融合粒子フィルタを用いた境界条件を含む 浸透解析モデルの推定手法の提案

伊藤 真一¹・小田 和広²・小泉 圭吾³・西村 美紀⁴・檀上 徹⁵・
酒匂 一成⁶

¹正会員 鹿児島大学助教 学術研究院理工学域工学系 (〒890-0065 鹿児島県鹿児島市郡元1-21-40)

E-mail: itou@oce.kagoshima-u.ac.jp

²正会員 大阪産業大学教授 工学部都市創造工学科 (〒574-8530 大阪府大東市中垣内3-1-1)

E-mail: oda@ce.osaka-sandai.ac.jp

³正会員 大阪大学助教 大学院工学研究科 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1)

E-mail: koizumi@civil.eng.osaka-u.ac.jp

⁴学生会員 大阪大学 大学院工学研究科 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1)

E-mail: m.nishimura@civil.eng.osaka-u.ac.jp

⁵正会員 国立研究開発法人防災科学技術研究所特別研究員 水・土砂防災研究部門

(〒305-0006 茨城県つくば市天王台3-1)

E-mail: t.danjo@bosai.go.jp

⁶正会員 鹿児島大学准教授 学術研究院理工学域工学系 (〒890-0065 鹿児島県鹿児島市郡元1-21-40)

E-mail: sako@oce.kagoshima-u.ac.jp

筆者らはこれまでに、体積含水率の現地計測データに基づく浸透解析モデルのデータ同化を行ってきた。既往の研究では、1次元解析モデルを仮定して、モデル底面の境界条件を自由排水境界とすることで不飽和状態における浸透挙動の再現を試みてきた。しかし、激しい豪雨が降った場合には、自由排水境界では土中の水分状態を解析的に再現できないことが分かった。本研究では、1次元解析モデルにおける底面の境界条件に関するパラメータとして浸透係数 β を導入したデータ同化手法を提案し、その妥当性について検証した。その結果、提案手法を用いると、数値実験による擬似的な計測データを高精度に再現できただけでなく、現地斜面において計測されたデータも良好に再現することができ、地下水位の上昇から下降までの挙動も表現できることが明らかになった。

Key Words : *merging particle filter, seepage analysis model, boundary condition, data assimilation*

1. はじめに

豪雨時の表層すべり型崩壊の発生には、斜面表層の水分状態が大きく影響する。筆者らはこれまでに、体積含水率や間隙水圧などの土中水分量に着目した現地計測を行ってきた^{1,2)}。このような現地計測を継続的に運用することで、現時点における土中水分量を適切に把握できるだけでなく、計測データも膨大に蓄積されていくという利点がある。しかし、現地計測によって議論できる時間的な範囲は過去から現在までに限られる。言い換えると、現地計測を行うことで、これまでに経験した降雨時における土中水分量は把握できるが、未経験の集中豪雨が降った場合の土中水分量を現地計測データだけで予測

することは難しい。このような未知の降雨外力に対する予測を行うためには、数値解析の導入が必要である。つまり、現地計測データを良好に再現できる浸透解析モデルを推定し、そのモデルを用いた不飽和・飽和浸透流解析を行うことで、未経験の集中豪雨時における土中水分量も予測できると考えられる。このような考えに基づいて、筆者らはこれまでに、逐次型データ同化手法の一種である粒子フィルタ³⁾を用いて、現地計測データに基づく浸透解析モデルの推定を試みてきた^{4,5)}。その結果、データ同化によって推定された浸透解析モデルを用いると、データ同化に使用した現地計測データより降雨強度の高い場合の現地計測データも高精度に再現できること、粒子フィルタの中でも融合粒子フィルタ(Merging Particle

Filter, 以下MPFと呼ぶ)⁹⁾が、浸透解析モデルを推定するためのアルゴリズムとして有効であることなどを明らかにした。

図-1はMPFによって推定された浸透解析モデルを用いて平成30年7月豪雨時の現地計測データに対する再現解析を行った結果を示している⁷⁾。図-1における現地計測データは平成30年7月3日から7月10日までに、とある高速道路沿い斜面で計測されたデータである。同図より、解析結果は計測データを全く再現できていないことがわかる。この理由としては、既往の研究では1次元解析モデルを仮定してモデル底面の境界条件を自由排水境界⁸⁾とすることで不飽和状態の浸透挙動の再現を試みてきたが、平成30年7月豪雨時には現地斜面においても地下水が発生し、飽和状態となっていたためであると考えられる。したがって、激しい豪雨が降った場合には、1次元解析モデルの底面の境界条件として自由排水境界を用いると、現地計測データを適切に再現できない場合があることが明らかになった。

不飽和状態における雨水の浸透挙動から地下水位の上昇・下降までを表現することを考えると、浸透解析モデルにおける境界条件の設定が重要となる。このような境界条件の設定として、西垣ら⁹⁾は(1)境界面上で水頭が既知の境界、(2)流出入流量が既知である境界、(3)浸出面上の境界の3種類が考えられると述べている。実際に、鵜飼ら¹⁰⁾は排水部分における節点の圧力水頭をゼロとしており、八木ら¹¹⁾は2次元解析モデルにおける斜面先前面に排水境界を設定している。また、小山ら¹²⁾は2次元解析モデルの上下流側境界にタンクモデル¹³⁾を構築し、その解析結果を境界条件として用いた浸透流解析を行うことで地下水の上昇・下降を表現する統合型浸透流解析法を提案している。このように、通常、地下水流動を含むシミュレーションを行う場合には、3次元、もしくは2次元の解析モデルが用いられることが多い¹⁴⁾。それに対して、多点で現地計測を行うと、雨水の浸透挙動は地点ごとで異なる場合がほとんどである。したがって、このような現地計測データの空間的なばらつきを考慮して3次元解析モデルを推定することは容易ではない。さらに、MPFによるデータ同化は、システムの状態に関する確率分布を粒子と呼ばれる多数の実現値集合で近似的に表現してモンテカルロシミュレーションを行うため、3次元の解析は計算負荷が膨大になる。これらを考慮すると、筆者らがこれまでに行ってきた1次元解析モデルによる浸透流解析の結果を活用しながら、簡易的に地下水位の上昇・下降を表現できる手法が望ましい。1次元浸透流解析と地下水位解析を組み合わせた手法としては、土田ら^{15,16)}の研究が挙げられる。土田らは、1次元降雨浸透において体積含水率がほぼ一定となる不飽和帯を高含水比帯と定義し、現在の地下水位、高含水比帯の体積

