3 次元非構造格子流体シミュレーターへの GLS 乱流クロージャーモデルの組み込みと検証

PERFORMANCE OF GLS TURBULENCE CLOSURE MODEL
IMPLEMENTED IN 3D UNSTRUCTURED HYDRODYNAMIC SIMULATOR

新谷 哲也

Tetsuya SHINTANI

正会員 博士(工) 首都大学東京助教 都市基盤環境コース(〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1)

The generic length scale (GLS) turbulence closure model has been implemented to an object-oriented 3D hydrodynamic simulator, Fantom Unstructured, to investigate geophysical flows. This paper summarizes the basics of the GLS turbulence closure model, its parameters and the discretization on an orthogonal unstructured grid. The performance of the present simulator with the GLS turbulence closure model was examined for open channel steady flow and mixed-layer deepening problems, then the computed results were compared with analytical and empirical solutions. The choice of the two-equation model and stability function affects the vertical distribution of turbulence quantities, however, the reasonable agreements are obtained for the vertical distribution of the horizontal velocity and mixed-layer depth between computed results and the solutions.

Key Words: *Turbulence closure, hydrodynamic simulator, open channel, mixed-layer deepening*

1. はじめに

湖沼や海洋をはじめ、多くの水域において広範囲かつ長期間の流動解析が盛んに行われている。現地スケールの流れは基本的に乱流であり、またその多くが成層化している。そのため、正確に流動・混合現象を予測するためには、乱流エネルギーが熱エネルギーへと散逸していく過程だけではなく、ポテンシャルエネルギーへと変換される効果も含めて再現する必要がある。それ故、これまでに成層化関数による渦動粘性・渦拡散係数の表現¹⁾、連行現象をモデル化した混合スキーム²⁾、Monin-Obukov の相似則に基づいた KPP モデル³⁾、そして 1980 年代頃からレイノルズ平均に基づいて乱流エネルギーと乱れの長さスケールの輸送方程式を解く 2 方程式モデル^{4, 5, 6)}へ発展的に混合層モデルが提案され広く使われてきた。近年、計算機能力の向上によって LES や DNS の適用範囲が拡大しているが、未だ広範囲・長期間における実スケールの流動解析は困難であり、当面は 2 方程式モデルが主流になると予想される。

代表的な 2 方程式モデルとしては、 $k-\omega$ モデル⁴⁾、 $k-\epsilon$ モデル⁵⁾、そして海洋では長らく Mellor-Yamada Level 2.5 モデル⁶⁾が広く利用されてきている。また、近年、Umlauf and Burchard⁷⁾は、2 方程式モデルを Generic Length Scale 乱流クロージャーモデル(以下、GLS モデル)として統一する試みを行っている。このモデルでは、モデル内のパラメータを変更させることで乱れの長さスケールに関する方程式を変化させ、様々な 2 方程式モ

デルへと帰着させることが出来る。彼らはこのモデルを鉛直一次元流動・混合モデルである GOTM⁸⁾に代数 2 次モーメントクロージャーモデルと共に組み込んで良好な結果を得ている。また、近年、各研究機関は独自の 3 次元流動モデルに GLS モデルを組み込みを行う試みが増えてきている。例えば、Zang et al.⁹⁾は ELCIRC に、Warner et al.¹⁰⁾は ROMS に、Wang et al.¹¹⁾は SUNTANS に、そして、Hill et al.¹²⁾は Fluidity-ICOM に GLS モデルを組み込み、その再現性を検証している。

このように現在まで、多くの組み込みと検証が続いている理由として、乱流エネルギーや乱れの長さスケールに関する方程式は数値的に不安定であり、境界条件や離散化に注意が必要なこと¹³⁾、成層場の影響をはじめ代数 2 次モーメントクロージャーの情報を反映する Stability function の違いが 2 方程式モデルの違いよりも結果に与える影響が大きい場合があること¹¹⁾、組み込み先のシミュレータの離散化方法が異なること等が挙げられる。そのため、より多くの構造の異なるシミュレーターで GLS モデルを検証して報告することは、今後のモデル利用者や開発者に有益な情報を与えることになると思われる。しかしながら、海外での積極的な採用に比較して、国内においては GLS 乱流モデルに関する情報は非常に少なく、著者の知る限り、森ら¹⁴⁾による ROMS を用いた研究、木村¹⁵⁾による POM へ組み込みが紹介されているのみである。

