蛇行水路の外岸流速増大のモデル化 に関する基礎的検討

A BASIC STUDY ON THE MODELLING OF TRANSVERSE INEQUALITY OF FLOW IN MEANDERING RIVER

劉 暢¹・石川忠晴²
Chang LIU and Tadaharu ISHIKAWA

¹学生会員 修(工) 東京工業大学大学院総合理工学研究科 (〒226-8502 横浜市緑区長津田4259番地)

²フェロー会員 工博 東京工業大学大学院総合理工学研究科 (〒226-8502 横浜市緑区長津田4259番地)

Phase lag of stream meandering to channel curvature is the point of studies on river channel meandering. The stream meandering is generated by centrifugal force basically, but the effect of the force is usually considered by separating into two components; depth averaged component and component of deviation from the average. Existing 1-D theory of channel meandering only takes account of the former. This paper presents a new 1-D formulation of stream meandering in which the both components of the effect of centrifugal force is taken into account by extending a theory that was originally developed for secondary flow calculation. Results of numerical simulation by using the model agree fairly well with experimental data obtained in a meandering channel as well as in a single bending channel. This paper also discusses weight of two kind mechanism of stream meandering through numerical experiments under various hydraulic conditions of meandering channel flow.

Key Words : river meandering, transverse momentum shift, one dimensional formulation, weighted residual method

1. はじめに

沖積平野で河川流路が蛇行する現象は自然地理学や河川工学の分野で古くから注目され^{1),2),3)},多くの事例研究^{4),5)}や実験的研究^{6),7),8),9)}が行われてきた。その知見に基づいた現象の解析モデルも提案されている。初期のモデルは蛇行発生機構に関するものであり^{10),11),12)},微小振幅の交互砂州の不安定解析が主流であった。これらの研究では,単列砂州の発達と蛇行の発達が等価のものとして取り扱われている。

これに対してIkedaら⁶⁾は,蛇行河川の横断勾配が水路軸曲率に比例するという経験的關係³⁾を用い,側岸の洗掘・堆積が岸沿いの流速の偏りに比例するという仮定のもとに,一次元の蛇行流路発達モデル(bend equation)を提示した。このモデルは,方程式の一次元化により蛇行の発展過程を追跡できるという点で画期的であり,観測データと概ね整合する結果を与えている。その後,bend equationに基づく蛇行発達特性の数学的検討が多数行われている^{7),9)}。

ところでIkedaらは鉛直平均流に関する方程式のオーダ比較から一次元方程式を導いている。一方,湾曲水路では表層と底層の遠心力の差により断面内に二次流の生じることが知られている^{10),11),12)}。石川

ら¹³⁾は湾曲水路の二次流発達過程の一次元モデルを組み立て,層流の場合について具体的に方程式系を提示し,実験結果と比較している。このモデルは,二次流の運動量輸送による外岸側での加速の程度を定量的に算出できる。Ikedaらのモデルと石川らのモデルは,ともに流心の側岸への偏りを表わす一次元方程式だが,考慮しているメカニズムが異なっている。ここでは便宜的に前者を1次シフトモデル,後者を2次シフトモデルと呼ぶことにする。

実際には,1次シフトと2次シフトの両方の効果を含めて側岸への流れの偏りを求める一次元方程式を導出し,それぞれの影響の程度を調べた上で河川の蛇行現象に適用することが望ましいと考えられる。そこで本論文では,石川らの2次シフトモデルに1次シフトの効果を加えた一次元モデルを作成し,石川らの実験データと比較した上で,水理条件による両要素の効果の重みを数値実験によって検討する。なお石川らの実験は層流について行われているので,本研究の定式化も層流に対して行う。水路湾曲部の遠心力に起因する側岸流速の増加・減少の機構は層流でも乱流でも基本的に同じである。そこで本研究では粘性作用が明確な層流に対して原理的な検討を行うものである。

