直接数値計算による滑面開水路乱流における 水面の乱れと波の特性に関する検討

吉村 英人¹・藤田 一郎²

¹学生会員 神戸大学大学院工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)
E-mail:hideto_y_3@hotmail.com

²正会員 学博 神戸大学大学院教授 工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)
E-mail:ifujita@kobe-u.ac.jp

開水路乱流において組織乱流に起因する水面変動の力学的特性については未だ十分に解明されていない。本研究では、水面下の組織乱流に起因する水面変動のレイノルズ数およびフルード数依存性を検証するため、滑面開水路乱流を対象に水面変動を伴う直接数値計算を行った。水面変動の時空間プロットおよび波数一周波数スペクトル解析により、水面変動は乱れと波（後退波および前進波）の両方の特性を持つことを示した。さらに、水面変動のエネルギー分解により低フルード数の流れでは乱れの成分が支配的であるが、フルード数の増加に伴い波の成分、特に後退波の成分が支配的になることを明らかにした。また、その結果、高フルード数の流れでは水面変動の流下速度が表面流速よりも遅くなることを示した。

Key Words: advection of free-surface features, DNS, free-surface turbulence, open-channel flow, VOF

1. はじめに

開水路乱流における水面変動は風や底面の形状抵抗による影響を除けば底面シアに起因する組織乱流が水面近傍まで輸送されることにより誘発される^{1,2)}。水面下の組織乱流と水面変動の関係性についてはこれまでも多くの研究が行われてきているが、水面変動そのものの力学的特性に関しては十分に明らかになっていない。特に、組織乱流により誘発された水面変動は重力や表面張力を復元力とする波として伝播する一方で、水面下の組織乱流と共に移流するため、乱れと波の両方の特性を示すと考えられているが^{3,5)}、そのうちどちらが卓越するのか、または流れの水利条件によりどのように変化するのかということはわかっていない。

開水路乱流の水面変動が“乱れ”として振る舞うか、“波”として振る舞うのかという議論に関しては著者の知る限り、いまのところ意見が別れているように思う。Savelsberg and Van de Water³⁾は実験により開水路乱流で発生する水面変動は波としての振る舞いが卓越すると結論づけている。しかし、これに対し Horoshenkov et al.⁴⁾は Savelsberg and Van de Water が分析した水面変動のスケールは開水路乱流で発生する組織乱流のスケールよりも小さいため、乱れとしての特性を捉えていない可能性があることを指摘している。宮本⁵⁾は流れと水面変動の同時計測による実験を行い、水面変動が波一流れ共存場におけ

る後退波として説明でき、その結果、水面変動の流下速度が平均流速よりも遅くなることを示している。しかし、彼が行った実験は限界流近傍から射流にかけての高フルード数の条件であり、低フルード数の流れに対しては示されていない。

一方、これらとは対比的に Guo and Shen⁶⁾や Horoshenkov et al.⁴⁾、Nichols et al.⁷⁾は乱れとしての特性が卓越すると言及している。Guo and Shen⁶⁾は一樣等方性乱流における水面変動を対象に DNS (Direct Numerical Simulation) による詳細な分析を行った。その結果、水面変動に対するエネルギーの寄与率は乱れが支配的であり、波としての寄与率は 4 ~ 12%であることを示している。また、Horoshenkov et al.⁴⁾や Nichols et al.⁷⁾は礫床開水路の浅水流における実験を行い、水面変動の時空間スケールは水面下の組織乱流と密接な関係があり、重力波とは異なることを示している。

以上のように組織乱流に起因する水面変動に関する見解は別れているが、それぞれ対象とする水利条件が異なるため、どちらが正しいとはいえない。また、一般に乱れの特性はレイノルズ数に、波の特性はフルード数やウェーバー数といったパラメータに大きく影響を受けることを考えると、水面変動の乱れや波といった特性も水利条件により変化することが推測される。そこで、著者らは、組織乱流に誘発される水面変動の力学的特性が水利条件によりどのように変化するかを調べるため、滑

