不飽和帯における鉛直浸透時の 移流分散現象に関する研究

STUDY ON ADVECTION DISPERSION PHENOMENA IN THE UNSATURATED VERTICAL INFILTRATION FIELD

齋藤 雅彦¹・山北 和之²・中川 啓³

Masahiko SAITO, Kazuyuki YAMAKITA and Kei NAKAGAWA

¹正会員 博(工) 神戸大学助教 大学院工学研究科市民工学専攻 (〒657-8501神戸市灘区六甲台町1-1)

²神戸大学工学部市民工学科 (〒657-8501神戸市灘区六甲台町1-1)

³正会員 博(工) 長崎大学教授 大学院水産・環境科学総合研究科 (〒852-8521 長崎市文教町1-14)

Macroscopic dispersivity is the most important factor to analyze advection-dispersion equation at the field scale. Any appropriate method for determining this parameter has not been established yet. If the pollutants exist on the ground surface, the behavior of solute is handled as an advection-dispersion phenomenon in the unsaturated vertical infiltration field. And it is known that fingering flow may occur in unsaturated sandy soil. In this study, conventional saturated-unsaturated seepage analysis coupled with $1/f^2$ model as the geostatistical model of hydraulic conductivity is carried out, and also the advection-dispersion analysis at such an unsaturated infiltration field is carried out. The property of macroscopic dispersivity which is obtained from numerical analysis is investigated.

Key Words : *groundwater, fingering flow, hydraulic conductivity, macroscopic dispersivity, water retention curve*

1. 序論

近年深刻化している地下水汚染問題は、汚染された地表水や下水管からの漏水、下水溜からの汚染水の浸透、あるいは、化学肥料や農薬のような汚染物質が降雨により土壌表面から浸透することによって発生する。また、2011年3月に発生した東日本大震災の津波による塩害や、がれき・汚泥の拡散も広範囲に及び、新たな地下水汚染の懸念が高まっている。

このような地下水汚染問題に対して、効率的な汚染拡散防止対策や修復対策を立案するためには、汚染物質の挙動を適切に予測・推定する手法が必要であり、一般的に水溶性汚染物質による土壌・地下水汚染問題には、移流分散解析が用いられる。ここで、分散現象については、間隙内の流路の不規則性に起因する微視的分散と、地盤の不均質性による流速ベクトルの不規則性に起因する巨視的分散に区別され、解析の際に重要なパラメータとなる分散長も両者で大きく異なる。とくにフィールドスケールにおける分散現象を取り扱う際に必要となる巨視的分散長は、観測スケールに依存性を持つことが明らか

にされており¹⁾、これまでにいくつかの推定法が提案されているが^{2,3)}、それらの多くは飽和浸透場を対象としたものである。一方、土壌・地下水汚染問題において、地表面が汚染源となる場合も多く、汚染物質が地表面から地下水面に至るまでの鉛直浸透過程については、室内実験スケールでの検討例は見られるものの⁴⁾、なお不明な点が多い。とくに、不飽和帯における鉛直浸透時には、比較的地盤物性値のばらつきが小さい場合でも条件次第ではフィンガー流が発生することが知られているが、このような場における汚染物質の挙動については未解明な点が多く、定量的な評価方法は確立されていない。これに対して齋藤⁵⁾は、飽和・不飽和浸透流解析と、地盤物性値の空間分布モデル⁶⁾を組み合わせることによって、鉛直浸透時に生じるフィンガリング現象を有限要素法によって簡易に再現可能であることを示すとともに、不飽和浸透特性との関連について検討している。

本研究では不飽和・不均一鉛直浸透場における移流分散現象について、地盤物性値の空間分布モデルを用いた数値シミュレーションにより、不飽和浸透特性および浸透強度の影響等について定量的な考察を試みる。

2. 基礎方程式と地盤物性値

(1) 飽和・不飽和浸透流解析

飽和・不飽和浸透流の基礎式^{7,9)}は以下のように表される。

$$\left(\phi \frac{dS_w}{d\psi} + \beta S_s \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \nabla \cdot [\mathbf{K} \cdot (\nabla \psi + \nabla Z)] \quad (1)$$

