空間経済システムにおける 経済集積のパターン形成メカニズム

高山 雄貴¹

¹正会員 愛媛大学助教 大学院理工学研究科 (〒 790-8577 愛媛県松山市文京町 3 番)
E-mail: takayama@cee.ehime-u.ac.jp

空間経済学分野では、社会基盤整備などの都市・地域政策の長期的経済効果を予測・評価する際の基盤となりうる、経済活動の空間的集積メカニズムに関する経済理論が膨大に蓄積されてきた。しかし、これらの理論の土木計画学分野への応用を考える場合、モデルの非凸性という解析上の困難に起因した、重要な課題・限界がいくつか残されている。本稿では、これらの空間経済学分野の課題を整理した上で、従来の解析上の困難を解消するために行った著者らの研究を紹介する。最後に今後の研究課題を議論する。

Key Words : *spatial economics, agglomeration, stability, bifurcation, pattern formation*

1. はじめに

(1) 背景

わが国では、国土面積のわずか 3% の人口集中地区 (Densely Inhabited District: DID) に 66% 以上の人口が集中している (国勢調査, 2005)。個別の都市圏¹を見ても、図-1 に示すように、非常に狭い面積に人口・経済活動が集中していることが分かる。さらに、この傾向は世界各国でも見られ、その人口集中は、年々進展していることが確認されている (表-1)。では、このような経済活動の空間的集中は、なぜ、どこで、どの程度、起こるのであろうか？ この疑問に対する説明は、古くから様々な分野 (e.g., 地理学, 経済学, 土木工学, 建築学, 社会学) において試みられてきた。

経済学分野では、扱う空間スケール毎に、都市経済学、地域経済学、国際貿易理論といった専門分野で、経済活動の空間的集積現象を扱う研究がなされてきた。さらに、1990 年代には、新経済地理学 (New Economic Geography: NEG) 分野において、様々な空間スケールでの集積現象の説明に用いることのできる統一的な分析枠組みが提示されている²。最近では、これらの専門分野を含んだ地理的空間における包括的な経済理論・実証研究を目指す経済分野を総称して、空間経済学³と呼ぶようになっている。

この空間経済学分野で蓄積されてきた経済活動の空間的集中を説明する (i.e., 集積の経済を含む) 経済理論は、社会基盤整備や地域政策の長期的経済効果を予測・評価する際の基盤となりうるものである。それゆえ、土木計画学分野においても、その研究蓄積や計量モデルへの応用が重要な課題とされてきた。特に、経済のグローバル化に伴う都市間競争の激化、東京一極集中の進展、都市の郊外化/都心回帰などの複雑な集積・分散現象がみられる近年の経済社会状況は、その必要性を一層増大させている。

しかし、この分野の従来理論は、これまで、土木計画学分野で求められる定量的な予測・評価に広く用いられるまでには至っていない。その大きな原因の一つは、集積の経済を含むモデル (以降、集積経済モデル) の“複数均衡問題”に起因し、モデルの一般的特性が殆ど明らかにされていない点にある。集積の経済をモデルに導入するには、Starrett¹³⁾の空間不可能性定理⁴が示唆した、“経済活動の空間的集積を表現するために少なくとも一つは採用しなければならない仮定”:

仮定 1. 空間が一様ではない⁵

仮定 2. 生産ないし消費において
(技術的な) 外部性⁶が存在している

⁴ “空間不可能性定理”という用語は、Fujita¹⁴⁾により初めて用いられたものである。その詳細は、例えば、Fujita and Thisse⁸⁾ 参照。

⁵ “空間が一様ではない”という仮定は、選好の立地依存や比較優位 (e.g., 資源や技術の不均等な分布) といった、first nature (Cronon¹⁵⁾) が存在する状況を設定することに対応する。

⁶ 外部性は、ここで挙げた技術的外部性と (仮定 3 に対応する) 金銭的外部性の 2 つに分類される (Scitovsky¹⁶⁾)。技術的外部性は市場を介さずに波及する相互作用の効果、金銭的外部性は市場を介して波及する相互作用の効果を表す。

¹ ここでいう都市圏とは、金本・徳岡¹⁾が定義した大都市雇用圏 (Metropolitan Employment Area: MEA) である。

² NEG の詳細は、Fujita et al.³⁾, Baldwin et al.⁴⁾, Combes et al.⁵⁾, Brakman et al.⁶⁾等の教科書を参照。