図-1 座標系

図-2 流れ構造の縦断変化

2. モデル化

(1) 座標系

本研究ではIkedaらと同様に台形断面の湾曲水路を想定する．使用する座標系をまとめて図-1に示す． (s, n, z) は有次元の座標で， s は水路軸線に沿った下流向きの距離， n は水路軸に直交する右岸向きの距離， z は水路軸線上の河床を原点とした鉛直上向きの距離である． (ξ, η) は (s, n) を水路半幅 b で除した無次元距離， ζ は z を水路軸線での水深 h で除した無次元高さである．また (u, v, w) はそれぞれ (s, n, z) 方向の流速である．

(2) 石川・金のモデル

本研究の基礎となる石川・金の手法を簡単にまとめておく．なお以降では便宜的に石川・金のモデルを旧モデル，本研究のモデルを新モデルという．彼らは一定曲率の180°単湾曲水路における層流の流速分布を詳細に計測し，流れ構造の縦断変化を図-2

表-1 摂動パラメータの意味（旧モデル）

変数	変数の物理的意味
$\alpha_1(\xi)$	主流速の横断方向勾配
$\alpha_2(\xi)$	鉛直方向の流速一様化
$\alpha_3(\xi)$	二次流強度

示すように説明した．

流速の大きい表層水は相対的に大きな遠心力を受け外岸に輸送され，底層水は内岸側に輸送される．その結果，外岸側流速は増加し，内岸側流速は減少する．また外岸側の水は底層に潜り込み内岸側に輸送され，内岸では表層に湧き上がり外岸に移動する．その結果，断面内で流速が一様化し，遠心力の不均一性が弱められるため二次流強度も減少して最終的な安定状態が形成される．

以上の理解に基づき，重み付き残差法に基づく“準三次元的一元モデル”が導出された．まず流速分布を次のように仮定している．

$$u = u_0(1 + \alpha_1(\xi)\eta)\{\phi(\zeta) + \alpha_2\psi(\zeta)\} \quad (1)$$

$$v = u_0\alpha_3(\xi)\psi(\zeta) \quad (2)$$

ここに， u_0 は断面平均流速， $\alpha_1(\xi)$ ， $\alpha_2(\xi)$ ， $\alpha_3(\xi)$ は上述の流れの機構に対応したパラメータで，それぞれの意味は表-1に示すとおりである．また $\phi(\zeta)$ は式(3)で表されるHagen-Poiseuilleの流速分布， $\psi(\zeta)$ は式(4)で表される流速偏差成分の鉛直分布である．

$$\phi(\zeta) = \frac{3}{2}(2\zeta - \zeta^2) \quad (3)$$

$$\psi(\zeta) = 6(\zeta - \frac{3}{2}\zeta^2 + \frac{4}{3}\zeta^3) \quad (4)$$

以上の式を曲線座標系の運動方程式に代入し，重み付き残差法により断面積分し $\alpha_1(\xi)$ ， $\alpha_2(\xi)$ ， $\alpha_3(\xi)$ に関する一次元連立微分方程式が導出された．

彼らの解析結果は，後に示すように，単湾曲水路での実験結果とよく一致したが，蛇行水路での実験結果との一致度は低かった．この原因は，式(2)において全層的な横断流速（1次シフト）を考慮していないことによると考えられる．そこで本研究では1次シフトを組み入れて解析方法を発展させ，実験結果との一致度が向上するかどうかを調べた．

(3) 1次シフトを考慮したモデル化

式(1)，(2)に対応する流速分布を式(5)，(6)のように仮定する．

$$u = u_0(1 + \beta_1(\xi)\eta)\{\phi(\zeta) + \beta_2\psi(\zeta)\} \quad (5)$$

$$v = u_0\{\beta_3(\xi)\psi(\zeta) + \beta_4(\xi)(1 - \eta^2)\phi(\zeta)\} \quad (6)$$

旧モデルの未知パラメータ α_i に対応する変数を新モデルでは β_i と書く．その他の変数の定義は以前と同じである．したがって式(5)は式(1)と内容的に同じだが，式(6)では式(2)に対して の部分付け加

