下流進行する氷上のステップ地形

DOWNSTREAM MIGRATING STEPS ON ICE

内藤健介¹・泉 典洋²・横川美和³・山田朋人²

Kensuke NAITO, Norihiro IZUMI, Miwa YOKOKAWA and Tomohito YAMADA

¹ 学生会員 北海道大学 大学院工学院 (〒 060-8628 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

² 正会員 北海道大学 大学院工学研究院 (〒 060-8628 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

³ 正会員 大阪工業大学 情報科学部 (〒 573-0171 大阪府枚方市北山 1-79-1)

In recent years, cyclic steps are discovered in a variety of environments, such as deep ocean floors and ice floors on planets other than the earth. Water can exist only in the form of ice in the extraterrestrial environments, where temperature is commonly by far lower than that on the earth. Therefore, cyclic steps in the extraterrestrial environments are expected to be often found on ice. In order to obtain basic knowledge on the formation of ice steps, we have performed a series of experiments in a cold room of Institute of Low Temperature Science, Hokkaido university, and reproduced ice steps migrating in the downstream direction. In this paper, we formulated the formation process of ice steps, and provide a reasonable explanation of the downstream migrating ice steps based on the experimental results.

Key Words: *cyclic steps, ice bed, density flow, heat transfer*

1. はじめに

サイクリックステップ¹⁾は、急勾配の河床や海底に自由表面や密度界面を有する水の流れや乱泥流によって形成される周期的なステップ状の地形である。一つのステップは上下流端に跳水を伴い、上流端の跳水下流では常流、下流端の跳水上流では射流で流れるという特徴を有する。流れと底面に何らかの擾乱が生じると流速の大きな部分と小さな部分が生まれる。その結果、底面の侵食速度に場所的な差が生じ、それが発達することで連続したステップ状の地形が形成されていく²⁾。

図-1 火星の北極冠に見られる spiral troughs. trough は北極氷床上で冷やされながらコリオリの力で螺旋状に滑降するカタバ風と直交しており、カタバ風によって形成されるサイクリックステップである可能性がある。(NASA <http://www.nasa.gov/>)

これまでステップ地形としては、細砂で覆われた河床や海底で見られる transportational なものと粘性土や岩盤など侵食が卓越する場で形成される purely erosional なものが知られてきたが、近年では氷河や火星の北極冠上など氷の上にもステップ地形と酷似した地形が発見されている³⁾(図-1)。火星の高緯度地域に見られる層状堆積物は火星の気候変動など過去の歴史を読み解く上で重要な情報を有する⁴⁾ことから、科学的に多くの注目を集めている。今後、宇宙開発が進むにつれて宇宙環境下での各種構造物の建設や居住環境の整備が必要となるが、そのための基礎的知見としても惑星表層の物理環境に関する情報は工学的にも重要である。

本研究では、流体によって氷の上に形成される地形について基礎的な知見を得るため、著者らがこれまでに行った氷上におけるステップ形成実験について、その概略を述べ、実験結果を基にステップ地形形成過程の定式化を行うと同時に実験で観察された下流方向へ伝播するステップに関する理論的説明を行う。

2. 氷床上におけるステップ形成のアナログ実験

火星北極冠のステップ地形には、レーダーによる内部構造の調査から、ステップ地形が上流へ進行したことを示す痕跡が見つかっている³⁾。火星上では極冠上を流れる密度流中に含まれる水蒸気が土砂の役割を果たし、昇華と沈殿を繰り返すことにより氷上にステップ地形が形成されると推測される。空気の密度流により氷上に形成されるステップを実験室で再現することは極め

表-1 実験条件一覧

CASE	Fr 数	水深 (cm)	流量 (cm ³ /s)	勾配 (°)
A	1.7	0.86	44.6	20
B	1.01	0.75	34.6	30

て困難であるため、本実験では火星の密度流と流体中の水蒸気を、それぞれ疎水性と不凍性を持つシリコンオイルと水でモデル化し、ポンプを用いてシリコンオイルと水の混合液を底面を氷で覆った水路内に循環させることでステップの形成を試みた。