³ 空間経済学の歴史や包括的なレビューは、例えば、McCann⁷⁾, Fujita and Thisse⁸⁾, Henderson and Thisse⁹⁾, Fujita¹⁰⁾, 藤田¹¹⁾, 佐藤ら¹²⁾を参照。

図-1 国内主要都市圏の DID の人口・面積割合 (国勢調査, 2005)

表-1 世界の都市化率 (%): United Nations²⁾

	1950 年	1960 年	1970 年	1980 年	1990 年	2000 年	2005 年
World	29.1	32.9	36.0	39.1	43.0	46.6	48.6
Japan	34.9	43.1	53.2	59.6	63.1	65.2	66.0
U.S.A.	64.2	70.0	73.6	73.7	75.3	79.1	80.8
Western Europe	63.8	67.9	71.4	72.7	74.0	75.3	76.1
Brazil	36.2	44.9	55.8	67.4	74.8	81.2	87.6
Russian Federation	44.2	53.8	62.5	69.8	73.4	73.4	72.9
India	17.0	17.9	19.8	23.1	25.5	27.7	28.7
China	13.0	16.0	17.4	19.6	27.4	35.8	40.4
Korea	21.4	27.7	40.7	56.7	73.8	79.6	80.8

仮定 3. 市場は不完全競争的である

のうち、仮定 2 または 3 を採用する必要がある。しかし、これらを考慮したモデルには、不可避免的に複数の均衡解が存在し、さらに、それらの均衡解の特性 (個数・安定性) はパラメータの変化に対して不連続に変化してしまう (i.e., 均衡解の分岐現象が発生する)。したがって、集積経済モデルの分析には、一般的には非常に困難な、均衡解の分岐メカニズムの解明が必須となる。従来研究では、この困難に対する対処法が開発されておらず、次章で示すように、集積経済モデルの一般的特性は理論的に殆ど解明されていなかった。

そこで、本稿では、空間経済学分野の研究課題を整理した上で、集積経済モデルの分岐メカニズムを解明するために著者らが行った研究を紹介する。そして、その成果を整理したのち、今後の研究課題を議論する。

本稿の構成は以下の通りである。まず、第 2 章では、都市経済学・新経済地理学分野で蓄積されてきた、集積の経済を含む理論の課題を指摘する。次に、第 3, 4 章では、従来理論の課題を根本的に解決するために著者らが行った研究を紹介する。第 3 章では、一次元空間・

単一種類の立地主体を扱う集積経済モデルの均衡解の分岐メカニズムを解明できる、新たな分析手法を説明する。第 4 章では、その分析手法の簡単な拡張・応用により、二次元空間・複数種類の立地主体を扱うモデルの特性を知ることができることを示す。第 5 章では、本稿の内容をまとめたうえで、今後の課題を述べる。

2. 従来研究と著者ら研究の位置付け

本章では、集積の経済を扱う理論のうち、土木計画学分野で多く取り上げられる、都市内や都市間といった空間スケールを扱う都市経済学・新経済地理学分野のこれまでの成果と課題を整理する。その上で、本稿で説明する著者らの研究内容の特徴や位置づけを示す。

(1) 都市経済学

都市経済学分野で集積の経済を考慮した代表的理論は、Solow and Vickrey¹⁷⁾, Beckmann¹⁸⁾を先駆とした Social Interaction モデルに関するものである。その理論では、単一種類、もしくは複数種類の立地主体間の市場外での相互作用 (i.e., 空間不可能性定理の仮定 2) により、

都心形成現象を説明している (e.g., 立地主体が単一種類: Beckmann¹⁸, O'Hara¹⁹, Borukhov and Hochman²⁰, Tabuchi²¹, Mossay and Picard²²), 複数種類: Ogawa and Fujita²³, Fujita and Ogawa²⁴, Imai²⁵, Berliant et al.²⁶, Lucas and Rossi-Hansberg²⁷). さらに, 市場の不完全性 (i.e., 空間不可能性定理の仮定 3) を導入することで都心形成現象を説明した研究も幾つか存在する (e.g., Fujita²⁸). そして, その各々の状況において実現する立地/都心パターンが明らかにされている⁷.

