四分木構造格子を導入した自然河川における 分岐点と合流点の数値解法

2D COMPUTATION OF CONFLUENCE AND BIFURCATION IN NATURAL RIVERS WITH HIERARCHICAL QUADTREE GRID SYSTEM

星野 剛¹・安田 浩保²・永多 朋紀³

Tsuyoshi HOSHINO, Hiroyasu YASUDA and Tomonori NAGATA

¹ 学生員 新潟大学大学院 自然科学研究科 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050)

² 正会員 工博 新潟大学准教授 災害・復興科学研究所 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050)

³ 正会員 寒地土木研究所 寒地河川チーム (〒 062-7602 札幌市豊平区平岸 1 条)

Numerical computation of river flows have been employed the general coordinate system to adjust a river plane form. An adjustment flexibility of the coordinate system is better but it is difficult to generate a grid system in order to compute stably because grid system is not determined uniquely. This study develops a new boundary fitting method introducing the hierarchical quad-tree grid system for computation of confluence and bifurcation in natural rivers. The numerical model with the quad-tree grid system apply to compute flow pattern in experiment flume and in natural river with bifurcation and confluence, the computed results agree with measured result of the flume and natural river well.

Key Words: quad-tree grid system, bifurcation, confluence, shibetsu river, shallow water equation

1. はじめに

開水路の合流部や分岐部の問題は古くから研究されている。合流部の問題については、古くは Taylor¹⁾ による 1 次元の運動量保存則を導入したものや板倉ら²⁾ による実験値に基づき支川の流速分布を求めたものなどがある。分流部の問題についての研究は合流部の研究と比べて一段と少ない。一次元の問題として考えれば分かる通り、陽的に流量配分を決定することができないことがこの問題の困難さの根本的な要因だろう。さらに、自然河川の分岐部では、流量配分比に加えて、流砂量配分比を流量配分比とは独立に決定しなければならない。これに対し、芦田ら³⁾ は実験的に取り組み、フルード数と分岐角度の観点から流量配分比の特性について調べている。長谷川⁴⁾ は運動量保存則を巧みに適用して堰を有する分岐部における流量配分比を求めることに成功している。守屋・長谷川ら⁵⁾ は移動床分岐部についての理論解を求め、不安定条件を明らかにした。理論的な観点からは以上のように基本的性質の一端が解明されたに過ぎないというのが現状である。

合流部や分岐部の流況と河床変動を同時に扱う様々な数値計算が行われるようになってきている。平面 2 次元解析⁶⁾ から発展して、最近では合流部の複雑な水理の適切な解析のために水深方向にも計算格子を設定した準三次元ないしは三次元計算も行われるようになってきている⁷⁾。しかし、同問題の既往のほとんどの研究では本川と支川を直角に合流させた単純な形状を対

象にすることに留まり、本格的に自然河川の分岐や合流部を取扱った研究は少ない。最近になり、Mung ら⁸⁾ は一般座標を重合格子のように繋ぎ合わせることで自然河川の合流部の解析が可能であることを示した。

このように現状では自然河川の分岐や合流部の解析にすぐさま適用できる知見は少ない。その理由として、前述した水理学的な煩雑さに加え、分合流部や境界部の境界適合が容易に行えないことが大きな要因として挙げられる。分合流部を含む自然河川を一般座標により境界適合した場合⁹⁾、大きく歪曲した格子を含まざるを得ず、この時、格子構成の自由度と引き換えに計算の安定性が犠牲にされる。この問題は格子構成に対して要請される数学的条件を満足することで解消されるものの、自然河川の格子構成においてこの条件を満たすためには極めて煩雑な試行錯誤が必要となる。そのうえ、歪曲が大きな格子を有する格子構成では同じ格子構成のままで定常流量から洪水流量までを一貫して安定に解析できる保証はない。

これに対し、四分木構造格子を利用した格子構成¹⁰⁾ では、格子構成に対する数学的な制約条件は存在しない上、計算精度に密接に関係する格子の直交性もまた完璧に保証される。しかも、このような利点を有しながら、一般座標の格子構成で要求される試行錯誤が不要のために格子構成の大部分を自動処理できる大きなアドバンテージもある。本論文では、室内実験と自然河川の分岐部や蛇行部に対して四分木構造格子による格子構成を適用し、その妥当性について検討を加える。