水路はアクリル製で、長さが 1.4 m、幅は実験を二次元的に再現するために 2 cm としてある。また水路の両端には高さ 8 cm の堰が設けてあり、堰の間に湛水して水路全体を冷却することで氷床を作製した。温度設定は低温室内をおよそ -7.0 °C とし、シリコンオイルと水の混合液の温度は混合液中の水の融解、凝固どちらも起こり得るおよそ -0.5 °C とした。この温度設定は火星の場合を必ずしも模擬したものとなっていない。これは実験装置の限界で火星の温度設定を模擬できなかったことと、当初、温度の影響より流速分布の影響を重要と考えたことによる。初期擾乱として水路上流端より 30 ~ 50 cm の地点に 1 ~ 2 cm の切り欠けを設けた。

この条件での実験の結果では凝固による堆積が卓越する状況となり、氷床の高さが全体的に若干上昇しながらステップ地形が発達する様子が観察された。さらに一部のケースではステップが下流へ進行の様子が観察された。これまで知られていたサイクリックステップが上流へ進行するのに対して、この実験の条件下では下流へ進行するステップが存在することが実験的に示された。

実験により形成された下流へ進行するステップ地形の一例及び実験条件を表-1 及び図-2 に示す。

図-2 (a) 実験結果。10 ~ 15cm の波長のステップ状地形が 3 ~ 4 個形成されていることがわかる。(b) 氷の厚さの時間変化。30cm のポイントの切り欠けが流下方向へ移動しているのがわかる。

図-3 流れの概念図

3. 理論解析

(1) 下流へ伝播するステップ

これまで知られているサイクリックステップは、purely erosional なものも transportational なものも全て上流へ伝播する特性を持つことが知られてきたが、氷上に形成されたステップには下流へ進行するものが存在することが実験によって示された。この節では理論解析を用いてこの現象を説明する。

底面が氷でできた水路上をある流体が流れている状況を考える。流れている流体は水を含む疎水性の液体であり、その融点は水より十分低いとする。氷の厚さの初期値は $\tilde{B}$ であり、その下面で温度が $\tilde{T}_b$ に維持されているとする。一方、流れている流体の層厚は $\tilde{H}$ であり、液面の温度は $\tilde{T}_a$ に維持されているとする。 $\tilde{T}_a$ 及び $\tilde{T}_b$ の両方、あるいはどちらか一方が十分低温であり水の

凝固点を下回っている場合、疎水性液体が含む水は氷の上で凝固し、氷の表面高さを増加させる。一樣勾配 S の斜面から測った氷の表面高さを $\tilde{Z}$ とする。すなわち図-3 のような状況を考える。ここで $\tilde{F}_s(\tilde{Z})$ 及び $\tilde{F}_f(\tilde{Z})$ はそれぞれ氷表面及び流体底面の熱フラックスを表す。

(2) 流れの方程式

サイクリックステップは水平方向の長さスケールが鉛直方向の長さスケールに比較して卓越した現象⁵⁾である。また氷の形状変化の時間スケールは流れや温度の時間変化のスケールと比較して十分に大きいことから流れや温度変化の時間微分項を無視し、氷の形状の時間微分項のみ考慮する準定常の仮定を用いる。そのとき流れは次の浅水流方程式で記述できる。

$$\frac{\partial \tilde{U} \tilde{H}}{\partial \tilde{x}} = 0, \quad \tilde{U} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{x}} = -g \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \tilde{x}} - g \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial \tilde{x}} + gS - \frac{C_f \tilde{U}^2}{\tilde{H}} \quad (1a, b)$$

ここで $\tilde{U}$ は水深平均流速, $\tilde{H}$ は水深, $\tilde{Z}$ は氷表面の高さ, S は斜面勾配, C_f は底面摩擦係数, $\tilde{t}$ は時間, $\tilde{x}$ は流下方向座標である.

(3) 熱輸送の定式化

準定常の仮定を用いると氷の熱伝導方程式は次のようになる⁶⁾.

$$0 = k_s \left(\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{z}^2} \right) \quad (2)$$

ここで ρ_s は氷の密度, c_p は氷の比熱容量, $\tilde{T}$ は温度, $\tilde{t}$ は時間, $\tilde{x}$ 及び $\tilde{z}$ はそれぞれ流下方向及び水深方向の座標, k_s は氷の熱伝導率である. 氷の存在する領域は $\tilde{z} = -\tilde{B}$ から $\tilde{z} = \tilde{Z}$ までであるので, 上式が成立する領域もその領域となる.