しかし, これらの研究は, 均衡解の一意性・安定性が確認されていないという問題を抱えている. 具体的には, Mossay and Picard²²を除く, 立地主体が単一種類の研究では, 均衡解が一意であると仮定しているにもかかわらず, 実際に均衡解が一意であるか否かは明らかにされていない. さらに, 複数の均衡解の存在が確認されている従来研究 (Mossay and Picard²², 複数種類の立地主体を考慮した研究) では, それらの均衡解が安定的であるか否かは, 全く議論されていない. 集積の経済を含むモデルには一般に複数の安定・不安定均衡解が存在することを考えると, 従来研究で示された均衡立地パターンは意味を持たない不安定的な均衡解であり, さらに, それ以外にも安定的な均衡立地パターンが存在する可能性は否定できない.

さらに, 従来研究では, 複数の都心が形成される明確なメカニズムが明らかにされていない⁸. 近年まで, 複数の都心が内生的に創発する可能性が示されていたのは, Fujita and Ogawa²⁴, Fujita²⁸などの異なった種類の経済主体が土地市場で競合する場合のみであった. したがって, 都市経済学分野では, 「複数都心創発のためには, 複数種類の立地主体 (e.g., 消費者と企業) が土地市場で競合する必要がある」と考えられてきたようである (Fujita and Thisse⁸, p.209). しかしながら, 複数種類の立地主体が土地市場で競合すること (“Competition of Multiple types of Agents in Land Markets” (CMA)) は, 複数都心創発のための必要条件でも十分条件でもない. CMA が複数都心創発のための十分条件ではないことは, Ogawa and Fujita²³と Fujita and Ogawa²⁴の結果を比較すれば明らかである: 両者ともに CMA 条件下で生じる均衡立地パターンを扱っているが, 前者では単一都心パターンが唯一解であり, 後者でのみ

複数都心パターンが現れる. また, 最近, Mossay and Picard²²)により明らかにされたように, 単一種類の立地主体しか存在しないモデルであっても複数都心パターンは均衡解となり得る⁹. すなわち, CMA は, 複数都心が創発するための必要条件でもない.

(2) 新経済地理学

NEG 分野では, Dixit and Stiglitz³⁷)型の独占的競争 (i.e., 空間不可能性定理の仮定 3) に基づく一般均衡の枠組みにより, 経済活動の集積現象を説明する理論が構築されている. この理論は, 都市間の輸送費用減少に伴う人口集積現象のメカニズムを説明できるという興味深い特徴を持つため, これまでに膨大なモデル・バリエーションと研究蓄積を生んできた.

しかし, NEG 勃興期の研究を除く大半の研究は, 2 都市モデルを対象とした解析に終始している. これは, NEG モデルの分析の際に不可欠となる, 均衡解の安定性・分岐挙動の解析が非常に困難であることに起因している. 実際, 2 以上の都市をもつモデルを扱った研究は, その必要性が多く叫ばれてきた^{38),39),40),41)}にもかかわらず, ごくわずかにしか存在しない. さらに, その少ない多都市モデルを扱った研究においても, 次のような問題・限界が残されている:

- 限定的な数値計算例を提示するのみに留まっている^{42),43),44),45),46)}.
- 輸送費用の低下に伴い発生する, 労働者が各都市に均等に分散した均衡状態 (均等分布) からの最初の分岐現象しか示すことができない^{47),48),49)}.
- 任意の都市間の輸送費用が同一である (i.e., 距離の概念がない) という特殊なケースに分析が限られている^{50),51)}.

すなわち, 殆どの研究において, 多都市 NEG モデルの均衡解の大域的な分岐特性は示されていない.

Tabuchi and Thisse⁵²)と Ikeda et al.^{53),54),55),56)}は, 多都市 NEG モデルの枠組みで均衡解の分岐挙動 (集積・分散パターン) の一般的規則性を議論している例外的な研究である. Tabuchi and Thisse は, Ikeda et al.⁵⁴)とほぼ並行して独立に, 輸送費用の低下とともに人口集積の周期倍分岐パターン (i.e., 多段階の分岐により都市数が半減・都市間距離が倍化しながら集積が進展する経路) が存在しうることを示している. さらに, 複数種類の産業が存在する場合に階層構造が創発することを数値計算例で示している. しかし, ここで示されている安定性解析は, Tabuchi and Thisse のモデルに

⁷ ここで挙げたのは, 都心形成モデルに関する代表的な研究のみである. これらの他にも, Anas et al.²⁹), Fujita and Thisse³⁰), Mori³¹), Fujita¹⁰)などの包括的レビューで挙げられているように, Kanemoto³²), Ota and Fujita³³), Henderson and Slade³⁴), Berliant and Wang³⁵)などの数多くのモデル・バリエーションが存在する. ただし, これらの研究においても均衡解の安定性が議論されていないなど, 本文中で指摘した課題は残されたままとなっている.

