流し掛け水車の周辺の流れの MPS法による数値解析

NUMERICAL SIMULATION OF FLOW AROUND CURRENT WATER WHEEL
BY MPS METHOD

浪平 篤¹・後藤真宏²・高木強治³

Atsushi NAMIHIRA, Masahiro GOTO and Kyoji TAKAKI

¹正会員 博士(農) 農研機構農村工学研究所資源循環工学研究領域 (〒305-8609 つくば市観音台2-1-6)

² 博士(農) 農研機構農村工学研究所資源循環工学研究領域 (同 上)

³正会員 博士(農) 農研機構農村工学研究所水利工学研究領域 (同 上)

The applicability of MPS method as an assessment tool for flow regimes in installing a current water wheel in an open channel as one of the development of micro-scale hydropower generation in irrigation systems, was examined. As a result, the simulated flow regimes agreed qualitatively with the experimental results at given rotational speeds of the water wheel. However, the simulated energy difference between upstream and downstream of the water wheel was about 20% larger than the experimental results at given rotational speeds in the case the length of water turbine runner was 0.1m. The main reasons were considered to be numerical pressure fluctuation known as a problem of original MPS method, and lack of phenomenal representation based on employing the 2D single-phase model.

Key Words : *micro-scale hydropower generation, irrigation channel, current water wheel, back water, MPS method*

1. 緒論

灌漑のための用水路の延長は、面積が100ha以上の農地に送水している基幹的なものだけで約3万7千km, 中小規模のものを含むとその約10倍といわれている¹⁾。また用水路の流量は、灌漑期(一般に5~8月頃)と非灌漑期とで大きく変化するが、時間的にはあまり変動しない。そのため、昨今のエネルギー事情から再生利用可能エネルギーの必要性が高まる中、用水路における小水力発電も注目されている。用水路のうち落差工のように大きな落差を有する地点では、既に実施されつつある²⁾。

しかしながら、用水路の大部分を構成する落差の小さい開水路部分では、流れのエネルギーの抽出は容易でないため、ほとんど実施されていない。水車自体もしくは付帯施設の設置によって水車の上流側で堰上げを生じさせ、水車の上下流のエネルギー差を高めることは有効であるが、水路の余裕高³⁾は建設時の経済性から必要最低限に設計されていることが多く、堰上げが過剰であれば溢水する可能性がある。従って、開水路部分で小水力発電を行うためには、水車の設置が開水路の流れに及ぼす

影響の予測が不可欠である。しかしながら、そのような検討はあまり実施されておらず、そのための方法も十分に確立されていない。

前述の予測方法になり得るのは、模型実験と数値解析である。前者が実施されていないのは、気泡が多く含まれる流れを扱うことから、フルード数に基づく相似則による縮尺模型を用いる場合は十分な再現性が得られない可能性があり、実物規模の模型を用いる場合は多額の費用を要するためと考えられる。後者については、解析事例の多いフランスス水車^{4)~6)}等のような管水路流れの中に設置される水車とは異なり、自由水面の大変形、水滴の飛沫、気泡の混入を伴う流れを安定して解析できる必要があり、そのような方法が少なかったためと考えられる。一方で、このような厳しい条件下の流れに対しても、MPS法⁷⁾は対応できると考えられる。本手法はこれまでに大気中で射出される水流によって回転させられるペルトン水車のバケット内流れ^{8), 9)}の他、近年では種々の水理構造物の周辺の流れ^{10), 11)}に対しても適用性が確認されつつある。

そこで本研究では、用水路のうち開水路部分に設置される水車として代表的なものの一つと考えられる流し掛

図-1 MPS法における壁粒子の配置の概念図⁷⁾

け水車に着目し、水車の設置が開水路の流れに及ぼす影響を予測する方法として、MPS法の適用性を検討する。

2. 解析の方法

(1) MPS法の概要

MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法⁷⁾とは、非圧縮性流れを有限個の粒子で近似してラグランジュ的に解く方法である。支配方程式における微分演算子を粒子間相互作用モデルによって表現することが特徴である。