ここに、 ϕ は空隙率、 S_w は飽和度、 S_s は比貯留率、 $\mathbf{K}$ は透水係数テンソル、 ψ は圧力水頭、 Z は位置水頭である。また、 β は、飽和領域 ($S_w=1$) で $\beta=1$ 、不飽和領域 ($S_w \neq 1$) で $\beta=0$ である。また、透水係数テンソルは、比透水係数 k_r および飽和透水係数テンソル $\mathbf{K}_s$ により以下のように表すことができる。

$$\mathbf{K} = k_r \cdot \mathbf{K}_s \quad (2)$$

境界条件は、圧力水頭 ψ が既知の境界 Γ_1 上で、

$$\psi = \psi_l \quad \text{on} \quad \Gamma_1 \quad (3)$$

流束 q が既知の境界 Γ_2 上で、

$$q = q_2 = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{K} \cdot (\nabla \psi + \nabla Z) \quad \text{on} \quad \Gamma_2 \quad (4)$$

ここに、 ψ_l および q_2 はそれぞれ既知の圧力水頭と流束、 $\mathbf{n}$ は境界面上の単位外向法線ベクトルである。

(2) 不飽和浸透特性

解析に必要な水分特性曲線は、式(5)の van Genuchten の式¹⁰⁾を用いる。

$$S_e = \frac{S_w - S_r}{1 - S_r} = \left\{ 1 + (\alpha \psi_c)^n \right\}^{-m} \quad (5)$$

ここに、 ψ_c は毛管圧 ($= -\psi$)、 S_e は有効飽和度、 S_r は残留飽和度、 α, n, m は形状パラメータであり、 n, m は無次元、 α は圧力水頭の逆数の次元を持つ。また、 n と m の関係は、 $m = 1 - 1/n$ とする。

また、比透水係数と有効飽和度の関係は、

$$k_r = S_e^\varepsilon \left\{ 1 - (1 - S_e^{1/m})^m \right\}^2 \quad (6)$$

と表される¹¹⁾。ここに、 ε は空隙の連続性に関わるパラメータであり、 $\varepsilon=1/2$ とする。

(3) 移流分散方程式

地下水流による水溶性物質の輸送過程の基礎式 (移流分散方程式) は、以下のように表される。

$$\theta \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (\theta \mathbf{D} \cdot \nabla c) - \mathbf{q} \cdot \nabla c \quad (7)$$

ここで、 c は濃度、 θ は体積含水率 ($=\phi S_w$)、 $\mathbf{D}$ は分散係数テンソル、 $\mathbf{q}$ はダルシー流速ベクトルである。また、式(8)における $\mathbf{D}$ の成分 D_{ij} は、次式で与えられる¹²⁾。

$$\theta D_{ij} = a_T |\mathbf{q}| \delta_{ij} + (a_L - a_T) \frac{q_i \cdot q_j}{|\mathbf{q}|} + \theta D_m \delta_{ij} \quad (8)$$

ここで、 α_L は流れ方向の分散長、 α_T は流れに垂直な方向の分散長、 q_i はダルシー流速ベクトル $\mathbf{q}$ の i 方向成分、 D_m は分子拡散係数、 δ_{ij} はクロネッカーデルタテンソルの成分である。

境界条件は、濃度 c が既知の境界 Γ_A 上で、

$$c = c_A \quad \text{on} \quad \Gamma_A \quad (9)$$

濃度勾配 F_B が既知の境界 Γ_B 上で、

$$F = F_B = -\mathbf{n} \cdot (\theta \mathbf{D} \cdot \nabla c) \quad \text{on} \quad \Gamma_B \quad (10)$$

ここに、 c_A は既知の濃度、 F_B は既知の濃度勾配である。

式(9)を通常のカラースキームにより離散化すると、移流項が卓越する場合に解が不安定になることが知られている。この不安定性を抑制するため、本研究では特性曲線カラースキーム¹³⁾を用いた。

