潮汐計算モデルのパラメータ推定における 再利用グリーン関数法の適用性

APPLICABILITY OF REUSE GREEN'S FUNCTION APPROACH TO ESTIMATE CONTROL PARAMETERS FOR TIDAL CALCULATION MODEL

坪野考樹¹・三角和弘²・津旨大輔³

Takaki TSUBONO, Kazuhiro MISUMI, Daisuke TSUMUNE

¹ 正会員 博（工） 電力中央研究所 水域環境領域（〒 270-1164 千葉県我孫子市我孫子 1646）

² 非会員 博（理） 電力中央研究所 大気・海洋環境領域（〒 270-1164 千葉県我孫子市我孫子 1646）

³ 正会員 博（工） 電力中央研究所 大気・海洋環境領域（〒 270-1164 千葉県我孫子市我孫子 1646）

We applied Reuse Green's Function approach²⁾: GFA to estimate control parameters: the magnitude, the phase lag of tidal currents and sea level for open boundary conditions, the horizontal viscosity and the sea bottom drag coefficient, of a numerical model for tidal currents simulation of the radial M2 velocity observed by the Rader in the Ariake Sea. We investigated the efficiency of the approach by comparing the cost function and control parameters with that estimated by the original GFA. Reuse GFA provided almost same the magnitude of the cost function as that of the original GFA and subsequently same the control parameters, even though Reuse GFA required less the number of the times for model calculation. This results suggested that the Reuse GFA enable us to estimate the control parameters more efficiently than the original GFA. We investigated an applicability of the Reuse GFA to past sensitivity analysis of the calculations for the control parameters in order to estimate the appropriate control parameters by substituting the pseudo random numbers into the perturbation vectors for the control parameters. This results suggested that the Reuse GFA can be applied to the past sensitivity analysis, if the calculation number of sensitivity analysis for control parameters is much enough to represent independent perturbation vectors with appropriate length.

Key Words: Data Assimilation, Green's Function Approach, RADAR, M2 currents, Ariake Sea

1. はじめに

前報¹⁾では、データ同化法の一つであるグリーン関数法を用いて、海洋レーダで得られた視線流速の潮汐成分を再現する数値モデルのパラメータを推定し、視線流速の誤差情報および有明海の流速ベクトルおよび水位の推定を行った。

前報で適用したオリジナルのグリーン関数法では、ベース位置のパラメータ（推定する前に与えたパラメータそれぞれの値で示される位置）を用いた数値モデルの計算と推定するパラメータ一つ一つにベース位置からの変動を与えた計算を行い、ベース位置と変動分による計算結果の差を用いることで、観測結果に近づくパラメータの方向および距離を推定する。そのため、推定するパラメータの数だけ数値モデルによる計算をしなければならず、グリーン関数法によるパラメータ推定の計算量の大部分は、数値モデルによる計算が占める。

さらに、一度のグリーン関数の適用では、最適なパラメータを推定することが難しいため、反復計算を実施する必要があり、グリーン関数を適用するたびに、ベース位置およびパラメータ毎に変動を与えた計算を実施しなければならない。このことから、数値モデルの規

模が大きく、計算時間が長くなると、反復計算の実施が困難となるケースが想定される。

Toyoda ら²⁾は、グリーン関数を適用して推定されたパラメータを用いて計算した後、グリーン関数で用いたベース位置の計算結果と変動分の計算結果の差を再利用するとともに、さらに更新されたパラメータによる計算結果とベース位置の計算結果の差を追加する、再利用グリーン関数法を提案した。そして、この再利用グリーン関数法を、規模の大きな数値モデルに適用し、観測結果と計算結果の二乗和で表わされるコスト関数を順次低下させることにより、23 個のモデルパラメータを推定した。