⁸ 複数都心の創発メカニズムの理解は, “中心市街地が縮小し郊外に新たな都心が形成される”などの, 都心の空洞化・郊外化を説明する上で不可欠である. したがって, 土木計学分野においても, その理解は重要な課題である.

⁹ Mossay and Picard²²)では, 複数都心パターンの安定性が確認されていないことに注意が必要である. 実際, 本稿で紹介するアプローチを利用した高山・赤松³⁶)で明らかにされているように, Mossay and Picard の枠組みでは複数都心パターンは安定均衡解とはなりえない.

特化した機械的な展開がなされているのみであり、その他のモデルに適用できる一般的なものではない。したがって、NEG モデルで創発する集積・分散パターンの一般的規則性までは、明らかにすることができない。一方、Ikeda et al. は、群論的分岐理論^{57),58)}を活用し、一次元・二次元空間において Krugman⁵⁹⁾, Forslid and Ottaviano⁶⁰⁾モデルで創発し得る集積パターンを特定化している。さらに、計算分岐理論⁶¹⁾に基づく数値計算法により、その集積パターンの安定性を具体的に確認している。この Ikeda et al. により提示された、群論的分岐理論と計算分岐理論に基づく手法は、様々なモデルに統一的に適用でき、かつ、容易に複雑な空間経済システムの解析ができる、非常に強力なものである。ただし、均衡解(集積・分散パターン)の安定性の具体的な確認は数値計算に頼らざるを得ないという点に、その手法の限界がある¹⁰⁾。

(3) 著者らの研究の特徴

著者らの研究の大きな特徴の一つは、集積の経済を扱う様々なモデルで創発する空間的集積・分散パターンやその安定性を統一的・解析的に理解するための汎用性の高い分析法を提示している点にある。その分析法は、次の3つの鍵概念: A) 空間割引行列, B) 離散フーリエ変換, C) 均質空間で特徴づけられる。各々の鍵概念の意味については、赤松ら⁶²⁾, Akamatsu et al.⁶³⁾で詳しく述べられているものの、我々の分析法を概観するために、本稿でも3つの鍵概念の概要を説明しておこう。

A) 空間割引行列: 空間割引行列は、集積経済モデルで働く重力法則を系統的に表現するための基本的部品である。集積経済モデルでは、立地主体間の相互作用(e.g., 財の交易, face to face コミュニケーション)により、集積力(引力)・分散力(斥力)が生じる。そして、これらの力は、地点間の交通・輸送費用等の影響を受けて減衰しながら(i.e., 空間的に割引かれながら), spillover する。この spillover 効果は、集積経済モデルでは、一般に重力法則により表現され、モデルで創発する立地主体の空間的集積・分散パターンに決定的な影響を与える。したがって、空間割引行列により集積経済モデルで働く重力法則を系統的に表現すれば、集積経済モデルの特性を容易に知ることができる。実際、次章で明らかにされるように、空間割引行列 D の固有値、および、 D と対象モデルの効用関数 Jacobi 行列の

関係さえ明らかにすれば、モデルで創発する空間的な集積・分散パターンを完全に把握できる。

B) 離散 Fourier 変換 (DFT): DFT は、モデルで創発する集積・分散パターン解析の強力な道具である。集積・分散パターンの創発可能性を判定するためには、一般に、均衡条件を満たす複数の集積・分散パターンのうち、安定的に実現可能な解を抽出する必要がある。この安定性を判定するためには、均衡解への調整ダイナミクスを定義し、その Jacobi 行列の固有値を知る必要がある。殆どの集積経済モデルでは、この Jacobi 行列の固有値は空間割引行列 D の固有値の簡単な関数となる。したがって、 D の固有値さえ得られれば、モデルの特性を把握することができる。その固有値解析は、一般には非常に困難であるものの、次に説明する“均質空間”の下では、DFT により極めて単純に行うことができるようになる。

