MPS法を用いた雪崩 シミュレーションモデルの実用化に向けた検討

REFINEMENT OF MPS METHOD FOR PRACTICAL APPLICATION ON LARGE SCALE SNOW AVALANCHES

加藤宏隆¹・大槻政哉²・齋藤佳彦²・清水康行³・木村一郎⁴

Hiroataka KATO, Masaya OTSUKI, Yoshiki SAITO,
Yasuyuki SHIMIZU and Ichiro KIMURA

¹学生会員 北海道大学大学院 北方圏環境政策工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

²非会員 株式会社雪研スノーイーターズ (〒064-0804 札幌市中央区南4条西6丁目11-2全日ビル7F)

³正会員 工博 北海道大学公共政策大学院教授 (〒060-0809 札幌市北区北9条西7丁目)

⁴正会員 工博 北海道大学大学院工学研究院准教授 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

This study presents some considerations on the possibility of practical utilization of MPS method for simulating snow avalanches from engineering points of view. The MPS method is a powerful tool to reproduce flow phenomenon with large scale surface deformation. In order to apply this method to snow avalanches, we introduce a constitutive equation of Bingham and Dilatant fluid. Erosion-deposition and effects of drag force due to air are also incorporated into the model. The modified model was applied to some cases and evaluated the model performances through comparison with experimental results and observed data.

Key Words : snow avalanche, numerical simulation, MPS method, Bingham fluid, Dilatant fluid

1. はじめに

冬期災害防止の観点から、雪崩災害防止の雪崩防護施設建設は重要な課題である。発生した雪崩を減勢させる減勢工に関しては、数多くの模型実験¹⁾が行われているが、減勢効果の評価手法の考え方は確立されていない。このため、減勢工の設計は経験に頼っているのが現状であり、安全性・経済性の面から物理的根拠に基づく合理的な減勢工の設計方法が求められている。しかし、雪崩は現地観測データがきわめて少なく、現地スケールでの検討を行うには信頼できる数値計算モデルの構築が望まれる。

雪崩の数値計算モデルについては、これまで大きく4つのモデルが提案されている²⁾が、本研究では粉体の集まりである雪崩を流体とみなす流体モデルを用い、連続体の基礎式のLagrange的な離散化を可能とする粒子法(MPS法³⁾)の適用について検討する。MPS法は雪崩のような流体表面が激しく変化する現象を再現するのに最適と言われており、減勢工周りの複雑な挙動にも適応できると考えられる。

MPS法の雪崩への適用においては、大塚ら⁴⁾によってビンガム流体を仮定した構成則および空気抵抗の導入に対する報告があるものの、実用化に向けてはいくつか

の課題が残されている。

その一つが実地形への適用である。流型雪崩を想定した非ニュートン流体モデルでは、スランプ試験による再現性の検証が行われているものの、実地形を対象とした検討はなされていない。実地形への適用においては、スランプ試験では評価出来なかった高せん断ひずみ時の挙動を再現する為にモデルの改良を行う。

また、煙り型雪崩については、空気抵抗の導入によって最高速度の再現性向上が確認できているが、実用化に向けては更なる精度向上が求められる。

以上の課題に対し、本研究では次の2点について検討を行う。

①煙り型雪崩の再現性向上に向けて、法線ベクトルを用いた空気抵抗作用方向の見直し、および投影面積に関する検討。

②観測データの再現性向上に向けて、雪崩をダイラタント流体と仮定した場合の構成則の検討、及び侵食・堆積モデルの導入に関する検討。

これらの計算結果の検証には、①についてはピンポン玉雪崩実験⁵⁾、②については上石らによる新潟における雪崩の実測データ⁶⁾を用いる。

2. 基礎式と数値計算モデル

(1) 空気抵抗を考慮した流体の支配方程式

流体をニュートン流体と仮定し、その連続式を式(1)に、運動方程式を式(2)にそれぞれ示す。

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho \nabla^2 u_i - \rho \delta_{i2} g - \frac{1}{V} F_a \quad (2)$$