図-1 平成30年7月豪雨時における再現解析結果

含水率、飽和体積含水率などと降雨量の関係から地下水位の上昇量を算出する式を提案している。しかし、これらの研究では、3次元的な地下水の流入の影響、より現実的な降雨条件の設定などの検討課題が残されていると述べられている。このように、不飽和状態における雨水の浸透挙動から地下水位の上昇・下降を表現するためのモデル化に関して様々な方法が検討されているが、そのための方法は未だ確立されていないと考えられる。

本研究では、上述の不飽和状態における雨水の浸透挙動から地下水位の上昇・下降を解析的に表現するために、タンクモデル¹³⁾を参考にして、1次元解析モデルにおける底面の境界条件に関するパラメータとして浸透係数 β を導入したデータ同化手法を提案し、その提案手法の妥当性を検証することを目的とする。具体的には、まず、2次元浸透の数値実験によって得られた擬似的な計測データに対して提案手法を適用し、推定された浸透解析モデルの妥当性を評価する。次に、提案手法に対して現地計測データを適用し、現地斜面における提案手法の妥当性についても検証する。

2. 解析手法

ここでは、本研究で提案する浸透係数 β を導入したデータ同化手法について説明する。まず、本研究で行った数値解析シミュレーションである不飽和・飽和浸透流解析について示し、既往の研究で用いていた排水境界条件である自由排水境界について述べる。次に、タンクモデルの浸透係数 β について説明した後に、有限要素法による不飽和・飽和浸透流解析において浸透係数 β を導入した排水境界条件を提案する。最後に、浸透係数 β を含む未知パラメータを推定するためのデータ同化手法である融合粒子フィルタ(MPF)について説明する。

(1) 不飽和・飽和浸透流解析

数値解析シミュレーションとして不飽和・飽和浸透流解析を行った。支配方程式として赤井ら¹⁷⁾の式を用いる

と式(1)のようになる.

$$\begin{aligned} & \text{div} \rho_w k(\psi) \nabla (\psi + x_3) \\ &= \left(\phi S_r \frac{d\rho_w}{d\psi} + \rho_w S_r \frac{d\phi}{d\psi} + \rho_w \phi \frac{dS_r}{d\psi} \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

ここに, ρ_w は水の密度, $k(\psi)$ は不飽和透水係数, ψ は圧力水頭, x_3 は位置水頭, ϕ は間隙率, S_r は飽和度, t は時間である. ここで, 水の密度 ρ_w と間隙率 ϕ が圧力水頭 ψ によって変化しないと仮定し, 体積含水率 θ が $\theta = \phi S_r$ で表されることを考慮すると, 式(1)は式(2)に変形できる.

$$\begin{aligned} C \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(k(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ k(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} + 1 \right) \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに, C は比水分容量であり, $C = \partial \theta / \partial \psi$ で表される. 間隙水の流れを 1 次元的な流れと仮定すると, 支配方程式を式(3)のように簡略化できる.

$$C \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ k(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} + 1 \right) \right\} \quad (3)$$

水分特性曲線モデルとしては式(4)に示す van Genuchten モデル¹⁸⁾を, 不飽和透水係数モデルとしては式(5)に示す Mualem モデル¹⁹⁾を用いた.

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left\{ \frac{1}{1 + (-\alpha \cdot \psi)^n} \right\}^{1-\frac{1}{n}} \quad (4)$$

$$k(\psi) = k_s \cdot S_e^{0.5} \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{\frac{n}{n-1}} \right)^{1-\frac{1}{n}} \right\}^2 \quad (5)$$

ここに, S_e は有効飽和度, θ_s は飽和体積含水率, θ_r は残留体積含水率である. また, α と n は水分特性曲線の形状を与えるパラメータであり, k_s は飽和透水係数を表している. 本研究では, ヒステリシス²⁰⁾の影響は考慮せず, 不飽和・飽和浸透流解析に必要なパラメータである不飽和浸透特性値としては, θ_s , θ_r , α , n および k_s の 5 種類が未知パラメータとなる.

(2) 自由排水境界

自由排水境界⁸⁾は, 圧力勾配境界条件の一種であり, 自由排水境界上の節点と境界の下に位置する仮想節点の圧力勾配を 0 とし, 位置水頭の差によって排水を行う境界条件である. この境界条件は, 地下水位が十分に深く, 下端境界の計算領域への影響が小さい場合に有効とされている⁸⁾. 自由排水境界は式(6)で表される.

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \right|_{x_3=\Gamma} = 0 \quad (6)$$

このとき, 境界 Γ では重力流れが生じるため, 境界から排水される流束 v_{out} は式(7)に示すように不飽和透水係数

$k(\psi)$ に等しい.

$$v_{out} = k(\psi) \quad (7)$$

このように, 1 次元解析モデルの底面に自由排水境界を設定すると, 各時刻において不飽和透水係数分の流束で排水が行われるため, モデル底面で地下水は発生しない. したがって, 降雨量が多い場合にはモデル底面で地下水が発生し雨が止むと地下水が下降するような浸透挙動を表現するためには, 自由排水境界よりは排水量が少なく非排水境界よりは排水量が多い境界条件が必要である.