C) 均質空間: 均質空間とは、モデル上の全立地点の条件を同一にするための、理想化/単純化された空間設定である。集積経済モデルの挙動特性は、Starrett¹³⁾の空間不可能性定理で示されているように、モデル自体が持つ本質的特性(外部性の性質)とモデルの置かれた空間的境界条件(空間の不均質性)の両者に依存する。実際、モデル自体は同一であっても、境界条件の設定を変えれば、表面上の均衡立地パターンは、一見、全く異なった挙動を示しうる(e.g., Hotelling⁶⁴⁾の空間的競争モデル)。にも関わらず、集積経済モデルを分析した従来研究では、この2つを必ずしも明確に峻別しないまま分析している場合が多い。それに対して、均質空間の下では、境界条件の影響が取り除かれ、モデル自体が持つ本質的特性を純粋な形で見るができる。したがって、均質空間は、空間的な集積・分散メカニズムを扱った様々なモデルの挙動特性を統一的に比較し、モデル間の関係を理解するための理想的な“Testbed”(モデルの基本特性を試験するための“標準環境”)である。

さらに、均質空間の下では、様々な集積経済モデルの分析が著しく容易になる。この条件下では、集積経済モデルの最重要部品である空間割引行列 D が巡回行列となる。その結果、 D の固有値は、その行ベクトルの DFT として解析的かつ容易に得られる。しかも、DFT 行列の各列のパターンは、各都市への集積パターン(i.e., 固有ベクトル)と1対1対応している。そのため、各固有値を見るだけで、どの集積パターンが、どのような条件下で卓越するかを、極めて簡単に知ることができる。なお、均質な空間は、空間の境界を周期境界にすることで作り上げることができる。このことから、上記の特性は、空間次元に依存するものではなく、本稿の第3, 4章で示されるように、境界が周期境界であれば一次元空間・二次元空間でも成立する。

¹⁰⁾ 本稿で説明する分析法は、解析的に集積経済モデルで創発する集積パターンを明らかにすることができる一方、複雑な空間経済システムへの適用は困難であるという欠点をもつ。したがって、Ikeda et al. により提示された数値解析手法と本稿で説明する理論解析手法は、互いに補完しあうものであり、集積経済モデルの一般的特性の解明には、これらの手法を適切に組み合わせることが重要である。

著者らの研究のもう一つの特徴は、上述した分析法により、集積経済モデルの一般的特性を解析的に明らかにしている点にある。そして、この成果により、本章 (1), (2) 節で挙げた既存理論の課題を根本的に解決することに成功している。より具体的には、赤松ら⁶²⁾ Akamatsu et al.^{63),65)}では、代表的な NEG モデルである、Pflüger⁶⁶⁾, Forslid and Ottaviano⁶⁰⁾, Helpman⁶⁷⁾の2都市モデルを多都市モデルの枠組みに拡張し、その分岐挙動の一般的規則性を調べている。そして、Pflüger, Forslid and Ottaviano によるモデルでは周期倍分岐による集積進展が起こること、Helpman モデルは均等分布と一極集中しか表現しえないことを明らかにしている。さらに、高山・赤松³⁶⁾では、地代による (空間的な spillover 効果のない) 分散力が働く Beckmann¹⁸⁾型の標準的な Social Interaction モデル (SI モデル) と、空間競争による (空間的な spillover 効果のある) 分散力が働く Social Interaction モデル (SISC モデル) を対比的に分析している。そして、SISC モデルでのみ複数都心パターンが安定均衡状態として創発することを示すことで、立地主体が単一種類の Social Interaction モデルにおいて、複数都心が創発する本質的要因を明らかにしている。すなわち、立地主体間の市場外での相互作用による集積力が働く Social Interaction モデルでは、空間的な spillover 効果のある分散力の存在が、複数都心創発の重要な鍵となることを示している。

さらに、高山・赤松^{68),69),70)}では、Christaller⁷¹⁾, Lösch⁷²⁾の中心地理論で示された、“六角形状の市場圏”、“階層的な産業立地構造¹¹⁾”が形成されるメカニズムを明らかにすることに成功している。中心地理論は、経済活動の空間分布の規則性を取り扱った代表的理論である。この理論は、古くからその直観的な説得力は認められているものの、ミクロ経済学的基礎の欠如が問題視されてきた^{73),10)}。高山・赤松は、その問題を解決するために、ミクロ経済学的基礎を持つ都市経済学・NEG 分野の一次元空間・立地主体が単一種類のモデルを、二次元空間・複数種類の立地主体の枠組みに拡張し、創発する集積・分散パターンの一般的特性を示している。そして、次の結果が明らかにされている：一次元空間で周期倍分岐型の集積進展が起こるモデルでは、二次元空間上で六角形状の市場圏が形成される；複数種類の立地主体間の非対称な相互作用や移住コストの存在が、産業立地構造を階層化させる。