そこで本研究では、著者らが開発中の 3 次元非構造格子流体シミュレーター¹⁶⁾への GLS モデルの組み込

みを通じて得られた知見をできる限り詳細に報告する．そして、シミュレーターの検証として、Warner et al.¹⁰⁾ によって行われた開水路定常乱流と風応力に伴う混合層低下現象を選び、シミュレーターの計算精度、そして乱流モデルと Stability function の選択によって生じる差異を検討する．

2. GLS モデル

(1) 乱流量の輸送方程式

GLS モデルは、運動方程式と連続式の他に、以下に示す乱流エネルギー k と一般化された乱れの長さスケールに関する量 ψ の輸送方程式を連立して解く．

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_M}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P + B - \epsilon \quad (1)$$

$$\frac{D\psi}{Dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_M}{\sigma_\psi} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\psi}{k} (c_1 P + c_3 B - c_2 \epsilon) \quad (2)$$

ここで、 D は実質微分、 z は鉛直上向きの座標、 ν_M は鉛直渦動粘性係数、 σ_k と σ_ψ はそれぞれ k と ψ の乱流シュミット数、 ϵ は乱流エネルギーの散逸率、そして P と B はそれぞれ、せん断流と浮力による生成項であり以下で表される．

$$P = \nu_M M^2, M^2 = \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \quad (3)$$

$$B = -\nu_H N^2, N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (4)$$

ここで、 U は水平方向流速、 ν_H は鉛直渦拡散係数、 g は重力加速度、 ρ_0 は参照密度、 ρ は密度である．また、 M, N はそれぞれ Prandtl frequency, Burunt-Väisälä frequency と呼ばれる．その他式中に現れる係数に関しては表-1 に示した¹⁰⁾．ただし、 c_3^+ は安定成層時、 c_3^- は不安定成層時に用いる c_3 の値である．渦動粘性係数の表記には、Mellor and Yamada⁶⁾ や Warner et al.¹⁰⁾ が採用している表記法と Burchard¹³⁾ 等の表記法があるが、後に述べる各種 Stability function の統一的で簡潔な表現との兼ね合いから、本研究では Umlauf and Burchard¹⁷⁾ のパラメーター及び表記法を採用して、以下のように表現することとした．

$$\nu_M = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

$$\nu_H = c'_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

ここで、 c_μ 及び c'_μ はそれぞれ後に説明する運動量とスカラー量に関する Stability function である．また、乱れの散逸率 ϵ は以下の式で与えられる．

$$\epsilon = (c_\mu^0)^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\ell} \quad (7)$$

ここで c_μ^0 は経験的パラメーター、 ℓ は乱流の長さスケールである． ℓ は以下に示す ψ との関係式から求めるこ

表-1 $k - \epsilon, k - \omega, gen$ モデルにおける係数

	$k - \epsilon$ $\psi = (c_\mu^0)^{3/4} k^{2/3} \ell^{-1}$	$k - \omega$ $\psi = (c_\mu^0)^{-1/4} k^{1/2} \ell^{-1}$	gen $\psi = (c_\mu^0)^{1/2} k^1 \ell^{-2/3}$
p	3.0	-1.0	2.0
m	1.5	0.5	-0.67
n	-1.0	-1.0	10.0
σ_k	1.0	2.0	0.8
σ_ψ	1.3	2.0	1.07
c_1	1.44	0.555	1.0
c_2	1.92	0.833	1.22
c_3^+	1.0	1.0	1.0
$c_3^-(CA)$	-0.63	-0.64	0.05
$c_3^-(KC)$	-0.52	-0.58	0.10

