水車の羽根高さと回転数の違いが 堰上げに及ぼす影響のMPS法による評価

EFFECT OF RUNNER DEPTH AND ROTATION SPEED
OF WATER WHEEL ON BACK WATER BY MPS METHOD

浪平 篤¹・高木強治²・後藤真宏¹

Atsushi NAMIHIRA, Kyoji TAKAKI and Masahiro GOTO

¹正会員 博士(農) 農研機構農村工学研究所資源循環工学研究領域 (〒305-8609 つくば市観音台2-1-6)

²正会員 博士(農) 農研機構農村工学研究所水利工学研究領域 (同 上)

The applicability of MPS method with a modified model for non-uniform particle diameter and a method to suppress numerical pressure fluctuation, as an assessment tool for flow regimes in installing a current water wheel in an open channel as one of the development of micro-scale hydropower generation in irrigation systems, was examined. As a result, the turbulent flows around water wheel were calculated with stable condition. Furthermore, the simulated water depths at upstream side of water wheel were about 0.005m larger than the experimental results, at any given runner depths and rotation speeds. This error was equal to the distance between water particles at initial arrangement, and was only 3 % of water depth at the condition with no water wheel.

Key Words : *micro-scale hydropower generation, irrigation channel, current water wheel, back water, MPS method*

1. 緒論

昨今のエネルギー事情から再生可能エネルギーの必要性が高まる中、農業用用水路における小水力発電も注目を浴びている。用水路のうち落差工のように落差を有する地点では、実施事例が増えつつある^{1), 2)}。一方で用水路のうち落差のない緩勾配の開水路部分では、流れのエネルギーの抽出は容易でないため、現地試験は散見されるものの^{3), 4)}、普及には至っていない。開水路部分は用水路の大部分を占めることから、今後はこのような箇所での実施への要望が高まると考えられる。

開水路部分で小水力発電を行うためには、水車自体もしくは付帯施設の設置によって水車の上流側で堰上げを生じさせ、水車の上下流のエネルギー差を高めることが必要となる。それに対し、用水路の余裕高⁵⁾は建設時の経済性から必要最低限に設計されていることが多く、堰上げが過剰であれば水路で溢水が生じる可能性がある。従って、開水路部分で小水力発電を行うためには、水車の設置によって生じる堰上げの評価が不可欠である。

前報⁶⁾では、水車設置による堰上げの評価方法として、自由水面の大変形、水滴の飛沫、気泡の混入を伴う流れ

を安定して解析できるMPS法⁷⁾に着目し、用水路のうち開水路部分に設置される代表的な水車の一つである流し掛け水車の模型実験結果⁸⁾の再現を試みた。その結果、MPS法はこれまでに適用性が確認されている種々の水理構造物の周辺の流れ⁹⁾や、大気中に射出される水流によって回転するペルトン水車のバケット内流れ^{10), 11)}に加えて、水車の設置が開水路の流れに及ぼす影響についても定性的な傾向を捉えられることが確認された。しかしながら、MPS法に特有の圧力の擾乱を抑えるための手法を導入していなかったこと、鉛直2次元解析を行ったこと、単相流解析を行ったこと等の課題により、定量的には十分な再現性が得られなかった。また、瞬間的かつ局所的に大きな流速が発生する等、解析の安定性が十分ではなかった。

そこで本研究では、前報の解析方法における課題のうち、計算機への負荷の増加が相対的に小さくて済むことから、圧力の擾乱を抑えるための手法の導入を検討する。そして、同じく流し掛け水車を対象として、羽根高さと回転数の違いが水車設置による堰上げに及ぼす影響の評価に対し、MPS法を用いることの妥当性を検証する。

2. 解析の方法

(1) MPS法の概要

MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法⁷⁾とは、非圧縮性流れを有限個の粒子で近似してラグランジュ的に解く方法である。支配方程式における微分演算子を粒子間相互作用モデルによって表現すること、連続式として密度一定条件を粒子数密度一定条件と置きかえた式を用いること等が特徴である。