ここに、 ρ ：粒子の密度、 u ：速度、 p ：圧力、 ν ：動粘性係数、 g ：重力加速度、 V ：MPS法の粒子一つが代表する体積、 F_a ：空気抵抗を表している。

空気抵抗 F_a は抗力の式より、式(3)のように表される。

$$F_a = \frac{1}{2} \rho_a C_D S u |u| \quad (3)$$

ここに、 ρ_a ：空気の密度、 C_D ：抗力係数、 S ：MPS法の粒子一つが代表する投影面積を表している。抗力係数 C_D は、ピンポン玉が球体であることからレイノルズ数 Re の値により変化するSchiller and Naumanの式を用いる。

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) & Re \leq 1000 \\ 0.4 & Re > 1000 \end{cases} \quad (4)$$

(2) 非ニュートン流体の構成モデル

雪崩の停止までのメカニズムを計算に取り込むために、低せん断ひずみにおいては雪崩をビンガム流体と仮定する。一方、実測データを再現する大規模計算においては高せん断ひずみ領域に達する。雪は高せん断ひずみにおいてダイラタント流体としての性質を示すことが知られている²⁾ ため、あるせん断ひずみを超えた場合には雪崩をダイラタント流体と仮定し、それぞれの流体モデルについて構成方程式の改良を試みる。

雪崩を非圧縮性、非ニュートン流体と仮定し、その連続式を式(5)に、運動方程式を式(6)に示す。

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (5)$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \rho \delta_{i2} g + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (6)$$

ここに、 ρ ：粒子の密度、 u ：速度、 p ：圧力、 τ_{ij} ：せん断応力、 g ：重力加速度を表している。

非ニュートン流体においては、式(6)中の τ_{ij} を次のように表すことができる。

$$\tau_{ij} = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad (7)$$

ここで $\eta(\dot{\gamma})$ は見かけの粘度と呼ばれるものであり、せん断ひずみは式(8)を使って計算される。

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{e}_{ij} \dot{e}_{ij}} \quad (8)$$

ここに $\dot{e}_{ij}$ は第二普遍量の偏差ひずみ速度テンソルである。

図-1 流体モデルの構成則

a) ビンガム流体の構成則

せん断応力 τ_{ij} をビンガムモデルを用いて表した場合、次式のようになる。

$$\begin{cases} \tau_{ij} = \eta \dot{\gamma} + \tau_0 & \tau_{ij} \geq \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \tau_{ij} < \tau_0 \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 η ：塑性粘度、 τ_0 ：ビンガム降伏値、 $\dot{\gamma}$ ：せん断ひずみである。

ビンガム流体の構成則については大塚ら⁴⁾と同様に、以下の式を用いる。詳しくはそちらを参照されたい。

$$\eta' = \eta + \frac{c + p \tan \phi}{\dot{\gamma}} (1 - e^{-m \dot{\gamma}}) \quad (10)$$

b) ダイラタント流体の構成則

あるせん断ひずみを超えた場合にダイラタント流体としての性質を示すとき、せん断応力 τ_{ij} は次式で表される。

$$\tau_{ij} = k \dot{\gamma}^2 \quad \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0 \quad (11)$$

ここに、 k ：比例定数、 $\dot{\gamma}_0$ ：せん断ひずみ境界値である。

すなわち、本研究で仮定している非ニュートン流体の構成モデルでは、せん断ひずみ境界値以下では雪崩はビンガム流体としての挙動を示し、せん断ひずみ境界値を超えた際にはダイラタント流体としての挙動を示す。

ここで、ダイラタント流体についてもビンガム流体同様、式(11)をせん断ひずみ $\dot{\gamma}$ で除すことで、ニュートン粘性と等価な粘性を作る。

$$\eta' = k \dot{\gamma} \quad (12)$$

また比例定数 k は $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0$ における式(9)と式(11)の交点から次式によって求める。

$$k = \frac{\eta \dot{\gamma}_0 + c + p \tan \phi}{\dot{\gamma}_0^2} \quad (13)$$