表-1 計算条件

Case	Frictional Reynolds number	Reynolds number	Froude number	Mean velocity	Mean surface velocity	Domain size	Grid number	Grid resolution
	Re_τ	Re	Fr	U	U_s	$L_x \times L_y \times L_z$	$N_x \times N_y \times N_z$	$\Delta_x^+, \Delta_y^+, \Delta_z^+$
RET180FR06	180	2800	0.6	15.6	18.4	$6.4H \times 1.1H \times 3.2H$	$128 \times 158 \times 128$	9, 0.27-2.71, 4.5
RET180FR12			1.2					
RET180FR18			1.8					
RET395FR06	395	7000	0.6	17.7	20.4	$6.4H \times 1.1H \times 3.2H$	$256 \times 236 \times 256$	9.88, 0.39-3.95, 4.94
RET395FR12			1.2					
RET395FR18			1.8					
RET590FR06	590	11000	0.6	18.6	21.3	$6.4H \times 1.1H \times 3.2H$	$384 \times 315 \times 384$	9.83, 0.44-4.44, 4.92
RET590FR12			1.2					
RET590FR18			1.8					

面開水路乱流を対象に幅広い条件下において DNS による検討を行っている。中でも、河川工学における非接触型流量観測技術の向上を目的として⁹⁾、水面変動の流下速度を決めるメカニズムに着目している。本論文では水面変動に対する乱れと波のエネルギー寄与率や水面変動の移流・伝播特性のフルード数に対する変化について検討した。

2. 数値計算手法および計算条件

(1) 対象とする流れ場

本研究では、 x , y および z をそれぞれ主流、垂直およびスパン方向とし、計算領域 $L_x \times L_y \times L_z = 6.4H \times 1.1H \times 3.2H$ からなる滑面開水路乱流を対象とする。ここで、 H は平均水深である。また、計算は液相のみを対象とし気相が液相に及ぼす影響はないものとする。水面変動に働く復元力は重力のみとし、表面張力は無視する。表面張力は実験スケールでは水面変動に影響を与える可能性があるが、実河川スケールでは重力の効果が支配的となるため、本研究でも取り扱わないこととした。この条件において、水面変動は水面下の組織乱流にのみ誘発され、風波や底面の形状抵抗による水面変動は発生しない。乱れに対してはレイノルズ数が、波に対してはフルード数がパラメータとなるため、これらに対する水面変動の変化を調べた。

(2) 数値計算手法

数値計算は著者らが開発した有限差分法に基づくコード⁸⁾を用いて、DNS により行った。支配方程式は非圧縮性流体における連続の式および Navier-Stokes 方程式であり、変数はスタガード格子に配置される。運動方程式の移流項およびその他の項の空間離散化には二次精度中心差分を用い、時間離散化には移流項に二次精度 Adams-Bashforth 法を、粘性項に Crank-Nicolson 法を用いた。速度と圧力のカップリングは Fractional Step 法により行い、運動方程式および圧力 Poisson 方程式により得られる線形行列方程式の解法には Bi-CGSTAB を用いた。水面変

動は VOF (Volume of Fluid) 法⁹⁾により捕捉し、移流スキームは Ubbink and Issa¹⁰⁾による CICSAM (Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes) を用いた。

(3) 計算条件

本研究で行った全てのケースの計算条件を表-1 に示す。レイノルズ数およびフルード数をそれぞれ3条件設定し、全9ケースの計算を行った。摩擦速度 u_τ および平均水深 H に基づく摩擦レイノルズ数 Re_τ は 180, 395, 590 に設定した。これは、平均流速 U を基準としたレイノルズ数 Re で、それぞれ約 2800, 7000, 11000 に相当する。フルード数は平均流速 U および平均水深 H に基づくフルード数 Fr で 0.6, 1.2, 1.8 となるように設定した。水面変動は特にフルード数の依存性が大きく、常流から射流にかけて状態が大きく変化することが予想される。それぞれ、 $Fr = 0.6$ で常流、 $Fr = 1.2$ で限界流近傍、 $Fr = 1.8$ で射流に相当する。境界条件は x 方向および z 方向に周期境界条件を、底面に Non-Slip 条件を与えた。また、気液界面では応力ゼロの動力学境界条件を満たすように速度および圧力の境界条件を与えた。格子サイズは粘性スケールで x 方向に約 9~10, z 方向に約 4.5~5 となるように等間隔に設定した。また、 y 方向には不等間隔格子を用い、底面および水面近傍で密になるように設定した。水面近傍では最も水面変動の小さい $Fr = 0.6$ のケースで、水面変動の振幅に対し約 10 点の格子が設けられている。なお、本論文では摩擦速度 u_τ および平均水深 H で無次元化された物理量を上付き添え字+を用いて、例えば q^+ のように表す。