表-2 Stability function における経験的パラメーターの値

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
CA	5.000	0.800	1.968	1.136	0.000	0.4000
KC	6.000	0.320	0.000	0.000	0.000	0.4000
	c_{b1}	c_{b2}	c_{b3}	c_{b4}	c_{b5}	c_{b6}
CA	5.950	0.600	1.000	0.000	0.333	0.7200
KC	3.728	0.700	0.700	0.000	0.200	0.6102

とが出来る．

$$\psi = (c_\mu^0)^{p/4} k^m \ell^n \quad (8)$$

ここで p, m, n は表-1 に示すように 2 方程式モデルを規定するためのパラメーターである．本研究では、2 方程式モデルのうち壁関数を必要としない $k - \epsilon, k - \omega$, Umlauf and Burchard によって新たに定義された 2 方程式モデル（本論文中では gen と呼称する）^{7, 10)} の 3 種類のモデルに限定して検討を行うこととする．

(2) Stability function

本研究では、境界層近似の下に導かれた代表的な Stability function である、Kanta and Clayson (以下 KC)¹⁸⁾ と Canuto et al. (以下 CA)¹⁹⁾ の 2 種類を検証する．運動量とスカラー量の Stability function、 c_μ と c'_μ に関する代数的表現はそれぞれ以下の式で与えられる．

$$c_\mu = \frac{n_0 + n_1 \alpha_N + n_2 \alpha_M}{d_0 + d_1 \alpha_N + d_2 \alpha_M + d_3 \alpha_N \alpha_M + d_4 \alpha_N^2 + d_5 \alpha_M^2} \quad (9)$$

$$c'_\mu = \frac{n_{b0} + n_{b1} \alpha_N + n_{b2} \alpha_M}{d_0 + d_1 \alpha_N + d_2 \alpha_M + d_3 \alpha_N \alpha_M + d_4 \alpha_N^2 + d_5 \alpha_M^2} \quad (10)$$

ここで、 α_M と α_N はそれぞれ以下の式で表される．

$$\alpha_M = \frac{k^2}{\epsilon^2} M^2 \quad (11)$$

$$\alpha_N = \frac{k^2}{\epsilon^2} N^2 \quad (12)$$

また、その他の係数は以下で与えられる．

$$\begin{aligned}
d_0 &= 36N^3N_b^2 \\
d_1 &= 84a_5a_{b3}N^2N_b + 36a_{b5}N^3N_b \\
d_2 &= 9(a_{b2}^2 - a_{b1}^2)N^3 - 12(a_2^2 - 3a_3^2)NN_b^2 \\
d_3 &= 12a_5a_{b3}(a_2a_{b1} - 3a_3a_{b2})N \\
&\quad + 12a_5a_{b3}(a_3^2 - a_2^2)N_b + 12a_{b5}(3a_3^2 - a_2^2)NN_b \\
d_4 &= 48a_5^2a_{b3}^2N + 36a_5a_{b3}a_{b5}N^2 \\
d_5 &= 3(a_2^2 - 3a_3^2)(a_{b1}^2 - a_{b2}^2)N \\
n_0 &= 36a_1N^2N_b^2 \\
n_1 &= -12a_5a_{b3}(a_{b1} + a_{b2})N^2 + \\
&\quad + 8a_5a_{b3}(6a_1 - a_2 - 3a_3)NN_b + 36a_1a_{b5}N^2N_b \\
n_2 &= 9a_1(a_{b2}^2 - a_{b1}^2)N^2 \\
n_{b0} &= 6a_{b3}^2N^3N_b \\
n_{b1} &= 12a_5a_{b3}^2N^2 \\
n_{b2} &= 9a_1a_{b3}(a_{b1} - a_{b2})N^2 \\
&\quad + (6a_1(a_2 - 3a_3) - 4(a_2^2 - 3a_3^2))a_{b3}NN_b
\end{aligned}$$