再利用グリーン関数は、数値モデルの計算回数を減少できる利点を持つことから、トータルの計算時間の短縮に寄与することが期待でき、効率的にパラメータを推定することが可能と考えられる。そこで、本研究では、前報¹⁾と同様の計算を、再利用グリーン関数法で実施し、前報の結果と比較することで、その有効性について検討を行った。また、再利用グリーン関数では、パラメータのベース位置からの変動分をベクトルの形で自由に設定できる利点を有しているため、過去に実施したパラメータに関する感度解析結果を再利用グ

リーン関数に適用出来るかについての検討も実施した。

2. グリーン関数の概要と再利用グリーン関数法

(1) グリーン関数法の概要

a) コスト関数 J

モデルのパラメータや境界条件を制御変数 $\mathbf{x}$ とし、この制御変数 $\mathbf{x}$ を用いて得られた観測結果 $\mathbf{y}$ に対応した値を関数 $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ とし、関数 $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ と観測結果 $\mathbf{y}$ からなるコスト関数 J を

$$J = \frac{1}{2}(\mathbf{M}(\mathbf{x}) - \mathbf{y})' \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}) \quad (1)$$

と設定する。ここに、 $'$ は転置を表し、 $\mathbf{R}$ は観測結果に対する重みを示す行列である。

b) グリーン関数法 (GFA: Green's Function Approach)

Menemenlis ら³⁾、坪野ら¹⁾を参考に、Green's Function 法の概略を以下に示す。

コスト関数 J の $\mathbf{x}$ による一回微分を

$$\frac{dJ}{d\mathbf{x}} = \left(\frac{d\mathbf{M}}{d\mathbf{x}} \right)' \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}) \quad (2)$$

とする。式 (2) の右辺第一項の $\mathbf{M}_{\mathbf{x}}$ 、つまり、ベース位置 $\mathbf{x}_0$ における $M(\mathbf{x}_0)$ の微分を以下の差分式

$$\frac{dM(\mathbf{x}_0)}{dx^j} \cong \frac{M(\mathbf{x}_0 + a_j \mathbf{e}_j) - M(\mathbf{x}_0)}{a_j} = \frac{\delta M(\mathbf{x}_0)_j}{\delta x^j} \quad (3)$$

で近似する。ここに、 $a_j \mathbf{e}_j$ が $\mathbf{x}_0$ における j 番目のパラメータにおける変動である。つまり、制御変数一つ一つに対して、ベース位置に変動を追加して、それぞれ制御変数の数だけモデル計算を行い、それに対応した関数 $M(\mathbf{x}_0 + a_j \mathbf{e}_j)$ とベース位置の関数 $M(\mathbf{x}_0)$ から差分を計算する。そして、式 (2) の右辺最終項の $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ を、以下のように式 (3) の差分を用いて

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}) &\cong \mathbf{M}(\mathbf{x}_0) + \left(\frac{d\mathbf{M}(\mathbf{x}_0)}{d\mathbf{x}} \right) \mathbf{x} \\ &\cong \mathbf{M}(\mathbf{x}_0) + \left(\frac{\delta \mathbf{M}(\mathbf{x}_0)}{\delta \mathbf{x}} \right) \mathbf{x} = \mathbf{M}(\mathbf{x}_0) + \mathbf{F}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (4)$$

と近似する。式 (4) を式 (2) に代入して最適化問題、すなわち停留値問題をそのまま解くと、

$$\frac{dJ}{d\mathbf{x}} = 0 \quad (5)$$

であるので、 $\mathbf{x}$ は、以下の式で表される。

$$\mathbf{x} = -(\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{x}_0) - \mathbf{y}) \quad (6)$$

この結果として得られる最適な制御変数 $\hat{\mathbf{x}}_0$ は、以下となる。

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_0 + \mathbf{x} \quad (7)$$

ただし、最終的な停留値を推定するには、式 (6) および式 (7) を一回だけ解くのではなく、 $\mathbf{x}$ の次元や $J, \mathbf{M}(\mathbf{x})$