(3) 浸透係数 β を導入した排水境界

図-2 は本研究で着目したタンクモデルの概念図を示している. 同図では, 簡単のため, 側方への流出孔がない 1 段タンクモデルを示している. このタンクからの流出量 Z は式(8)のように表される.

$$Z = \beta \times S \quad (8)$$

ここに, β は浸透係数, S は貯留量である. 式(8)より, タンク内の貯留量 S が大きければ流出量 Z も大きくなり, その量を浸透係数 β というパラメータで調節していることがわかる. 本研究では, この浸透係数 β を導入することで, 新たな排水境界条件を提案する.

本研究で提案する排水境界条件は式(9)に示すように, 式(7)の右辺に浸透係数 β を乗じた排水境界条件である.

$$v_{out} = \beta \times k(\psi) \quad (9)$$

なお, 浸透係数 β は $0 \leq \beta \leq 1$ である. $\beta = 1$ の場合, 底面の境界条件は自由排水境界と一致し, $\beta = 0$ の場合, 底面の境界条件は非排水境界と一致する. これにより, モデル上部からの流入量がモデル底面の排水量よりも多い場合は飽和度が増加し地下水が発生するが, 上部からの流入量が排水量よりも少なくなれば水位は低下する. ここで問題となるのが浸透係数 β の値であるが, 本研究では, 上述した 5 種類の不飽和浸透特性値 (θ_s , θ_r , α , n および k_s) に加えて浸透係数 β も未知パラメータとして扱う. つまり, 本研究で提案する手法は, 計測データに基づいて

図-2 タンクモデルの概念図

MPFによるデータ同化を行って6種類の未知パラメータに関する事後分布をそれぞれ推定することで、不飽和浸透特性値と境界条件を同時に推定するというものである。これにより、1次元解析モデルにおいても、地下水位の上昇から下降までを表現できると考えられる。

(4) 融合粒子フィルタ

a) MPFの概要

MPFはシステムの状態に関する確率分布を粒子と呼ばれる多数の実現値集合で近似的に表現し、ベイズの定理を応用して各粒子の時間推移を数値的に表現するデータ同化手法である。それぞれの粒子は、数値解析モデル(初期条件、境界条件、パラメータなど)に関する情報と各モデルにおいて数値解析を行って算出される各時刻の物理量(本研究であれば体積含水率)を情報として有している。図-3はMPFの概念図を示している。MPFでは、(a)Prediction, (b)Filtering, (c)Resampling, (d)Mergingという4つの手順を逐次繰り返す。粒子数を N 個とすると、(a)Predictionでは、時刻 $t-1$ から t までのシミュレーションを N 通り行う。つまり、本研究では、浸透解析モデルの情報が異なる多数の不飽和・飽和浸透流解析を並列に行う。(b)Filteringでは、観測データに対する各粒子の解析結果の適合度に基づいて、各粒子に対する尤度を計算する。(c)Resamplingでは、各粒子の尤度に基づいて復元抽出を行い、粒子を複製・消滅させる。この際にMPFでは、 $l \times N$ 個(l は3以上の整数)のサンプルを復元抽出する。最後に、(d)Mergingを行い、 $l \times N$ 個のサンプルを、 l 個ずつの組にして、それぞれの組ごとに重み付き和をとることで、 N 個の粒子を再度作成する。この手順を逐次繰り返すことで、計測データとの適合度が高い浸透解析モデルへと修正していく。

b) MPFの計算式

まず、離散時刻における一般状態空間モデルを考える。式(10)はシステムモデル、式(11)は観測モデルと呼ばれる。

$$x_t = f_t(x_{t-1}) + v_t \quad (10)$$

$$y_t = h_t(x_t) + w_t \quad (11)$$

ここに、 x_t は各離散時刻におけるシステムの状態、すなわち、粒子を表しており、 y_t は観測データである。ベクトル v_t と w_t はそれぞれシステムノイズと観測ノイズを表しており、お互いに無相関な任意の確率分布を設定できる。 f_t は時刻 $t-1$ から t までの非線形状態遷移関数であり、本研究では不飽和・飽和浸透流解析がこれに該当する。 h_t は観測演算子であり、システムの状態 x_t と観測データ y_t 間の関係を表している。つまり、式(10)は時刻 t における状態 x_t が、時刻 $t-1$ における状態 x_{t-1} に基づいて不飽和・飽和浸透流解析 f_t を行って得られる確率分布とシステムノイズ v_t の和に等しいことを意味しており、式(11)は時刻 t における状態 x_t と観測データ y_t 間の誤差が、観測ノイズ w_t の確率分布にしたがうことを意味している。

時刻 $t-1$ までの観測データ $y_{1:t-1}$ に基づいた時刻 t における状態 x_t に関する確率分布は予測分布 $p(x_t | y_{1:t-1})$ と呼ばれ、時刻 t までの観測データ $y_{1:t}$ に基づいた時刻 t における状態 x_t に関する確率分布はフィルタ分布 $p(x_t | y_{1:t})$ と呼ばれる。MPFでは、状態 x_t に関する確率分布は多数の粒子によるアンサンブルで近似的に表現される。そのため、粒子数が N 個のとき、予測アンサンブル $\{x_{t-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$ とフィルタアンサンブル $\{x_t^{(i)}\}_{i=1}^N$ を用いて予測分布 $p(x_t | y_{1:t-1})$ は式(12)、フィルタ分布 $p(x_t | y_{1:t})$ は式(13)のように近似的に表現される。

$$p(x_t | y_{1:t-1}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_t - x_{t-1}^{(i)}) \quad (12)$$

$$p(x_t | y_{1:t}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_t - x_{t|t}^{(i)}) \quad (13)$$