ここで、 N と N_b は乱流の生成と散逸が釣り合った（局所平衡）状態を仮定して以下で与えられる¹⁷⁾．

$$N = \frac{c_1}{2}, N_b = c_{b1}$$

また上で示した係数群に含まれる係数は、

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{2}{3} - \frac{1}{2}c_2, a_2 = 1 - \frac{1}{2}c_3, a_3 = 1 - \frac{1}{2}c_4 \\
a_4 &= \frac{1}{2}c_5, a_5 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}c_6 \\
a_{b1} &= 1 - c_{b2}, a_{b2} = 1 - c_{b3}, a_{b3} = 2(1 - c_{b4}) \\
a_{b4} &= 2(1 - c_{b5}), a_{b5} = 2c_{bb}(1 - c_{b5})
\end{aligned}$$

となり、さらにこれらの式に含まれる経験的に決められるパラメーターは Stability function によって異なり、表-2 に示すような値となる．また、 c_μ^0 は密度成層が存在しない対数分布領域を仮定し、上で与えられたパラメーターから次のように求めることが出来る¹⁷⁾．

$$c_\mu^0 = \frac{a_2^2 - 3a_3^2 + 3a_1N}{3N^2} \quad (13)$$

3. 非構造格子流体シミュレーター

(1) シミュレーターの概要

本研究では、新谷・中山¹⁶⁾によって開発された3次元非構造格子流体シミュレーター Fantom Unstructured に GLS モデルを組み込んだ．シミュレーターの設計概念や基本的な検証については参考文献を参照して頂きたいが、このシミュレーターは、生物細胞の組織構造を模したオブジェクト群によって構成されている．基本構造は図-1(a) に示すような諸量の蓄積を主に担う Cell（細胞）オブジェクトと主に Cell 間の相互作用（フラックス）を担う鉛直・水平の Membrane（細胞膜）オブジェクトで構成さ

(a) Cell・Membrane構造及び変数配置

図-1 Cell・Membrane 構造の概要と側方境界条件

れている．さらに、同種のオブジェクトが鉛直的につながった column 構造オブジェクト (Cell column, Horizontal membrane column, Vertical membrane column) となりグループとして機能する（例えば陰的な鉛直拡散計算）．それぞれのオブジェクトは単純な命令伝達を受け、それぞれが知る複雑な処理を行う仕組みとなっている．従属変数に関しては、任意のスカラー量は Cell に蓄えられ、Vertical membrane 及び Horizontal membrane には流速と鉛直渦動粘性・拡散係数、さらに Vertical membrane には乱流量 (k と ψ) が定義されている．既往の研究⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾において、乱流量の定義位置は様々である．本研究で用いた非構造格子シミュレーターでは、試行錯誤の結果、鉛直の速度勾配が直接求められる Vertical Membrane に定義することで安定した結果を得ることができた．

GLS モデルの他に、前報¹⁶⁾から行われたシミュレーターへの変更点としては、水面や非静水圧の陰的な計算で現れる連立方程式の解法に C++ の高速行列演算ライブラリー Eigen²⁰⁾ (不完全 LU 分解前処理付き BiCGSTAB) を利用していること、そして下に示す側方境界条件を導入したことが挙げられる．

(2) 水面・底面の境界条件

中規模以上の現地スケールの流動現象を解析するには、底面直上の計算点が粘性底層の内部に入るとはほとんど無いため、底面直上の Vertical membrane (の中心点) が対数領域内に存在すると仮定して良い．そこで、底面はスリップ条件とし、その代わりに底面抗力を導入する．底面抗力 τ_b は一般的に以下の式によって