表-2 摂動パラメータの意味（新モデル）

変数	変数の物理的意味
$\beta_1(\xi)$	主流速の横断方向勾配
$\beta_2(\xi)$	鉛直方向の流速一様化
$\beta_3(\xi)$	二次流強度
$\beta_4(\xi)$	全層的な横断方向流速
$\beta_5(\xi)$	横断方向の水面勾配

表-3 重み関数

元の方程式	対応変数	重み関数	一次元方程式
式(8)	$\beta_1(\xi)$	η	式(12)
	$\beta_2(\xi)$	$\psi(\xi)$	式(13)
式(9)	$\beta_3(\xi)$	$\psi(\xi)$	式(14)
	$\beta_4(\xi)$	1	式(15)
式(10)	$\beta_5(\xi)$	η	式(16)

えている．この項は流向が水路軸からずれることを考慮するもので，1 次シフトの効果を表す．横断方向分布を $(1-\eta^2)$ とした理由は以下のとおりである．1 次シフトにおいては，全層的なバランスから以下の2つの項が概ね釣り合わなければならない．

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} \sim \frac{\partial v}{\partial \eta}$$

一方，式(5)において u を η の一次関数としているので，上記のバランスを達成するには， v は η について二次関数となる．ここで側岸($\eta=\pm 1$)で 1 次シフトによる v をゼロとすると η の関数形は $(1-\eta^2)$ となる．

さて，この項が v に付加されたことにより，連続条件が満足されるためには横断方向の水面勾配を考慮する必要がある．そこで次式を設定する．

$$h = H_0 \{1 + \beta_5(\xi)\eta\} \quad (7)$$

式(5)~(7)に含まれる未知変数 $\beta_i(\xi)$ の意味を表-2に示す． $i=1\sim 3$ では $\beta_i(\xi)=\alpha_i(\xi)$ である．

曲線座標系の運動方程式として式(8)~(9)を，連続式として式(10)を用いる¹⁴⁾．

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(1+\sigma)} u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{uv\sigma}{(1+\sigma)} \\ &= -\frac{1}{(1+\sigma)} g \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{1}{(1+\sigma)} g I_s + v \frac{\partial u^2}{\partial^2 z} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(1+\sigma)} u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u^2\sigma}{(1+\sigma)} \\ &= -g \frac{\partial h}{\partial n} + g I_n + v \frac{\partial v^2}{\partial^2 z} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{1}{(1+\sigma)} \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial n} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{v\sigma}{(1+\sigma)} = 0 \quad (10)$$

ここで σ は水路中心軸の曲率， h は水深， g は重力加速度， ν は動粘性係数， I_s と I_n は s 方向および n 方向の水路勾配である． z 方向流速 w は式(10)から次

式のように書かれる．

$$w(\xi) = h \int_0^\xi \frac{-1}{(1+\sigma)} \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{\partial v}{\partial n} - \frac{v\sigma}{(1+\sigma)} d\xi \quad (11)$$