用いた支配方程式は、基本的には前報⁶⁾と同一で標準型のMPS法のものである。ここでは連続式(式(1))と粒子数密度の評価式(式(2))のみを示す。

$$\frac{1}{n^0} \frac{Dn}{Dt} + \nabla \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} [w(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i | r_{ei})] \quad (2)$$

n は粒子数密度、 $\mathbf{u}$ は粒子の流速ベクトル、下付き文字 i, j は粒子の番号、 $\mathbf{r}$ は粒子の位置ベクトル、 n^0 は初期配置における n であり、密度一定条件を満足するため一定値とされる。 r_{ei} は粒子 i に関する粒子間相互作用の及ぶ範囲を示す係数であり、初期配置における粒子間距離 l_0 を基準とすると、 n の計算式では $2.1l_0$ 、勾配の粒子間相互作用モデルでは $2.1l_0$ 、Laplacian の同モデルでは $4.0l_0$ が推奨されている。 w は粒子 i, j 間相互作用に関する重み関数であり、式(3)で計算される。

$$w(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i | r_{ei}) = \begin{cases} \frac{r_{ei}}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} - 1 & \text{for } 0 \leq |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i| < r_{ei} \\ 0 & \text{for } r_{ei} \leq |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i| \end{cases} \quad (3)$$

(2) 非均一粒子径モデル

水車の羽根はその両面で水と接する薄肉構造物であることから、前報⁶⁾と同様に、非均一粒子径モデル⁷⁾を適用して、羽根を構成する粒子については、 l_0 すなわち粒子径を他の粒子よりも小さくした。併せて、壁境界で粒子を3層配置するのに倣い、羽根の厚さ方向には粒子を4層配置するとともに、羽根のうち最も外側の粒子のみを n と圧力の計算対象とした。このとき、羽根を挟むように存在する水粒子に対しては、互いを粒子間相互作用モデルの適用対象から外す処理を行った。羽根の外側の面を構成する粒子と、それと向かい合う面に隣接する水粒子に対しても、同様の処理を行った。なお、これらの処理を行っても、羽根近傍の水粒子と羽根から離れた水粒子とで、 n に明確な差は生じなかった。

非均一粒子径モデルは、 n の計算式と、勾配およびLaplacianの粒子間相互作用モデルに対して構築されている⁷⁾。これらの計算式およびモデルに含まれる係数には、 n^0 と、統計的な分散の増加を解析解と一致させるために導入される λ がある。標準型MPS法のような単一粒子

径モデルでは、初期粒子配置において十分に内部の粒子を対象に、 n^0 は式(2)から、 λ は式(4)から計算される。

$$\lambda_i = \frac{\sum_{j \neq i} [|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2 w(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i | r_{ei})]}{\sum_{j \neq i} [w(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i | r_{ei})]} \quad (4)$$

非均一粒子径モデルでは、 n^0 は式(5)から計算され、 λ は n^0 との積としてのみ使用されることから、その積を一つの係数とした式(6)の Λ が用いられる。

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} \left[\frac{V_j w(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i | r_{ei}) + V_i w(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i | r_{ej})}{2V_i} \right] \quad (5)$$

$$\Lambda_i = \sum_{j \neq i} \left[|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2 \frac{V_j w(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i | r_{ei}) + V_i w(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i | r_{ej})}{2V_i} \right] \quad (6)$$

d は次元数、 V は l_0^d である。なお、式(3)は非均一粒子径モデルにそのまま適用できる。

本研究のように r_{ei} の範囲内で異なる径の粒子の存在比率が時々刻々変化する状況で非均一粒子径モデルを適用する場合、 n^0 と Λ の計算において、どのような粒子を対象とすべきか推奨されていない。そこで本研究では、単一粒子径モデルと同じく、初期粒子配置において十分に内部の水粒子を対象に計算することとした。前報でも同様としていたが、後述の圧力の擾乱を抑えるための手法を導入していないことから、その妥当性の検証には至らなかったため、本研究でそれを行う。