一方, 氷上を流れている流体の熱輸送方程式は準定常の仮定を用いて次のように書ける.

$$\rho_f c_f \left(\tilde{u} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \right) = k_f \left(\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{z}^2} \right) \quad (3)$$

ここで ρ_f は流体の密度, c_f は流体の比熱容量, $\tilde{u}$ 及び $\tilde{w}$ はそれぞれ流下方向及び深さ方向の流速成分, k_f は流体の熱伝導率である. 流体が存在し, 上式が成立する領域は $\tilde{z} = \tilde{Z}$ から $\tilde{z} = \tilde{Z} + \tilde{H}$ となる.

これらの熱伝導方程式にも浅水流方程式と同様の浅水流近似を施す. 水平方向の長さスケールが鉛直方向の長さスケールと比較して大きいことより, 水平方向の変化が緩やかであると仮定し, 次の近似を行う.

$$\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} \ll \frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}^2} \quad (4)$$

さらに層厚方向に積分すると式 (2) 及び (3) は次のように表わされる.

$$0 = k_s \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\tilde{Z}} - k_s \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=-\tilde{B}} = -\tilde{F}_s(\tilde{Z}) + \tilde{F}_s(-\tilde{B}) \quad (5)$$

$$\rho_f c_f \frac{\partial \tilde{U} \tilde{T}_f \tilde{H}}{\partial \tilde{x}} = k_f \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\tilde{Z}+\tilde{H}} - k_f \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\tilde{Z}} = -\tilde{F}_f(\tilde{Z} + \tilde{H}) + \tilde{F}_f(\tilde{Z}) \quad (6)$$

ここで $\tilde{T}_s$ 及び $\tilde{T}_f$ は流体の層厚平均温度である. 上式中の $\tilde{F}_s(\tilde{Z})$ 及び $\tilde{F}_s(-\tilde{B})$, $\tilde{F}_f(\tilde{Z} + \tilde{H})$ 及び $\tilde{F}_f(\tilde{Z})$ はそれぞれ氷の表面及び底面における熱フラックス, 流体の表面及び底面における熱フラックスである. 式 (6) を連続式を用いて変形し流体層厚で割ると次式を得る.

$$\rho_f c_f \tilde{U} \frac{\partial \tilde{T}_f}{\partial \tilde{x}} = -\frac{\tilde{F}_f(\tilde{Z} + \tilde{H})}{\tilde{H}} + \frac{\tilde{F}_f(\tilde{Z})}{\tilde{H}} \quad (7)$$

ここで熱フラックス $\tilde{F}_s$ 及び $\tilde{F}_f$ を見積もる方法を考える. 今, 流れは定常等流状態であると仮定すると, 浅水流近似を施した式 (2) 及び (3) は次のようになる.

$$0 = k_s \frac{d^2 \tilde{T}}{d\tilde{z}^2} \quad (-\tilde{B} \leq \tilde{z} < \tilde{Z}) \quad (8)$$

$$0 = k_f \frac{d^2 \tilde{T}}{d\tilde{z}^2} \quad (\tilde{Z} < \tilde{z} \leq \tilde{Z} + \tilde{H}) \quad (9)$$

上式の一般解はいずれも次のように表わされる.

$$\tilde{T} = a\tilde{z} + b \quad (10)$$

氷の底面では $\tilde{T}_b$ となっており, 氷の表面 (流体の底面) では温度は氷点 $\tilde{T}_m$, 流体の表面では外気温 $\tilde{T}_a$ に一致していると考え. すると次の条件が成り立つ.

$$\tilde{T}|_{\tilde{z}=-\tilde{B}} = \tilde{T}_b, \quad \tilde{T}|_{\tilde{z}=\tilde{Z}} = \tilde{T}_m, \quad \tilde{T}|_{\tilde{z}=\tilde{Z}+\tilde{H}} = \tilde{T}_a$$

これらの境界条件を用いると解は次のように得られる.

$$\tilde{T} = \frac{\tilde{T}_m - \tilde{T}_b}{\tilde{Z} + \tilde{B}} \tilde{z} + \frac{\tilde{T}_m \tilde{B} + \tilde{T}_b \tilde{Z}}{\tilde{Z} + \tilde{B}} \quad (12)$$

$$\tilde{T} = \frac{\tilde{T}_a - \tilde{T}_m}{\tilde{H}} (\tilde{z} - \tilde{Z}) + \tilde{T}_m \quad (13)$$