式(5)~(7)と式(11)を式(8)~(10)に代入し，表-3に示す重み関数を乗じて断面内で積分すると式(12)~(16)を得る．

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} b \sigma \beta_1 \right) \left(\frac{6}{5} - \frac{2}{5} \beta_2 + \frac{12}{35} \beta_2^2 \right) \beta_1' \\ &+ \left(\frac{2}{3} \beta_1 - \frac{1}{3} b \sigma - \frac{1}{5} b \sigma \beta_2^2 \right) \left(-\frac{1}{5} + \frac{12}{35} \beta_2 \right) \beta_2' + \\ & \frac{1}{3} g \frac{H_0}{u_0^2} \beta_3' = 2 \left(-\frac{1}{5} + \frac{12}{35} \beta_2 \right) \beta_3 \\ & - \frac{2b}{H_0 \text{Re}} \beta_1 (1 + 2\beta_2) \\ & - \frac{4}{15} b \sigma (\beta_1 - b \sigma) \beta_4 \left(\frac{6}{5} - \frac{1}{5} \beta_2 \right) \\ & - \frac{2b^2 \sigma}{H_0 \text{Re}} \\ & - \frac{2}{3} b \sigma (\beta_1 - b \sigma) \beta_3 \left(-\frac{1}{5} + \frac{12}{35} \beta_2 \right) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3} \beta_1 - \frac{1}{5} b \sigma \right) \left(\frac{-57}{140} - \frac{82}{105} \beta_2 - \frac{3}{35} \beta_2^2 \right) \beta_1' \\ &+ \left(1 - \frac{2}{3} b \sigma \beta_1 + \frac{1}{3} \beta_1^2 \right) \left(\frac{41}{105} - \frac{3}{35} \beta_2 \right) \beta_2' \\ &= \frac{4}{3} \beta_1 \beta_4 \left(-\frac{57}{140} + \frac{41}{105} \beta_2 \right) \\ & - 2 \beta_1 \beta_3 \left(\frac{41}{105} - \frac{3}{35} \beta_2 \right) \\ & - \frac{4}{3} b \sigma \left(1 - \frac{1}{5} b \sigma \beta_1 \right) \beta_4 \left(-\frac{57}{140} + \frac{41}{105} \beta_2 \right) \\ & - 2 b \sigma \left(1 - \frac{1}{3} b \sigma \beta_1 \right) \beta_3 \left(\frac{41}{105} - \frac{3}{35} \beta_2 \right) \\ & - \frac{72}{5} \frac{b}{H_0 \text{Re}} \beta_2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{15} b \sigma \beta_1 \right) \left(\frac{-57}{140} + \frac{41}{105} \beta_2 \right) \beta_4' \\ &+ \left(1 - \frac{1}{3} b \sigma \beta_1 \right) \left(\frac{41}{105} - \frac{3}{35} \beta_2 \right) \beta_3' \\ &= 2 b \sigma \left(1 - \frac{1}{3} b \sigma \beta_1 + \frac{1}{3} \beta_1^2 \right) \\ & \cdot \left(\frac{-57}{140} - \frac{82}{105} \beta_2 - \frac{3}{35} \beta_2^2 \right) \\ & - \frac{72}{5} \frac{b}{H_0 \text{Re}} \beta_3 \end{aligned} \quad (14)$$

図-3 実験水路および条件（単湾曲水路）

図-4 計算結果（単湾曲水路）

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{15} b \sigma \beta_1 \right) \left(\frac{6}{5} + \frac{1}{5} \beta_2 \right) \beta_4' \\
 & + \left(1 - \frac{1}{3} b \sigma \beta_1 \right) \left(-\frac{1}{5} + \frac{12}{35} \beta_2 \right) \beta_3' \\
 & = 2b\sigma \left(1 - \frac{1}{3} b \sigma \beta_1 + \frac{1}{3} \beta_1^2 \right) \\
 & \cdot \left(\frac{-6}{5} - \frac{2}{5} \beta_2 - \frac{12}{35} \beta_2^2 \right) \\
 & - 2g \frac{H_0}{u_0^2} \beta_5 - \frac{4b}{H_0 \text{Re}} (\beta_4 + 3\beta_3)
 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
 & \left(1 - \frac{3}{5} b \sigma \beta_1 \right) \beta_5' + \left(1 - \frac{3}{5} b \sigma \beta_5 \right) \beta_1' \\
 & = 4\beta_4 - \frac{4}{5} b \sigma \beta_4 (\beta_5 - b\sigma)
 \end{aligned} \quad (16)$$

項数が多いので複雑に見えるが、計算過程は単純な代数計算の反復であり、結果は $\beta_i(\xi)$ に関する次のような形の5元連立の一階微分方程式となっている。

$$\begin{aligned}
 & \sum_j f_j(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5) \frac{d\beta_j}{d\xi} \\
 & = g_j(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5)
 \end{aligned} \quad (17)$$