の形状を考慮して、式 (7) を

$$\mathbf{x}_0^{l+1} = \mathbf{x}_0^l + \mathbf{x}^l \quad (8)$$

として、反復計算を行う必要がある。このため、反復計算を行う度に、制御変数 $\mathbf{x}_0^{l+1}$ を用いたモデルの計算と、各 j 番目の制御変数 $\mathbf{x}_0 + a^j \mathbf{e}^j$ に対する数値モデルの計算を実施する必要がある、合計で制御変数の数+1回のモデルによる計算が必要となる。

数値モデルの計算量が大きくない場合では、オリジナルのグリーン関数法を用いて反復する方法でよいが、モデルの計算量が大きい場合では、総計算量が増加することになる。これを避けるために、Toyoda ら²⁾は、新たに推定された制御変数 $\mathbf{x}_0^{l+1}$ を式 (3) に追加して、さらにグリーン関数法を適用する再利用グリーン関数法を提案した。

(2) 再利用グリーン関数法

まず、式 (8) の $\mathbf{x}_0^{l+1}$ を用いて、数値モデルの計算を実施し、 $M(\mathbf{x}_0)^{l+1}$ と $M(\mathbf{x}_0)^l$ との差 $\delta M(\mathbf{x}_0)_p$ を計算する。次に、各制御変数 $\mathbf{x}_0^l$ の変動ベクトル $a_j \mathbf{e}_j$ と、前節の式 (6) で得られたベクトル $\mathbf{x}$ を以下のように並べて、

$$\mathbf{S} = (a_1 \mathbf{e}_1, a_2 \mathbf{e}_2, \dots, a_n \mathbf{e}_n, \mathbf{x}^l) \quad (9)$$

行列 $\mathbf{S}$ を設定する。ここに、 n は、制御変数の数を示す。そして、この一般化逆行列 $\mathbf{T}$ を次のように、

$$\mathbf{T} = \mathbf{S}'(\mathbf{S}\mathbf{S}')^{-1} \quad (10)$$

と設定する。

行列 $\mathbf{S}$ と同様に、変動分 $a^j \mathbf{e}_j$ に対応した $\delta M(\mathbf{x}_0)_j$ に、 $\delta M(\mathbf{x}_0)_p$ を追加した行列 $\mathbf{D}$ を以下のように、

$$\mathbf{D} = (\delta M(\mathbf{x}_0)_1, \delta M(\mathbf{x}_0)_2, \dots, \delta M(\mathbf{x}_0)_n, \delta M(\mathbf{x}_0^{l+1})_p) \quad (11)$$

と並べて設定し、この $\mathbf{T}, \mathbf{D}$ を用いて、式 (3)、式 (4) の左辺の差分の行列 $\mathbf{F}$ を

$$\mathbf{F}_p = \mathbf{D}\mathbf{T} \quad (12)$$

とする。この $\mathbf{F}_p$ を式 (6) に代入して、

$$\mathbf{x}_p = -(\mathbf{F}_p' \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F}_p)^{-1} \mathbf{F}_p' \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{x}_0) - \mathbf{y}) \quad (13)$$

新たな制御変数を

$$\mathbf{x}_0^{l+1} = \mathbf{x}_0^l + \mathbf{x}_p^l \quad (14)$$

と推定し直す。

Toyoda ら²⁾は、オリジナルのグリーン関数法で必要な変動ベクトル $a^j \mathbf{e}_j$ と計算結果の差 $\delta M(\mathbf{x}_0)_j$ を再利用するという意味で再利用グリーン関数と呼んでいる。

実際の計算では、式 (9) から式 (14) の一連の作業は一度だけでなく数回程度繰り返して、停留条件になるように制御変数を推定する。

オリジナルのグリーン関数法での反復計算では、制御変数の数の数値モデルによる計算が必要となるが、再利用グリーン関数法では、新たに得られた制御変数を

表-1 レーダ観測緒元

観測番号	観測期間	観測位置 °(E,N)
A1	2005/08/18–2006/12/03	130.248, 32.87
A2	2006/12/08–2008/03/01	130.248, 32.87
B1	2005/08/23–2006/12/03	130.433, 32.96
B2	2006/12/08–2007/04/26	130.433, 32.96
B3	2007/04/28–2007/06/01	130.434, 32.95
B4	2007/06/05–2008/01/15	130.434, 32.95
B5	2008/01/17–2008/02/29	130.434, 32.95

