamma^2 + \Lambda_L^2}$	0.66(MPa)	1.0	0.03	normal
δ_E	—	1.14	0.94	lognormal
δ_G	$G_k=1000(\text{kN})$	1.0	0.10	normal
δ_Q	$Q_k=750(\text{kN})$	0.6	0.21	Gumbel

案されているものである。この式を， $q_c = 10.5 + 1.7D$ と言うトレンド成分の式を用いて，本事例の場合に当て嵌めると，ヤング率 E' のトレンド成分は，次式で与えられる³¹⁾：

$$E' = 47.4 + 7.38z(\text{MPa}) \quad (24)$$

先の3次元有限要素法解析では，式 (24) に示したヤング率が計算に採用されている。正規化されたヤング率 I_E は，この式で求められるヤング率が与えられるとき 1.0 であり， I_E は，空間的バラツキと統計的推定誤差に応じて変化する，確率変数である。

さらに著者らは，これを計測データに遡って統計解析し，この変換に伴う誤差 δ_E の平均と標準偏差は，それぞれ 1.14 と 0.94 と計算された。さらに δ_E は，対数正規分布に良く当てはまることが，示されている³¹⁾。ここでもこの結果を用いる。

信頼性解析は，式 (23) に得られた応答曲面を基に，表-4 に示した基本変数の性質を用いて，MCS により行われた。

図-12 事例1の使用限界状態の信頼性解析結果

それぞれのケースについて10000回のMCSの結果に基づき、破壊確率を推定した。(信頼性解析では、習慣的に限界状態を超える確率を破壊確率と呼ぶ。)ここで示したように応答曲面を用いると、その関数は例えば3次元の有限要素法解析を繰り返すよりはるかに簡単で、実質的にMCSの試行回数に制限は無いに等しい。計算される破壊確率が十分安定するまでMCSを実施すればよい。効率化されているが、複雑なアルゴリズムを駆使するMCS技法を用いるよりも、地盤工学の知識で実務者が処理できる応答曲面を作成し、単純なMCSにより破壊確率を計算する方が信頼性の高い解が得られると、筆者らは考えている。

図-12は、信頼性解析結果を終局限界照査の場合と、同様に整理した図である。基礎幅2.2mの場合の信頼性指標 $\beta=1.0$ ($P_f=0.159$)が計算された。

ここで、各不確実性要因の寄与率に着目すると、変換誤差TRANSの効果が支配的であり80%の寄与率となり、次いで空間的バラツキと統計的推定誤差の効果が大きく20%である。変換誤差TRANSの寄与が極めて大きく、この不確実性が照査のボトルネックになっている。CPT q_c 値は、地盤を破壊することにより得られる計測値であり、地盤の変形を問題にする場合は、変形に関する地盤パラメータを直接計測するような調査法が望ましいと考えられる。

(3) 事例2：泥岩上の浅い基礎

a) 問題設定

図-13に示す、表層を緩い砂層(Ls)で覆われた泥岩(mu)上に設置された橋台の直接基礎の例題である。橋台は斜面中に位置し、このため背面土圧の影響により、基礎には常時偏心荷重が作用している。橋台は、2つの

図-13 事例2の設計対象橋台の状況図

表-5 空間的ばらつきのモデル化のまとめ

Trend	μ_N	$N = 76.5 + 9.1D$
Random	$\sigma_N(COV_N)$	19.44(0.20)
	$\theta_z=0.50m,$	$\theta_x=11.0m$

* COV_N : at center depth

標準貫入試験(SPT-N)調査地点の中間地点に位置し、それらの調査間隔は22mである。道路橋示方書²¹⁾に基づいた地震時照査で、 $9.4m \times 9.4m$ の正方形の形状に設計されている。

b) 空間的ばらつきのモデル化

図-14(a)は、現場で計測されたN値の深度分布図を示している。この深度とは、橋台が設置されている泥岩muの層上面からの距離を表している。N値は、分散一定で深度方向にトレンドが線形に増加する傾向がある。トレンド関数は、深度D(m)の1次関数を当てはめた：

図-14(b)は、N値の計測値からこのトレンド成分を差し引いた、残差(ランダム成分)の深度分布を示している。2本の残差の変動傾向が類似しており、水平方向の相関の高さが読み取れる。さらに、図-15(a)には残差のヒストグラムを、(b)には、正規分布への当てはまりをみるために、Q-Qプロットを示した。これらの図より、残差の平均は0.0、標準偏差は19.44で正規分布に概ね当てはまっている。