表-1 実験条件

河床勾配	合流後流量(1/s)	流量比 (本川:支川)	川幅(m)	
1/200	3.5	3:1	本川	支川
			0.4	0.2

図-1 水路形状 ¹¹⁾

2. 水路実験の再現計算

(1) 実験概要

四分木構造格子による河川の合流部の流況の再現性を確認するために水路実験の再現計算を行った。再現計算の対象としたのは重枝らによる水路実験¹¹⁾である。この実験は河川の合流部での流況の把握を目的として、2本の直線水路を30°で合流させ、水位を測定している。この実験水路の形状を図-1に示す。実験条件は固定床での実験であるCaseA-2を用い、その際の水利条件を表-1に示す。

(2) 計算格子

再現計算に用いた計算格子を図-2に示す。格子サイズは1,2,4cmの3種類とし、水路の平面形状の形状を適切に反映させるために壁際で最小格子となるように設定した。ここで用いた計算格子は著者らによって考案された計算格子の自動生成法¹⁰⁾によって生成した。入力情報として水路の平面形状を与えるだけで自動的に格子が生成できることがこの生成法の優位性のひとつである。

(3) 支配方程式

支配方程式にはこれまでの著者らの研究¹⁰⁾と同様の浅水流方程式を用いた。

(4) 計算条件・境界条件

河床せん断力の決定にはManning-Stricklerによる平坦河床の抵抗則¹²⁾を使用し、河床材料の粒径には実験で用いられた粒径0.00075mを用いた。このときManningの粗度係数は0.0141と算出され、この粗度係数を計算に使用した。

計算の上流端の境界条件には流量フラックスを本川、支川それぞれに実験での流量と等しくなるように横断

図-2 計算格子

図-3 計算結果 (水位コンター図, 流線)

図-4 実測値と計算値 (水位)

方向に一樣に与えた。下流端の境界条件には実験で観測された水位を横断方向に一樣に与えた。この条件で定常状態に達するまで計算を行った。

(5) 計算結果

計算結果の平面的な水位分布および流線を図-3に示す。図-3から水面と流線の連続性が確認でき、デカルト座標を基準とした格子構成においても合流部の計算が可能であると判断できる。特に支川との合流部のように流向の異なる流れが合流する箇所さえも一体的に計算されていることがわかる。また、合流部下流側での横断方向の水深は本川左岸側で小さく右岸側で大

図-5 河道形状と河床高

きくなっていることがわかる。この傾向から合流部での偏倚も計算によって再現されているといえる。

次に、本川、支川それぞれの縦断的な中心軸での水位の実測値と計算結果を比較する。水位の観測位置は図-3に破線で示したy1, y2であり、それぞれの水位を図-4に示す。本川下流部では計算値は実測値を良好に再現しており、合流区間においても両者の値はほぼ一致している。その一方、上流部では最大0.5cmの差がみられた。支川においては上流部で最大0.5cmの相違がみられたものの合流部も含めた下流部では良好な再現性を示した。これらの結果から四分木構造格子における合流部の数値計算も概ね妥当であると判断できる。

3. 標津川の再現計算

実河川の分岐・合流部の四分木構造格子による計算の適応性について調べるため北海道北東部の2級河川である標津川を対象とし、再現計算を行った。また、洪水時の降雨開始時から出水ピーク時までを計算することで非定常時における計算の妥当性についても検証した。計算結果の比較には実測値と著者ら⁹⁾の過去に行った一般座標系での解析結果を用いた。

(1) 対象河川の概要

標津川は図-5に示すように河川環境を復元するため、直線化された河道を旧蛇行河道に復元する試みがなされており、直線部と蛇行部を有する2way河道方式が採用されている。分岐後の直線部では分流堰が設置され、平常時には蛇行部への流水を促すように堰高が調整されている。わずか300mの区間に分岐と合流を有する河道となっており、この区間の流況の把握には分岐・合流それぞれの計算の妥当性および両者の一体的な解析が求められる。

図-6 計算格子

図-7 流量変化（2010/12/3 12:00～12/5 12:00）

(2) 計算格子

計算に用いた四分木構造の計算格子を図-6に示す。この計算格子は境界部に一辺2mの計算格子を配置し、それ以外を一辺4mの計算格子とし、河道の平面形状を表現した。この計算格子も実験水路と同様に著者らの考案した格子生成法によって作成した。