用いた数値モデルによる計算だけで、制御変数が推定される。このことから、再利用グリーン関数でコスト関数 J が小さくなれば、オリジナルのグリーン関数法よりも、数値モデルの計算回数を抑制出来、効率的に制御変数を推定できる。

3. 適用した観測結果およびモデル

本研究では、オリジナルのグリーン関数法を適用した研究¹⁾と同様に、観測結果として有明海での海洋レーダで得られた視線流速および潮位データの M2 分潮結果を用いた。そして、モデルとして、地域海洋モデルである ROMS を用いた。本章では、これらの概要について記述する。

(1) 観測結果

有明海における海洋レーダを用いた観測は、表-1 に示すように、2005 年 5 月から 2008 年 2 月まで実施し、観測結果は図-1 に示す各 A,B 局から伸びた線(赤, 黒, ...) 方向(視線方向)の流速値となる。ただし、この期間中に視線方向や設置位置を変更したため、図-1 の各 A,B 局からの視線が異なる。ここに、視線方向の計測間隔は 500m である。

視線方向流速は、レーダで記録されたドップラースペクトルからピークサーチを実施して計算した。この視線流速について、最小二乗法で 8 分潮 (M2, S2, N2, K2, K1, O1, P1 and Q1) の定数を計算した。

潮位観測所のデータは、大浦 (OU), 三角 (MS), 口之津 (KT) の 3 点 (図-2 の青丸の位置) である。この地点における 1 時間ごとの潮位データを気象庁の潮位表から入手し、視線流速同様に各観測期間について調和解析を行った。

ただし、観測番号 A1,...B5 の観測開始時刻が異なるため、流速値および潮位の位相が異なることから、OU の潮位データの位相が 0 となるように、流速および潮位の位相をそろえる処理を行った。

(2) 数値モデル

数値モデルには、ROMS (Regional Ocean Modeling System⁴⁾)を用いた。ここに、本研究では前報¹⁾と同様に 2 次元のモデルを用いた。

図-1 レーダ A,B 局の位置と視線方向

図-2 計算領域と潮位観測所の位置

計算領域を図-2 とし、格子間隔は $1/60, 1/120, 1/240^\circ$ の 3 ケース (Case060, Case120, Case240) を用意し、水深は General Bathymetric Chart of the Oceans (GEBCO) dataset の値を用いた。図-2 のように有明海の海底地形は、潮位振幅に対して浅い干潟があることから、ROMS の Wet and Dry のツールを使用した。

外力は M2 分潮の潮汐のみとし、 $1/4^\circ$ の全球潮汐モデルで得られた TPXO6.2⁵⁾ の 2010 年に対応した結果を内挿して、開境界での潮位および潮流に与えた。モデル変数すべてを 0 とした初期条件から 45 日間の計算を行い、最後の 15 日間の流速および潮位を調和解析して M2 分潮成分を計算した。ただし、干潟において流速・水位情報がない期間がある格子点について、計算期間中 80% 以上の結果がある地点のみを計算した。

観測結果に対応させるために、各格子点の M2 分潮流速をレーダで観測する位置に内挿したのち、視線流速方向に変換した。ただし、観測値と同様に、OU の潮位データの位相が 0 となるように、視線流速および潮位の位相を変更した。

(3) 制御変数 $\mathbf{x}$

制御変数 $\mathbf{x}$ は、開境界条件の潮位・潮流の大きさ td_{mag} , 潮位と潮流の位相差 td_{phase} , 水平粘性係数 V_{sc} および