次に、自己相関構造を分析した。図-16(a)には鉛直方向、(b)には水平方向の解析結果が示されている。鉛直方向は、SPT1本毎に分析を行い、さらにlag毎の平均値を算出した。データが乏しく判断が難しいが、ここでは、鉛直方向0.5m、水平方向11mと仮定する。これは、いずれも調査間隔の半分に相当する値である。

c) 局所平均の範囲Vの設定

当該現場の基礎地盤は、粘着力cが卓越する泥岩であり、終局限界照査に関しては、 $\phi=0$ のPrandtl型の

 図-14 SPT- N のトレンド関数と残差

図-15 残差のヒストグラムと正規分布への当てはまり (Q-Q プロット)

すべり線から範囲を設定した。ここでは、大竹・本城 (2012) に従い、水平方向の範囲 $V_x = 2B = 18.8\text{m}$ 、鉛直方向の範囲 $V_z = 0.7B\text{m} = 6.58\text{m}$ と計算される。ここで、 B は浅い基礎の基礎幅で 9.4m である。

d) 空間的バラツキと統計的推定誤差の評価

図-17 に、事例 1 と同様の形式で、空間的バラツキを表す分散関数 Γ^2 と統計的推定誤差を表す推定分散関数 (Λ_G^2 , Λ_L^2) の評価結果の空間分布を示した。すなわち、調査地点を固定したうえで、基礎の設計地点を 40m に渡って移動し、その結果が、特に局所推定分散関数に与える影響を見た。

図-17 より、次のようなことが観察される。

- (a) 局所平均を取るにより空間的バラツキは低減する。

図-16 残差 (ランダム成分) の自己相関分析

図-17 事例 2 の空間的ばらつきと統計的推定誤差評価結果

- (b) 一般推定では、推定分散 Λ_G^2 は母平均の推定誤差を表すので、一定値を取る。
- (c) 局所推定では、推定分散 Λ_L^2 の低減の程度は、観測地点と設計地点の相対的な関係で変化する。

e) 信頼性解析 (終局限界状態)

各基本変数は表-6 に整理され、性能関数 $g(N)$ は、以下のように記述できる。

$$g(c, \delta_{Tc}, \delta_{ME}, L_D, L_{EQ}) = Q_u \left\{ c(\hat{N}_V) \cdot \delta_{Tc} \right\} \cdot \delta_{ME} - (L_D + L_{EQ}) \quad (25)$$

ここで、 $g(\cdot)$: 性能関数、 $Q_u(\cdot)$: 基礎の極限支持力公式、 $c(N)$: N 値を、粘着力 c に変換する変換式、 $\hat{N}_V$: N 値の局所平均の推定値、 δ_{Tc} : 下記に示す SPT N 値から粘着力 c への変換誤差、 δ_{ME} : 支持力公式のモデル誤差、 L_D : 死荷重、 L_{EQ} : 地震時荷重である。

支持力を計算するために、 N 値を粘着力 c に変換する

表-6 信頼性解析で考慮する基本変数と不確実性

Symbol	σ	$bias$	COV	Dist.
$\sigma_N \Gamma$	5.5	1.0	0.05	normal
$\sigma_N \Lambda_G$	6.7	1.0	0.07	normal
$\sigma_N \sqrt{\Gamma^2 + \Lambda_G^2}$	8.7	1.0	0.09	normal
$\sigma_N \Lambda_L$	0.0	1.0	0.00	normal
$\sigma_N \sqrt{\Gamma^2 + \Lambda_L^2}$	5.5	1.0	0.05	normal
δ_{Tc}	—	1.77	1.46	lognormal
δ_{ME}	—	0.85	0.30	lognormal
$P.G.A.$	70(cm/s ²)	—	0.40	GP