ここに、 δ はディラックのデルタ関数である。

MPFでは、予測分布 $p(x_t | y_{1:t-1})$ を算出するための計算ステップはPredictionと呼ばれ、Predictionの後に観測データ y_t に基づいて各粒子の重み L_t を計算するステップはFilteringと呼ばれる。まず、Predictionでは、時刻 $t-1$ のフィルタ分布を用いて予測分布 $p(x_t | y_{1:t-1})$ は式(14)のように求められる。

$$\begin{aligned} p(x_t | y_{1:t-1}) &= \int p(x_t | x_{t-1}) p(x_{t-1} | y_{1:t-1}) dx_{t-1} \\ &= \int \left\{ \int p(x_t | v_t, x_{t-1}) \cdot p(v_t) dv_t \right\} p(x_{t-1} | y_{1:t-1}) dx_{t-1} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\int \left\{ \int p(x_t | v_t, x_{t-1}^{(i)}) \cdot \delta(x_{t-1} - x_{t-1|t-1}^{(i)}) dx_{t-1} \cdot \delta(v_t - v_t^{(i)}) dv_t \right\} \right. \\ &\quad \left. \cdot p(x_{t-1}^{(i)} | y_{1:t-1}) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

次に、Filteringでは、ベイズの定理を用いて、時刻 t における予測分布 $p(x_t | y_{1:t-1})$ (式(12))と観測データ y_t から、それ

図-3 MPFの概念図

それぞれの予測アンサンブルが得られる確率 $p(x_{t+1}^{(i)}|y_{1:t})$ を計算する.

$$\begin{aligned} p(x_t = x_{t|t-1}^{(i)} | y_{1:t}) &= \frac{p(y_t | x_{t|t-1}^{(i)}) p(x_{t|t-1}^{(i)} | y_{1:t-1})}{\sum_{i=1}^N p(y_t | x_{t|t-1}^{(i)}) p(x_{t|t-1}^{(i)} | y_{1:t-1})} \\ &= \frac{L_t^{(i)} \cdot \frac{1}{N}}{\sum_{i=1}^N L_t^{(i)} \cdot \frac{1}{N}} \\ &= \frac{L_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^N L_t^{(i)}} = \tilde{L}_t^{(i)} \end{aligned} \quad (15)$$

ここに,

$$L_t^{(i)} = p(y_t | x_{t|t-1}^{(i)}) \quad (16)$$

である. $L_t^{(i)}$ は, i 番目の予測分布 $p(x_t|y_{1:t})$ が得られた状態 $x_{t|t-1}^{(i)}$ での観測データ y_t が得られる確率, つまり, 尤度を表している. 状態 $x_{t|t-1}^{(i)}$ も観測データ y_t も所与であるため, 各粒子の相対的な重み $\tilde{L}_t^{(i)}$ を算出できる. 例えば, 観測ノイズ w_t が多次元正規分布である場合には, 尤度 $L_t^{(i)}$ は式(17)のように求まる.

$$\begin{aligned} L_t^{(i)} &= p(y_t | x_{t|t-1}^{(i)}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi^m} |R|} \exp \left[-\frac{(y_t - h(x_{t|t-1}^{(i)}))^T R^{-1} (y_t - h(x_{t|t-1}^{(i)}))}{2} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

ここに, R は分散共分散行列, m は観測ノイズの次数を表している. このように **Filtering** を行うことで, 各粒子に対応する尤度 $L_t^{(i)}$ を算出することができる.

MPF では **Filtering** の後に, **Resampling** と **Merging** を行う. このとき, フィルタアンサンブル $\{x_{t|t-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$ を構成する粒子を 1 個生成するために, 予測アンサンブル $\{x_{t|t-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$ から複数個のサンプルを抽出し, その重み付き和をとる. この複数個のサンプルを抽出する過程が **Resampling** であり, 重み付き和をとる過程が **Merging** である. 具体的には, 粒子 $x_{t|t-1}^{(i)}$ を生成するのに予測分布 $p(x_t|y_{1:t})$ から抽出した粒子を l 個 (l は 3 以上の整数) 用いることにすると, N 個の粒子で構成されるフィルタアンサンブル $\{x_{t|t-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$ を生成するために, 予測アンサンブル $\{x_{t|t-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$ から $l \times N$ 個のサンプルを **Resampling** しておく. この $l \times N$ 個のサンプルを, l 個ずつの組にして, それぞれの組ごとに重み付き和をとる (**Merging**) ことで, フィルタアンサンブル $\{x_{t|t-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$ を構成する粒子を生成する. ここで, 重み付き和をとる際の重み $\{\alpha_j\}$ については,

$$\sum_{j=1}^l \alpha_j = 1, \quad \sum_{j=1}^l \alpha_j^2 = 1 \quad (18)$$

を満たすように与える. 本研究では, 既往の文献²⁰⁾を参考にして, $l=3$ として, 重みは,

$$\alpha_1 = \frac{3}{4}, \quad \alpha_2 = \frac{\sqrt{13}+1}{8}, \quad \alpha_3 = -\frac{\sqrt{13}-1}{8} \quad (19)$$

と設定した.

従来の粒子フィルタ (Particle Filter) は, **Merging** を行わず, 粒子数と同数のサンプルを **Resampling** して次の時刻のシミュレーションを行う. このため, 時間の経過に伴って粒子の種類が減少し, アンサンブルにおけるある特定の粒子の複製が占める割合が著しく大きくなり, それにより, データ同化の性能が低下するアンサンブルの退化²⁰⁾と呼ばれる現象が発生する場合がある. それに対して, MPF は, **Merging** を行うことでアンサンブルの退化を抑制することができる.

3. 数値実験による提案手法の妥当性の検証

ここでは, 数値実験を通じて前章で提案した浸透係数 β を導入したデータ同化手法の妥当性について検証する. 具体的には, まず, 2次元解析モデルに対して 4 種類の降雨を与えて体積含水率と地下水位の擬似的な計測データ (以下, 擬似計測データと呼ぶ) をそれぞれ作成する. 次に, 最も降雨量が少ない降雨イベントにおける擬似計測データを用いて浸透解析モデルのデータ同化を行う. 最後に, 推定された浸透解析モデルにその他の 3 種類の降雨を与えて擬似計測データに対する再現性を評価する.