与えられる．

$$\tau_b = \rho_0 u_*^2 = -\rho_0 C_D |U| U \quad (14)$$

ここで， u_* は底面摩擦速度である． C_D は抗力係数であり， $C_D = 0.0026$ 程度の一定値を与えることも多いが，対数分布則に整合するように決めることも出来る．対数分布則から水平流速の鉛直分布は以下のように表現できる．

$$\frac{U}{u_*} = \kappa \ln(z/z_0) \quad (15)$$

ここで， κ はカルマン定数， z_0 は粗度高さ（本研究では $z_0 = 0.005\text{m}$ とした）である．式 (14),(15) より，抗力係数 C_D を導出すると以下の式で表され，本研究では抗力係数の評価にこの式を用いた．

$$C_D = \left(\frac{\kappa}{\ln(z/z_0)} \right)^2 \quad (16)$$

底面抗力は水平方向運動量に対するシンク項となるため，抗力項は数値的安定化のために U に関する鉛直拡散計算に加えて陰的に計算する．具体的には式 (14) で絶対値の付いていない U を未知 ($n+1$) の変数として解を求める．本シミュレーターは既報¹⁶⁾の通り，サブグリッドスケールの地形表現が可能となるように，Partial step 法による離散化に対応している．しかしながら，Partial step を用いた場合，底面付近における鉛直格子間隔の急激な変化に起因する速度勾配の近似誤差が大きくなり，対数分布から逸脱することが最近 Platzek et al.²¹⁾ に指摘されている．そのため，本研究では，通常の z -coordinate を利用して計算を行う．彼らが提案している改善手法の導入は今後の課題とする．一方，水面では，近藤²²⁾ によるバルク式によってフラックスを求め，運動量のソースとして陽的に水面 Cell に導入する．

乱流量 k と ψ に関しては，2 種類の境界条件 (Dirichlet 型と Neumann 型) が提案されている¹³⁾ が，Neuman 型の境界条件が数値的に安定，かつ合理的な鉛直渦動粘性係数の分布が得られるとされている．本研究においても以下に示す Neumann 型の境界条件を水面と水底に課した．

$$\frac{\nu_M}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\nu_M}{\sigma_\psi} \frac{\partial \psi}{\partial z} = n \frac{\nu_M}{\sigma_\psi} \left(c_\mu^0 \right)^{p/4} k^n k^m z^{n-1} \quad (18)$$

この Neuman 条件のまま計算しても結果に大きな違いは生じないが，本計算では次に示す拡散計算後に底面直上の計算点の k と ϵ の値を壁法則に基づいた値に置き換えることで流速分布がより対数分布にフィットする結果となった．

(3) k と ψ に関する鉛直拡散方程式

乱流量 k と ψ はいずれも Vertical membrane に定義されているため，Vertical membrane column (図-1 参照)

について離散化を行う．Wang et al.¹¹⁾ にも述べられているように，底面抗力の場合と同様，散逸項を陽的に扱うと数値的に不安定になる (k と ψ は常に正值でなければならない)．また， k と ψ の方程式には， ϵ に関係する項の他に，浮力項 B が成層状態によっては散逸項になりうる (一方，せん断による生成項 P は常に正)．そこで，Wang et al.¹¹⁾ らが採用したように， k の方程式に関して言えば， $P+B$ が正の場合は， ϵ に関する項のみを陰的にし，負の場合には B と ϵ の項の両方をまとめて陰的に扱うことで数値的な不安定を避ける．鉛直の拡散方程式は次元の TDMA 法で解くが，その際，上述の k と ψ の境界条件は，行列計算の既知項に組み込む形 (陽的に扱う) でまとめて計算を行う．最終的に得られた ψ から ϵ を求める際には，Galperin et al.²³⁾ によって提案されている制限を適用した．

$$\epsilon \geq \frac{c_\mu^{0.3/4} k N^2}{\sqrt{0.56}} \quad (19)$$

(4) 側方境界条件

はじめに述べた様に，本研究ではモデルの検証に，開水路定常乱流と風応力に伴う混合層低下の計算を利用しているが，両者の計算ではそれぞれ，流入境界条件 (上流)・開境界条件 (下流)，そして周期境界条件が必要となる．前報¹⁶⁾ では，側方境界条件に関して説明していないため，ここで補足的な説明を行う．

