三川合流部における洪水流と河床変動解析 —格子非直交成分の運動量フラックスの導入

NUMERICAL ANALYSIS OF FLOOD FLOWS AND BED VARIATIONS AT
THREE RIVER CONFLUENCES — INTRODUCING MOMENTUM FLUX FROM
NON-ORTHOGONAL DIRECTION OF GRID LINE

竹村吉晴¹・福岡捷二²・杉村貴志³

Yoshiharu TAKEMURA, Shoji FUKUOKA and Takashi SUGIMURA

¹正会員 博(工) 中央大学研究開発機構助教 (〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27)

²フェロー 工博 Ph.D. 中央大学研究開発機構教授 (同上)

³正会員 国土交通省 中国地方整備局 三次河川国道事務所 (〒728-0011 広島県三次市日市西6-2-1)

In this study, the quasi-3D model composed of depth-integral vortex equation and shallow water equations was extended on the basis of finite volume method employing non-orthogonal grids for properly evaluating complex boundary of the confluences. And, we developed the flux integral method considering non-orthogonal direction of grid line based on the CIP-CSL scheme for evaluating the convection terms more accurately also in the complex flow field of the confluence.

The extended quasi-3D model was applied to recent large floods at the Go River confluences to investigate the flood flow and bed variation during the flood events. From the calculation results, we clarified that separation zones formed at the confluences have pronounced effects on the three dimensional flow structure and bed variations for the downstream channel.

Key Words : River confluence, Flood flow, Bed variation, Flux integral, CIP-CSL

1. 序論

図-1は対象とした江の川三川合流部の平面形状を示す。江の川では、三次盆地において、ほぼ同規模の流域面積を持つ馬洗川、西城川が短い区間で合流している。このような同規模の河川が複数合流する河川合流部では、複雑な河道線形を持ち、各河川からの運動量及びその比によって、三次元的に複雑な流体混合が生じる。それによってもたらされる洪水流と河床変動の把握は河川管理上の重要な課題の一つである。

近年では、計算機能力の向上により、三次元乱流モデルを用いた河川合流部の三次元的な流れ構造の検討が行われるようになってきている¹⁾。しかし、河川合流部の流れと河床変動は、時空間的に広い範囲の流れに影響を与えることから、より実用的な数値解析モデルが必要とされている。内田らは、浅水方程式と水深積分された渦度方程式から構成される準三次元洪水流解析法(底面流速解法)を提案している²⁾。底面流速解法は、鉛直方向に計算格子を設けることなく、水平方向流速の鉛直

図-1 江の川三川合流部の平面形と観測所位置

分布を解析できることから、三次元解析に比べ三次元的な流れ場を効率的に計算することが可能である。一方で、浅水方程式と水深積分渦度方程式を連立して解くことから、水深平均流速場の解析精度が水深平均渦度の輸送

図-2 本解析法の枠組み

や回転・伸縮に直接影響を与えることになる。このため、浅水流方程式における移流項の扱いが、河川合流部における三次元的な流れ場や河床変動の解析結果を左右することになる。

これまで、移流項の高精度化については多くの手法が提案されているが、河川流のような多次元の問題に特有の流れ方向と計算格子方向の相違による数値誤差^{3,4)}については議論されることが少ない。しかし、図-1に示した江の川三川合流部のように、同規模の河川が複数合流する場合には、この影響を無視し得ないものと考えられる。

本研究では、格子非直交成分（計算格子の方向と異なる方向成分）を含めた運動量フラックスの計算法を開発し、これを底面流速解法に導入することで、江の川三川河川合流部における数値解析モデルを構築する。さらに、開発したモデルを近年の主要洪水に適用することで、解析法の適用性及び江の川三川合流部における洪水流と河床変動について検討を行う。

2. 解析方法

(1) 本解析法の枠組み

図-2に本解析法の枠組みを示す。本研究では、河川合流部のような複雑な境界形状を適切に評価するため、内田らにより提案された底面流速解法を有限体積法に基づき非直交格子上で離散化している。本解析法では、保存型CIP法(CIP-CSL法)⁵⁾に基づき、格子非直交成分を含めた運動量フラックスの計算法が構築されることから（詳細は2.2)で説明する）、式(1)、(2)の計算格子において面