海底面の抗力係数 R_{drg} の4つで構成した。前者2つは、外力にかかわる開境界の潮位・潮流を変更するために設定し、1つ目は潮位・潮流の大きさを td_{mag} 倍し、2つ目は潮位の位相に位相差 td_{phase} を追加する変数である。また、海底面の抗力係数は、 $C_d u(u^2 + v^2)^{1/2}$ の C_d である。そして、制御変数のうち、粘性係数については、オーダー単位で大きさを変えないと計算結果の変化が得られないこと、および負値にならないように、 $V_{sc} = 5.0 \times \exp(v_{sc})$ とした。そのため、制御変数は $\mathbf{x}=(td_{mag}, td_{phase}, v_{sc}, R_{drg})'$ となる。ただし、結果については、制御変数 $\mathbf{x}=(td_{mag}, td_{phase}, V_{sc}, R_{drg})'$ を表示する。

$\mathbf{x}=(td_{mag}, td_{phase}, V_{sc}, R_{drg})'$ のベースとなる初期値は、 $(1., 0., 5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}, 3.0 \times 10^{-3})'$ とした。

(4) コスト関数 J

式(1)の $\mathbf{y}$ は、各観測期間 A1~B5 それぞれにおける各視線方向、観測位置 i の流速に関する M2 分潮成分 $U_{\cos}^i, U_{\sin}^i$ 、観測期間 A1~B5 における各潮位観測所 j の潮位に関する M2 分潮成分 $\eta_{\cos}^j, \eta_{\sin}^j$ 、制御変数を最小にするために4つの0, 0, 0, 0を、 $(U_{\cos}^i, U_{\sin}^i, \eta_{\cos}^j, \eta_{\sin}^j, 0, 0, 0, 0)'$ のように並べて設定した。

$\mathbf{y}$ に対応して $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ を、制御変数 $\mathbf{x}$ により計算された視線方向流速の M2 分潮成分、潮位の M2 分潮成分、および制御変数からなるベクトルとした。

式(1)の重み $\mathbf{R}$ は、各観測された値が無相関として行列 $\mathbf{R}$ の対角成分以外を0とし、観測期間 A1~B5 で観測された流速・水位の個数を対角成分に与えた。ただし、行列 $\mathbf{R}$ の潮位に関する成分は、潮位の観測精度が流速よりも10倍程度高いと考えて、水位の個数の100倍した値を設定した。そして、行列 $\mathbf{R}$ の制御変数に関する成分は2000を設定した。

4. 結果と考察

(1) オリジナルのグリーン関数法 (ORG GFA: ORiGinal Green's Function Approach) と再利用グリーン関数法 (ReUse GFA) を適用した結果の比較

オリジナルのグリーン関数法 ORG GFA (ORG GFA: ORiGinal Green's Function Approach) と再利用 GFA (:ReUse GFA) の組み合わせは、ORG GFA を一回適用した後に、2回の ReUse GFA を適用した計算とした。

前報¹⁾で示した ORG GFA を適用した結果は、コスト関数が反復関数4回で最小となり、一定となるが、実際には、ORG GFA を2回適用することで、コスト関数の相対的な低減が停止した (GFA 適用によるコスト関数の低減量とコスト関数の比が1/1,000より下回る)。そこで、本章での比較には、前報¹⁾の結果として ORG GFA を2回適用して推定した制御変数とコスト関数、ORG GFA と ReUse GFA を組み合わせの結果として ORG GFA を一度行った後、2回 ReUse GFA を適用して推定した制御変数とコスト関数を用いた。ここ

に、数値モデルによる計算回数は、ORG GFA を2回適用する場合では11回=(ベースの計算(1回)+4制御変数を変更した計算(4回)) $\times$ 2反復+ベースの計算(1回)となり、ReUse GFA の組み合わせでは9回=(ベースの計算(1回)+4制御変数を変更した計算(4回))+Re Use のための計算(2回)+ベースの計算(2回)となる。