まず，流入境界については，流入によって生じる体積フラックスと各変数のフラックスを対象となる Cell へ組み込み，連続式と輸送方程式に反映させることで再現する．

開境界条件に関しては図-1(b) に示すように，開境界を適用する部分に境界条件用 Vertical membrane column を設置し，その外側に境界条件用 Cell column を設置する．実際のシミュレータでは，開境界用の Vertical membrane column の設置場所を指定すると，その Vertical membrane column に線対称な形で計算領域側の Cell column と同様な形状の境界条件用 Cell column を境界外側に生成する．境界条件用 Cell column は変数の時間発展計算には参加せず，ユーザーが与えた境界条件を受け入れ，その影響が境界条件用 Vertical membrane column を通じて計算領域へと及ぶ．

周期境界条件に関しては，図-1(c) に最も単純な 1 次元の例を示す．まず，2 つの Cell column (図中，A, B) と 2 つの Vertical membrane column (図中，a, b) を考える．左側に位置する Vertical membrane column (a) は左右に隣接している 2 つの Cell column (A, B) をリンクして相互作用を担当する．一方，右側の Vertical membrane column (b) はすぐ左に位置する Cell column (B) と再びもう一つの Cell column (A) をリンクして相互作用を計算する．その結果，循環する計算となり周期境界条件が実現される．

図-2 開水路乱流の比較結果（上：KC，下：CA）
左：流速，中：乱流エネルギー，右：渦動粘性係数

4. 精度検証

(1) 定常開水路流れ

Warner et al.¹⁰⁾ に習って定常開水路流れを計算し，水平流速の対数分布則，乱流エネルギーの直線分布，渦動粘性係数の放物線分布を基準に結果の検討を行う．計算では，一定勾配の斜面（ 4.0×10^{-5} ）を水深 10m で流下する開水路を考える．境界条件としては，上流側で単位幅当たり $10.0 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ の流量を与え，下流端は水深 10m の開境界 (Clamped boundary) とした．Cell オブジェクトの形状は，水平方向が一辺 200m の正三角形，そして鉛直方向は 0.25m とし，水平・鉛直方向とも同じ形状のセルを積み重ねた．また，計算時間ステップは 30 秒とした．十分に発達した流れを再現するために水路の長さは 8km として下流端から 400m 上流における諸量の鉛直分布を検討した．

壁法則から得られる理論的な摩擦速度 u_b^* ，乱流エネルギー分布，そして放物線形状を仮定した渦粘性係数分布の代数的表現は以下の式で与えられ，図-2 内で比較に用いられる¹⁰⁾．

$$u_b^* = \frac{\kappa \bar{u}}{\ln \frac{H}{z_0} - 1 + \frac{z_0}{H}} \quad (20)$$

$$k = \frac{(u_b^*)^2}{\sqrt{c_\mu^0}} \left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad (21)$$

$$\nu_t = \kappa u_b^* z \left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad (22)$$

ここで， $\bar{u}$ は断面平均流速， H は全水深である．

図-2 は定常開水路乱流の検証結果を示している．まず，左側に示す水平流速の鉛直分布は，乱流モデルや Stability function に関係なく Warner et al.¹⁰⁾ と同様に対数分布則 (式 (15)) と概ね合致している．一方，乱流エ

図-3 混合層低下の比較結果（上：KC，下：CA）
左：混合層厚，中：乱流エネルギー，右：渦動粘性係数

ネルギーと渦動粘性係数の鉛直分布は，乱流モデル及び Stability function の選択の影響を受け，差が生じる結果となった．結果のばらつきの傾向は異なるものの，Warner et al.¹⁰⁾ にも同程度の差異がみられる．本解析からは，壁法則との一致という観点では，乱流エネルギーに対しては *gen* と KC の組み合わせ，そして渦動粘性係数に対しては *k-ε* と KC の組み合わせが良好であるという結果になった．しかしながら，全ケースの違いはさほど大きくなく，定常開水路流れに関してはどのようなモデル選択を行っても問題ないと思われる．