ここに j は 1~5 で、式(12)~(16)に対応し、 f_j と g_j は $\beta_1(\xi)$, $\beta_2(\xi)$, $\beta_3(\xi)$, $\beta_4(\xi)$, $\beta_5(\xi)$ の関数である。なお式(15), (16)を省略し、 $\beta_4(\xi)=0$, $\beta_5(\xi)=0$ とおくと旧モデルに対応した式となる。また式(12)~(14)を省略し、 $\beta_1(\xi)=0$, $\beta_2(\xi)=0$, $\beta_3(\xi)=0$ とおくと、1次シフトのみ

図-5 実験水路および条件（蛇行水路）

図-6 計算結果（蛇行水路）

を考慮した式となる。

(4) 数値解法

旧モデルでは水深 h に関する変数が含まれていなかったため境界条件は全て上流側で与えられ、微分方程式は Runge-Kutta 法により積分された。新モデルでは流速に関する変数 $\beta_1(\xi) \sim \beta_4(\xi)$ の境界条件は上流側で、水深に関する変数 $\beta_5(\xi)$ は下流側で与える必要がある。そこで単湾曲水路に対しては、前者を湾曲開始点より十分上流($\xi=-10.9$)において、後者を湾曲終了点の十分下流($\xi=65.4$)で 0 とした。また蛇行水路では全てを周期境界条件とした。以上の設定のもと、線形三角形要素を用いた一次元有限要素法を適用し陰形式で解いた。非線形項については逐次代入により緩和係数 0.6 で反復収束させた。

3. 水路実験との比較

本節では石川らの実験の条件で数値計算を行い、モデルの妥当性を検討する。なお彼らの実験水路では、横断方向の河床勾配 I_b はゼロである。

(1) 単湾曲水路

図-3 に示す単湾曲水路の条件¹³⁾での横断方向流速勾配 $\beta_1(\xi)$ の計算結果を、実験結果とともに図-4 に示す。図中には2次シフトのみを考慮した旧モデルと、1次シフトのみを考慮した場合の計算結果も示している。プラスの値が外岸側への流心のシフトを表している。

図-7 流心蛇行の位相遅れに対する蛇行度の影響

旧モデルと新モデルの解は概ね類似した傾向を示すが、次の点で違いがみられる。旧モデルでは湾曲入口から単調に増加するのに対して、新モデルでは実験結果と同様に内岸側に一旦シフトしてから外岸側にシフトする。これは、湾曲流入部で内岸側の水位が低下し内岸で加速が生じるからである。この運動は全層的流れ（1 次シフト）であり、2 次シフトのみを考慮する旧モデルでは表現できない。その後、二次流が発達すると 2 次シフトが支配的になり流心は外岸側に移動する。一方、1 次シフトのみのモデルは湾曲流入部での変化をよく表現するが、その後の二次流発生に伴う変化を表現できず、終始内岸側の流速が大きい。なお湾曲出口では、入口と同じ理由で新モデルは局所的な外岸側への流心のシフトを示す。実験データでも同じ位置で値が増加するが、計算ほど大きな値にはなっていない。この原因は不明である。

(2) 蛇行水路

図-5 に示す蛇行水路の実験条件での横断方向流速勾配 $\beta_1(\xi)$ の計算結果を、実験結果とともに図-6 に示す。なお水路軸線は波長 100cm 最大振れ角 30° の sine generated curve である。図-5 には 2 次シフトのみを考慮した場合と、1 次シフトのみを考慮した場合の計算結果も示している。

旧モデルと実験結果の間には明らかな位相のずれが見られる。これは 1 次シフトを考慮に入れていないことによる。一方、1 次シフトのみのモデルも位相のずれが大きい。これに対して新モデルと実験データの位相はほぼ一致している。振幅が実験結果よりやや小さいが、これは側壁での摩擦の影響を取り込んでいないことによると思われる。同実験では [水路幅/水深] が 10 であり、側壁摩擦の影響が若干生じていると考えられる。

4. 数値実験による検討

前節の検討において、本研究における一次元的定式化が水路の湾曲や蛇行に伴う流心の側岸への偏り

図-8 流心蛇行の位相遅れに対する河床横断勾配の影響

を概ね適正に表現できることがわかった。そこで本節では蛇行水路の諸元を規則的に変化させた数値実験により、流心の偏りに対する 1 次シフトと 2 次シフトの効き方を検討する。