(1) 擬似計測データの作成

図4は本研究で用いた 4 つの降雨イベントの経時変化をそれぞれ示している. これらの 4 つの降雨イベントは気象庁のアメダス雨量計²⁰⁾で計測された値であり, 2016 年 9 月 17 日から 9 月 21 日に鹿児島県鹿屋市輝北町市成で計測されたデータ (以下, 2016_輝北と呼ぶ), 2011 年 8 月 31 日から 9 月 5 日に奈良県吉野郡十津川村風屋で計測されたデータ (以下, 2011_風屋と呼ぶ), 2014 年 9 月 19 日から 9 月 21 日に広島県広島市安佐北区三入で計測されたデータ (以下, 2014_三入と呼ぶ), 2017 年 7 月 5 日から 7 月 8 日に福岡県朝倉市三奈木で計測されたデータ (以下, 2017_朝倉と呼ぶ) をそれぞれ用いている. 図5は縦軸を 60 分間積算雨量, 横軸を土壌雨量指数²³⁾とした場合の 4 つの降雨イベントのスネーク曲線をそれぞれ示している. 2011_風屋は, 2016_輝北と比較して, 60 分間積算雨量のピーク値は同程度であるが, 土壌雨量指数が非常に大きい長雨型の降雨イベントである. それに対して, 2014_三入は, 土壌雨量指数のピーク値に関しては 2016_輝北と同程度であるが, 60 分間積算雨量のピーク値が大きい集中豪雨型の降雨イベントである. 2017_朝倉に関しては, 60 分間積算雨量と土壌雨量指数の両方のピーク値が 2016_輝北よりも大きいという特徴がある.

図4 各降雨イベントの経時変化

図5 各降雨イベントのスネーク曲線

図-6は擬似計測データを作成するための2次元解析モデルを示している。2次元の解析であるため、支配方程式は次式ようになる。

$$C \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(k(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ k(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} + 1 \right) \right\} \quad (20)$$

境界条件としては、モデル上面には降雨境界、モデルののり尻部分は排水境界、その他は非排水境界を設定している。排水境界は、境界面上の節点と境界面の左側の仮想節点の間の圧力勾配が0の境界条件であり、無限長の直線斜面を仮定している。体積含水率の擬似計測データの観測点はモデル中央の深度20cm、50cm、90cmに設定し、深度100cmには地下水位の観測点を設定した。表-1は擬似計測データ作成のために用いた不飽和浸透特性値と初期条件を示している。これらの値は既往の研究²⁴⁾で推定された値を用いており、その内の不飽和浸透特性値はデータ同化によって推定する各パラメータの正解値に相当する。図-7は4つの降雨イベントにおいて作成された体積含水率の擬似計測データを示しており、図-8は地下水位のそれを示している。本研究では、図-7の(a)2016_輝北に示す体積含水率の擬似計測データに基づいて浸透解析モデルのデータ同化を行い、それによって推定された浸透解析モデルを用いた場合のその他の擬似計測データに対する再現性を評価する。

図6 擬似計測データ作成に用いた2次元解析モデル

表-1 不飽和浸透特性値の正解値と初期条件

不飽和浸透特性値					初期条件
θ_s	θ_r	α (1/cm)	n	k_s (m/s)	$\theta_{t=0}$
0.412	0.095	0.040	1.443	1.05.E-03	0.200

図-7 体積含水率の擬似計測データ

図-8 地下水位の擬似計測データ

表-2 未知パラメータの変動幅(数値実験)

	不飽和浸透特性値					境界条件
	θ_s	θ_r	α (1/cm)	n	k_s (m/s)	β
min	0.40	0.07	0.02	1.30	1.0.E-04	1.0.E-03
max	0.45	0.12	0.07	1.80	1.0.E-02	1.0.E+00

(2) 解析条件

図-9はデータ同化に用いた1次元解析モデルを示している。モデル底面に式(9)に示す排水境界条件を設定している。合計500個の粒子を用いてデータ同化を行った。500個の粒子は、不飽和浸透特性値(θ_s , θ_r , α , n および k_s)と浸透係数 β の値が全て異なる。表-2はそれらの未知パラメータの変動幅を示している。この範囲内において一様乱数により500通りのランダムな未知パラメータの組み合わせを作成した。また、MPFの尤度計算には観測ノイズ w_t が大きく影響する。本研究では観測ノイズとしては3次元正規分布を仮定し、平均は0、標準偏差は各深度の擬似計測データの変動幅の20%、非対角項(共分散)は0とした。

(3) データ同化結果

図-10はデータ同化によって得られた各深度における体積含水率の事後分布の経時変化を示している。実線が擬似計測データであり、破線は事後分布の平均値 μ 、点線は事後分布における平均値 μ から $\pm\sigma$ の範囲を示している。MPFでは粒子数分(500通り)の浸透流解析結果が得られるため、そこから解析の平均値 μ と標準偏差 σ を算出している。図-10の結果より、事後分布の平均値 μ は擬似計測データを良好に再現できており、事後分布のばらつきは小さい。このことから、データ同化によって擬似計測データを高精度に再現可能な浸透解析モデルを推定できているといえる。図-11は各未知パラメータの事後分布の経時変化を示している。時間の経過に伴って、各未知パラメータの平均値が修正され、そのばらつきも小さくなっていることが確認できる。これは擬似計測データに解析結果が合致するように浸透解析モデルが修正されていることを意味している。図-12はデータ同化終了後における未知パラメータごとのヒストグラムを示している。これは、図-11における4320min経過時の事後分布をヒストグラムとして表した図である。同図より、表-1に示した不飽和浸透特性値の正解値付近にピークを持つ分布が推定されていることがわかる。浸透係数 β に関しては、 $\beta=0.1$ 付近にピークを持つ分布が得られた。また、表-2に示した変動幅に関して言えば、 θ_s , θ_r , α よりも n , k_s , β の方が影響の大きいパラメータであることも確認できた。