流れや温度が流下方向に緩やかに変化し, 時間的にも急激に変化しないとき, 流れや温度の水深方向の構造は等流状態から大きく外れないことが期待できる. 従って, ここでも温度の深さ方向分布は式 (13) で表されるとし, 式中の $\tilde{H}$ 及び $\tilde{Z}$ のみが場所によって変化すると仮定する. すると氷の上面 ($\tilde{z} = \tilde{Z}$) 及び流体の下面 ($\tilde{z} = \tilde{Z}$) における熱フラックスはそれぞれ次のように表される.

$$\tilde{F}_s(\tilde{Z}) = -k_s \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\tilde{Z}} = -k_s \frac{\tilde{T}_m - \tilde{T}_b}{\tilde{Z} + \tilde{B}} \quad (14)$$

$$\tilde{F}_f(\tilde{Z}) = -k_f \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\tilde{Z}} = -k_f \frac{\tilde{T}_a - \tilde{T}_m}{\tilde{H}} \quad (15)$$

温度が直線分布をしているため, 熱フラックスは深さ方向に一様である.

(4) 氷表面の高さ変化

氷表面の高さ変化は次の式で表わされたとする.

$$-\rho_s h_{lh} \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial \tilde{t}} = \tilde{F}_s(\tilde{Z}) - \tilde{F}_f(\tilde{Z}) \quad (16)$$

ここで ρ_s は氷の密度, h_{lh} は潜熱である. 上式は氷表面に下から入ってくる熱フラックス $\tilde{F}_s(\tilde{Z})$ と上から出て行く熱フラックス $\tilde{F}_f(\tilde{Z})$ の差によって氷の高さが変動することを意味している.

上式に式 (14) 及び (15) を代入して次式を得る.

$$\rho_s h_{lh} \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial \tilde{t}} = k_s \frac{\tilde{T}_m - \tilde{T}_b}{\tilde{Z} + \tilde{B}} - k_f \frac{\tilde{T}_a - \tilde{T}_m}{\tilde{H}} \quad (17)$$

ここで右辺第一項は氷の下方からの熱フラックスを, 右辺第二項は流体表面からの熱フラックスを表している.

(5) 無次元化

次のような無次元化を導入する.

$$\tilde{x} = \frac{\tilde{H}_n}{C_f} x, \quad \tilde{U} = \tilde{U}_c U, \quad \tilde{H} = \tilde{H}_c H, \quad \tilde{T} = (\tilde{T}_m - \tilde{T}_b) T \quad (18a, b, c, d)$$

ここで $\tilde{U}_c$ 及び $\tilde{H}_c$ はそれぞれフルード数が 1 となる限界流速および限界水深である.

図-4 形状を維持しながら一定速度 c で水平方向に w で鉛直方向に移動するサイクリックステップ形状。

無次元化された方程式系は次のようになる。

$$\frac{\partial UH}{\partial x} = 0, \quad U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial x} - \sigma + \frac{U^2}{H} = 0 \quad (19a, b)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{1}{Z+B} + \frac{\kappa}{H} \quad (19c)$$

ここで $\sigma = S/C_f$ であり, κ は

$$\kappa = \frac{\tilde{k}_f(\tilde{T}_m - \tilde{T}_a)}{\tilde{k}_s(\tilde{T}_m - \tilde{T}_b)} \quad (20)$$

である。ステップが下流進行したケースをモデルにしているため, $\tilde{T}_a < \tilde{T}_m$ であることを意識して上式のように置いた。従って $\tilde{T}_a > \tilde{T}_m$ の場合は κ は負の値を取る。また式 (19c) に, 式 (19a) を積分して得られる $UH = 1$ の関係を用い, さらに解析を容易にするため, 氷の層厚 $\tilde{B}$ は $\tilde{H}_c/C_f$ より十分小さいが, $\tilde{Z}$ に比べると十分大きいと仮定することにより Z を無視し, $1/B$ を β で表すと式 (19c) は次のようになる。

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \kappa U + \beta \quad (21)$$