必要がある。本解析では、NEXCO 設計要領第 2 集¹⁹⁾に示されている N 値から泥岩の粘着力 c への関係式を用いる。この式は換算 N 値 (N') と粘着力 c との関係式が示されている。換算 N 値とは、標準貫入試験の N 値が 50 を超える場合に、50 回打撃時の貫入量 $PT50(m)$ から、岩盤の特性を表現させるために用いられる指標である。

$$N' = \frac{0.30}{PT50} \times 50 \quad (26)$$

$$\ln(c) = 0.606 \ln(N') + 2.79 \quad (27)$$

$$COV_c^2 \simeq Var[\ln(c)] = 1.46^2$$

なお、大竹 (2012)⁷⁾で、この変換式の変換誤差を統計分析し、 $bias=1.77$ 、 $COV=1.46$ と極めて大きい値を得ている。この変換誤差は、他の不確実性要因に比較して、突出して大きい。

表-6 より、定量化された不確実性を相対的に比較する。計測された N 値は、 COV で 0.20 程度のバラツキを有していたが、局所平均の不確実性として考えると、非常に小さい値が計算されている。空間的バラツキと統計的推定誤差を加えても $COV=0.10$ に満たない。この他、設計モデル化誤差 (MODEL) δ_{ME} は、事例 1 と同様で COV で 0.30 とした。

固定荷重の不確実性については、AASHTO³³⁾の計算例を参考に、正規分布を仮定し、変動係数 $COV=0.10$ の不確実性を見込んで解析を行う。

地震時荷重の不確実性については、Honjo and Amaty (2005)³⁴⁾の研究成果を活用する。この研究は、宇佐美カタログから得られる震源情報と Fukushima and Tanaka (1990)³⁵⁾の距離減衰式による東京 (東京都庁地点) における年最大加速度予測に基づて、極値統計解析 (POT 解析) により、年最大加速度の期待値を GP (一般パレート) 分布に当てはめたものである。

図-18 は、現行設計の基礎幅決定要因となっている地震時荷重に対する解析結果を事例 1 と同様の形式で

図-18 事例 2 の信頼性解析結果 (地震時)

示した。地震時の各基本変数の寄与率を計算すると、変換誤差 TRANS が 50%、地震荷重の不確実性 LOAD が 49%を占め、この 2 つの不確実性に支配される設計となっている。

このケースでも変換誤差 TRANS の寄与が大きい結果が得られた。宇佐美カタログと距離減衰式を用いて設定された今回の解析の地震力では、レベル I 地震とレベル II 地震の区別はしていない点は、結果の解釈にいたり注意を要する。

さらに今回の解析では、直接基礎の水平荷重の効果は、式 (16) の通り、鉛直荷重と水平荷重の関係から偏心量を計算し、その偏心量に応じて基礎の有効載荷面積を低減して極限支持力を算定し、照査している。モデル化誤差は、Kohno et al. (2009)²⁵⁾が実施した鉛直荷重のみを対象に、計算支持力と、平板載荷試験の結果を比較した結果により導かれたものを用いるため、偏心傾斜荷重の支持力のモデル化誤差を直接定量化していない。式 (16) による偏心傾斜荷重に対する支持力評価は、かなり安全側であるという一般的な理解もあり、この解析のモデル化誤差には多くの課題が残されている。

信頼性指標 $\beta=1.0$ 程度 ($P_f=0.159$) が得られた、一般に用いられる目標信頼性と比較して小さいが、この信頼性解析は、モデル化誤差の評価が不十分であり、また地震荷重の考え方が、現行道路橋示方書とは異なっているので、この値の絶対値について議論するのは早計であると考えられる。

以上のような諸点を考慮しても、この例題では、 N 値から泥岩の粘着力を推定するときの変換誤差がきわめて大きく、この点の改善が、設計全体の改善につながることは疑いのない事実である。

4. 結論

本論文は、著者らが提案する実用的な地盤構造物の信頼性設計体系 (GRASP) の特徴や手順を概説した上で、直接基礎の設計例題に適用し、その有効性を示した。そして、信頼性解析結果から、各不確実性要因の寄与を定量化する方法を提案し、この情報が、地盤調査や設計の改善を考える上で、貴重な情報となることを示した。

本論文で対象とした直接基礎の例題では、地盤パラメータの不確実性 (空間的バラツキや統計的推定誤差) は無視しうる程度の寄与であり、設計用パラメータの推定過程 (変換誤差) や設計照査法自体の誤差 (モデル化誤差) に、大きな不確実性が存在し、これが全体のボトルネックとなる結果となった。