次に、1次元解析モデルにおける底面の境界条件の違いが解析結果に与える影響について考察するために、図-12に示すヒストグラムを用いて境界条件のみを自由排水境界と非排水境界に変更したモンテカルロシミュレーションを行った。つまり、不飽和浸透特性に関するパラメータ(θ_s , θ_r , α , n および k_s)は図-12に示すヒストグラムの結果を用いて、底面の境界条件が自由排水境界の場合は浸透係数 β を全て $\beta=1$ として、非排水境界の場合は

全て $\beta=0$ として計算を行った。図-13は自由排水境界を設定した場合の解析結果を示しており、図-14は非排水境界を設定した場合のそれを示している。自由排水境界の場合の解析結果は深度90cmの擬似計測データを再現できていない。これは1次元解析モデルの底面からの排水量が多く、体積含水率が高い値まで上昇しないためである。非排水境界の場合は約3600min頃の降雨によりモデル全体が飽和して解析が終了した。このようにモデル底面に非排水境界を設定すると、時間の経過に伴ってモデル内の水分量が上昇し続けるため、計測データの再現だけでなくシミュレーション自体が不可能になる場合がある。以上の結果から、本研究の提案手法は、1次元解析モデルにおける底面の境界条件として自由排水境界や非排水境界を設定した場合には表現が困難な水分挙動も再現できるロバストな手法だといえる。

図-10 体積含水率の事後分布の経時変化

図-11 各未知パラメータの事後分布の経時変化

図-12 データ同化終了後における未知パラメータごとのヒストグラム

図-13 再現解析結果(自由排水境界)

図-14 再現解析結果(非排水境界)

(4) より強い降雨イベントに対する再現性の検証

図-12 に示す推定された未知パラメータの事後分布を用いて、データ同化には使用しなかった3つの降雨イベント(2011_風屋, 2014_三入, 2017_朝倉)に対するモンテカルロシミュレーションを行った。図-15 は体積含水率に関する再現解析結果を示している。データ同化によって推定された浸透解析モデルを用いると、全ての降雨イベントにおいて擬似計測データを良好に再現できていることがわかる。これらの3つの降雨イベントは降雨形態が大きく異なっていることに加えて、データ同化に使用した 2016_輝北よりも強い雨であることを考慮すると、データ同化によって汎化性能の高い浸透解析モデルを推定できているといえる。図-16 は地下水位に関する再現

解析結果を示している。擬似計測データと比較して解析結果の方がそのピーク値が若干大きいものの、地下水位の擬似計測データはデータ同化に用いていないことを考慮すると、計測と解析の誤差は十分に小さく、地下水位の上昇・下降に関するタイミングは良好に再現できているといえる。以上の結果から、本研究で提案した浸透係数 β を導入したデータ同化手法を用いると、数値実験において、不飽和状態における浸透挙動から地下水位の上昇・下降までを高精度に再現できる浸透解析モデルの推定が可能であることが分かった。また、その推定された浸透解析モデルを用いると、より強い降雨イベントに対する解析的な外挿も可能であることが明らかになった。

(a) 2011_風屋

(a) 2011_風屋

(b) 2014_三入

(b) 2014_三入

(c) 2017_朝倉

(c) 2017_朝倉

図-15 推定された事後分布を用いた場合における体積含水率に関する再現解析結果

図-16 推定された事後分布を用いた場合における地下水位に関する再現解析結果

4. 現地計測に対する提案手法の妥当性の検証

ここでは、現地計測データに基づく浸透解析モデルのデータ同化を通じて、現地斜面における提案手法の妥当性について検証する。まず、対象斜面の概要について示し、本研究で用いた平成 30 年 7 月豪雨時に現地計測されたデータについても説明する。そして、データ同化を行うための解析条件を示した後、現地計測データに基づく浸透解析モデルのデータ同化を実施して、現地斜面における提案手法の妥当性について議論する。

(1) 対象斜面の概要と現地計測データ

本研究で対象とした現場は高速道路沿いの新設のり面で、平均斜度は約 35 度である。基盤岩は花崗岩であり、表層はまさ土である。表-3は現地で採取した試料の物性値を示している。図-17 は対象地点における簡易貫入試験の結果を示している。深度 100cm までは N_d 値が 5 程度で貫入できたため、雨水が浸透しやすい層であることが推察された。深度 110cm では N_d 値が 30 と急激に上昇したため、深度 110cm 付近で地下水が発生する可能性があると考えられる。そのため、雨水が浸透し始める挙動を把握しつつ地下水位の上昇を重点的に計測するために、土壌水分計の設置深度は、深度 20cm, 80cm, 100cm とした。写真-1 は土壌水分計設置の状況を示している。不攪乱状態における浸透挙動を計測するために、鉛直にトレンチ掘削を行い、その断面と垂直に土壌水分計を設置した。2017 年 11 月 3 日から現地計測を実施しており、土壌水分計による体積含水率の計測間隔は 10 分である。なお、降雨量に関しては、現地斜面に転倒樹型雨量計を設置して 10 分間隔で降雨量を計測している。図-18 は本研究で用いた現地計測データを示している。計測期間は 2018 年 7 月 4 日から 7 月 8 日までであり、平成 30 年 7 月豪雨時の現地計測データである。平成 30 年 7 月豪雨時には、対象斜面の複数箇所でも小規模な表層すべり型崩壊が発生しており、当該地点においても表層地盤が飽和状態に至っていた可能性が考えられる。

(2) 解析条件

図-19 は本研究で用いた 1 次元解析モデルを示している。図-17 に示す簡易貫入試験の結果からは深度 100cm 以浅では明確な層の違いが確認されなかったことから、各土壌水分計の設置深度の中央を層境界として設定した。つまり、深度 0cm から 50cm を上層、50cm から 90cm を中間層、90cm から 110cm を下層とした。浸透係数 β を導入した排水境界は、 N_d 値が大幅に増加した深度 110cm に設定した。初期条件としては、上層には深度 20cm で計測された体積含水率の初期値 $\theta_{-0}^{20\text{cm}}$ を、中間層には深度 80cm で計測された体積含水率の初期値 $\theta_{-0}^{80\text{cm}}$ を、下層に