3. 結果と考察

(1) 流れの基本統計量

本計算により得られた結果の精度検証として基本統計量を確認する。図-1 に $Re_\tau = 395$ の各ケースにおける平均流速 U^+ および乱流エネルギー k^+ の分布を Moser et al.¹¹⁾によるチャネル乱流の結果と比較して示す。なお、水面近傍では水面変動により間欠的に液相となる格子が存在す

図-1 $Re_\tau = 395$ における (a) 平均流速と (b) 乱流エネルギー分布. Moser et al.¹⁰⁾によるチャンネル乱流の結果と比較.

るが、ここでは液相時のデータのみを用いて統計量を算出している。平均流速分布は全てのケースにおいてチャンネル乱流の結果と一致しており、チャンネル乱流との違いは見られない。また、フルード数による差異もこのスケールでは表れていない。乱流エネルギーも底面近傍のピークがやや過小であることを除けば、概ねチャンネル乱流と一致した結果が得られている。なお、乱流エネルギーがフルード数の影響により水面近傍で変化することが指摘されており⁶⁾、本計算結果でもその傾向が表れている。

図-2 に全ケースにおける水面変動強度 h_{rms} を、他の研究者らにより得られた実験^{2), 12)}および数値計算^{13), 14)}の結果と合わせて示す。図中、実線は本計算結果を用いて得られた以下の式で表される近似曲線であり、

$$h_{rms}/H = \alpha Fr^2 \quad (1)$$

中山ら¹²⁾により示された関係式と一致する。ここで、 α は係数であり本研究では $\alpha = 4.5 \times 10^{-3}$ となった。これより、本計算で得られた水面変動強度はフルード数の 2 乗に比例して大きくなり、レイノルズ数に対する有意な差は見られない。また、 $Fr = 0.6$ における水面変動強度は横嶋・中山¹³⁾による $Fr = 0.6$ の結果や、Thomas and Williams¹⁴⁾による $Fr = 0.55$ の結果と同程度のオーダーであり、本計算で得られた水面変動強度が他の研究者らの数値計算結果と同じ精度で得られていることがわかる。なお、本計

図-2 水面変動強度：NN1998, 横嶋・中山²⁾；NA2000, 中山ら¹²⁾；YN2002, 横嶋・中山¹³⁾；TW1995, Thomas and Williams¹⁴⁾。

図-3 $Re_\tau = 180$ における主流方向水面変動の時空間プロット。白色破線の傾きは平均表面流速 U_s を示す。

算を含めたこれらの数値計算結果は、全体的に実験結果よりも小さいが、実験では精度の良い水面変動の計測が難しいことや、水路壁面や継ぎ目の影響も無視することができないため、厳密に比較をすることはできない。しかしながら、実験においてもフルード数の 2 乗に比例して水面変動強度が大きくなる傾向が表れている。

(2) 水面変動の時空間プロット

水面が時間および空間的にどのように変化するかを確認するため、時空間プロットによる分析を行う。なお、水面はスパン方向にも変化を伴うが、本論文では特に主流方向の変化に着目する。図-3 に $Re_\tau = 180$ の各フルード数における主流方向水面変動の時空間プロットを示す。時空間プロットは流路スパン方向中央 $z/H = 1.6$ の位置で

図-4 $Re_\tau = 180$, $Fr = 0.6$ における水面変動の波数一周波数スペクトル。×印は各成分間においてエネルギーが最小となる周波数を示す。

主流方向に検査線を設け、各時刻の瞬時水面変動 $h' = h - H$ から作成した。なお、コンターの値は図-2に示した各ケースの水面変動強度 h_{ms} で規格化している。また、縦軸 T は経過時間を示し、各軸は平均表面流速 U_s および平均水深 H で無次元化している。図中、白色破線の傾きは平均表面流速 U_s を示している。全てのケースにおいて概ねこの破線と同じ傾きの正負の変動が表れており、水面変動が表面流速と等しい速度で流下する様子が伺える。