特に、使用性照査 (変形問題) では、調査内容と設計照査法のバランスが悪く、変換誤差に極めて大きな誤差があり、設計上の不備が大きいことが指摘できる。これは、伝統的土質力学が、極限支持力を正確に評価することを目的として、地盤調査方法と照査法を開発してきた結果と解釈される。

性能設計概念が浸透し、また社会の多様化、高度化する中、社会の要求は、変形や変位に関するものを含む場合が多くなっている。変形問題の設計精度向上には、設計照査法とそれ相応する地盤調査法の革新が欠かせない。設計法は、様々な要素で構成される全体システムであり、個々の要素の改善では、伝統的設計法から脱却できない。本論文で示しているように、設計全体から視点に立ち、精度向上に向けて議論されなければならない。

今後は、提案する信頼性設計体系に基づいて事例研究をさらにを行い、本論文で行ったような不確実性の考察から、設計の観点からみた地盤工学の優先課題を提示したいと考えている。

参考文献

- 1) 本城勇介, 大竹雄, 加藤栄和: 地盤パラメータ局所平均の空間的ばらつきと統計的推定誤差の簡易評価理論, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol.68, No.1, pp.41-55, 2012.
- 2) Honjo, Y.: Challenges in geotechnical reliability based design, *Geotechnical Safety and Risk (IS-GSR2011)* (N. Vogt, B. Schuppener, D. Straub and G. Brau eds.), pp. 11-27, Bundesanstalt für Wasserbau, 2011.
- 3) 大竹雄, 本城勇介: 応答曲面を用いた実用的な地盤構造物の信頼性設計法: 液状化地盤上水路の耐震設計への適用, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol. 68, No.1, pp.68-83, 2012.
- 4) 大竹雄, 本城勇介: 地盤パラメータ局所平均を用いた空間的ばらつきと簡易信頼性評価法の検証, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol.68, No.3, pp.475-490, 2012.
- 5) 本城勇介, 大竹雄: 地盤パラメータ局所平均の統計的推定誤差評価理論の検証, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol.68, No.3, pp.491-507, 2012.

- 6) Honjo, Y. and Otake, Y.: A Simple Method to Assess the Effects of Soil Spatial Variability on the Performance of a Shallow Foundation, *ASCE Geotechnical Special Publication No. 229, Foundation Engineering in the Face of Uncertainty (honoring Fred H. Kulhawy)*, J. L. Whithiam, K. K. Phoon and M. H. Hussein eds., pp. 385-404, 2013.
- 7) 大竹雄: 地盤構造物の信頼性設計法の構築と設計の観点からみた地盤工学の課題, 岐阜大学学位論文, 2012.
- 8) 大竹雄, 本城勇介: 地盤構造物設計におけるモデル化誤差の定量化, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol.70, No.2, pp.170-185, 2014.
- 9) 大竹雄, 本城勇介: 地盤構造物設計における変換誤差の定量化, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol.70, No.2, pp.186-198, 2014.
- 10) Box, G. E. P. and Draper, N. R.: *Empirical Model Building with Response Surface*, John Wiley, 1987.
- 11) Baecher, G. and Christian, J.: Geotechnical reliability: playing cards with the universe, *Proc. Panamerican Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (Soil and Rock America 2003)*, Vol. 2, pp. 2751-2755, 2003.
- 12) Vanmarcke, E. H.: Probabilistic modelling of soil profiles, *J. of Geotechnical Engineering (ASCE)*, Vol.103, No.GT11, pp.1227-1246, 1977.
- 13) Vanmarcke, E. H.: *Random Fields: Analysis and Synthesis*, The MIT Press, 1983.
- 14) Fenton, G. A. and Griffiths, D. V.: *Risk Assessment in Geotechnical Engineering*, John Wiley and Sons, 2008.
- 15) 福井次郎, 白戸真大, 松井謙二, 岡本真次: 三軸圧縮試験による砂の内部摩擦角と標準貫入試験 N 値との関係, 土木研究所資料, 第 3849 号, 2002.
- 16) Ching, J., Phoon, K. K. and Chen, Y.: Reducing shear strength uncertainties in clays by multivariate correlations, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.47, pp.16-33, 2010.
- 17) 中谷昌一: 性能規定体系における道路橋基礎の安定照査法に関する研究, 京都大学学位論文, 2009.
- 18) 中谷昌一, 白戸真大, 河野哲也, 中村祐二, 野村朋之, 横幕清, 井落久貴: 性能規定体系における道路橋基礎の安定照査法に関する研究, 土木研究所資料, 第 4136 号, 2009.
- 19) 中日本高速道路 (NEXCO): 設計要領第 2 集 橋梁建設編, pp.4-8~4-14, 2007.
- 20) Kulhawy, F. H. and Mayne P. W.: Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design, *EPRI EL-6800 Project 1493-6 Final Report*, 1990.
- 21) 社団法人日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, 2002
- 22) 岡原美智夫, 高木章次: 道路橋示方書 IV 下部構造編の改訂概要一弾性体基礎の水平方向挙動を中心に-, 土木技術資料, Vol.32, No.6, pp.41-48, 1990.
- 23) 岡原美智夫, 中谷昌一, 田口啓二, 松井謙二: 軸方向押し込み力に対する杭の支持力特性に関する研究, 土木学会論文集, 第 418 号/III-13, 1990.
- 24) 岡原美智夫, 高木章次, 中谷昌一, 木村嘉富: 単杭の支持力と柱状体基礎の設計法に関する研究, 土木研究所資料, 第 2919 号, 1991.
- 25) Kohno, T., Nakaura, T., Shirato, M. and Nakatani, S.: An evaluation of the reliability of vertically loaded shallow foundations and grouped-pile foundations, *Proc. of the Second International Symposium on Geotechnical Risk and Safety*, pp. 177-184, 2009.
- 26) Shirato, M., Kohno, T. and Nakatani, S.: Geotechnical criteria for serviceability limit state of horizontally