支配方程式のうち運動方程式には、式(1)のNavier-Stokes方程式を用いる。連続式には、密度一定条件を粒子数密度一定条件と置きかえた式(2)を用いる。

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (1)$$

$$\frac{1}{n_0} \frac{Dn}{Dt} + \nabla \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ は流速ベクトル、 p は圧力、 ρ は流体の密度、 $\mathbf{g}$ は重力加速度ベクトル(鉛直下方向成分は 9.8m/s^2)、 ν は動粘性係数($1.0 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$)、 n は粒子数密度、 n_0 は密度一定条件を満足するための粒子数密度(一定値)である。

粒子間相互作用モデルでは、粒子 i の粒子数密度は式(3)、圧力勾配項は式(4)、粘性項は式(5)となる。

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} \{w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)\} \quad (3)$$

$$\left\langle -\frac{1}{\rho} \nabla p \right\rangle_i = -\frac{1}{\rho n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{(p_j - p_i)(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right\} \quad (4)$$

$$\langle \nu \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2\nu d}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} \{(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)\} \quad (5)$$

ここで、 w は粒子間相互作用に関する重み関数、 d は次元数、 λ はモデル定数である。 w および λ はそれぞれ式(6)、(7)で定義される。

$$w(r) = \begin{cases} r_e/r - 1 & \text{for } 0 \leq r < r_e \\ 0 & \text{for } r \leq r_e \end{cases} \quad (6)$$

$$\lambda = \sum_{j \neq i} \{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2 w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)\} / \sum_{j \neq i} \{w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)\} \quad (7)$$

式(6)の r_e は粒子間相互作用の及ぶ範囲を示すパラメータであり、初期配置における粒子間距離 l_0 を基準とすると、式(3)の粒子数密度の計算では $2.1l_0$ 、式(4)等の勾

配では $2.1l_0$ 、式(5)等のラプラシアンでは $4.0l_0$ が推奨されている。なお、 l_0 は解析空間を格子分割する数値解析方法における格子幅に相当する。

自由水面の境界条件として、次式を満たす粒子は自由水面上に存在するものと判定する。

$$\langle n \rangle_i < \beta n_0 \quad (8)$$

式(8)の β としては、0.95が推奨されている。

壁面の境界条件(図-1)として、水粒子と接し、粒子数密度と圧力を計算する壁粒子と、水粒子とは接せず、粒子数密度と圧力を計算しない壁粒子の2種類を用意する。そして前者を1層配置、後者を2層配置とする。このような配置により、前者の粒子数密度が低下し、式(8)によって自由水面と判定されることを防止する。

なお、MPS法は前述のように非圧縮性流れを対象としているが、僅かな圧縮性を付与することで数値的な安定性が改善される⁷⁾。本研究では、この対策を採用した。

(2) 薄肉構造物の壁面境界

MPS法における壁面の境界条件のうち標準的なものは図-1の通りである。しかし、水車の羽根のように、その両面で水粒子と接する薄肉構造物を扱う場合に、全ての粒子の l_0 を同一とすれば、 l_0 を非常に小さな値としなければならず、計算負荷が過大になる。

この問題に対しては、これまでに、壁粒子を1層配置とし、その両面に圧力を与えるとともに、このような壁粒子の近傍における水粒子の粒子数密度を計算する際には r_e で規定される範囲のうち薄肉構造物の背面の面積を計算してその寄与分を別途与えることにより、粒子数密度の低下を防ぐ方法¹²⁾が提案されている。さらに、この方法では、薄肉構造物上でドライ・ウェット境界が発生すれば、その近傍における水粒子の数が少ないため、粒子数密度の低下を防止できない可能性があることから、薄肉構造物を構成する壁粒子の中間点に、 l_0 が他よりも小さい粒子を配置する方法¹⁰⁾も提案されている。

しかし、これらの方法では、羽根は時々刻々回転するため、その近傍における水粒子が羽根を構成する壁粒子のどちら側の面の圧力の影響を受けるかの判定等が煩雑になる可能性がある。そこで本研究では、非均一粒子径モデルを採用して、羽根を構成する壁粒子の l_0 を他の粒子よりも小さくするとともに、羽根では壁粒子を4層配置とし、それらのうち外側の壁粒子のみを粒子数密度と圧力の計算対象とした(図-2)。また、水粒子が羽根を挟むように存在する場合(図-2)は、式(6)の r_e の範囲内の粒子を検索する際、互いをカウントしない処理を行い、このような粒子間の相互作用を除去した。