しかし、注意深く観察するとフルード数により違いが見られる。 $Fr = 0.6$ では水面変動は持続的かつ徐々に減衰しながら流下する様子が確認できる。この特徴はTaylorの凍結乱流仮説で説明される水面下の乱れの特徴⁴⁾と似ていることから、組織乱流により誘発された水面変動が乱れとして移流していることを示している。一方、 $Fr = 1.2$ では傾向が異なる。水面変動の波長は $Fr = 0.6$ よりも大きく、また、変動の高低が平均表面流速の傾きに沿って交互に表れている（例えば、図中一番下の破線上）ことから、水面が流下とともに上下に振動している様子が確認できる。さらに、局所的には平均表面流速の傾きよりも急な勾配、即ち表面流速よりも遅い速度で流下する変動が見られる。このような水面の振動や流下速度の遅れは後述するように、限界流付近のフルード数において水面変動が波としての特性を示すようになったためであると考えられる。水面が上下に振動する様子はHoroshenkov et al.⁴⁾やNichols et al.⁷⁾の礫床浅水流による実験でも確認されているが、彼らの実験では低フルード数の流れでも表れている。このことから、水面変動はフルード数だけでなく底面粗度にも影響を受けて波の特性を示すようになって考えられる。 $Fr = 1.8$ では乱れと波のどちらの特性が卓越しているかは時空間プロットからだけでは判断できない。そのため、次節では定量的に水面変動の評価を行う。

図-5 $kH \approx 1.96$ における水面変動の周波数スペクトル、(a) $Fr = 0.6$, (b) $Fr = 1.2$, (c) $Fr = 1.8$ 。

(3) 波数一周波数スペクトル

乱れと波の両方の特性をもつ水面変動は様々な波数および周波数の波の重ね合わせにより構成されていると考えられる。本研究では波数一周波数スペクトル^{3),9)}を用いて時空間的にランダムに変動する水面変動から乱れと波の成分を抽出した。波数一周波数スペクトルは図-3に示した時空間プロットを二次元フーリエ変換することにより得られ、各波数および周波数におけるエネルギー密度を示す。図-4に $Re_\tau = 180$, $Fr = 0.6$ の主流方向波数 k_x および角周波数 σ に対する波数一周波数スペクトル Φ_h を水面変動強度 h_{ms} で規格化した $\Phi_h^N = \Phi_h / h_{ms}$ として示す。図中の実線は、

$$\sigma_{TIR}(k_x) = U_s k_x \quad (2)$$

で定義され、表面流速と等しい速度で流下する成分、即ち乱れ (TIR, turbulence-induced roughness) の成分に成り立つ

図-6 水面変動エネルギーに対する各成分の寄与率.

分散関係を示している. また, 破線および一点鎖線は平均表面流速 U_s によるドップラーシフト効果を含めた微小振幅波理論に基づく深水波の分散関係であり, それぞれ以下の式で表わされる.

$$\sigma_{RW}(k_x) = U_s k_x - \sqrt{g k_x \tanh(k_x H)} \quad (3a)$$

$$\sigma_{AW}(k_x) = U_s k_x + \sqrt{g k_x \tanh(k_x H)} \quad (3b)$$

ここで, g は重力加速度であり, 式(3a)および式(3b)はそれぞれ後退波 (RW, receding wave) および前進波 (AW, advancing wave) の成分に対応する. 図より, 式(2)の線分上に明確なピークが表れており, 水面変動が乱れとしての性質を有していることを示している. また, 式(3a)および式(3b)に対応する線分上にもピークが表れており, 水面変動が後退波および前進波からなる波としての性質も有していることがわかる. なお, 後退波の低波数成分の一部は式(3a)より $\sigma_{RW} < 0$ となり, 上流に伝播するが, それらは図中では $k_x < 0$ の範囲に表れている.