本稿では、以上の特徴を持つ研究成果のうち、集積経済モデルの分析法に焦点を当てる。まず、第3章では一次元空間・単一種類の立地主体の枠組みを対象とした基本的な分析手法を紹介する。そして、第4章で

は二次元空間・複数種類の立地主体の枠組みに適用可能な分析法を、具体的なモデル分析を通じて説明する。

3. 集積経済モデルの分岐解析手法：一次元空間・立地主体が単一種類のケース

本章では、一次元空間・立地主体が単一種類のケースを扱う集積経済モデルにおいて、創発する集積・分散パターンの一般的規則を把握するための分析手法を紹介する。そのために、(1) 節では標準的な集積経済モデルの概要を説明する。(2) 節では、モデル上で仮定する空間構造を示した上で、(3) 節で集積経済モデルの分岐メカニズムの理解の鍵となる“純集積力”の特性を明らかにする。最後に、(4) 節では、Pflüger⁶⁶⁾ モデルを具体例として、分岐挙動の規則性を解析的に明らかにする。

(1) モデル

基本的な集積経済モデルとして、総数 N の単一種類の立地主体 (e.g., 労働者, 企業) が K 箇所の地点から居住・立地する場所を選ぶ状況を考える。立地主体は、自らの効用 (または利潤) v_i を最大化する地点 $i \in \{0, 1, \dots, K-1\}$ を選択する。この各地点の効用は、扱いたい現象やモデル・バリエーションに応じて様々な表現が存在するものの、基本的には“各地点の立地主体の立地者数 n_i ”と地点 i, j 間の相互作用の減衰効果を表す“空間割引項 d_{ij} ”により表現される。例えば、Beckmann¹⁸⁾型の標準的な Social Interaction モデル (SI モデル) や Pflüger の Core-Periphery モデル (Pf モデル) では、各地点の効用関数 $v = [v_i]$ は、立地主体の空間分布 $\mathbf{n} = [n_i]$, 空間割引行列 $\mathbf{D} = [d_{ij}]$ の関数となる¹²⁾：

$$[\text{SI}] \quad v(\mathbf{n}) = \mathbf{D}\mathbf{n} - \mu \ln[\mathbf{n}], \quad (1a)$$

$$[\text{Pf}] \quad v(\mathbf{n}) = \ln[\mathbf{D}^\top \mathbf{n}] + \mu \mathbf{D} \{\text{diag}[\mathbf{D}^\top \mathbf{n}]\}^{-1}(\mathbf{n} + \mathbf{1}). \quad (1b)$$

ここで、 $\mu > 0$ はモデル・パラメータであり、上付き添え字 $\top$ は転置を表す。また、 $\mathbf{1}$ は全ての要素が1のベクトル、 $\text{diag}[\mathbf{a}]$ は対角要素が $\mathbf{a}$ の対角行列である。

立地均衡状態は、全ての立地主体が立地変更するインセンティブをもたない状態として定義する。すなわち、次の条件を満足する状態 $\mathbf{n}^* = [n_i^*]$ が立地均衡状態である：

$$\begin{cases} n_i^* \{v^* - v_i(\mathbf{n}^*)\} = 0, \\ n_i^* \geq 0, \quad v^* - v_i(\mathbf{n}^*) \geq 0, \end{cases} \quad (2a)$$

¹¹ 階層的な産業立地構造とは、規模の大きい都市は規模の小さい都市より多くの産業を有し、かつ、小都市に存在する産業集合が大都市の産業集合の部分集合となる構造である。