(2) 混合層低下現象

多くの研究^{10, 12, 17)} で検証に用いられている風応力に伴う混合層低下現象を数値計算で再現した．計算条件は，水深 50m で無限に長い一次元水路を前節で説明した周期境界条件によって再現した．この計算は Kato and Phillips²⁴⁾ の室内実験を現地スケールで模するものである．Cell オブジェクトの形状は，水平方向が一辺 100m の正三角形，そして鉛直方向は 0.25m 厚とし，図-1(c) のようにオブジェクトを並べた．また，計算時間ステップは 30 秒とした．初期温度分布は水面が 13°C ，底面で 10°C となるような線形成層とし，水面に作用する風応力が 0.01 N/m^2 となるように風速を調整した．また，混合層の深さの判定には，乱流エネルギーが $k < 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^2$ となる深さを採用した．計算結果の検証には，Price²⁵⁾ の混合層深さ D_m に関する経験式を利用した．

$$D_m = 1.05 u_s^* N_0^{-1/2} t^{1/2} \quad (23)$$

ここで u_s^* は水面での摩擦速度， N_0 は初期の浮力振動数で，本研究では $N_0 = 0.01 \text{ s}^{-1}$ とした．図-3 は混合層厚の時間的变化に関して Price の経験式との比較，そして，風応力作用後 30 時間での乱流エネルギーと渦動粘

性係数の鉛直分布を示している．左側の混合層厚に関しては，どの乱流モデルも同様な変化傾向を示しており，選択が結果にほとんど影響しないことがわかる．しかし，Stability function の選択に関しては，KC の方が若干ではあるが Price の式に近い結果を示している．乱流エネルギーの鉛直分布はどのケースでも大きく違うことはないが，水面付近では CA のケースの方が大きくなる傾向は見られる．一方，渦動粘性係数に関しては，極値を持つ付近で乱流モデルの差が現れた．本シミュレーターで得られた乱流エネルギーと渦動粘性係数の絶対値と分布形状を他の研究と比べると，Warner et al.¹⁰⁾ よりも，当然のことながら Stability function に同じ係数群を利用している Hill et al.¹²⁾ や Burchard¹³⁾ の結果に近いものとなった．

5. まとめ

本研究では，非構造格子流体シミュレーター Fantom Unstructured への GLS モデルの組み込みと精度検証を行った．得られた結論は以下の通りである．

- Fantom Unstructured の Vertical membrane に乱流量を配置して陰的な鉛直拡散計算を行うことによって，数値的に安定した計算を行うことが出来た．
- 定常開水路流れの再現計算では，どのモデルの組み合わせも水平流速の鉛直分布が対数分布に近い結果を得た．
- 風応力に伴う混合層低下の計算では，Kato and Phillips の結果を適切に再現することが出来た．
- 乱流エネルギーや渦動粘性係数の鉛直分布は，乱流モデルや Stability function によって差異があることがわかった．しかしながら，その差異が物質の輸送や混合に大きな影響を与えるほどではないと判断出来た．

参考文献

- 1) Munk, W. H. and Anderson, E. R.: Notes on a theory of the thermocline. *J. Mar. Res.*, Vol.7(3), pp.276-295, 1948.
- 2) Hodges, B. R., Imberger, J., Saggio, A. and Winters, K. B.: Modeling basin-scale internal wave in a stratified lake. *Limnol. Oceanogr.*, Vol.45(7), pp.1603-1620, 2000.
- 3) Large, W. G., McWilliams, J. C. and Doney, S. C.: Oceanic vertical mixing: a review and a model with nonlocal boundary layer parameterization. *Review of Geophysics*, Vol.32, pp.363-403, 1994.
- 4) Saffman, P. G.: A model for inhomogeneous turbulent flow. *Proc. R. Soc., Lond. A*, Vol.317, pp.417-433, 1970.
- 5) Jones, W. P. and Launder, B. E.: The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.15, pp.301-314, 1972.
- 6) Mellor, G. L. and Yamada, T.: A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers. *J. Atmos. sci.*, Vol.31, pp.1791-1806, 1974.