波数一周波数スペクトルから, 波数 $k_x H \approx 1.96$ (波長 $\lambda_x = 3.2H$) における周波数スペクトルを抽出し, PMS (Pre-Multiplied Spectrum) として表示したものを, フルード数ごとに比較して図-5 に示す. 各図には図-4 と同様に式(2)および式(3)から得られる各成分の周波数の理論値も示している. これより, $Fr = 0.6$ では水面変動のエネルギーのほとんどが乱れの成分であり, 波の成分は非常に小さい. 一方, フルード数の増加と共に波の成分, 特に後退波の成分のエネルギーが大きくなっており, 水面変動が乱れよりも波としての特性を示すようになることがわかる. これは, 図-3 の時空間プロットで見られたように, フルード数の増加に伴い水面変動に振動特性が表れたことと一致する.

(4) 乱れと波のエネルギー寄与率

水面変動エネルギー全体に対する乱れと波の成分の寄与率を調べるため, エネルギーの分離を行った. 本研究

図-7 水面変動の卓越成分における位相速度, (a) $Re_\tau = 180$, (b) $Re_\tau = 395$, (c) $Re_\tau = 590$.

では, 波数一周波数スペクトルを用いて水面変動の全エネルギー E_h を乱れ $E_{h,TIR}$, 後退波 $E_{h,RW}$ および前進波 $E_{h,AW}$ の 3 つの成分に分離した. 各成分のエネルギーは図-4 の"x"印に示すように成分間でエネルギーが最小となる周波数を抽出し, これを境界として各領域で波数一周波数スペクトルを積分することにより求めた. 各成分のエネルギーと全エネルギーとの間には以下の関係が成り立つ.

$$E_h = E_{h,TIR} + E_{h,RW} + E_{h,AW} \quad (4)$$

図-6 に各成分のエネルギー寄与率のフルード数に対する変化を示す. レイノルズ数に対する違いはほとんど見られないが, フルード数によりエネルギーの寄与率が大きく変化しているのがわかる. 常流である $Fr = 0.6$ においては水面変動のエネルギーのほとんどが乱れ成分であり波の成分は後退波と前進波を合わせて 5 ~ 20%程度である. これは, Guo and Shen⁹⁾らの結果と一致する. しかし, フルード数が 1.2 になると, 乱れの寄与率は約 40%にまで減少し, 後退波の寄与率が大きくなる. さらにフルード数が大きくなると, 後退波の成分がより支配的になることがわかる. 前進波の成分もフルード数の増加と共に寄与率が大きくなっているが, 後退波よりは小さい. これらの結果からフルード数の増加と共に水面変動は乱れとしてよりも波としての特性を示すようになり, 特に後退波の影響が強くなることがわかる. これは, 高フルード数の流れでは, 後退波が下流に伝播し, 前進波との共振が起こるからと考えられる.

(5) 位相速度

フルード数の増加に伴い水面変動の特性が乱れから波へと変化した場合、水面変動の流下速度がどのように変化するのかを調べるため、各波数における支配的な成分の位相速度 $c(k_x)$ を求める。位相速度は各波数においてエネルギーが最大となる角周波数 σ を用いて $c(k_x) = \sigma/k_x$ の関係式から得られる。図-7 に得られた結果を示す。図中、実線、破線および一点鎖線はそれぞれ $Fr = 0.6$, 1.2 および 1.8 における後退波の理論値を示しており、式 (3a) の角周波数 σ_{RW} から $c_{RW}(k_x) = \sigma_{RW}/k_x$ として得られる。 $Fr = 0.6$ のケースでは上述の通り、水面変動は乱れに起因するエネルギーがほとんどであるため、位相速度も広い範囲の波数に渡って、平均表面流速と同じになっている。一方、フルード数が増加すると、低波数側で平均表面流速よりも遅い位相速度が得られており、それらは後退波の位相速度と一致している。前述のフルード数の増加に伴う波の成分の増加は主に低波数側に表れ、低波数の成分が表面流速よりも遅れて伝播していることを示している。そのため、分散関係のある様々な波の重ね合わせである水面変動は全体としては群速度で伝播すると考えられるが⁹⁾、これも高フルード数の流れでは表面流速より遅れることになる。