著者らは一般座標系による解析も実施している。一般座標の格子構成は自由度が高い反面、マトリクスの連続性を維持する必要があるが、手動でこの座標系が要求する数学的な条件を満たした格子形状を得るために多大な労力を要する。そのうえ、非定常計算を行う場合には、一つの格子構成ですべての流量レンジを安定に解析できる保証はない。その一方で、四分木構造格子では境界部の座標値さえ入力すれば格子生成の完全なる自動生成¹⁰⁾が行える。しかも、生成される格子構成は必ず一意となる利点もある。このほか、標高値の設定によっては、領域の中心部への冠水を一体的に解析するための格子構成もできる。

(3) 計算条件

再現計算の対象としたのは年間最大流量を観測した2010年12月3日23:00前後で、このときの流量の時間変化を図-7に示す。図中に丸で示す3つの時刻において実測値との比較を行った。流量変化の大きい洪水時

の計算を行ったことで非定常時の流れへの対応も検討した。

(4) 計算方法・境界条件

計算方法については前章のものと同様に行った。

Manning の粗度係数は著者ら¹²⁾の計算条件と同様に 0.041 とし、計算の上流端の境界条件には流量フラックスを横断方向に一樣に与え、下流端の境界条件には実測値の水位を横断方向に一樣に与えた。

(5) 計算結果

各時間ごとの計算結果を図-8、図-9、図-10 に示す。各図の左上は四分木構造格子での計算結果の水深を示しており、右側はその流線を表している。左下の図は蛇行区間、直線区間それぞれの最大水深部での縦断的な水位と河床高を示した。水位は赤線と青線で示しており、それぞれ四分木構造格子および著者ら⁹⁾の行った一般座標系での計算結果の値を示している。また図中の四角形は水位の実測値を示している。右下の図は図-6 に示した線分上の流速を表しており、上から図-6 中の蛇行部右岸側（赤破線）、蛇行部左岸側（赤実線）、直線部右岸側（青破線）、直線部左岸側（青実線）上の四分木構造格子および一般座標系での流速の計算結果を示している。

また全流量のうちの蛇行部に流れた流量の割合を求めた流量配分比の計算結果と実測値を図-11 に示した。なお、一般座標の計算では、いずれの流量でもわずかな水面変動を生じることが多かった。これに対して、四分木構造格子は一貫した安定性を有することが確認された。

a) 降雨開始時:Time=2h

図-8 の水深図を見ると直線部の堰上では水深が 0.5m 以下となり、蛇行部が主流となっていることがわかる。全体的には水深が 1m に満たない箇所が大部分を占め、蛇行部の外岸に沿う流れが明瞭に表れている。縦断水位の実測値と比較すると、計算結果は両者とも高い再現性を示しているが、一般座標系における計算では直線部の堰下流部で水面に大きな起伏が確認できる。実測値ではこのときの流量で直線部分に流れる流量は全体の 10% 以下であることから堰下流部の直線区間での水位変動は大きくないと考えられ、四分木構造格子での計算のほうが実際の流れをより忠実に再現していると思われる。縦断的な流速はいずれも同様の傾向を示した。

b) 増水期:Time=11h

図-8 の 9 時間後の図-9 では水深が 1m を超える箇所が多く存在し、合流部では水深が大きく、最大で 3m の水深を示す。堰上においても 1m 程度の水深となる。実測値と比べると蛇行部では四分木構造格子と一般座標の両者の計算とも全体として高い再現性を示した。縦断的な流速は一般座標系では変動が大きく、計算の不安定さが読み取れる。一方、四分木構造格子では水深

図-11 流量配分比

も流速も滑らかに連続しており、安定した計算が可能であることがわかる。

c) 出水ピーク時:Time=14h

出水のピーク時の図-10 では図-9 よりもさらに水深が大きくなり、分岐部より下流では蛇行部、直線部の両者ともに水深 2m 以上で流れる箇所が多くなる。流線に着目すると直線部への流れが卓越しており、流量の増加とともに蛇行部から直線部へと流れが集中していくことがわかる。実測水位と比較すると両者ともに蛇行部では概ね一致し、直線部ではどちらの計算も全体に水深が実測値と比べて小さく算出された。一般座標系の縦断的な流速は四分木構造と比べると大きな変動を示し、一般座標系での計算が安定していないことが確認できる。

d) 流量配分比

図-11 は横軸に分岐前の流量、縦軸に全体の流量に対する分岐後の蛇行部に流れる流量の比をとっている。一般座標、四分木構造の計算結果は両者とも流量の増加とともに流量の割合が蛇行部で小さく、直線部で大きくなるという特徴が再現された。しかしながら、どの流量であっても計算値は直線部に過大に流れている傾向となった。低流量時には特にその特徴が顕著に表れる結果となった。