計算格子内の物理量の内挿関数

$$\varphi_{i,j}(\xi, \eta) = c_0 + c_1\xi + c_2\xi^2 + c_3\eta + c_4\eta^2 + c_5\xi\eta + c_6\xi^2\eta + c_7\xi\eta^2 + c_8\xi^2\eta^2$$

$$c_0 = \phi_{sw}, c_1 = -4\phi_{sw} - 2\phi_{se} + 6\phi_s^l, c_2 = 3\phi_{sw} + 3\phi_{sw} - 6\phi_s^l$$

$$c_3 = -4\phi_{sw} - 2\phi_{nw} + 6\phi_w^l, c_4 = 3\phi_{nw} + 3\phi_{sw} - 6\phi_w^l$$

$$c_5 = 16\phi_{sw} + 8\phi_{se} + 8\phi_{nw} + 4\phi_{ne} - 12(\phi_n^l + 2\phi_s^l) - 12(\phi_e^l + 2\phi_w^l) + 36\phi^s$$

$$c_6 = -12\phi_{sw} - 12\phi_{se} - 6\phi_{nw} - 6\phi_{ne} + 12(\phi_n^l + 2\phi_s^l) + 18(\phi_e^l + \phi_w^l) - 36\phi^s$$

$$c_7 = -12\phi_{sw} - 6\phi_{se} - 12\phi_{nw} - 6\phi_{ne} + 18(\phi_n^l + \phi_s^l) + 12(\phi_e^l + 2\phi_w^l) - 36\phi^s$$

$$c_8 = 9\phi_{sw} + 9\phi_{se} + 9\phi_{nw} + 9\phi_{ne} - 18(\phi_n^l + \phi_s^l) - 18(\phi_e^l + \phi_w^l) + 36\phi^s$$

$$\xi = (\xi - \xi_{sw})/\Delta\xi, \quad \eta = (\eta - \eta_{sw})/\Delta\eta$$

図-3 計算格子上的変数の配置と内挿関数

積分平均された単位幅流量(面平均流量)と計算格子境界面で線積分平均された単位幅流量(線平均流量)に関する運動方程式が解かれる。

$$\frac{\partial \phi^s}{\partial t} + \frac{1}{S} (Flux_e - Flux_w + Flux_n - Flux_s) = \bar{D}^s \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi^l}{\partial t} + \bar{U}^l \frac{\partial \phi^l}{\partial x} + \bar{V}^l \frac{\partial \phi^l}{\partial y} = -\phi^l \left(\frac{\partial \bar{U}^l}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}^l}{\partial y} \right) + \bar{D}^l \quad (2)$$

ここに、 $\phi (=Uh, Vh)$: x, y 方向の水深積分運動量, U, V : x, y 方向の水深平均流速, h : 水深, D : 水深積分運動方程式の移流項以外の項, $Flux_{e,w,n,s}$: 図-3に示す計算格子境界面 e, w, n, s からの運動量フラックス, S : 計算格子の面積である。なお、上付き $-s, -l$ は計算格子における面積分平均および計算格子境界面における線積分平均をそれぞれ表す。面平均流量と線平均流量の計算は、2つの段階に分離し行われる。すなわち、はじめに式(1)、式(2)の左辺項から面平均流量と線平均流量の予測値を計算し、その後、式(1)、式(2)に右辺項（水面勾配項、底面せん断応力項、水平方向せん断応力項、樹木群による抵抗項）を加えることで、次のステップの面平均流量と線平均流量を算出する。底面せん断応力は粗度係数、樹木群の抵抗は樹木群透過係数⁶⁾を用いてそれぞれ評価する。水平方向のせん断応力には、乱流混合及び水深平均流速からの偏差成分による運動量交換を考慮している。また、非

図-4 対象区間における河床粒度分布

直交格子では計算格子が歪を持つため、計算格子内の物理量の内挿関数を定義することが困難であることから、式(1)、式(2)の左辺項の計算は一般座標系において行う。

(2) 水深積分運動方程式の移流項の計算方法

一般に、CIP_CSL法の多次元化は、計算格子内の物理量を一次元関数から内挿し、方向毎に移流項の計算が行われる(次元分割法)⁵⁾。一方、内挿関数に多次元の関数を用いた場合には、次元分割法に比べ計算の精度、安定性ともに向上することが知られている⁷⁾。しかし、CIP_CSL法では、セミラグランジュ的に物理量の移流が計算されるため、面平均物理量の移流計算には、計算格子点を終着点とした4つの上流点に囲まれた領域において、内挿関数の厳密な積分が要求され、計算が非常に煩雑となる。それに対し、本研究では、各計算格子境界面からの平均的な運動量フラックスを計算し、面平均流量を運動量フラックスの収支から求めることで、より実用的な方法を提案する。