図-3 a), b), c) に、Case060, 120, 240 のモデルの計算回数とコスト関数の関係を示す。図-3 a) の矢印で示すように、赤丸は ORG GFA を2回適用した場合を示し、青クロス+青線は ORG GFA1 回+ ReUse2 回の組み合わせの場合の計算回数とコスト関数を示し、赤紫線は前報の ORG GFA を2回適用した後に得られるコスト関数の値を示す。ただし、図-3 a) の Case060 のみ、ReUse GFA の計算回数が増えているが、これは、格子点数が少ないことから、ReUse GFA の回数とコスト関数の低下傾向を調べるための検討を実施したためである。

Case060, 120, 240 全てにおいて、ORG GFA を1回行った後に ReUse GFA を1回行うことで、コスト関数が低下する。そして、ReUse GFA を1回適用した後のコスト関数は、ORG GFA を2回適用した後に得られるコスト関数とほぼ同じ値となっている。

表-2 に ORG GFA を2回実施して推定された制御変数を示し、表-3 に ORG GFA1 回+ ReUse GFA2 回の組み合わせた計算を実施して推定された制御変数を示す。制御変数は、両者とも同程度の値となっており、潮汐に関する (td_{mag}, td_{phase}) と海底面の抵抗係数 R_{drg} の値について、各 Case の傾向もほぼ一致した。粘性係数に関しては、ORG GFA の推定値が $5 \sim 30 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ となるのに対し、ReUse GFA を組み合わせた推定値が $10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ となった点が異なる。これは、前報¹⁾で示したように粘性係数のコスト関数への感度は低く、オーダー程度しか推定できないことを考えると、両者の違いはないと考えられる。

計算回数については、先述したように、ORG GFA のみ適用した場合では、数値モデルの計算が11回必用であった。一方で、ReUse GFA を組み合わせる方法では数値モデルの回数が9回であった。そして、両者のコスト関数、制御変数の推定値は同程度となることが示された。今回制御変数の数が4と少ないために ORG GFA を一度適用したコスト関数の低下が大きいことから、ReUse GFA の適用の効果が小さいが、ReUse GFA の適用により、数値モデルの計算回数を減らせることが示された。

(2) 過去の感度解析への ReUse GFA の適用

式(9)と式(10)を見ると、ReUse GFA は、ベース位置から制御変数一つ一つに変動を与えなくても、ベース位置からの変動がベクトルの形状で複数与えれば、GFA を適用出来るため、制御変数に与える変動を自由に設定できる。この特徴は、過去に実施した感度解析の結果を用いて制御変数の推定が可能になることを意味する。

数値モデルのパラメータの感度解析では、制御変数

図-3 モデルの計算回数とコスト関数の関係（ORG GFA を 2 回適用と ORG GFA1 回 + ReUse2 回の組み合わせの比較）

表-2 ORG GFA で推定した制御変数 $\mathbf{x}$ とコスト関数 J

	td_{mag}	$td_{phase}/^\circ$	$V_{sc}/m^2 s^{-1}$	$R_{drg}/10^{-3}$	$J/10^4$
Case060	1.06	0.21	4	1.71	4.9
Case120	1.03	0.08	27	1.72	4.6
Case240	1.02	0.05	6	1.78	5.1

表-3 ReUse GFA で推定した制御変数 $\mathbf{x}$ とコスト関数 J

	td_{mag}	$td_{phase}/^\circ$	$V_{sc}/m^2 s^{-1}$	$R_{drg}/10^{-3}$	$J/10^4$
Case060	1.06	-0.11	10	1.73	4.9
Case120	1.03	-0.14	10	1.78	4.5
Case240	1.02	0.13	11	1.81	5.1

をさまざまに変更してモデル計算を実施し、観測結果と比較検討を実施することが想定される。このことから、これら結果を用いて、制御変数の変動分を式 (9) の変動ベクトル $a_j \mathbf{e}_j$ の代わりに与え、感度解析で得られた計算結果の変動分を式 (11) の $\delta M(\mathbf{x}_0)_j$ に与えれば、GFA を用いた制御変数の推定が可能となると予想される。