¹² ここでは分析手法の理解を優先するために、効用関数のパラメータを実際のモデルより簡略化して表現している。ただし、モデルの本質的性質は全く変化しない。

$$\sum_j n_j^* = N. \quad (2b)$$

ここで、 v^* は均衡効用水準である．また、条件 (2a) は立地主体の立地選択に関する無裁定条件、条件 (2b) は立地主体数の保存則である．

前章でも指摘したように、集積の経済を含むモデルには、一般に均衡状態が複数存在する．したがって、均衡選択のために、均衡解周りの安定性を調べる必要がある¹³．さらに、この安定性は、モデル・パラメータの変化に伴い不連続に切り替わる．この現象は、数学的には分岐現象と呼ばれ、集積経済モデルでは、その分岐現象により多様な集積パターンが創発する．したがって、集積経済モデルで創発する集積パターンの特性を調べるには、均衡解の安定性と分岐挙動を明らかにしなければならない．

この均衡状態の安定性や分岐挙動を調べるには、立地主体の空間分布が均衡状態へ到達するまでの調整ダイナミクスをモデル化する必要がある．ここでは、その調整ダイナミクスとして、数理生態学、進化ゲーム理論分野で既にその性質がよく知られている、replicator dynamics を用いる¹⁴：

$$\dot{n}_i = F_i(\mathbf{n}) \equiv n_i \{v_i(\mathbf{n}) - \bar{v}(\mathbf{n})\}. \quad (3)$$

ここで、 $\bar{v}(\mathbf{n}) \equiv \sum_j (n_j/N) v_j(\mathbf{n})$ は各地点の効用水準の加重平均である．このとき、均衡状態 $\mathbf{n}^*$ の安定性は、動的システム理論で良く知られているように、調整ダイナミクスの右辺 $\mathbf{F}(\mathbf{n}^*) = [F_i(\mathbf{n}^*)]$ の Jacobi 行列 $\nabla \mathbf{F}(\mathbf{n}^*) = [\partial F_i(\mathbf{n}^*) / \partial n_j]$ の固有値により調べることができる¹⁵．より具体的には、 $\nabla \mathbf{F}(\mathbf{n}^*)$ の固有値の実部が全て負であれば安定であり、そうでなければ不安定である．そして、この固有値の符号 (安定性) が切り替わる際に分岐が発生し、符号変化した固有値に対応した固有ベクトル方向に新たな均衡解が創発する．

(2) 空間の設定：競技場経済

円周上に番号 $i = 0, 1, 2, 3$ の順に 4 箇所の地点が均等に配置された状況を考える (図-2)¹⁶．隣接している地点間の距離を 1 とし、地点 i, j 間の距離は最短経路距

図-2 空間設定：競技場経済

離 $m(i, j)$ ：

$$m(i, j) = \min\{|i - j|, 4 - |i - j|\} \quad (4)$$

で定義する．また、空間割引項 d_{ij} は地点間距離に応じて、次のように表されると仮定する：

$$d_{ij} \equiv r^{m(i, j)} \in (0, 1]. \quad (5)$$

ここで、 $r \in (0, 1]$ は隣接する地点間の空間割引の度合を表すパラメータである．以降では、この r を空間割引率と呼ぶ．

円周上に地点を均等に並べる空間構造は、新経済地理学分野で“競技場経済”と呼ばれている．この空間構造は、周期境界を持つことから、全ての地点が均質となり、空間不可能性定理の仮定 1 (i.e., 空間の不均質性) の影響が完全に排除される．その結果、様々な集積経済モデルが持つ特性 (e.g., 集積の経済・不経済の空間的 spillover 効果とその距離減衰性) が創発する集積・分散パターンに与える影響を、直接的にとらえることができる．

さらに、競技場経済の下では、空間割引行列 $\mathbf{D} \equiv [d_{ij}]$ は巡回行列¹⁷となる．この巡回行列は、離散 Fourier 変換 (DFT) により、その固有値・固有ベクトルを解析的かつ容易に得ることができる．具体的には、 $\mathbf{D}$ は DFT 行列：

$$\mathbf{Z} = [z_0, z_1, z_2, z_3]^T, \quad (6a)$$

$$z_k = [\omega^0, \omega^k, \omega^{2k}, \omega^{3k}]^T, \quad (6b)$$

$$\omega \equiv \exp[i(2\pi/4)] = i \quad (\text{i.e. } \omega^4 = 1), \quad (6c)$$

による相似変換を施すことで対角化される

$$\mathbf{Z}^* \mathbf{D} \mathbf{Z} = \text{diag}[\boldsymbol{\lambda}]. \quad (7)$$