ビンガム流体、およびダイラタント流体を組み合わせた流体モデルの概要を図-1に示す。

c) 堆積・侵食モデル

雪崩の実測データの再現をするために、雪粒子の巻き込み、および雪崩粒子の堆積の導入を考える。式(9)は降伏後のせん断応力を出しており、降伏前のせん断応力を算出することが出来ない。そこで本研究では、粒子に作用する圧力 p を各粒子に作用する外力とみなし、せん断強度との大小関係によって侵食・堆積を簡易的に判定する。侵食・堆積の判定条件を式(14)に示す。

$$\begin{cases} \tau_0 < p & : \text{侵食} \\ \tau_0 \geq p, v < 0.5m/s & : \text{堆積} \\ other & : \text{変化無し} \end{cases} \quad (14)$$

ここで、粒子が空中に存在し圧力が作用しない場合を省くために、堆積条件に速度の条件を加えている。侵食・堆積を考慮した計算では、斜面表層に侵食対象となる粒子を配置しており、式(14)の条件を満たした粒子について侵食対象粒子と流体粒子を入れ替える事で、侵食・堆積を表現している。

(3) MPS法について³⁾

MPS法は非圧縮流れをラグランジュ的に解く手法である。数値解析手法の分類では粒子法として位置づけられており、微分演算子を粒子間の相互作用によって表現することに特徴がある。

MPS法は連続体を有限個の粒子に置き換え、式(15)で表される重み関数 w を用い、粒子間相互作用を解く。

$$w(r) = \begin{cases} r_e/r - 1 & r \leq r_e \\ 0 & r > r_e \end{cases} \quad (15)$$

ここで、 r : 粒子間距離、 r_e : 粒子相互作用の及ぶ影響範囲の半径である。

また、粒子数密度 n は重み関数を用いて次式で定義する。

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|) \quad (16)$$

式(16)は粒子 i において、粒子 i と各近傍粒子 j との重みの和を表している。

具体的な離散化手法、計算アルゴリズムについては越塚³⁾と同様な手順を用いている。詳しくはそちらを参照されたい。

3. モデルの改良

(1) 空気抵抗を考慮したモデル

a) モデルの改良点

雪崩の空気抵抗のMPS法への導入を目指し、本研究では粒子径や密度が均一で、かつ実験結果の存在するピンポン玉雪崩を再現できるモデルについて検討した。式(1)、式(2)を基礎式にしたモデルで、ピンポン玉の雪崩実験の再現計算を試みる。ピンポン玉はその密度が雪崩とほぼ同様であり、空気中への巻き上がりや空気抵抗の影響などの点で雪崩と同様な挙動を示す。

空気抵抗については大塚らのモデル⁴⁾をベースに次の2点について改良を行った。

・投影面積の与え方

計算で用いる粒子を一辺が平均粒子間隔の立方体ではなく、直径が平均粒子間隔の球体であると仮定し、同体積分のピンポン玉を代表しているとした。

この理由には以下の二点がある。一点目は、MPS法の一つの粒子の影響範囲が、平均粒子間隔を直径とする球形を代表している点である。二点目は、球形と仮定する

ことでピンポン玉と同様の空隙率が再現でき、流体の総重量の整合性がとれる点である。

投影面積の与え方については大塚らと同様、式(3)中の投影面積 S には本来のピンポン玉の投影面積を与え、仮定した球体の投影面内にあるピンポン玉数を係数として投影面積 S に乗じている。

・空気抵抗の働く粒子の判定方法

大塚らのモデルでは、粒子数密度 n^* が、 $n^* < 0.97n^0$ を満たす粒子を自由表面上に存在すると判定し、式(2)中の空気抵抗 F_a は自由表面上の粒子に作用するとした。