- loaded deep foundations, *Proc. of the Second International Symposium on Geotechnical Risk and Safety*, pp. 119-126, 2009.
- 27) Paikowsky, S.G., Canniff, M. C., Lesny, K., Kisse, A., Amatya, S. and Muganaga, R.: LRFD Design and construction of shallow foundations for highway bridge structures, *NCHRP report 651*, 2010.
 - 28) Paikowsky, S. G.: Load and resistance factor design (LRFD) for deep foundations, *NCHRP report 507*, 2004.
 - 29) ETC10: Evaluation of Eurocode 7, Design Examples 2. (<http://www.eurocode7.com/etc10>), (2012/08/24 accessed)
 - 30) Holicky, M., Markova, J. and Gulvanessian, H.: Code calibration allowing for reliability differentiation and production quality, *Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering*, Kanda, Takada and Furuat (eds.), 2007.
 - 31) 本城勇介, 大竹雄, 原隆史: ETC10 例題のレベル III 信頼性設計, 構造物の安全性信頼性 Vol.7, JCROSSAR 2011 論文集, pp.615-622, 2011.
 - 32) NCHRP Synthesis 368 : Cone Penetration Testing: A Synthesis of Highway Practice, Transportation Research Board of the National Academies, 2007.
 - 33) AASHTO: AASHTO LRFD Bridge design specifications, SI units, first edition, 1994.
 - 34) Honjo, Y. and Amatya, S. : Partial factors calibration based on reliability analyses for square footings on granular soils, *Geotechnique*, Vol.55, No. 6, pp.479-491, 2005.
 - 35) Fukushima, Y. and Tanaka, T.: A New Attenuation Relation for Peak Horizontal Acceleration of Strong Earthquake Ground Motion in Japan, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol.80, pp.757-783, 1990.

(2013. 10. 4 受付)

DEVELOPMENT OF GEOTECHNICAL RELIABILITY ANALYSIS METHOD BY A SIMPLIFIED PROCEDURE AND ITS APPLICATION TO SHALLOW FOUNDATIONS

Yusuke HONJO and Yu OTAKE

The authors have tried to develop a practical and a simplified reliability analysis procedure for geotechnical structures. Since the reliability analysis has been developed basically by the structural engineers, there remain a number of points that need to be developed for geotechnical reliability analysis. In this paper, basic works done by the authors are integrated to show the full picture of a proposed procedure called GRASP, which stands for Geotechnical Reliability Analysis by a Simplified Procedure. In the latter half of the paper, the proposed procedure is applied to the reliability analysis of shallow foundations to demonstrate its effectiveness and usefulness in engineering practice. The calculated results show some weaknesses to be improved in the current design practice.