(6) 有限振幅を有するサイクリックステップ形状

a) 座標変換

これまでに導いた方程式系は形状を維持しながら流下方向へ移動する有限振幅を持ったサイクリックステップ解を有する。ここではそのようなステップの形状を導く。次のような座標変換を行う。氷表面の高さ Z を一定勾配 σ の斜面からの高さではなく, 水平面からの高さ Z^* で表す。また斜面方向の座標 x に代えて水平方向の座標 x^* を用いる。斜面勾配が十分小さいとき次の関係が成り立つ。

$$Z = \sigma x + Z^*, \quad x = x^* \quad (22)$$

ステップ形状は水平方向 (x の正の方向) に c , 鉛直下方に w の速度で移動しているとする。そのとき x^* の正の方向に c で移動しながら, z の負の方向に w で移動する座標 (図-4) を導入すると便利である。次のような座標変換を導入する。

$$\hat{x} = x^* - ct, \quad \hat{t} = t, \quad \hat{Z} = Z^* + wt \quad (23)$$

これらの座標変換を用いて式 (21) を書き直すと次のようになる。

$$\frac{\partial \hat{Z}}{\partial \hat{t}} - c \frac{\partial \hat{Z}}{\partial \hat{x}} = \kappa U + \beta - w \quad (24)$$

b) 正則条件と解の存在条件

移動座標系で見たとき形状を変化させないとすると, 上式の時間微分項はゼロとなって次式が得られる。

$$-c \frac{d\hat{Z}}{d\hat{x}} = \kappa U + \beta - w \quad (25)$$

式 (19b) に $UH = 1$ の関係を用いて H を消去し, 式 (25) を代入すると次式が得られる。

$$\frac{dU}{d\hat{x}} = \frac{c^{-1}(\kappa U + \beta - w) - U^3}{U - U^{-2}} \quad (26)$$

フルード数が 1 となる限界点では流速 U は 1 となる。従って上式右辺の分母はゼロとなる。そのため正則条件から次の条件が成り立たなければならない。

$$c = \kappa + \beta - w \quad (27)$$

これを式 (26) に代入し約分すると次式が得られる。

$$\frac{dU}{d\hat{x}} = -\frac{U^2 \left(U^2 + U + \frac{\beta-w}{\kappa+\beta-w} \right)}{U^2 + U + 1} \quad (28)$$

フルード限界点を $\hat{x}$ の原点と取ると $[dU/d\hat{x}]_{\hat{x}=0}$ は次の値を取る。

$$\left. \frac{dU}{d\hat{x}} \right|_{\hat{x}=0} = -\frac{2\kappa + 3\beta - 3w}{3\kappa + 3\beta - 3w} \quad (29)$$

この値が正となるためには分子と分母のどちらかが正でどちらかが負でなければならない。 κ が正である場合, 分母が大きいことは明らかである。従って分母が正で分子が負でなければならない。このことから w は次の範囲に無ければならないことが判る。

$$\frac{2}{3}\kappa + \beta < w < \kappa + \beta \quad (30)$$

c) 跳水条件

ステップ上流端及び下流端では跳水が生じている。跳水前後で成り立つ運動量保存則を無次元化し解くと次のような関係が得られる。

$$U_d = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8U_u^3}}{4U_u^2} \quad (31)$$

添え字 u はステップ上流端, d はステップ下流端の変数を意味する。ここで負号では U_d が負となるため適さない。また U_u と U_d は対称であるから結局次の関係が成り立つ。

$$U_d = \frac{1 + \sqrt{1 + 8U_u^3}}{4U_u^2}, \quad U_u = \frac{1 + \sqrt{1 + 8U_d^3}}{4U_d^2} \quad (32)$$

d) 下流側流速の最大値

式 (30) によると式 (28) の分母は正であり, また $\beta - w$ は負である。今 κ は正の値であることに注意する。よって式 (28) の分子はゼロとなり得る。そのとき $dU/d\hat{x}$ は

ゼロとなり、等流状態となる．そのときの流速 U_n は次のようになる．

$$U_n = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{4(w-\beta)}{\kappa+\beta-w}}}{2} \quad (33)$$