しかし実際の雪崩においては、自由表面上の粒子の中でも雪崩前面の粒子にのみ空気抵抗は作用する。そこで本研究では、自由表面粒子について法線ベクトル³⁾を算出し、雪崩の流下方向と法線ベクトルの向きから空気抵抗の働く粒子の判定を行った。また、式(3)を単位法線ベクトルを用いて式(17)のように書き換える。

$$F_a = \frac{1}{2} \rho_a C_D S u |u| \cdot n \quad (17)$$

ここに、 ρ_a : 空気の密度、 n : 単位法線ベクトルである。

粒子一つ一つに対して抵抗を与える必要のあるMPS法では、自由表面粒子に式(3)に示す単一球体の抵抗を与えることで簡易的に空気抵抗を表現していた。しかしながら、この従来のモデルでは一つの連続体としての挙動を示す雪崩全体の抵抗が再現できない。そこで、雪崩の形状による空気抵抗の制約を取り込む事で、連続体としての挙動を考慮する一つの試みとして、法線ベクトルを用いている。

b) 計算領域

計算に用いた札幌市宮の森スキージャンプ台の概要を図-2に示す。MPS法では、壁などについても粒子として粒子数密度 n を計算する必要があるため、流体及び構造物を粒子の配列によって表す必要がある。本計算は個別要素法と異なり計算粒子をピンポン玉径と同じにとる必然性は無い。計算精度の点から計算粒子間隔は小さくすることが望ましいが、本研究では計算負荷およびメモリの制約上、平均粒子間隔0.2mでピンポン玉及びスロープを表現した。

c) パラメータの算定

ピンポン玉実験の再現計算を行う上でパラメータとなる値は、粒子および壁面の粘性係数である。粘性係数については以下の実験式²⁾を参考にした。

$$\eta = 1.62 \times 10^{-6} \exp(0.0255 \rho_s) \quad (18)$$

ここに、 ρ_s : 雪の密度である。計算においては、式(18)中の粘性係数を密度で除した動粘性係数をパラメータとして用いている。しかしながら、ピンポン玉と雪では異なった性質を持つ。そこで、動粘性係数の影響を検討するために、表-1に示す4ケースについて、予備計算を行った。すべてのケースにおいて、ピンポン玉の密度 ρ は 87.7 kg/m^3 を用いている。また、予備計算では、投影面積を立方体と仮定し、法線ベクトルを用いていない条件

で計算を行っている。

図-3は予備計算結果の流下距離と流下速度の関係を示した図である。流下速度に関して動粘性係数の影響は見られなかったため、モデルの検討にはRun1のパラメータを用いることとする。

d) 計算条件

計算ケースは表-2に示す5ケースである。法線ベクトルの有無、仮定する投影面の形状の違いによる4ケースに加え、空気抵抗の効果を考慮するために空気抵抗を考慮しない場合についても計算を行なっている。

e) 結果と考察

流下速度の検討を行うために、雪崩先端粒子の速度と流下距離をピンポン玉雪崩実験と比較したものを図-4に示す。また、流下形状の比較を行うために6秒後の流下状況を図-5に示す。図-5の計算結果においては、各粒子の相互作用の影響を検討するため、影響範囲内に他の粒子が存在しない粒子を赤色、粒子数密度 $n^* < 0.97n^0$ を満たす自由表面粒子を黄色、それ以外の空気抵抗を考慮しない粒子を青色で示している。

法線ベクトルの効果は、Run5とRun7の比較から法線ベクトルを考慮した方が流下速度が大きくなっている。これは法線ベクトルの向きによって空気抵抗の効果が制限されているためである。計算では図-5に黄色で示す粒子に対して法線ベクトルの効果を与えており、大部分の粒子が法線ベクトルによる空気抵抗の制限を受けていることが見て取れる。

投影面積については、Run5とRun6の結果から球体と仮定することで最高速度が抑制されている。この原因は、式(2)の右辺第三項において、投影面の形状によって変化する投影面積 S と体積 V との比 S/V を平均粒子間隔 D を用いて表した場合、立方体を仮定すると $1/D$ 、球体を仮定すると $3/2D$ となり、球体を仮定することで空気抵抗の効果が立方体を仮定した場合の3/2倍になるためである。