図-3に計算格子内の変数の配置および内挿関数を示す。内挿関数には二次元の二次多項式を用いた。ここで、各計算格子点上の単位幅流量 $q_{sw, mw, se, ne}$ は計算の効率化を図るため、周囲の計算格子境界面における線平均流量から線形補間することとした。内挿関数の定数 C_{0-8} は、各計算格子における格子点上の単位幅流量、格子境界面における線平均流量、面平均流量を拘束条件として求められる。以下に図-3に示す計算格子境界面 w を例に、線平均流量および運動量フラックスの計算手順を説明する。まず、一般座標系において、計算格子境界面 w の線平均された水深平均流速ベクトルの ξ 方向反変成分と η 方向反変成分と計算の時間刻み幅 Δt の積から上流点 nw' 、 sw' を定める。 Δt 後の格子境界面 w の線平均流量は、計算格子 W および SW でそれぞれ定義される内挿関数を $nw' \sim p$ 、 $p \sim sw'$ の範囲でそれぞれ線積分し、これらの和から計算される。境界面 w の運動量フラックスは、計算格子 W の nw 、 nw' 、 p 、 sw に囲まれた領域、計算格子 SW の sw 、 p 、 sw' に囲まれた領域で内挿関数をそれぞれ面積分し、これらの和として計算される。同様の手順により各計算格子境界面の線平均流量と運動量フラックスが計算される。

図-5 江の川栗屋観測所(141.6km)付近の河床の様子(平成23年4月撮影)

3. 江の川三川合流部への適用と解析結果の考察

(1) 対象区間及び洪水概要

図-1に示した江の川三川合流部では、既に福岡、西村ら⁸⁾によって非定常準三次元解析モデルが構築されているが、解析はS-N座標系に基づくことから、二次流形成に重要となる河道線形の解析への取り込みや移流項の扱いに限界があった。

対象区間では、平成10年10月、平成11年6月に、基準点の尾関山観測所地点において、計画流量7600m³/sに対しそれぞれ4700m³/s、4800m³/s程度の流量が観測される大洪水が発生した。本研究では、2.において構築した解析モデルを平成10年10月、平成11年6月洪水に適用することで、解析モデルの適用性および三川合流部の洪水流と河床変動特性について検討する。

(2) 解析条件

上流端の境界条件には、図-1に示した江の川の栗屋観測所(141.6km)、馬洗川の南畑敷観測所(5.0km)、西城川の三次観測所(1.0km)における観測水位の時系列データをそれぞれ与え、下流端の境界条件は、江の川の尾関山観測所(139.0km)における観測水位の時系列データとした。河床抵抗は粗度係数で評価し、図-4に示すように各河川で河床材料分布が大きく変わらないことから、全ての河川で低水路粗度係数を0.03で与えた。高水敷粗度係数は、江の川と西城川では0.04、馬洗川では他の河川に比べ植生の繁茂が顕著であるため0.045と高めに設定した。また、樹木群の抵抗は樹木群透過係数⁶⁾で評価し、 $K=30 \sim 50$ の範囲で与えている。なお、栗屋観測所(141.6km)付近では、図-5に示すように河床に岩が露出していることから低水路粗度係数を局所的に高く($n=0.042$)している。河床変動解析は混合粒径で行い、図-4のプロットで示す粒度分布を各河川において与えている。各粒径の流砂量は、芦田・道上⁹⁾による粒径別の平衡流砂量式から計算し、各粒径の限界掃流力は修正Egiazaroff式⁹⁾よりそれぞれ与える。また、各粒径の存在割合の計算には平野

図-6 江の川平成10年10月、平成11年6月洪水の観測流量と解析流量の比較

の交換層¹⁰⁾モデルを採用し、交換層厚は最大粒径の2倍程度として15cmとした。解析に用いる初期河床高は、平成9年に測られた200m間隔の定期横断測量結果を基に、平成10年に撮影された平水時の航空写真を参考として合流点の砂州形状等を出来る限り再現するように作成した。