上式は w が最小値 $2/3\kappa + \beta$ のとき $U = 1$ となり、限界流速となる．また w が増加するにつれて単調増加し、最大値 $\kappa + \beta$ に近づくに連れて無限大となる．従って上式で表される U は必ず 1 より大きい．すなわち等流状態が現れるのは必ず下流側の射流状態の領域である．しかも下流側流速はこの値以上にはなれない．

e) 解法

一つのステップ上の流速 U の分布は次のようにして求められる．式 (28) より次式が得られる．

$$-\int_{U_d}^U \frac{U^2 + U + 1}{U^2 \left(U^2 + U + \frac{\beta-w}{\kappa+\beta-w} \right)} dU = \hat{x} \quad (34)$$

このとき w は式 (30) を満たすように与える．また U_d は U_n より大きくなければならない．ステップの波長 L は次式によって求められる．

$$L = -\int_{U_d}^{U_u} \frac{U^2 + U + 1}{U^2 \left(U^2 + U + \frac{\beta-w}{\kappa+\beta-w} \right)} dU \quad (35)$$

この式中の U_u は式 (32) を用いて求める．

式 (34) から求められた U を式 (25) に代入して積分すれば $\hat{Z}$ が求められる．あるいは式 (27) 及び (28) を式 (26) に代入して次式が求められる．

$$\frac{d\hat{Z}}{dU} = \frac{(\kappa U + \beta - w)(U^2 + U + 1)}{(\kappa + \beta - w)U^2 \left(U^2 + U + \frac{\beta-w}{\kappa+\beta-w} \right)} \quad (36)$$

これを積分して次式が得られる．

$$\hat{Z} = -\int_{U_d}^U \frac{(\kappa U + \beta - w)(U^2 + U + 1)}{(\kappa + \beta - w)U^2 \left(U^2 + U + \frac{\beta-w}{\kappa+\beta-w} \right)} dU \quad (37)$$

また一つのステップの高さ $\Delta\hat{Z}$ は次のように求められる．

$$\Delta\hat{Z} = -\int_{U_d}^{U_u} \frac{(\kappa U + \beta - w)(U^2 + U + 1)}{(\kappa + \beta - w)U^2 \left(U^2 + U + \frac{\beta-w}{\kappa+\beta-w} \right)} dU \quad (38)$$

式 (35) と (38) から斜面勾配 σ が次のように得られる．

$$\sigma = \frac{\Delta\hat{Z}}{L} \quad (39)$$

本理論では σ を与えるのではなく、 w と U_d を与えて σ を逆算している．実際は斜面勾配 σ が与えられるとステップ形状は自律的に形成されるはずであるが、この理論では w 及び U_d の二つの変数を与えなければならない． U_d は 1 より大きく U_n より小さい範囲にあればどのような値を取っても構わない．

図-5 (a) U_d と w による波長 L の変化．(b) U_d と w による勾配 σ の変化．

図-6 ステップの形状． $w = 0.146$, $U_d = 3$.

4. 結果と考察

(1) 解の存在領域とステップ形状

β 及び κ は、既知のパラメータである初期状態における氷の厚さ B 及び氷、流体それぞれの熱伝導率 $\tilde{k}_f$, $\tilde{k}_s$ によって決定される．また式 (30) によってステップの移動速度の鉛直成分 w の範囲が 0.145 から 0.166 と決定される．さらに w と下流端での流速 U_d を任意に与えれば式 (35) から波長 L を決定できる． w を 0.145 から 0.166 まで変化させたときの L の U_d による変化を図-5(a) に示す． U_d は 1 から等流流速 U_n まで取り得るが、 U_n 付近で無限大になることが判る．これは下流側

に等流状態が実現すると、どこまでもこの等流状態が続く状態が理論上は可能であり波長が無限大になり得ることを示す。また図-5(b)は同様に w と U_d による勾配 σ の変化を示したものである。 $U_d = U_n$ 付近で L は無限大に発散したのに対して、 σ はある値に収束する。図-6に $w = 0.146$ 及び $U_d = 3$ としたときの U_u から U_d までの、すなわち一波長上の氷の高さ Z と水面 $H + Z$ の変化を示す。図から明らかなように、氷の高さの変化がステップ形状を描き、その上を流れる流体はステップ上流部では水深が大きく、下流に進むに従って水深が小さくなっていく様子が再現された。