(3) 圧力の擾乱を抑えるための方法

本研究では、MPS法に特有の圧力の擾乱を抑えるための手法を新たに導入した。この手法に関する研究は近年多く、大きな成果を上げているものには、対称型の圧力勾配項の導入によって運動量の保存性を向上させる方法(CMPS法)、圧力のPoisson方程式の生成項を、標準型MPS法で用いられる粒子数密度の偏差ではなく、周囲粒子の相対的な移動情報を用いて評価することで、高精度化する方法(HS)、圧力のPoisson方程式のLaplacianに標準型MPS法よりも高次の粒子間相互作用モデルを適用する方法(HL)等がある¹²⁾。これらの方法が組合せて適用されれば、圧力の擾乱はより効果的に低減される^{13), 14)}。

その他に、HSと同様に圧力のPoisson方程式の生成項に着目し、その定式化を再検討した方法(以下、近藤・越塚¹⁵⁾の方法)もある。その具体的な内容は、以下のとおりである。まずその前提として標準型MPS法では、連続式(式(1))から導出された式(7)のPoisson方程式が用いられる。

$$\nabla^2 p^{k+1} = \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n^* - n^0}{n^0} \quad (7)$$

ここで、 p は圧力、 ρ は流体の密度、 Δt は計算時間刻み、上付き文字 k は時間ステップを表し、 n^* は時間ステップ k のうち陽的な計算のみが終了した時点の n であ

図-1 解析モデルの概念図

る．これに対し近藤・越塚の方法では，このPoisson方程式の生成項(式(7)の右辺)を，式(8)のように，階数の異なる3つの時間差分の項に分解する．

$$\begin{aligned} & \text{(生成項)} \\ & = \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n^* - 2n^k + n^{k-1}}{n^0} + \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n^k - n^{k-1}}{n^0} + \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n^k - n^0}{n^0} \quad (8) \\ & = S_2 + S_1 + S_0 \end{aligned}$$

さらに，式(9)のように係数 α ， β ， γ を導入する．

$$\text{(生成項)} = \alpha S_2 + \beta S_1 + \gamma S_0 \quad (9)$$

これらの係数を適切な値に設定することで，圧力振動を抑制するのである．それらの最適値は，静水圧とダムブレイクの解析から，それぞれ0.96，0.096，0.00096であることが確認されている．このような設定により式(7)が満足されなくなるが，標準型MPS法でも α ， β ， γ の全てを0.2とするのと同様のLaplacianの緩和が行われる場合があり^{7, 15)}，本方法はこれに類似のものと考えられる．

なお，近藤・越塚の方法では，式(9)の導入に加えて，自由水面の境界条件に用いられる自由水面上に存在する粒子の判定式(式(10))

$$\langle n \rangle_i < c n^0 \quad (10)$$

において，標準型MPS法では $c = 0.95 \sim 0.97$ が推奨されている⁷⁾のに対し， $c = 0.80$ を採用している．さらに，許容される粒子同士の接近距離として，標準型MPS法では l_0 の0.5倍としている⁷⁾のに対し，0.7倍を採用している．

本研究では，非均一粒子径モデルの導入によって標準型MPS法と比較して計算がかなり煩雑になっていることを考慮して，圧力の擾乱を抑えるための各手法のうち，比較的簡易でありながら一定の効果を期待できる近藤・越塚の方法を採用することとした．なお，近藤・越塚の方法に更なる検討を加え，より安定した解析を可能とした報告¹⁶⁾もあるが，近藤・越塚の方法において静水圧の理論値との一致状況から決定された $\alpha = 0.96$ が使用されず $\alpha = 1.0$ としていること，安定性は大幅には改善されていないことから，ここでは採用しなかった．

また，MPS法は前述のように非圧縮性流れを対象としているが，標準型では僅かな圧縮性の付与によって数値的な安定性が改善されることが報告されている⁷⁾．前報

に引き続き，本研究でもこの方法も採用した．しかし，予備計算において，この方法の有無が解析結果に及ぼす影響を調べたところ，明確な差は確認されなかった．このことは，近藤・越塚の方法の影響と考えられる．