4. おわりに

本研究では、開水路滑面乱流を対象とした DNS により、組織乱流に起因する水面変動の乱れと波の特性について検討した。水面変動は乱れ、後退波および前進波の3つの成分に分解でき、そのうち常流では乱れの成分が卓越するが、限界流および射流では後退波の成分が卓越することを示した。また、その結果、高フルード数の流れでは水面変動が表面流速よりも遅れて流下することを示した。

謝辞：本研究の計算は神戸大学のスーパーコンピュータ FUJITSU PRIMEHPC FX10 を用いて行った。ここに謝意

を表する。

参考文献

- 1) Komori, S., Murakami, Y. and Ueda, H.: The relationship between surface-renewal and bursting motions in an open channel flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.203, pp.103-123, 1989.
- 2) 瀬津家久, 中山忠暢：自由水面近傍の乱流構造と水面変動との関連性に関する研究, 土木学会論文集, Vol.593, pp.69-78, 1998.
- 3) Savelsberg, R. and Van de Water, W.: Experiments on free surface turbulence, *J. Fluid Mech.*, Vol.619, pp.95-125, 2009.
- 4) Horoshenkov, K. V., Nichols, A., Tait, S. J. and Maximov, G. A.: The pattern of surface waves in a shallow free surface flow, *Journal of Geophysical Research, Earth Surface*, Vol.118, No.3, pp. 1864-1876, 2013.
- 5) 宮本仁志：河川ローカルリモートセンシングのための可視化可視化トレーサーとしての水面波紋の基礎性能評価, 土木学会論文集 B, Vol.63, No.4, pp.357-367, 2007.
- 6) Guo, X. and Shen, L.: Interaction of a deformable free surface with statistically steady homogeneous turbulence, *J. Fluid Mech.*, Vol.658, pp.33-62, 2010.
- 7) Nichols, A., Tait, S. J., Horoshenkov, K. V. and Shepherd, S. J.: A model of the free surface dynamics of shallow turbulent flows, *Journal of Hydraulic Research*, ISSN 1814-2079, 2016.
- 8) 吉村英人, 大上旭, 藤田一郎：棧粗度を設置した開水路乱流場の LES による水面変動特性の解析, 土木学会論文集 B1 (水工学), Vol.71, No.4, 1_607-1_612, 2015.
- 9) Hirt, C. W. and Nichols, B. D.: Volume of fluid method for dynamics of free boundaries, *J. Comput. Phys.*, Vol.39, 201-221, 1981.
- 10) Ubbink, O. and Issa, R. I.: Method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes, *J. Comput. Phys.*, Vol.153, pp.26-50, 1999.
- 11) Moser, R. D., Kim, J. and Mansour, N. N.: Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$, *Physics of Fluids*, Vol.11, No.4, pp.943-945, 1999.
- 12) 中山昭彦, 中瀬幸典, 横嶋哲, 藤田一郎：水面変動をパラメータとした開水路乱流計算のための2方程式乱流モデルの改良, 応用力学論文集, Vol.3, pp.745-752, 2000.
- 13) 横嶋哲, 中山昭彦：水面変動を伴う開水路乱流の直接数値シミュレーション, 土木学会論文集, Vol.712, pp.57-72, 2002.
- 14) Thomas, T. G. and Williams, J. J. R.: Turbulent simulation of open channel flow at low Reynolds number, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.38, No.2, pp.259-266, 1995.

(2016. 9.30 受付)

INVESTIGATION OF FREE-SURFACE CHARACTERISTICS AS TURBULENCE AND WAVES IN OPEN-CHANNEL FLOW BY A DNS

Hideto YOSHIMURA and Ichiro FUJITA

One of the characteristic features of turbulent open-channel flows is the free-surface pattern shows time-dependent variations subject to the effect of turbulence. However, the free-surface dynamics is not fully understood especially regarding the advection feature of surface variation. Hence, Direct Numerical Simulation (DNS) that allows the deformation of free surface was conducted to investigate the influence of the Froude number and the Reynolds number for turbulent flows with a smooth wall. It was made clear that the advection feature is a superposition of the effects due to turbulence and surface waves. In addition, the contribution of each mode was found to be dependent on the Froude number.