(3) 解析モデル

解析モデルは、詳細なデータが計測されている後藤による流し掛け水車の模型実験¹³⁾を模擬して作成した。な

図-2 水車の羽根を構成する壁粒子概念図

お、流し掛け水車とは、大きな落差のない開水路において、堰やゲート等の付帯施設を設置せず、水車自体によってその上流側で堰上げを生じさせる水車をいう¹⁴⁾。

実験では、幅0.24m、深さ0.32m、長さ16mの亚克力製水平水路が用いられた。この水路の流下方向中央地点に直径0.5m、幅0.236m、羽根の厚さ0.003m、羽根の長さ0.04～0.12m、羽根の数12枚の亚克力製水車が、水路底と水車下端との隙間が0.003mとなるように設置された。水路の上流端ではポンプにより一定流量が供給され、下流端ではゲートによって水位が調節された。そして、発電機との接続を想定した水車への負荷を変化させ、水車が開水路の流れに及ぼす影響等が計測されている。

解析モデルの対象範囲は、計算機的能力上の制限から、前述の水平水路のうち水車の中心から上下流に2mの地点の間とした(図-3(a))。また、実験状況の映像から、縦断面における流れが卓越していると考えられたため、鉛直2次元解析を行うこととした。水車の羽根の長さには、計測結果¹³⁾が比較的多い0.10mを採用した(図-3(b))。

(4) 解析の条件

水車の羽根では l_0 を羽根の厚さの1/4である0.00075m、その他では l_0 を0.005mとした。

水理条件には、計測結果¹³⁾が比較的多い流量0.016m³/s、水車設置前の水深0.16m、同状態のフルード数0.35を採用した。この水深を確保するため、解析モデルの末端の堰の高さ h_{weir} (図-3(a))を試行錯誤で定めた。なお、水車設置前の水深については、後述(3.(2))する水車設置後における水车上流側の水深と同じく、水車の中心から上流に1mの地点で評価した(図-3(a))。

流入境界(図-3(a))には可溶性移動壁¹⁵⁾を用いた。これは、壁が一定速度で上昇し、その上端の高さが閾値に達すると、最上層の粒子が水粒子に変質するとともに、その下部に粒子が1層追加されるものである。これによ

り、一定流量の供給が表現される。また、解析モデルの末端の堰の直下流では自由流出境界とした。

水車への負荷¹³⁾については、各負荷を使用した場合に観測された水車の回転数を強制的に与えることにより、再現することとした。回転数としては、前述の水理条件においてほぼ最小値、中間値、最大値であった5、10、14rpm¹³⁾を採用した。

初期条件として、可溶性移動壁の他に水粒子が全く存在しない状態を設定し、水位変動がほぼ一定の範囲内に収まった時点以降の解析結果を、評価の対象とした。

3. 解析結果と考察

(1) 瞬間的な流況

まず、負荷の違いが水車の周辺の流況に及ぼす影響を調べる。水車の回転数が5、10、14rpmのときの瞬間的な流況の一例をそれぞれ図-4、5、6に示す。左側が水粒子の分布状況、右側が水粒子の流速ベクトルである。なお、図-4～6では、原点の位置および流れの方向を図-3(a)と同様としており、水車は反時計回りに回転している。また、各図の(a)は水車の羽根の一つが水路底に対して垂直となる瞬間($t=t_1$ とする)を、(b)および(c)は(a)を基準としてそれぞれ水車が $\pi/30$ 、 $\pi/15$ rad回転した瞬間を示している。ただし、 t_1 の値は各図で異なる。

図-4～6のうち水粒子の分布状況より、回転数の増加に伴い、①水車の内部や水車の下流側において水面形の乱れが大きくなる、②羽根の下流側において水粒子の存在しない領域が増える等の傾向がみられた。また、図-4～6のうち水粒子の流速ベクトルより、水車内では、③回転数が5rpmのときには羽根の角度によらず水面付近で主流が生じる、④10rpmのときには羽根の角度によっては主流が5rpmのときほど明確にならない場合が生じる、⑤14rpmのときには主流を識別できないほど乱れが激しくなる等の傾向がみられた。これらの傾向は、定性的ではあるが、実験結果¹³⁾とほぼ同様である。