(4) 透水係数の空間分布モデル

本研究では、透水係数分布を決定するのに、パワースペクトル密度関数が f^ζ 型となるモデルを使用した。これは透水係数の対数変換値 ($Y = \log_{10}(k)$) のパワースペクトル密度関数が f^ζ 型となるものであり、実地盤における透水係数の空間分布特性を容易に模擬し得ることを確認している⁹⁾。

$$S(|f|) \propto |f|^{-\zeta} \quad (11)$$

ここに、 f は空間周波数ベクトル、 $S(f)$ はパワースペクトル、 ζ は空間的な相関性を表わすパラメータであり、2次元モデルの場合、 $\zeta \approx 2$ である。またこのモデルを用いた場合、 $\log_{10} k$ の分散 σ_k^2 と空間解像度 N の関係は以下の式で表される¹⁴⁾

$$\sigma_k^2 = \lambda \log_{10} N \quad (12)$$

ここに、 λ は k のばらつきの大きさを表すパラメータである。

(5) 不飽和浸透特性の空間分布

水分特性曲線として van Genuchten の式を用いる場合、パラメータとして α, n 、および残留飽和度 S_r を決定する必要がある。本研究では、砂質土を用いた谷中ら¹⁵⁾、お

図-1 解析領域と境界条件

図-2 飽和透水係数分布 ($k_{sa}=2.0 \times 10^{-3}$ m/s)

表-1 解析ケース

	n	k_{sa} cm/s	r mm/h
Case0	8	0.2	5
Case1-1~6	2, 3, 4, 5, 6, 7		
Case2-1~6	8	0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.1, 0.15	10, 15, 20, 25, 30, 35, 100
Case3-1~7		0.2

図-3 水分特性曲線 (Case0, Case1-1~6)

図-4 水分特性曲線 (Case0, Case2-1~6)

よびガラスビーズを用いた中川ら¹⁶⁾によって報告されている室内試験結果に基づき、飽和透水係数 k_s と主脱水曲線の $\alpha (= \alpha_d)$ の関係を式(13)のように決定した¹⁷⁾。

$$\alpha_d^{-1} = -37.35 \log_{10} k_s - 16.22 \quad (13)$$

ここに、 α_d の単位は cm^{-1} 、 k_s の単位は cm/s であり、 $\alpha_d^{-1} \geq 1.0$ (cm) とする。主吸水曲線の $\alpha (= \alpha_w)$ は、Luckner *et al.*¹⁸⁾ を参考に $\alpha_w = 2\alpha_d$ とする。また、残留飽和度 S_r については、一般的に k_s が大きいほど S_r は小さくなる傾向があることから、いくつかの実測例を参考に k_s の関数として、便宜的に式(14)のように仮定する。

$$S_r = -0.15 \log_{10} k_s - 0.2 \quad (14)$$

ここに、 S_r は無次元、 k_s の単位は cm/s であり、 $S_r \geq 0.0$ とする。パラメータ n については、 k_s との明瞭な相関関係を確認できなかったため、空間的に一定値とする。

3. 解析条件

(1) 解析領域および境界条件

図-1に、設定した解析領域と境界条件を示す。解析領域は、幅4m・高さ2mの断面2次元領域とし、上端面は地表面、下端面は地下水面である。浸透流解析における境界条件は、上端面は浸透量一定 ($q=r$)、下端面は大気圧 ($\psi=0$)、両側面は不透水性境界 ($q=0$) とする。移流分散解析における境界条件は、上端面で濃度一定 ($c=1$)、その他の境界では濃度勾配一定 ($F_B=0$) とする。解析メッシュは、すべて正方形要素で構成し、要素数は $N=8192$ (128×64)、要素サイズは $3.125\text{cm} \times 3.125\text{cm}$ とする。

(2) 地盤物性値

飽和透水係数分布は、前述した透水係数の空間分布モデルを用いて生成する。ここで、要素ごとに与える飽和透水係数は等方性とし、その幾何平均値 k_{sa} およびばらつきの大きさを表す式(12)のパラメータ λ によってその統計的性質が決定される。ここでは、均一場に近い性質を与えるため $\lambda=6.0 \times 10^{-4}$ としているが、このときの σ_k は式(12)より $\sigma_k=0.048$ となる。図-2に飽和透水係数の幾何平均値を $k_{sa}=0.2\text{cm/s}$ とした場合の飽和透水係数分布を示す。