(2) ステップの進行方向

式(21)から判るように、底面高さ Z は水深 H が小さく流速 U が大きいところほど増加する、すなわち堆積が生じる。これまでのサイクリックステップでは purely erosional の場合も transportational の場合も流速が大きく底面せん断力が大きいところで侵食が発生した。従ってステップ下流部の急勾配部(射流部)では侵食が活発に起こり、逆にステップ上流部の緩勾配部(常流部)では堆積が生じるため、ステップは全体として上流に伝播していく。それに対して、周囲気体の温度(室温)が融点より低い場合における氷上のステップでは、ステップ下流部の急勾配部(射流部)では水深が小さいために低い室温の影響を受けやすく、その結果オイルに混ざった水分が凝固し堆積が発生するのである。

以上から粘性土や岩盤、砂面上でステップが発達する場合、流速の大きいところでは必ず侵食が起こるため、ステップは全て上流に伝播するのに対して、氷上のステップでは外気温が融点より低い場合、流速の大きいところで堆積が生じるという正反対の現象が生じることが明らかとなった。また、このことから即座に外気温が融点より高い場合、上流に伝播することが予想され、これについては既に著者らの行った別の実験によって確かめられている⁷⁾。

(3) 実験値の適用

ここで実験値を本理論に適用することにより、理論の整合性を評価する。実験値には表-1中の値を平均し用いる。実験値を無次元化し、下流端流速 U_d と波長 L の値を図-5(a)に適用することにより w の値の範囲が限定される。ここで無次元化された U_d は0.4から0.95であり、無次元化された L の値の範囲は4.5から10.5である。この場合図-5(a)からわかるように w の値はおおよそ0.146である。同様に U_d と勾配 σ の値を図-5(b)に適用すると w の値の範囲が限定される。無次元化された σ の値は1.0から3.0であり、この場合も図-5(b)からわかるように w の値はおおよそ0.146となる。図-5(a)及び(b)中の鉛直方向の点線は実験から得られた U_d の範囲を示している。

U_d と L の値を理論に適用することによって求められた w の値と、 U_d と σ の値を理論に適用することによ

って求められた w の値が一致している。すなわちこの結果は本理論と実現象の整合性を示している。

5. 結論

本研究によって得られた主たる結論は次の通りである。

- 氷上のステップの形成過程を浅水流近似を用いた流れの方程式と熱輸送の方程式を用いて定式化した。それらの方程式を解くことで、下流に進行する氷上のステップ解が存在することが示された。
- 実験で得られた U_d と L から w を推定するとともに、 σ を求めたところ、実験結果と良好な一致を示した。これは理論と実現象の整合性を示すものである。
- 氷上に形成されるステップ地形の場合、その進行方向は外気、流体、氷の温度分布によって決定され、外気温が融点より低い場合、氷上には下流に進行するステップ地形が形成され得る。外気温が融点より高い場合、氷上には上流に進行するステップ地形が形成され得る。
- 火星極冠において、ステップ地形は氷上を流れる密度流によって形成されるものであり、流速が大きく水深が小さな部分で氷が水蒸気へと昇華し、一方流速が小さく水深が大きな部分では流体中の水蒸気が氷へと凝固し氷上に沈殿することによりステップ地形が上流へ進行していると考えられる。

参考文献

- 1) Kostic, S. and Parker, G.: A phenomenon of supercritical shallow flow from the high mountains to the bottom of the ocean, *Journal of Hydro-environment Research*, Vol.3, pp.167-172, 2010.
- 2) Parker, G. and Izumi, N.: Purely erosional cyclic and solitary steps created by flow over a cohesive bed, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.419, pp.203-238, 2000.
- 3) Smith, I. B. and Holt, J. W.: Onset and migration of spiral troughs on Mars revealed by orbital radar, *Nature*, Vol.465, pp.450-453, 2010.
- 4) Lunar and Planetary Lab. University of Arisona: The Polar Deposits of Mars, *Annual review of Earth and Planetary science*, 2009.
- 5) Sun, T. and Parker, G.: Transportational cyclic steps created by flow over an erodible bed. Part 2. Theory and numerical simulation, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.43, pp.502-514, 2005.
- 6) Faghri, A. and Zhang, Y.: Transport Phenomena in Multiphase Systems (Chapter6: Menting and Solidification, Chaper7: Sublimation and vapor deposition), Elsevier, 2006.
- 7) 横川美和, 泉 典洋, 内藤健介, 山田朋人, Ralf GREVE: 氷上のステップ地形に関する実験的研究, 水工学論文集, 第57巻, 2013(印刷中)。

(2012.9.30 受付)