なお、上記②の羽根の下流側における水粒子の存在しない領域は、羽根が水没する際、気相の一部が巻き込まれるようにして生じたものである。実験状況の映像でも、同様の過程で気泡が混入している。但し実験では、羽根の回転に伴い、気泡は羽根に沿って水面に浮上している

図-3 解析モデルの概念図

図-4 水車の回転数が5rpmのときの瞬間的な流況の一例（縦軸は鉛直方向距離(m)，横軸は水平方向距離(m)）

図-5 水車の回転数が10rpmのときの瞬間的な流況の一例（縦軸は鉛直方向距離(m)，横軸は水平方向距離(m)）

のに対し、解析結果では、水粒子の存在しない領域は水面に浮上していない。気泡の挙動の再現と気泡の影響の評価には、本研究で採用した液相のみの単相流解析ではなく、気液二相流解析を行う必要があると考えられ、そ

の適用は今後の課題である。

また、瞬間的かつ局所的に発生する大きな流速については、MPS法に特有の圧力の擾乱¹¹⁾の影響によって発生したと考えられる。時間とともに収まってはいるが、

図-6 水車の回転数が14rpmのときの瞬間的な流況の一例（縦軸は鉛直方向距離(m)，横軸は水平方向距離(m)）

その改善は今後の課題である。

(2) 水車の設置が流れに及ぼす影響

水車の設置が開水路の流れに及ぼす影響として、まずは最も重要と考えられる堰上げの発生状況を確認する。一方、実験結果¹³⁾との比較によるMPS法の適用性の検討については、実験では水車の上下流のエネルギー差が整理されていることから、この値を対象として行う。

水車の回転数が5, 10, 14rpmのときの水車の上下流の水深の経時変化を図-7に示す。これらの水深は、それぞれ水車の中心から上下流に1mの地点で評価した。上流側の水深の評価位置は、水車設置前の水深の評価位置(2.(4))と同一である。水面の位置は、式(8)で自由水面と判定された粒子に基づいて定めたが、周囲の粒子と比較して l_0 よりも離れている粒子は利用しなかった。

図-7より、定性的ではあるが、水車の下流側の水深は回転数の影響をほとんど受けず、上流側の水深は回転数の減少すなわち負荷の増加に伴い、堰上げによって水車設置前の値0.16mよりも増加する現象が再現されている。

これらの水深をもとに算出した水車の上下流のエネルギー差と水車の回転数との関係を、実験結果¹³⁾に追記したものが図-8である。実験結果としては、解析の対象である水車の羽根の長さが0.10m(2.(3))のときの値だけでなく、0.08mおよび0.12mのときの値も掲載した。

図-8より、回転数と上下流のエネルギー差との関係は、羽根の長さが0.12mのときの実験値とほぼ一致した。水車の下流側の水深として真値が得られているとすると、

いずれの回転数においても上流側の水深(図-7)は実験結果よりも0.015m程度高いことになる。このような違いが生じた原因として、MPS法に特有の圧力の擾乱¹¹⁾の影響によって、水車の羽根が流れに及ぼす影響が過大に生じたこと、鉛直2次元解析のため、水車と水路側壁の隙間(2.(3))の影響が反映されなかったこと、単相流解析を行ったため、気泡の影響を評価できなかったこと(3.(1))等が考えられる。また、実験¹³⁾では、水車の上下流の水深は水車の中心から上下流に2mの地点で計測されており、水深の評価地点の違いの影響を受けている可能性もある。一方で、解析結果は実験結果と比較して関係性が全くみられなかったわけではない。このため、上記の課題を改善すれば、MPS法によって、水車の設置が開水路の流れに及ぼす影響の定量的な予測が可能になると考えられる。

4. 結論

本研究では、用水路のうち開水路部分に設置される水車として代表的なものの一つと考えられる流し掛け水車に着目し、水車の設置が開水路の流れに及ぼす影響を予測する方法として、MPS法の適用性を検討を行った。その結果、水車の回転数の違いによる瞬間的な流況については、定性的ではあるが、実験結果とほぼ同様であった。また、回転数の減少に伴い、水車の上流側の水深は水車設置前よりも大きくなる現象が再現された。一方で、水