(1) 蛇行度の影響

図-5 に示した水路の最大振れ角を系統的に変化させて計算を行い、水路軸の蛇行と流心の偏りとの位相差を求めた。蛇行発達の理論においては、この位相差が重要な役割を果たす。なお両者の位相差は相互相関係数が最大となる位相として求めた。その結果を、1 次シフトのみの場合、2 次シフトのみの場合とともに図-7 に示す。横軸は蛇行の最大振れ角 θ_0 である。

1 次シフトの場合は常に 90° 近辺にある。これは、式(9)の左辺第4項を外力とする横断方向のセイシュの基本的性質であり、蛇行する平坦水路の 1 次シフトの特徴である。2 次シフトのみの場合は、図-6 にも示したように、位相が実際より早くなる。両方を考慮する新モデルでは、それらの中間的位相となる。蛇行度が小さい場合、流心の偏りは水路軸の蛇行に対して位相遅れを持つので、Bend equation で仮定されているように流心の偏りと側岸浸食が比例するとすれば蛇行波形は下流に伝播することになる。一方、蛇行度が大きくなると位相差はゼロに近づくので、蛇行の下流への伝播は遅くなると考えられる。

(2) 河床横断勾配の影響

以上は全て水路床が平坦な場合の結果であった。しかし実際の蛇行河川では河床に横断勾配が存在し、このために 1 次シフトの影響が大きくなると考えられる。Ikeda & Parker⁶⁾は Engelund³⁾が提示した経験式(18)に基づき横断勾配を仮定し Bend equation を誘導している。

$$\frac{d\eta'}{H_0} = A \sigma n \quad (18)$$

ここに η' は横断平均河床からの河床高、 H_0 は水路軸線上の水深、 σ は水路の曲率、 n は横方向の座標、 A

は定数である。これより式(9)の横断河床勾配 I_n は以下のように書かれる。

$$I_n = -A\sigma H_0 \quad (19)$$

A の値として、Engelund³⁾、吉川ら¹²⁾は 4.0 を推奨している。一方、Ikeda & Parker⁶⁾は 2.89 を推奨している。式(19)からわかるように、 A の値を経験的に推定する場合には代表水深 H_0 の定め方が問題となるが、それは代表流量の定義に依存するので、必ずしも一つの値に定まらない可能性もある。式(18)の重要な点は河床横断勾配が水路軸の曲率 σ に比例するという点である。そこで、ここでは $A=0\sim4$ の間で種々設定し、モデルの応答を調べた。

図-5 に示した水路形状で、式(19)に従って I_n を与えて計算を行い、水路軸の蛇行と流心の偏りとの位相差を求めた。係数 A を横軸にとり、本モデルの計算結果と 1 次シフトのみのモデルでの計算結果を、いくつかの θ (蛇行度) について図-8 に示す。1 次シフトのみのモデルの場合 (ピンク)、蛇行度によらず 1 本の曲線となり、2 次シフトが加わると蛇行度によって結果が異なってくる。

A が小さい場合には両者の開きは大きい、ある程度 A が大きくなると一致してくる傾向がみられる。したがって実際の蛇行河川で大きな河床横断勾配が生じている場合、河岸への流心の偏りを 1 次シフトのみのモデルでも十分算定できる可能性がある。ただし平坦床 ($A=0$) から河床横断勾配が形成される過程では 2 次シフトが重要となるので、蛇行発達の全過程を追跡する場合には 2 次シフトを無視できるわけではない。

5. おわりに

本研究では、石川・金の二次流モデルを改良することにより、流心の側岸への偏りに関する一次元方程式の枠組みを提出した。また層流の流速分布を代入して具体的な式展開を行い実験結果と比較して妥当性を検証した後、パラメータを変化させた数値実験でモデルの応答特性を調べた。