また、一般座標系の計算結果はここでも 5% 程度の振動を低流量時から洪水時まで常に示しており、計算結果の不安定性が明らかである。一方で、四分木構造格子ではいずれの流量時においてもその変化を滑らかに追従が可能であることが示された。

4. まとめ

一般座標で格子構成が困難となる分岐・合流部では四分木構造による格子生成が優位であり、なおかつ計算の妥当性が認められた。

四分木構造格子はデカルト座標系を基準にしている

図-8 [Time=2h] 水深図 (左上), 流線 (右上), 縦断水位 (左下), 縦断流速 (右下)

図-9 [Time=11h] 水深図 (左上), 流線 (右上), 縦断水位 (左下), 縦断流速 (右下)

図-10 [Time=14h] 水深図 (左上), 流線 (右上), 縦断水位 (左下), 縦断流速 (右下)

ため、いかなる平面形状でさえも容易に表現可能である。特に標津川のような蛇行・分岐部を擁する複雑な形状を扱う際には一般座標系では多大な手間を要するにも関わらず、四分木構造格子では入力情報を揃えることで計算格子が自動的に作成できる。そのうえ、デカルト座標を基準とした格子構成により計算精度に直結する格子の直交性を完全に担保できるため、分岐・合流を一体的かつ安定な解析として扱うことが可能である。以上のことから四分木構造格子による分岐・合流部の計算は格子生成、数値計算の両面から適した手法であると考えられる。

謝辞：本研究は、科研費基盤研究 (B)(代表者 渡邊康玄)、および科研費若手研究 (B)(代表者 安田浩保) からの支援を受けて実施されている。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Taylor, E.H.: Flow characteristics at rectangular open-channel junctions, Trans., ASCE, Vol. 109, Paper No. 2223, pp.893-902, 1944.
- 2) 板倉忠興：河川合流点における流れの機構の研究, 水理講演会講演集, 第 16 巻, pp.7-12, 1972.
- 3) 芦田和男, 川合茂：分岐部周辺における流れの水理特性について, 京大防災研究所年報 第 22 号 B-2, pp.491-
- 4) 長谷川和義, 藤田将輝, 渡邊康玄, 桑村貴志：標津川旧

蛇行通水時の堰をともなう分岐流量配分比に関する研究, 土木学会水工学論文集, 第 47 巻, pp.529-534

- 5) 守屋薫, 長谷川和義, 小林賢也：常流移動床分岐水路における河床不安定に関する研究, 土木学会水工学論文集, 第 51 巻
- 6) 北条紘次, 畑敏夫, 清水康行：合流部における 2 次元流況計算法について, 北海道開発局技術研究発表概要集, 第 33 巻, pp.209-214, 1989
- 7) 内田龍彦, 福岡捷二：浅水流方程式と渦度方程式を連立した準三次元モデルの提案と開水路合流部への適用, 水工学論文集, 第 53 巻
- 8) DINH, Thanh Mung, KIMURA, I. SHIMIZU, Y.: Computation of bed deformation at a river confluence using depth-averaged 2D models, RCEM2011
- 9) 永多朋紀, 安田浩保, 渡邊康玄：2Way 河道の自律的な維持を可能にする分流堰高に関する検討, 河川技術論文集, 第 17 巻, 2011
- 10) 安田浩保, 星野剛：四分木構造格子による局所的な高解像度格子を導入した浅水流方程式の数値解法, 土木学会応用力学論文集
- 11) 重枝末玲, 秋山壽一郎, 森山拓士：河川合流部周辺での流れと河床変動の平面 2 次元解析, 土木学会水工学論文集, 第 53 巻, 2009
- 12) 岸力, 黒木幹男：移動床流れにおける河床形状と流体抵抗 (1), 北大工学部研究報告 第 67 号, pp.1-23, 1973.

(2011.9.30 受付)