式(8)に用いられる分散長は、微視的分散のみを考え、縦分散長は要素サイズの0.1倍 ($\alpha_L=3.125 \times 10^{-3}\text{m}$) とし、横分散長は $\alpha_T=3.125 \times 10^{-4}\text{m}$ 、分子拡散係数は $D_m=1.0 \times$

図-5 下端面の断面平均濃度の時間変化

図-6 濃度分布 (Case1-1, t=12.8hr)

図-7 濃度分布 (Case0, t=6.4hr)

(a) Case1-1

(b) Case1-3

(c) Case0

図-8 不飽和透水係数分布

$10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ とする。その他、式(1)における空隙率は $\phi=0.4$ 、比貯留率は $S_0=0$ とする。

(3) 解析手順と解析ケース

図-1に示した解析領域において、まず単独で浸透流解析を実施し、定常状態における流速分布を求める。このとき、初期条件として全領域で $S_w=S_r$ となるように一定の初期水圧分布 ($\psi=-10\text{cm}\sim-100\text{cm}$)を与える。このため、領域内の水分は乾燥から湿潤の方向へ変化するので、水分特性曲線は主吸水曲線を用いる。つぎに、得られた流速分布を用いて移流分散解析を行う。この結果、濃度分布の時間変化が得られるが、ここで下端面における断面平均濃度の時間変化を求め、これを以下の1次元移流分散方程式の理論解で近似することによって、見かけの間隙流速と巨視的分散長を同定する。

$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{z-v't}{2\sqrt{D't}}\right) + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{v'z}{D'}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{z+v't}{2\sqrt{D't}}\right) \quad (15)$$

ここに、 D' は巨視的分散係数 ($= \alpha'_l v'$)、 α'_l は巨視的分散長、 v' は z 方向の見かけの間隙流速である。解析ケースは、まずフィンガー流の最も発生しやすい条件 (透水性が大きく、かつ保水性が小さい) n をCase0とし、水分特性曲線のパラメータ n 、飽和透水係数の平均値 k_{sa} 、および浸透量 r をそれぞれ単独で変化させた。各ケースにおいて用いたパラメータを表-1に示す。また、 n と k_{sa} を変化させた際の水分特性曲線を図-3および図-4に示す。ただし、水分特性曲線は式(13)および式(14)により、各要素の飽和透水係数 k_s に応じて空間的に変化させているため、各図に示した水分特性曲線は平均的なものである。

4. 解析結果と考察

(1) Case1-1～6

図-5は、Case0、Case1-1およびCase1-3における下端面の断面平均濃度の時間変化を示している。これらは、水分特性曲線のパラメータ n のみが異なるが、 n が大きくなるほど下端面に早く到達することがわかる。また、図-6および図-7は、それぞれCase1-1とCase0の濃度分布 (ただし $c>0.01$) であるが、Case1-1では $t=12.8\text{hr}$ で全体的に1/3程度の深度までしか到達していないのに対し、Case0では $t=6.4\text{hr}$ で局所的にはほぼ下端面付近まで到達している部分がある。さらに、図-8はそれぞれの不飽和透水係数 k の分布を比較したものである。地下水面以上の不飽和帯においては、鉛直浸透量 r に応じて不飽和透水係数が決まるため、ここでは $r=5\text{mm/h}$ ($=1.39 \times 10^{-6} \text{ m/s}$) が基準となる。このため、図-2の飽和透水係数と比較して全体的に3オーダー以上小さくなっているが、 n が大きくなるほど水みちとなる局所的に高透水性の部分が生じ、フィンガー流がより顕著に現れることがわかる。これらの違いを定量的に評価するため、断面平均濃度の時間変化から、それぞれのケースについて巨視的分散長と見かけの間隙流速を同定したものが図-9および図-10である。ここで、図-10では、同定された見かけの間隙流速 v' は、飽和状態における間隙流速 $v'(=r/\phi)$ に対する比で表している。図-9より、巨視的分散長は n に応じてほぼ指数関数的に増加し、 $n=2$ では 0.02m (流下距離の1/100) 程度、 $n=8$ では 0.1m 程度に増加することがわかる。つまり、巨視的分散長はフィンガー流の発生により概ね5倍程度大きくなる。また、図-10より見かけの間隙