表-3 採取した試料の物性値

土粒子密度 ρ_s (g/cm ³)	2.648
最大乾燥密度 $\rho_{d\text{max}}$ (g/cm ³)	1.858
最適含水比 w_{opt} (g/cm ³)	13.5

図-17 簡易貫入試験結果

写真-1 土壌水分計設置の状況

図-18 現地計測データ

は深度 100cm で計測された体積含水率の初期値 $\theta_{t=0}^{100\text{cm}}$ をそれぞれ与えた。データ同化には合計 500 個の粒子を用いた。表4は未知パラメータの変動幅を示している。この未知パラメータの変動幅は、事前解析を行って非現実的な解析結果が算出されるパラメータを削除している。この範囲内でランダムなパラメータの組み合わせを 500 通り作成した。観測ノイズに関しては、3 次元正規分布を仮定し、平均は 0、標準偏差は各深度の現地計測データの変動幅の 20%、非対角項(共分散)は 0 とした。

(3) データ同化結果

図-20 はデータ同化によって得られた各深度における体積含水率の事後分布の経時変化を示している。前章の結果と比較すると若干の誤差はあるものの、図-1 と比較すると解析結果は現地計測データを概ね良好に再現できているといえる。図-21 はモデル下層における各未知パラメータの事後分布の経時変化を示しており、図-22 はデータ同化終了後における未知パラメータごとのヒストグラムを示している。これらの結果から、2880min 頃までの計測データによって浸透解析モデルの事後分布が更新され、その後はほとんど変動がないことがわかる。浸透係数 β に関しては、データ同化によって分布の平均値が $\beta=0.1$ 程度になるような事後分布が推定されている。図-23 は各時刻における飽和度の平均値のコンター図を示している。図-24 は底面の境界条件を自由排水境界とした場合のモンテカルロシミュレーションによって得られた飽和度の平均値のコンター図を示している。なお、図-24 に示す解析結果は、浸透係数 β を全て $\beta=1$ とした以外は図-22 に示す未知パラメータごとのヒストグラムを用いて解析を行った。これらの結果から、底面の排水境界を自由排水境界とした場合と比較して、提案手法を用いた場合の方が下層の飽和度が高く、さらに、その下層の中でも底面の境界に近い深度における飽和度が高いことがわかる。これは、モデル底面からの排水量よりもモデル上部からの流入量が多いことによりモデル底面で雨水が貯留され飽和度が上昇しているためである。図-25 は提案手法によってデータ同化を行った際のモデル底面における地下水の発生確率の経時変化を示している。この結果からも、降雨のピーク直後の体積含水率が大きく上昇した時点で地下水発生確率が高まることを解析的に表現できていることがわかる。以上の結果から、提案手法は現地斜面においても十分に適用可能であることが確認できた。このように、数値実験と現地斜面の両方において妥当性を確認できたことから、本研究で提案した 1 次元解析モデルにおける底面の境界条件に関するパラメータとして浸透係数 β を導入したデータ同化手法は、不飽和浸透から地下水位の上昇や下降までの浸透挙動を再現するための手法として有効であるといえる。

図-19 1次元解析モデル(現地斜面)

表-4 未知パラメータの変動幅(現地斜面)

	不飽和浸透特性値					境界条件
	θ_s	θ_r	α (1/cm)	n	k_s (m/s)	β
min	0.40	0.12	0.02	1.20	1.0.E-05	1.0.E-03
max	0.45	0.20	0.15	1.60	1.0.E-03	1.0.E+00

(a) 20cm

(b) 80cm

(c) 100cm

図-20 体積含水率の事後分布の経時変化

図-21 各未知パラメータの事後分布の経時変化(下層)

図-22 データ同化終了後における未知パラメータごとのヒストグラム(下層)

図-23 各時刻における飽和度の平均値のコンター図
(浸透係数 β による排水境界)

図-24 各時刻における飽和度の平均値のコンター図
(自由排水境界)

図-25 モデル底面における地下水の発生確率の経時変化

5. まとめ

本研究では、1次元解析モデルにおける底面の境界条件に関するパラメータとして浸透係数 β を導入したデータ同化手法を提案し、数値実験と現地斜面におけるデータ同化を通じて、提案手法の妥当性を検証した。得られた知見を以下に示す。

- (1) 数値実験において、本研究の提案手法を用いると、不飽和状態における浸透挙動から地下水位の上昇・下降までを高精度に再現できる浸透解析モデルの推定が可能であることが分かった。また、その推定された浸透解析モデルを用いると、より強い降雨イベントに対する解析的な外挿も可能であることが明らかになった。
- (2) 現地計測データに基づく浸透解析モデルのデータ同化を行った場合も、解析結果は体積含水率の現地計測データを概ね良好に再現でき、なおかつ、降雨のピーク直後の体積含水率が大きく上昇した時点で地下水発生の確率が高まることを解析的に表現できたことから、提案手法は、現地斜面においても適用可能であることが明らかになった。

以上の結果から、本研究で提案した1次元解析モデルにおける底面の境界条件に関するパラメータとして浸透係数 β を導入したデータ同化手法は、不飽和浸透から地下水位の上昇や下降までの浸透挙動を再現するための手法として有効であることが明らかになった。