主な結論は以下のとおりである。

- 1) 1 次シフトと 2 次シフトを考慮することにより、単湾曲水路および蛇行水路における側岸への流心の偏りの算定精度がかなり向上した。
- 2) 水平床水路での層流条件では、1 次シフトのみの計算結果は実験結果から大きくずれていた。また蛇行度が大きくなるほど誤差は増大した。
- 3) しかし、横断河床勾配がある程度大きくなると (式(18)で $A>2$)、1 次シフトのみを考慮した計算でも流心の偏りを十分算定できる可能性がある。

なお、本研究では抵抗則の明確な層流について式展開を行い実験結果と比較したが、同じ枠組みにおいて式(1)、(2)の流速分布関数 $\phi(\zeta)$ と $\psi(\zeta)$ を変更すれば、乱流についても同様の式を導くことができる。その際、層流に比較して乱流の流速鉛直分布は均一

なので、二次流が相対的に弱くなると予想される。したがって上記の結論の 3) は乱流の場合においても成立すると予想される。ただし、蛇行の発生初期において河床横断勾配が形成される過程では 2 次シフトの影響が当然大きいので、実際の状況において 1 次シフトと 2 次シフトの効果をさらに検討する必要がある。本研究ではその基礎となる一次元方程式系の枠組みを提示した。今後は同様の式展開を乱流についても行い、さらに河床横断勾配の時間発展も含めた一次元方程式系を導きたいと考えている。

参考文献

- 1) L.B. Leopold and M.G. Wolman: River Meanders, *Geol. Soc. Am. Bull.*, Vol.71, pp. 769-794, 1960.
- 2) Bagnold, R.A.: Some aspect of the shape of river meanders, *U.S. Geo. Surv. Prof. Pap.*, Vol. 282-E, pp.135-144, 1960.
- 3) Engelund, F.: Flow and Bed Topography in Channel Bends, *J. Hydraul. Div.*, Proc. ASCE, Vol.100, pp.1631-1648, 1974.
- 4) Bates, R. E.: Geographic history of the Kickapoo region, Wisconsin, *Geol. Soc. America Bull.*, Vol.50, pp. 819-879, 1939.
- 5) Hikin, E.J. and Nanson, G.G.: The Character of Channel Migration on the Beaton River, Northeast British Columbia, Canada. *Geol. Soc. Am. Bull.*, Vol.86, pp. 487-494, 1975.
- 6) Ikeda, S. and Parker, G.: Bend theory of river meanders, vol 1. Linear development, *J.Fluid Mech.*, Vol.112, pp.363-377, 1981.
- 7) Gary Parker and Edmund D. Andrews: On the time development of meander bends, *J. Fluid Mech.*, Vol. 162, pp. 139-156, 1986.
- 8) da Silva, A.M.F, Tarek El-Tahawy, and William D.Tape: Variation of Flow Pattern with Sinuosity in Sine-Generated Meandering Streams, *J.Hydraul. Eng.*, Vol.132, No.10, pp.1003-1014, 2006.
- 9) Emma K. Raven, Rob Ferguson and Stuart N. Lane: A coupled sediment routing and lateral migration model for gravel-bed rivers, *J. Hydrol. Process.*, Vol. 25, pp.1887-1898, 2011.
- 10) 池田駿介: 移動床河川の湾曲部における二次流と動的横断平衡河床について, 土木学会論文報告集, No. 229, pp.55-65, 1974.
- 11) Jinhong Zhou, Howard H. C.: A model for phase lag of secondary flow in river meanders, *J. Hydrol.*, Vol.146 pp. 73-88, 1993.
- 12) 吉川秀夫, 池田駿介: 湾曲水路の河床変化について, 土木学会論文報告集, No. 251, pp.65-75, 1976.
- 13) 石川忠晴, 金舜範: 湾曲部の二次流に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.375/II-6, pp.143-149, 1986.
- 14) 吉田圭介, 石川忠晴: 円筒座標系 CIP-Soroban 法と境界適合座標法を組み合わせた蛇行河川の準三次元計算法, 水工学論文集, No.52, pp.997-1002, 2008.

(2011. 9. 30 受付)