- 7) Umlauf, L. and Burchard, H.: A generic length-scale equation for geophysical turbulence models. *J. Mar. Res.*, Vol.61, pp.235-265, 2003.
- 8) Burchard, H., Bolding, K. and Umlauf, L.: General Ocean Turbulence Model, <http://www.gotm.net>
- 9) Zhang, Y., Baptista, A. M. and Myers, E. P.: A cross-scale model for 3D baroclinic circulation in estuary-plume-shelf systems: I. Formulation and skill. *Cont. Shelf. Res.*, Vol.24, pp.2187-2214, 2004.
- 10) Warner, J. C., Sherwood, C. R., Arango, H. G. and Signell, R. P.: Performance of four turbulence closure models implemented using a generic length scale method. *Ocean Modelling*, Vol.8, pp.81-113, 2005.
- 11) Wang, B., Griddings, S. N., Fringer, O. B., Fong, D. A. and Monismith, S. G.: Modeling and understanding turbulent mixing in a macrotidal salt wedge estuary. *J. Geophys. Res.*, Vol.116, C02036, 2011.
- 12) Hill, J., Piggott, M. D., Ham, D. A., Popova, E. E. and Srokosz, M. A.: On the performance of a generic length scale turbulence model within an adaptive finite element ocean model. *Ocean Modelling*, Vol.56, pp.1-15, 2012.
- 13) Burchard, H.: Applied turbulence modelling in marine waters, *Lecture notes in earth sciences*, Vol.100, Springer, 2002.
- 14) 森 信人・佐地泰昭・重松孝昌・中尾正喜・矢持 進・間瀬 肇: 海洋モデルによる気象変動を考慮した大阪湾への都市排熱放出の影響評価. 土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol.66, No.1, pp.1296-1300, 2010.
- 15) 木村延明: 小規模な浅い湖における日変化する物理過程の研究. 環境水理部会研究集会概要集, on web, 2015.
- 16) 新谷哲也・中山恵介: 生物細胞の組織構造を模した流体シミュレーターの設計と検証. 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.59, pp.L751-L756, 2015.
- 17) Umlauf, L. and Burchard, H.: Second-order turbulence closure models for geophysical boundary layers. A review of recent work. *Cont. Shelf. Res.*, Vol.25, pp.795-827, 2005.
- 18) Kantha, L. H. and Clayson, C. A.: An improved mixed layer model for geophysical applications. *J. Geophys. Res.*, Vol.99(C12), pp.25235-25266, 1994.
- 19) Canuto, V. M., Howard, A., Cheng, Y., and Dubovikov: Ocean turbulence I: One-point closure model -Momentum and heat vertical diffusivities. *J. Phys. Oceanogr.*, Vol.31, pp.1413-1426, 2001.
- 20) <http://eigen.tuxfamily.org/>
- 21) Platzek, F. W., Stelling, G. S., Jankowski, J. A. and Pietrzak, J.D.: Accurate vertical profiles of turbulent flow in z-layer models. *Water Resour. Res.*, Vol.50, doi:10.1002/2013WR014411, 2014.
- 22) 近藤純正編著: 水環境の気象学, 朝倉書店, 350p, 1994.
- 23) Galperin, B., Kantha, L. H., Hassid, S. and Rosati, A.: A quasi-equilibrium turbulent energy model for geophysical flows. *J. Atmos. Sci.*, Vol.45, pp.55-62, 1988.
- 24) Kato, H. and Phillips, O. M.: On the penetration of a turbulent layer into a stratified fluid. *J. Fluid Mech.*, Vol.37, pp.643-655, 1969.
- 25) Price, J. F.: On the scale of stress-driven entrainment experiments. *J. Fluid Mech.*, Vol.90, pp.509-529, 1979.

(2015.9.30 受付)