(3) 解析結果と考察

図-6(a), (b)は、平成10年10月、平成11年6月洪水時の各観測所における観測流量（プロット）と解析流量（実線）の比較を示す。平成10年10月洪水は、馬洗川からの流量が卓越した洪水であったのに対し、平成11年6月洪水は三川ともにほぼ同程度の流量が観測されている。解析流量は、両洪水ともに、減水期において尾関山観測所における解析流量が観測流量より大きい傾向にあるが、他の観測所において観測流量をほぼ説明できていることから、概ね妥当な結果と言える。図-7は、平成10年10月、平成11年6月洪水時の痕跡水位と解析最大水位の縦断形の比較を示す。解析最大水位は、支川流入の影響が顕著に表れる合流区間直上流での痕跡水位の縦断形およびその高さを良好に説明している。一方で、馬洗川の2.0kmより上流区間では、痕跡水位と解析最大水位に大きな違いが生じている。痕跡水位にもある程度の誤差が含まれることが予想されるが、本研究では、樹高の比較的低い植生の抵抗は、粗度係数より評価することとし、高水敷

図-7 江の川平成10年10月、平成11年6月洪水の痕跡水位と解析最大水位の縦断形の比較

に高い粗度($n=0.045$)を一律に与えたことが主な原因として考えられる。

次に、実測データと数値解析の結果から、江の川三川合流部における洪水流と河床変動について検討する。図-8(a), (b)は、平成10年10月洪水ピーク時における主流方向の水深積分渦度の空間分布を10分平均値と瞬間値に分けて示す。水深平均渦度の空間分布は各瞬間で大きく変化しており、瞬間値は10分平均値との違いが顕著な瞬間を描いたものである。コンターの色が赤であれば主流に対して右回り、青であれば左回りの水深積分渦度が形成されていることを表す。図-8(a), (b)の黒点線は、10分平均の流れ場から確認された剥離境界線を示している。三川合流部では、剥離域から供給される渦により、その下流河道で流れ場に時間的な変動が見られた。そのため、図-8(a), (b)の比較から分かるように、10分平均値と瞬間値では、流れの三次元構造が大きく異なる。特に、馬洗川と西城川の合流点および江の川139.4km下流の水衝部に形成された剥離域の下流区間において、その差が顕著となっている。また、平成10年10月洪水では、馬洗川からの流量が卓越していたことから、西城川合流点下流の河道線形や江の川からの運動量供給によって生成された主流に対して左回りの水深積分渦度が139.6km付近まで輸送されていることが分かる。

図-9(a), (b)は、江の川平成10年10月、平成11年6月

図-8 江の川平成10年10月洪水ピークにおける水深積分渦度の空間分布

図-9 江の川平成10年10月、平成11年6月洪水前後での実測と解析河床変動高コンターの比較

図-10 江の川平成10年10月、平成11年6月洪水前後での解析河床変動高コンター（格子非直交成分の運動量フラックスを考慮しない場合）

洪水前後での実測と解析の河床変動高コンターの比較である。なお、河床変動高コンターは、解析において河床変動解析を行った江の川の尾関山観測所(139.0km)までの区間を示している。また、江の川139.4km下流の水衝部においては、岩が露出していることから、経年的な横断測量結果の比較から、河床高の変化がほとんど見られ

ない範囲は岩が露出しているものとして、河床変動計算において河床低下が生じないようにしている。図-9(a)に示す実測値では、馬洗川と西城川合流点における土砂の堆積および江の川の139.8kmから下流の外岸側での河床洗掘が特徴的である。図-9(b)に示す解析値は、馬洗川と西城川合流点の砂州上で堆積傾向を示すものの堆積量は実測に比べ小さい。また、解析値は江の川139.4km下流の水衝部における洗掘傾向を捉えているものの、河床洗掘は実測値に比べ横断方向に広く、縦断方向に短い範囲で起きており、洗掘量は過大になっている。

次に、格子非直交成分の運動量フラックス（以下、格子非直交成分と省略する）考慮前後での解析結果の比較から本解析法の有効性について検討する。図-10は本解析において格子非直交成分を考慮しない場合の解析河床変動コンターを示す。図-10に比べ、図-9(b)の格子非直交成分を考慮した場合では水衝部下流139.0～139.2km区間で河床低下傾向にあり、図-9(a)の実測値の傾向に近づいている。図-11は、河床変動が最も活発であった平成10年10月洪水ピーク時の水表面及び底面近傍における水粒子の軌跡を格子非直交成分考慮前後で比較している。水表面近傍の水粒子の軌跡は、寿橋（江の川140km付近）