(4) 解析モデル

解析モデルは，前報⁶⁾と同様，詳細なデータが計測されている流し掛け水車の模型実験⁸⁾を模擬して作成した．流し掛け水車とは，落差のない開水路に堰やゲート等を伴わずに設置され，水車自体によってその上流側で堰上げを生じさせる水車をいう¹⁷⁾．解析モデルの対象範囲は，計算機的能力上の制限から，水車の中心から上下流に2mの地点の間とした(図-1(a))．また，模型水路と水車の幅はそれぞれ0.240m，0.236mでほぼ同一であること⁸⁾，および，実験状況の映像を確認したところ，縦断面における流れが卓越していると考えられたことから，鉛直2次元解析を行った．水車の羽根の高さBhには，0.08，0.10，0.12mの3タイプを対象とした(図-1(b))． l_0 については，水車の羽根では羽根の厚さの1/4である0.00075m，その他では0.005mとした．

(5) 解析の条件

水理条件には，実験結果⁸⁾が比較的多いことから，流量 $0.016 \text{ m}^3/\text{s}$ ，水車を設置しない状態の水深 h_0 0.16m，同状態のフルード数0.35を採用した．なお， h_0 については，後述(3. (2))する水車を設置した状態における水車上流側水深と同じく，水車の中心(図-1(a))から上流に1mの地点で評価した．上記の状態を再現するため，水車を設置しない状態での解析を行い，水路末端の堰の高さ h_{weir} (図-1(a))を試行錯誤で調整した．

流入境界(図-1(a))には可溶性移動壁¹⁸⁾を用い，解析モデルの末端の堰の直下流では自由流出境界とした．

水車の回転数Nrについては，前述の水理条件下で各Bhの水車を使用した模型実験⁸⁾における観測値の範囲のうち，ほぼ最小値，中間値，最大値を強制的に与えた．具体的には，Bh=0.08mのときNr=5，10，13rpm，Bh=0.10mのときNr=5，10，14rpm，Bh=0.12mのときNr=8，11，15rpmとした．ここで，模型実験では水車は受動的に回転しており，Nrも完全に一定ではない．しかしこのような扱いは1段階難しい問題であり，まずは上

述の単純化した現象を再現できることが必要と考え、このような設定とした。なお模型実験では、水車に種々の負荷を与えることで、Nrの違いを表現している。

初期条件として、可溶性移動壁の他に水粒子が全く存在しない状態を設定し、水位変動がほぼ一定の範囲内に収まった時点以降の解析結果を、評価の対象とした。

3. 解析結果と考察

(1) 瞬間的な流況

まず、Bh(2. (4))と、負荷すなわちNr(2. (5))の違いが、水車の周辺の流況に及ぼす影響を調べる。羽根の一つが水路底に対して垂直となる瞬間、および、それから $\pi/12$ rad 回転した瞬間の流況の一例を図-2に示す。なお本図では、原点の位置および流れの方向を図-1(a)と同一としており、水車は反時計回りに回転している。

図-2より、①同程度のNrではBhが大きいほど水車の上流側の水深が大きくなる、②Nrが小さいほど水車の内部の水面勾配が大きくなる、③Nrが小さいほど羽根の角度にかかわらず水面付近で明確な主流が生じる、④Nrが大きいほど主流は明確ではなくなる等の傾向がみられた。これらの傾向は定性的ではあるが、実験結果⁸⁾とほぼ同様である。また、前報の解析結果⁶⁾では瞬間的かつ局所的に大きな流速が発生していたが、圧力の擾乱を抑えるための手法を導入したことで解消されており、解析の安定性が大幅に向上している。但し、図-2のような局所的な流況に対する再現性が、同手法の導入によってどの程度向上したについては、計測結果がないため確認できていない。大域的な現象に対する再現性に及ぼす影響については、3. (2)で確認する。