このことを確かめるために、初期の制御変数 $\mathbf{x}$ に、各制御変数の変動分として、式 (9) の行列 $\mathbf{S}$ の各成分に疑似乱数を与えた制御変数を用いた数値モデルの計算を 4 回行い、この疑似乱数で設定した変動分とその計算結果で、式 (9)、式 (11) および式 (12) を計算して、ReUse GFA の適用により制御変数を推定した。そして、前節と同様に、追加としての 3 回の ReUse GFA を適用する計算を 10 回実施した。なお、数値モデルは、Case060 を用いた。

図-4 に、制御変数の 4 つの変動ベクトルに疑似乱数を与えて制御変数を推定した場合のコスト関数を示す。どのケースでも、最終の反復回数の時点でコスト関数が低減してほぼ一定となっている。しかし、約半分のケースで、最初の ReUse GFA を適用した時点、つまり、モデルによる計算の回数が 6 回目（ベースの計算 + 4 つの変動分の計算 + ReUse GFA で推定された制御変数で計算）の時点で、コスト関数が低減せずに、ベース位置の制御変数によるコスト関数よりも大きくなった。

これらのケースでの式 (10) の行列 $(\mathbf{SS}')$ の固有値の最小値を見ると、 $1 \times 10^{-4} \sim 1 \times 10^{-5}$ となり、疑似乱数で表現される行列 $(\mathbf{S})$ のある方向の変動が、非常に小

図-4 制御変数の 4 つの変動ベクトルに疑似乱数を与えた場合のコスト関数

さくなっていた。つまり、疑似乱数で与えた制御変数の 4 つの変動ベクトルのうちの 하나가、他のベクトルと近い方向となっているか、あるベクトルが残りのベクトルで形成される面に近づいたために、面に直行する方向の変動が小さくなっていた。そのため、疑似乱数で表現された制御変数のある方向の変動が小さくなると、その方向に対する計算結果の感度が小さくなり、ReUse GFA においてコスト関数を小さくする制御変数の方向・距離が適切に得られなかったケースが存在したと考えられる。

式 (9) の行列 $\mathbf{S}$ の各成分に疑似乱数を与える場合、4 つの変動ベクトルでは、制御変数の独立した方向の変動が十分ではないために計算結果の感度を調べられず、ReUse GFA の最初の適用で適切な制御変数が推定できない場合が存在することが予想された。このことを確かめるために、さらに 2 個の疑似乱数を与えた変動ベクトルを制御変数に追加して、6 個の変動ベクトルに対して ReUse GFA を適用した。この追加した 2 個の制御変数により、変動ベクトルの方向がより独立な 4 方向となることが期待出来る。

図-5 に、制御変数の 6 つの変動ベクトルに疑似乱数

図-5 制御変数の6つの変動ベクトルに疑似乱数を与えた場合のコスト関数

を与えて制御変数を推定した場合のコスト関数を示す。この結果では、前述した結果と異なり、一回目の ReUse GFA の適用からコスト関数が低減した。そして、式 (10) の行列 ($\mathbf{SS}'$) の固有値の最小値は 1×10^{-4} よりも大きくなり、制御変数の4方向の変動がより適切に与えられていたことが示された。このことから、制御変数の変動が独立に与えられれば、ReUse GFA がコスト関数を低減させる制御変数を推定できることが分かる。そして、割愛するが、この方法で推定した10個の制御変数 ($\mathbf{S}$) の平均値 $\pm$ 標準偏差は、表-2 と表3 と同様の値となっていた。

以上から、過去に実施した感度解析結果に ReUse GFA を適用して制御変数を推定する場合、制御変数と同数で独立な方向のある程度の大きさを持つ変動が必要であり、感度解析結果が制御変数の数よりも多い場合は、その結果すべてを ReUse GFA に用いることが望ましいと考えられる。そして、もし制御変数分の独立な方向の変動成分が無い場合は、新たにその方向の計算を実施して GFA を適用した方が望ましいと考えられる。