最高速度の再現性の点では、法線ベクトルを考慮せず投影面を球体と仮定したRun6が最も良い結果となっている。しかしながら本研究では直径3.78cmのピンポン玉に対し、計算においては平均粒子間隔を0.2mと仮定しているため、十分な粒子数密度を得られず、法線ベクトルの効果を正確に計算出来ていないことが考えられる。

同様に、図-5に示す流下形状が実験のようにまとまりを持った形状を示さなかった理由も粒子数密度の不足が原因と考えられる。

そのため法線ベクトルの効果、及び本モデルの再現性の検討については、今後、十分な粒子数密度を確保できる手法を検討した上で評価する必要があると考える。

また、いずれのケースにおいても、最大速度が実験値に比べて手前に出現している。これは、実験と計算の初期条件の違いによるものであると考えられる。実験では、下端固定の扉を開けることでピンポン玉が流下を開始する。この時、ピンポン玉は扉の動きに合わせて上端から

表-1 予備計算ケース

	粘性項の ν (m^2/s)	底面摩擦力項 の ν (m^2/s)
Run1	2.3×10^{-6}	1.15×10^{-5}
Run2	2.3×10^{-6}	2.3×10^{-6}
Run3	1.15×10^{-5}	2.3×10^{-6}
Run4	1.15×10^{-5}	1.15×10^{-5}

表-2 計算ケース

	法線ベクトル の有無	投影面の 形状
Run5	無	立方体
Run6	無	球体
Run7	有	立方体
Run8	有	球体
Run9	空気抵抗無し

図-2 スキージャンプ台の概要

図-3 予備計算結果

図-4 計算結果

図-5 形状の比較(6秒後)

(左：観測データ，右：計算結果)

滑り落ちるように流下を開始する．一方計算においては扉を考えていないため，流下開始時の挙動が扉に制限される事なく，静水圧の大きい下端から流下を開始する．計算においては，これらの違いが原因で初期流下速度が実験に比べ大きくなっていると考えられる．最高速度の再現性の最も高いRun6は，90m-120mの区間で他のケースに比べ再現性が低下しているが，これについても初期流速の不適合が原因と考えられる．

(2) MPS法への非ニュートン流体モデルの導入

a) 改良方法

せん断ひずみが小さい場合の挙動については大塚らによってビンガム流体の適用が試みられているが，あるせん断ひずみ以上になった場合には，せん断応力がせん断ひずみの2乗に比例して急激に増加するダイラタント流体の性質を示すことが実験的に確認されている²⁾．本研究ではビンガム流体とダイラタント流体の境界となるせん断ひずみの境界値を，実験値を元に $\gamma_0=5.0$ としている．

b) 計算条件

モデルの検証については，新潟県で発生した雪崩の実測データを用いる．本研究では以下に示す2つの実測データ⁶⁾について再現計算を試みる．

- ・ case1：新潟県長岡市で発生した雪崩であり，その斜面の概要を図-6に示す．case1は雪崩流下範囲，および堆積状況について検証を行う．
- ・ case2：新潟県山古志トンネル付近で発生した雪崩であり，斜面の概要を図-7に示す．発生区から対象領域内の最も低い地点までの高低差はおよそ90mである．

Case2では主に流下速度と流下経路について検証する．

パラメータは，上石ら同様の実測データについて再現計算を行った際に用いたパラメータと同様に，粘着力 $c:100(\text{Pa})$ ，内部摩擦角 $\phi:24(^{\circ})$ ，塑性粘度 $\eta:0.01: (\text{Pa}\cdot\text{s})$ とした．また，底面粒子と流体粒子との境界はニュートン流体とし，動粘性係数 $6.25\times10^{-2}(\text{m}^2/\text{s})$ を与えている．平均粒子間隔は計算負荷を考慮し0.5mとし，侵食の対象となる粒子は底面の表層25cmを仮定した．

c) 計算結果と考察

・ case1について

観測結果を図-8に，30秒後の計算結果を図-9に示す．

図-9中(左)が大塚らによるビンガム流体を仮定したモデル，(右)が大塚らのモデルにダイラタント流体，侵食・堆積モデルを導入した計算結果である．ビンガム流体を仮定したモデルでは流下粒子を青で表現しているが，侵食堆積を考慮したモデルでは粒子の入れ替えを行なっているため，侵食された領域では灰色の壁粒子が露出し，堆積粒子・侵食対象粒子は白色で示している．