なお、実験状況の映像では、羽根が水没する際、大気の一部が巻き込まれて羽根の下流側で微小な気泡となり、羽根の回転に伴い、その気泡は羽根に沿って水面に浮上する場合があった。一方で解析結果では、図-2のように、同様の過程で羽根の下流側の全面に水粒子の存在しない薄い領域が生じる場合があるものの、羽根の回転に伴い、消滅している。前報の解析結果では、水粒子の存在しない領域はより大きく、また水面に浮上することも消滅することもなかった。この点についても本研究では再現性が改善されている。但し、気泡の挙動の厳密な評価には、本研究で採用した液相のみの単相流解析ではなく、気液二相流解析を行う必要があるため、今後の課題である。

また、非均一粒子径モデルでの n^0 と Λ の計算の対象を、初期粒子配置において十分に内部の水粒子としたが(2. (2))、羽根近傍において、この設定が原因とみられる圧力の擾乱の発生等は確認されなかった。

(2) 水車設置による堰上げ

次に、BhとNrの違いが水車設置による堰上げに及ぼ

す影響を調べる。水車の中心から上流に1mの地点における水車を設置しない状態の水深と、同地点における水車を設置した状態の水深の経時変化を図-3に示す。水面の位置は、式(9)で自由水面と判定された粒子のうち、前述の評価地点に最も近いものの上端とした。圧力の擾乱を抑えるための手法を導入したことで、水面形状は非常に安定しており、自由水面となる粒子が一意に定まらないような状況は生じなかった。図-3より、水車を設置した状態の水車上流側の水深は、Nrの減少に伴って、より大きく堰上げされる現象が再現された。また、その堰上げはBhが大きいほど増大する現象が再現された。

図-3の水深の平均値から水車設置による堰上げを算出して整理したものが図-4である。本図には比較のため実験結果⁸⁾も掲載した。本図より、水車設置による堰上げの解析結果は、いずれのBhおよびNrにおいても実験結果よりも0.005m程度過大となった。しかしながら、この誤差は、水粒子の l_0 (2. (4))とほぼ同値である。水車を設置しない状態の水深0.16m(2. (5))に対しては3%程度である。前報では水車上流側の水深は実験結果よりも0.015m程度高い値⁶⁾になったことと比較しても、大幅に改善されている。さらに、BhおよびNrにかかわらず一定の誤差とみなせた。これらのことから、本研究における l_0 すなわち空間解像度では、十分な再現結果が得られたと考えられる。

以上より、BhとNrの違いが水車設置による堰上げに及ぼす影響の評価に対し、本研究で行ったMPS法による解析を適用することは、妥当であると考えられる。今後は、同一の実験結果を対象として l_0 をより小さくした解析、もしくは、同一の l_0 で規模のより大きな実験結果や実機を対象とした解析を行い、実務設計への適用に向けて、再現精度をさらに向上させる検討を行う必要がある。

4. 結論

本研究では、農業用水路のうち開水路部分に設置される代表的な水車の一つである流し掛け水車に着目し、羽根高さと回転数の違いが水車設置による堰上げに及ぼす影響の評価に対し、非均一粒子径モデルを採用し、圧力の擾乱を抑えるための手法を導入したMPS法を用いることの妥当性を検討した。得られた結果を以下に示す。

- (1) 流し掛け水車周辺の複雑な流れを安定して解析することができた。
- (2) 水車設置による堰上げの解析結果は、羽根高さおよび回転数にかかわらず実験結果よりも0.005m程度過大となった。
- (3) 上記(2)の誤差は、水粒子の初期配置における粒子間距離とほぼ同値であった。また、水車を設置しない状態の水深に対しては3%程度であった。
- (4) 上記(2)、(3)より、採用した空間解像度では十分な再

図-2 水車の羽根の一つが水路底に対して垂直となる瞬間(上側), および, それから $\pi/12$ rad 回転した瞬間(下側)の流速ベクトル図(縦軸は鉛直方向距離(m), 横軸は水平方向距離(m))