図-11 格子非直交成分の運動量フラックス考慮前後での平成10年10月洪水ピーク時の水表面及び底面近傍における水粒子の軌跡の比較

及び巴橋（馬洗川0.6km付近）から浮子を投下した場合を想定し、底面近傍の水粒子の軌跡は江の川139.4km下流の水衝部付近に着目し、それぞれ10分平均の水表面流速及び底面流速の解析値から求めている。図-11(a)の水表面における水粒子の軌跡は、江の川と馬洗川の合流点および水衝部下流区間において、格子非直交成分考慮前後での違いが大きくなっている。図-11(b)の底面近傍における水粒子の軌跡は、格子非直交成分を考慮した場合（赤線）では、考慮しない場合（黒線）に比べ水衝部下流区間で水粒子の軌跡が全体的に左岸側に寄っており、このことが図-9(b)と図-10での河床変動コンターの違いを引き起こした主要因と考えられる。

本研究では、実測や格子非直交成分の運動量フラックス考慮前後での解析結果の比較から、本解析法の有効性について検討を行った。しかし、検証データの不足から未だ十分な検討に至っていない。本解析では、図-11(a)に示したように比較的観測が容易な水表面における水粒子の軌跡などを求めることが可能である。現在、江の川三川合流部では、詳細な縦横断水位観測および航空写真やGPSフロート等による洪水流水表面流速や軌跡の観測準備がなされている。今後、これらの観測結果や洪水前後の河床変動の観測結果を用いて、さらに、本解析法の有効性について検証を進める。

4. 結論

- (1) 格子非直交成分（計算格子の方向と異なる方向成分）を含めた運動量フラックスの計算法を開発し、水深積分された渦度方程式と浅水流方程式から構成される準三次元洪水流解析法（底面流速解法）に導入することで、同規模河川が複数合流する河川合流部における洪水流と河床変動解析モデルを構築した。
- (2) 構築したモデルを江の川三川合流部における近年の主要洪水である平成10年10月、平成11年6月洪水に適用し、解析モデルの適用性および三川合流部における洪水流と河床変動について検討した。解析結果の分析から江の川三川合流部では、合流部や水衝部に形成される剥離域の存在がその下流河道の三次元的な流れ構造に大きく影響することを示した。

参考文献

- 1) Miyawaki, S., Constantinescu, G., Rhoads, B., Sukhodolov, A.: Changes in three-dimensional flow structure at a river confluence with changes in momentum ratio, *Proc. River Flow*, Braunschweig, Germany, 2010.
- 2) 内田龍彦, 福岡捷二: 底面流速解法による連続する水没水制群を有する流れと河床変動の解析, 土木学会論文集B1, Vol. 67, No. 1, 16-29, 2011.
- 3) Rhie, C. M. and Chow, W. L.: Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *AIAA Journal*, Vol. 21, No.11, pp. 1525-1532, 1983.
- 4) Leonard B. P., MacVean M. K., and Lock A. P.: The flux-integral method for multidimensional convection and diffusion, *NASA Tech. Memo.*, pp. 333-342, 1994.
- 5) Nakamura, T., Tanaka, R., Yabe, T. and Takizawa, K.: Exactly Conservative Semi-Lagrangian Scheme for Multi-dimensional Hyperbolic Equations with Directional Splitting Technique, *Journal of Computational Physics*, Vol. 174, pp. 171-207, 2001.
- 6) 福岡捷二, 佐藤宏明, 藤澤寛, 大沼史佳: 洪水流と河道の樹木繁茂形態に基づく樹木群透過係数と粗度係数の算定法, *水工学論文集*, Vol. 51, pp. 607-612, 2007.
- 7) 滝沢研二, 矢部 考: 保存型保証多次元セミラグランジュスキームの開発, 第14回数値流体力学シンポジウム, pp.1-6, 2000.
- 8) 福岡捷二, 五十嵐崇博, 西村達也, 宮崎節夫: 河川合流部の洪水流と河床変動の非定常三次元解析, *水工学論文集*, 第39巻, pp. 435-440, 1995.
- 9) 芦田和男・道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, *土木学会論文報告集*, 第206号, pp.59-69, 1972.
- 10) 平野宗夫: Armoringをともなう河床低下について, *土木学会論文報告集*, 第195号, pp.55-65, 1971.

(2012. 9. 30受付)