5. まとめと課題

本研究では、オリジナルのグリーン関数法 (ORG GFA) と再利用グリーン関数法 (ReUse GFA) の組み合わせを用いて、前報¹⁾と同様に、海洋レーダで得られた視線流速の M2 潮汐成分を再現する数値モデルのパラメータを推定し、前報で示した ORG GFA のみを適用した結果と比較することにより、ORG GFA と ReUse の組み合わせた手法の適用性について検討を行った。

ORG GFA のみと ORG GFA と ReUse GFA の組み合わせ手法の効率性を、海洋レーダで観測した視線方向流速と潮位観測所の潮位の M2 分潮成分と計算結果の差の二乗からなるコスト関数を比較して評価した。解像度 $1/60$, $1/120$, $1/240^\circ$ の3ケースの数値モデルともに、ORG GFA と ReUse GFA の組み合わせを適用した場合のコスト関数は、ReUse GFA を繰り返し実施すると低

減していき、ORG GFA のみで得られたコスト関数と同程度まで低下した。そして、1回の ORG GFA と2回の ReUse GFA を実施することで、2回の ORG GFA を適用した場合と同程度のコスト関数が得られた。ここに、数値モデルの計算回数は、ORG GFA のみを2回適用した場合は11回となり、ORG GFA と ReUse GFA の組み合わせでは9回となる。そのため、ReUse GFA の組み合わせにより、計算回数を2回低減出来ることとなり、計算時間の短縮化が示された。本研究では、計算時間の短縮化が確認できたが、ReUse GFA の適用による短縮の可能性は数値モデルやパラメータに依存すると考えられる。一方で、Reuse GFA で最適化が出来れば、ORG GFA よりも計算時間を短縮出来ることから、Reuse GFA を試す価値は高いと考えられる。

過去に実施したパラメータに関する感度解析結果の ReUse GFA への適用性を評価するために、疑似乱数を制御変数の変動ベクトルに与えて ReUse GFA により制御変数を推定した。その結果、ReUse GFA の適用には、制御変数の変動ベクトルが独立な方向にある程度の大きさを持つ必要であり、感度解析結果が制御変数の数よりも多くあれば、全結果を用いて適用する場合が有効となる可能性が高いことが示された。また、ReUse GFA を繰り返し適用することにより、より観測を再現するパラメータの推定が可能となることが示された。

ReUse GFA の適用により、計算時間の短縮化が確認できたことから、今後は M2 成分以外の分潮について制御変数を推定する予定である。これにより、数値モデルのパラメータの一般性についての検討が可能となると考えられる。

参考文献

- 1) 坪野考樹・三角和弘・津旨大輔・坂井伸一: グリーン関数法を用いた有明海でレーダ観測した視線方向の M2 分潮流速の物理的内挿. 水工学論文集, 59 巻, pp.1129-1134, 2015.
- 2) Toyoda, T., T. Awaji, S. Sugiura, H. Igarashi, Y. Sasaki, Y. Hiyoshi, Y. Ishikawa, S.-I. Saitoh, S. Yoon, T. IN and M.J. Kishi: Improved state estimations of lower trophic ecosystems in the global ocean based on a Green's function approach, *Progress in Oceanography*, Vol.119, pp.90-107, 2013.
- 3) Menemenlis, D., I. Fukumori and T. Lee: Using Green's Functions to Calibrate an Ocean General Circulation Model, *Mon. Wea. Rev.*, Vol.133, pp.1224-1240, 2005.
- 4) A. F. Shchepetkin and J. C. McWilliams: Correction and Commentary for "Ocean Forecasting in Terrain-Following Coordinates: Formulation and Skill Assessment of the Regional Ocean Modeling System" by Haidvogel et al., *J. Comp. Phys.*, Vol.227, pp.3595-3624, 2009.
- 5) G. D. Egbert, S. Y. Erofeeva: Efficient Inverse Modeling of Barotropic Ocean Tides, *J. Comp. Phys.*, Vol.19, No.2, pp.183-204, 2002.