図-9 巨視的分散長の同定結果

図-10 見かけの間隙流速の同定結果

図-11 下端面の断面平均濃度の時間変化

図-12 巨視的分散長の同定結果

図-13 見かけの間隙流速の同定結果

図-14 下端面の断面平均濃度の時間変化

図-15 巨視的分散長の同定結果

図-16 見かけの間隙流速の同定結果

流速は、 n に対して対数関数的に増加し、フィンガー流がほとんど発生していないCase1-1($n=2$)においても均一場の間隙流速に対して約3倍、Case0 ($n=8$)では、約8倍に増加していることがわかる。これは、保水性が小さくなると全体的に体積含水率 θ が低下するため、ダルシー流速を q とすると、間隙流速 q/θ が大きくなるためである。

(2) Case2-1～6

図-11は、Case0, Case2-1, Case2-4およびCase2-5における下端面の断面平均濃度の時間変化を示している。これらは、飽和透水係数の平均値 k_{sa} のみが異なるが、これにより水分特性曲線のパラメータ α に違いを与えている(図-4)。 k_{sa} が小さくなるほど保水性が大きくなり、フィンガー流は発生し難くなるため下端面に到達するまでの時間は長くなる。図-12および図-13は、巨視的分散長と見かけの間隙流速を同定したものである。これより、巨視的分散長は飽和透水係数に応じてほぼ指数関数的に増加し、 $k_{sa}=0.02\text{cm/s} \sim 0.05\text{cm/s}$ では α_L' は0.01m程度とCase0の約1/10となっている。また、見かけの間隙流速 v' は、飽和透水係数に応じて概ね線形的に変化している。

(3) Case3-1～7

図-14は、Case0, Case3-1およびCase3-3における下端面の断面平均濃度の時間変化を示している。上端面からの浸透流量 r を増加させると、それに応じて間隙流速も大きくなるため、下端面の濃度はより早く上昇する。また、図-15は巨視的分散長の同定結果であるが、これは浸透量に依存せず、約0.1mで一定となっている。一方、図-16は、見かけの間隙流速の同定結果であるが、 v'/r' に対する比は浸透量の対数値に対して線形的に減少している。図-17は、それぞれCase3-1($r=10\text{mm/hr}$)とCase3-7($r=100\text{mm/hr}$)の場合において下端面の断面平均濃度が上昇し始める直前の濃度分布を示しているが、両者の分布形状に顕著な相違は見られない。これより、飽和透水係数より十分小さい浸透量(例えば $r=100\text{mm/h}$ の場合、 $r/k_{sa}=0.014$)では、濃度分布の形状は浸透量に関わらず概ね同様となるため、巨視的分散長も一定となる。一方、このときの時刻はCase3-1では $t=4.27\text{hr}$ 、Case3-7では $t=0.93\text{hr}$ となっており、浸透量は10倍になっても下端面に到達するまでの時間は1/5程度となっている。これは、浸透量の増加に伴う体積含水率の上昇のため、相対的に間隙流速が低下することが主因と考えられる。

図-17 濃度分布

8. 結論

本研究では、不飽和・不均一鉛直浸透場における移流分散現象について、地盤物性値の空間分布モデルを用いた数値シミュレーションにより、不飽和浸透特性および浸透強度の影響等について定量的な考察を試みた。以下に得られた結論を示す。

- 1) 水分特性曲線のパラメータ n がフィンガー流の発生に大きく関わり、巨視的分散長は n に対して指数関数的に増加する。
- 2) 飽和透水係数と水分特性曲線のパラメータ α に強い相関を仮定すると、高透水性 ($k_{sa}>0.1\text{cm/s}$) の場合にフィンガー流が発生しやすく、体積含水率の低下により見かけの間隙流速は飽和時の5倍以上となる可能性がある。
- 3) 鉛直浸透量が飽和透水係数よりも十分小さい場合、濃度分布の形状はほとんど変化しない。