謝辞：本研究は研究活動スタート支援(18H05920)「土中水分量の計測データに基づくオンラインデータ同化システムの開発とその高度化」の援助の元に行われた。また、高速道路のり面の現地計測データは、大阪大学 NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座から提供頂いた。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 小泉圭吾, 藤田行茂, 平田研二, 小田和広, 上出定幸: 土砂災害監視のための無線センサネットワークの実用化に向けた実験的研究, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol. 69, No. 1, pp. 46-57, 2013.
- 2) 酒匂一成, 横田祐介, 里見知昭, 檀上徹, 深川良一: 無線センサネットワークを利用した斜面内の負の間隙水圧の長期多点計測システム, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol. 74, No. 2, pp. 144-163, 2018.
- 3) Kitagawa, G.: Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Vol. 5, No. 1, pp. 1-25, 1996.
- 4) 伊藤真一, 小田和広, 小泉圭吾, 臼木陽平: 現地計測結果に基づく土壌水分特性パラメータ同定に対する粒子フィルタの適用, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol. 72, No. 4, pp. 354-367, 2016.
- 5) 伊藤真一, 小田和広, 小泉圭吾, 藤本彩乃, 越村謙正: 現地計測結果に基づく浸透解析モデルのデータ同化に対する融合粒子フィルタの有用性の検証, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 73, No. 2 (応用力学論文集 Vol. 20), pp. I_45-I_54, 2017.
- 6) Nakano, S., Ueno, G. and Higuchi, T.: Merging particle filter for sequential data assimilation, *Nonlinear Processes in Geophysics*, No. 14, pp. 395-408, 2007.
- 7) 西村美紀, 小泉圭吾, 伊藤真一, 小田和広: 異常降雨時の現地計測データに基づく浸透解析モデルのデータ同化の再現性の検証, 第 54 回地盤工学研究発表会, pp. 1765-1766, 2019.
- 8) 斎藤広隆, 坂井勝, Jiri Simunek, 取出伸夫: 不飽和土中の水分移動モデルにおける境界条件, 土壌の物理性, No. 104, pp. 63-73, 2006.
- 9) 西垣誠, 菱谷智幸, 橋本学, 河野伊一郎: 飽和・不飽和領域における物質移動を伴う密度異存地下水流の数値解析手法に関する研究, 土木学会論文集, No. 511, pp. 135-144, 1995.
- 10) 鶴飼恵三, 蔡飛, 若井明彦, 阪上最一: 集水ボーリング工の効果に関する定量的評価手法の提案, 地すべり, Vol. 35, No. 3, pp. 1-7, 1998.
- 11) 八木則男, 矢田部龍一, 榎明潔: 降雨時の斜面崩壊に対する限界降雨量, 土木学会論文集, No. 418, pp. 65-73, 1990.
- 12) 小山倫史, 高橋健二, 大西有三: 斜面における統合型地下水解析手法の開発およびその実斜面への適用, 地盤工学ジャーナル, Vol. 5, No. 1, pp. 103-118, 2010.
- 13) Ishihara, Y. and Kobatake, S.: Runoff model for flood forecasting, *Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute*, Vol. 29, No. 1, pp. 27-43, 1979.
- 14) 日本地下水学会編: 地下水シミュレーション, 第1章地下水流動解析の概要, pp. 1-30, 2014.
- 15) Tsuchida, T., Athapaththu, A. M. R. G., Kawabata, S., Kano, S., Hanaoka, T. and Yuri, A.: Individual landslide hazard assessment of natural valleys and slopes based on geotechnical investigation and analysis, *Soils and Foundations*, Vol. 54, No. 4, pp. 806-819, 2014.
- 16) 川端昇一, 土田孝, 加納誠二, 由利厚樹, 花岡尚, 中川翔太: 地盤調査と斜面安定解析に基づく土砂災害危険渓流の豪雨時危険度評価, 地盤工学ジャーナル, Vol. 8, No. 1, pp. 119-131, 2013.

- 17) 赤井浩一, 大西有三, 西垣誠: 有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析, 土木学会論文報告集, No. 264, pp. 87-95, 1977.
- 18) van Genuchten, M.: Calculating the unsaturated hydraulic conductivity with a new closed-form analytical model, *Research report*, No. 78-WR-08, Princeton Univ., 1978.
- 19) Mualem, Y.: A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research*, Vol. 12, pp. 513-522, 1976.
- 20) 地盤工学会編: 不飽和地盤の挙動と評価, 第2章 保水性および透水性, pp. 11-84, 2015.
- 21) 樋口知之, 上野玄太, 中野慎也, 中村和幸, 吉田亮: データ同化入門—次世代のシミュレーション技術—, 7. 融合粒子フィルタ, pp. 116-135, 2018.
- 22) 気象庁: <https://www.data.jma.go.jp/obd/stats/etrn/index.php>
- 23) 岡田憲治, 牧原康隆, 新保明彦, 永田和彦, 国次雅司, 斉藤清: 土壌雨量指数, 日本気象学会機関紙「天気」, Vol. 48, No. 5, pp. 59-66, 2001.
- 24) 伊藤真一, 小田和広, 小泉圭吾, 櫻谷慶治, 藤本彩乃: 様々な降雨時の現地計測結果に基づく浸透解析モデルの確率論的更新, 土木学会第72回年次学術講演会, pp. 287-288, 2017.

(Received July 9, 2019)

(Accepted December 26, 2019)

PROPOSAL OF THE METHOD ESTIMATING SEEPAGE ANALYSIS MODEL INCLUDING A BOUNDARY CONDITION USING MERGING PARTICLE FILTER

Shin'ichi ITO, Kazuhiro ODA, Keigo KOIZUMI, Miki NISHIMURA, Toru DANJO
and Kazunari SAKO

The authors have tried to estimate the seepage analysis models based on field measurement data of volumetric water content using the merging particle filter which is one of the data assimilation methods. In the previous studies, one-dimensional seepage analysis models were assumed, and unsaturated seepage behaviors were simulated by setting the free drainage boundary condition at the bottom of the one-dimensional models. However, in the case of heavy rain, because of the observation rising groundwater level at a field slope, the simulation setting the free drainage boundary condition could not reproduce the field measurement data. In this study, the authors proposed a new method estimating the seepage analysis model including the boundary condition at the bottom of the one-dimensional model using merging particle filter, and the applicability of the proposed method was verified. As a result, the estimated seepage analysis model by data assimilation could reproduce the measurement data of not only numerical experiments but also field slope. Therefore, the availability of the proposed method simulating from the unsaturated condition to the saturated condition was verified.