現結果が得られたと考えられる。よって、羽根高さと回転数の違いが水車設置による堰上げに及ぼす影響の評価に対し、本研究で行ったMPS法による解析を適用することは、妥当であると考えられる。

(5) 今後は、同一の実験結果を対象として空間解像度をより小さくした解析、もしくは、同一の空間解像度で規

模のより大きな実験結果や実機を対象とした解析を行い、実務設計への適用に向けて、再現精度をさらに向上させる検討を行う必要がある。

参考文献

1) 星野恵美子：那須野ヶ原用水における小水力発電事業につ

図-3 水車上流側の水深の経時変化

いて、平成18年度 農業土木学会大会講演会 講演要旨集, pp.106-107, 2006. (<http://soil.en.a.u-tokyo.ac.jp/jsidre/search/PDFs/06/06S15-02.pdf>)

- 2) 全国小水力利用推進協議会 編：小水力発電がわかる本, オーム社, pp.90-91, 2012.
- 3) 後藤眞宏, 内田隆志, 加藤信介, 岡本将之, 大木啓司, 長谷川大祐, 高木強治, 浪平篤：緩勾配水路における小水力発電技術の開発, 農業農村工学会誌, 78(8), pp.665-668, 2010.
- 4) 池田敏彦, 飯尾昭一郎：エコ水車の開発と普及, 混相流, 25(3), pp.197-206, 2011.
- 5) 農林水産省農村振興局：土地改良事業計画設計基準及び運用・解説 設計「水路工」, 農業農村工学会, pp.199-205, 2001.
- 6) 浪平篤, 後藤眞宏, 高木強治：流し掛け水車の周辺の流れのMPS法による数値解析, 土木学会論文集B1(水工学), 69(4), pp.I_607-I_612, 2013.
- 7) 越塚誠一：粒子法, 丸善, 2005.
- 8) 後藤眞宏：流し掛け水車の水理特性と流水エネルギー変換技術に関する研究, 農業工学研究所所報, 39, pp.161-196,

図-4 水車設置による堰上げ

2000. (<http://agriknowledge.affrc.go.jp/RN/2010611099.pdf>)

- 9) 五十里洋行：粒子法による自由表面流の数値解析とその水工学への応用に関する研究, 京都大学学位論文, 2007.
- 10) 中西裕二, 藤井恒彰：粒子法によるペルトン水車バケット内の流れの解析(第1報 相対軌跡を利用した1枚の回転バケット内の流れ), 日本機械学会論文集(B編), 73(728), 2007.
- 11) 中西裕二, 藤井恒彰, 和智恒機：粒子法によるペルトン水車バケット内の流れの解析(第2報 非設計点における流れとランナ出力), 日本機械学会論文集(B編), 73(736), 2007.
- 12) 土木学会海岸工学委員会数値波動水槽研究小委員会：数値波動水槽—砕波波計算の深化と耐波設計の革新を目指して—, pp.80-82, 2012.
- 13) Khayyer, A. and Gotoh, H. : Modified Moving Particle Semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure, *Coastal Engineering*, 56(4), pp.419-440, 2009.
- 14) Khayyer, A. and Gotoh, H. : Enhancement of stability and accuracy of the moving particle semi-implicit method, *Journal of Computational Physics*, 230(8), pp.3093-3118, 2011.
- 15) 近藤雅裕, 越塚誠一：MPS法における不自然な数値振動の抑制, 日本計算工学会論文集, 20080015, 2008. (https://www.jstage.jst.go.jp/article/jscs/2008/0/2008_0_20080015/_pdf)
- 16) Kondo, M. and Koshizuka, S. : Improvement of stability in moving particle semi-implicit method, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 65, pp.638-654, 2011.
- 17) 出水力：水車の技術史, 思文閣出版, 1987.
- 18) Gotoh, H., Shibahara, T., Sakai, T. : Sub-particle-scale turbulence model for the MPS method - Lagrangian flow model for hydraulic engineering -, *Computational Fluid Dynamics Journal*, 9-4, pp.339-347, 2001.

(2013. 9. 30受付)