流下範囲について，ビンガム流体のみの計算では流下範囲が広範囲に及んでいるのに対し，ダイラタント流体を仮定した本モデルでは水平方向の拡がり制約され，実測データを良好に再現出来ていることが見て取れる．

図-6 case1の斜面の概要

図-7 case2の斜面の概要

図-8 case1の観測データ

図-9 case1流下範囲(30秒後)
(左：ビンガム流体モデル) (右：ダイラタント流体モデル
+侵食・堆積を考慮)

流下距離については、計算結果の経過時間と流下距離の関係を図-10に示す。ビンガム流体のみのモデルでは雪崩の停止を再現出来なかったが、堆積モデルを導入することで雪崩の発生から停止までを再現することができている。

観測データ不足のため、定量的な評価を行う事はできないが、目視による流下範囲、及び雪崩の停止を再現できた点から、実用化に向けての大規模な斜面に対するダイラタント流体モデルの適用可能性を示す結果となった。

・case2について

観測データ、および計算結果を図-11に示す。図中の(左)が観測データ、(右)が計算結果で、5秒毎の流下状況を示している。図中では観測データの雪崩流下状況が判断しにくいいため、各時間における雪崩の先端を目視に基づく矢印によって示している。

計算結果について定量的な評価はできないが、計算結果は観測データの流下速度、及び流下経路を良好に再現出来ていることが定性的に確認できる。また、侵食モデルを導入したことで、雪崩が壁面の雪を巻き込んで流下していく様子が再現出来ている。

4. まとめ

本研究では、煙り型雪崩と流れ型雪崩を仮定し、それぞれに対し空気抵抗項の見直し、ダイラタント流体、侵食・堆積モデルの導入について検討を行った。その結果、以下の結果が得られた。

- 1) 煙り型雪崩を想定したモデルでは投影面積の見直しによって流下速度の再現性が向上したが、法線ベクトル導入の有効性を示すことは出来なかった。煙り型雪崩への適用性の評価については、今後大規模計算によって十分な粒子数密度を確保した条件で行う必要がある。
- 2) 流れ型雪崩を想定したモデルでは、ダイラタント流体、侵食・堆積モデルを導入したことで発生から停止までが表現可能になった。また、実際に発生した雪崩の流下範囲・流下速度について、定性的ではあるが良好な再現性が確認できた。

今後はこの修正MPS法を用いて、雪崩減勢工周りの挙動について定量的な評価を行っていきたい。

参考文献

- 1) 例えば 石田孝司, 加藤信夫, 上石勲: 雪崩減勢工の速度低減効果に関する模型実験, 砂防学会研究発表会概要集, Vol.1998, pp.346-347, 1998.
- 2) 前野紀一, 福田正己: 基礎雪氷学講座Ⅲ, 古今書院, 2000.
- 3) 越塚誠一: 計算レクチャーシリーズ5 粒子法, 日本計算学会編, 丸善株式会社, 2005.
- 4) 大塚達也, 清水康行, 木村一郎, 大槻政哉, 齋藤佳彦: MPS法の雪崩への適用に向けての二, 三の検討, 水工学論文集, 第53巻, pp.1063-1068, 2009.

図-10 流下距離の時間変化

図-11 case2計算結果

(左: 観測データ, 右: 計算結果)

- 5) 小椋崇広, MCELWAINE J, 西村浩一: 質量中心モデルを用いたピンポン球雪崩の運動解析, 雪氷, Vol.65 No.2, pp.117-125, 2003.
- 6) 上石勲, 小田憲一, 森口周二, 沢田和秀, 八嶋厚, 町田敬, 新潟県中越地域における雪崩の動態観測と雪崩流体運動解析モデルの検証, 雪氷研究大会講演要旨集, p.105, 2010.

(2010. 9. 30受付)