なお、これらの結果は前提条件としていくつかの仮定に基づいた上での定量的な検討であり、全体的な傾向は妥当なものとするが、今後はここでは考慮していない要因（例えば対象領域の大きさ、不均一性の強さ等）についての検討、また模型実験や実地盤における実測例を充実させていく必要があると考える。

謝辞：本研究はJSPS科研費（25420504）の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) Gelhar, L.W., C. Welty and K.R.Rehfeldt: A Critical review of data on field-scale dispersion in aquifers, *Water Resources Research*, Vol.28, No.7, pp.1955~1974, 1992.
- 2) Neuman, S. P. : Universal scaling of hydraulic conductivities and dispersivities in geologic media. *Water Resources Research*, 26, pp.1749~1758, 1990.
- 3) 齋藤雅彦, 西村由紀子, 中川 啓：自己相似型不均一地盤モデルを用いた巨視的分散長の定量的評価に関する研究, 地下水学会誌, Vol.53, No.4, pp.343-355, 2011.
- 4) 齋藤雅彦, 中川 啓：不飽和不均一鉛直浸透場の物質移動現象に関する室内実験と数値シミュレーション, 土木学会論文集, Vol.66, No.3, pp.248-257, 2010.
- 5) 齋藤雅彦：飽和・不飽和浸透流解析による不均一地盤内のフィンガリング現象に関する研究, 水工学論文集, 第 50 巻, pp.217-222, 2006.
- 6) 齋藤雅彦, 川谷 健：透水係数の空間分布モデルの適用性に関する一考察, 土木学会論文集, No.694, III-57, pp.245-258, 2001.
- 7) Neuman, S. P.: Saturated unsaturated seepage by finite elements, *Proc., ASCE HY*, Vol.99, No.12, pp.2233-2250, 1973.
- 8) Neuman, S. P.: Galerkin method of analyzing non-steady flow in saturated-unsaturated porous media, *Finite element Method in flow problem*, edited by C. Taylor, O.C. Zienkiewicz, R.H. Gallagher, John Wiley & Sons, Chap.19, 1974.
- 9) 赤井浩一, 大西有三, 西垣 誠：有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析, 土木学会論文集, 第 264 号, pp.87-96, 1977.
- 10) van Genuchten, M. T.: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Science Society America Journal*, Vol.44, pp.892-898, 1980.
- 11) Mualem, Y. : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research*, Vol.12, pp.513-522, 1976.
- 12) Bear, J. : Dynamics of Fluid in Porous Media, Elsevier, New York, 1972.
- 13) Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L.: The Finite Element Method, Vol.3, (5th ed.), *Butterworth-Heinemann*, pp.13-63, 2000.
- 14) 齋藤雅彦, 西村由紀子, 中川 啓：自己相似型不均一地盤モデルを用いた巨視的分散長の定量的評価に関する研究, 地下水学会誌, 第 53 巻, 第 4 号, pp.343-355, 2011.
- 15) 谷中仁志, 石田哲朗：砂質土における比透水係数曲線 (θ - k_r) の検討, 第 33 回地盤工学研究発表会, pp.1817-1818, 1998.
- 16) 中川 啓, 岩田将英, 筑紫二郎, 初井和朗：不飽和-不均一多孔媒体における物質輸送特性について：水工学論文集, 第 47 巻, pp.337-342, 2003.
- 17) 齋藤雅彦, 川谷 健：地盤の不均質を考慮した降雨浸透・浸出過程の気液 2 相流数値シミュレーション, 水工学論文集, 第 48 巻, pp.319-324, 2004.
- 18) Luckner, L., van Genuchten, M.Th. and Nielsen, D.R.: A Consistent Set of Parametric Models for the Subsurface, *Water Resources Research*, Vol.25, pp.2187-2193, 1989.

(2014. 9. 30受付)