図-7 水車の上下流の水深の経時変化

図-8 水車の上下流のエネルギー差

車の回転数と水車の上下流のエネルギー差との関係は、水車の羽根を0.10mとして解析したにもかかわらず、0.12mとした実験結果とほぼ一致した。この原因として、MPS法に特有の圧力の擾乱の影響によって水車の羽根が流れに及ぼす影響が過大に生じたこと、鉛直2次元解析を行ったこと、単相流解析を行ったこと等が考えられる。定性的には現象が十分に再現されているので、これらの課題を改善すれば、MPS法によって、水車の設置が開水路の流れに及ぼす影響の定量的な予測が可能になると考えられる。特に圧力の擾乱については、近年ではこれを大幅に低減するMPS法の高精度化の研究が進んでいる

ので^{16), 17)}、それらを参考としたい。

参考文献

- 1) 農林水産省ホームページ：水士とは？，
<http://www.maff.go.jp/j/nousin/sekkei/suido/suido/index.html>
- 2) 星野恵美子：那須野ヶ原用水における小水力発電事業について，平成18年度 農業土木学会大会講演会 講演要旨集，pp.106-107，2006. (<http://soil.en.a.u-tokyo.ac.jp/jsidre/search/PDFs/06/06S15-02.pdf>)
- 3) 農林水産省農村振興局：土地改良事業計画設計基準及び運用・解説 設計「水路工」，農業農村工学会，pp.199-205，2001.
- 4) 長藤友健，森井啓臣：フランス水車内部流れの研究(第3報 三次元有限要素法によるランナの流れ解析)，日本機械学会論文集(B編)，50(450)，pp.398-405，1980.
- 5) 谷口伸行，小林敏雄，長藤友健，鈴木敏暁，島田尚子：水車ステーバーン，ガイドバーン周りの3次元流れ解析，生産研究，43(1)，pp.53-56，1991.
- 6) 荒川忠一，銭逸，久保田喬：疑似圧縮性解放によるフランス水車ランナの乱流数値解析，日本機械学会論文集(B編)，60(573)，pp.1661-1668，1994.
- 7) 越塚誠一：粒子法，丸善，2005.
- 8) 中西裕二，藤井恒彰：粒子法によるペルトン水車バケット内の流れの解析(第1報 相対軌跡を利用した1枚の回転バケット内の流れ)，日本機械学会論文集(B編)，73(728)，2007.
- 9) 中西裕二，藤井恒彰，和智恒機：粒子法によるペルトン水車バケット内の流れの解析(第2報 非設計点における流れとランナ出力)，日本機械学会論文集(B編)，73(736)，2007.
- 10) 五十里洋行：粒子法による自由表面流の数値解析とその水工学への応用に関する研究，京都大学学位論文，2007.
- 11) 後藤仁志：粒子法による数値波動水槽の構築，水工学に関する夏期研修会講義集，pp.B-3-1 - B-3-20，2007.
- 12) 近澤佳隆，越塚誠一，岡芳明：MPS法を用いた液面と構造物の大変形を伴うスロッシングの数値解析，日本機械学会論文集(B編)，65(637)，pp.2954-2960，2000.
- 13) 後藤真宏：流し掛け水車の水理特性と流水エネルギー変換技術に関する研究，農業工学研究所所報，39，pp.161-196，2000. (<http://agriknowledge.affrc.go.jp/RN/2010611099.pdf>)
- 14) 出水力：水車の技術史，思文閣出版，1987.
- 15) Gotoh, H., Shibahara, T., Sakai, T.: Sub-particle-scale turbulence model for the MPS method - Lagrangian flow model for hydraulic engineering -, *Comp. Fluid Dyn. J.*, 9-4, pp.339-347, 2001.
- 16) Khayyer, A. and Gotoh, H.: Modified Moving Particle Semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure, *Coastal Eng.*, 56, pp.419-440, 2009.
- 17) Khayyer, A. and Gotoh, H.: A higher order laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation by the MPS method, *Applied Ocean Res.*, 32, pp.124-131, 2010.