ここで、 $i \equiv \sqrt{-1}$ 、 $\mathbf{Z}^*$ は $\mathbf{Z}$ の共役転置行列 ($\mathbf{Z}$ の逆行列) である．なお、この $\mathbf{D}$ の固有値 $\boldsymbol{\lambda}$ は、行列 $\mathbf{D}$ の第 1 行ベクトル $\mathbf{d}_0$ の DFT により、簡単に導出することができる：

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Z} \mathbf{d}_0^T. \quad (8)$$

さらに、式 (7) から明らかなように、第 k 固有ベクトルは DFT 行列 $\mathbf{Z}$ の第 k 列ベクトル $\mathbf{z}_k$ により与えら

¹³ 新経済地理学分野では、集積経済モデルの均衡解の局所安定性を調べた研究の他に、大域的安定性を調べた研究も存在する．その内容・結果は、例えば、Baldwin⁷⁴、Ottaviano⁷⁵、織田澤・赤松⁷⁶、Oyama⁷⁷、⁵¹を参照．

¹⁴ この他のダイナミクスであっても、 n_i に関して微分可能であれば、以降で示すアプローチを適用することができる．その具体的な内容は、例えば、perturbed best response dynamics を採用した赤松⁶²、Akamatsu et al.⁶³参照．また、様々な調整ダイナミクスの性質については、Fudenberg and Levine⁷⁸、Vega-Redondo⁷⁹、Sandholm⁸⁰参照．

¹⁵ 動的システム理論に関する詳しい内容は、例えば、Hirsch and Smale⁸¹、Luenberger⁸²、Hale and Koçak⁸³参照．

¹⁶ 地点数を 4 箇所に限定しているのは、集積経済モデルの分析手法をより明快に説明するためである．Akamatsu et al.⁶³で示されているように、地点数を増加させても、手法の適用手順等は全く変わらない．

¹⁷ 巡回行列とは、第 m 行が第 $m-1$ 行の要素の並びを右側に巡回的に 1 つずらした形となる行列である．その特性の詳細は、例えば、Davis⁸⁴、Horn and Johnson⁸⁵、伊理⁸⁶、Gray⁸⁷を参照．

図-3-a $z_0 = [1, 1, 1, 1]^T$

図-3-b $z_1 = [1, 0, -1, 0]^T$

図-3-c $z_2 = [1, -1, 1, -1]^T$

図-3 固有ベクトル z_k の配列パターン

れる。

なお、次節で Pf モデルの解析をする際には、行列 D をその行和 $d = (1+r)^2$ で正規化した行列 D/d の固有値 $f = [f_k]$ が重要な役割を果たす。そこで、 f を d_0 の DFT により求めておくと、

$$f = Z d_0^T / d = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r \\ r^2 \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ c(r) \\ c(r)^2 \\ c(r) \end{bmatrix}, \quad (9a)$$

$$c(r) \equiv \frac{1-r}{1+r} \in [0, 1). \quad (9b)$$

この結果から、 f_k ($k \neq 0$) に関する次の性質がわかる：

- 1) f_k ($k \neq 0$) は空間割引率 $r \in (0, 1]$ の単調減少関数、
- 2) f_k ($k \neq 0$) の値域は $[0, 1)$ 、
- 3) $f_0 > f_1 = f_3 \geq f_2$ 。

(3) 純集積力

(1) 節で示したように、集積経済モデルの均衡解の安定性や分岐現象の有無は、調整ダイナミクスの Jacobi 行列 $\nabla F(\bar{n})$ の固有値 $g = [g_k]$ によって判定できる。以下では、Pf モデルを例として、この g が空間割引行列 D の固有値の簡単な関数として得られることを示そう。

モデルが持つ本質的特性を調べるために、立地主体が円周上の各地点に $n = N/4$ ずつ分布した均等分布 $\bar{n} = n\mathbf{1}$ (i.e., 全ての地点の条件が均質となる状態) を初期状態とする。このとき、調整ダイナミクスの Jacobi 行列 $\nabla F(\bar{n})$ は巡回行列となる。これを具体的に確認しておこう。立地主体の空間分布が $\bar{n}$ である場合、 $\nabla F(\bar{n})$ は次のように表すことができる：

$$\nabla F(\bar{n}) = n \left(I - \frac{1}{K} E \right) \nabla v(\bar{n}) - \frac{\bar{v}(\bar{n})}{K} E, \quad (10a)$$

$$v(\bar{n}) = \bar{v}(\bar{n})\mathbf{1}. \quad (10b)$$

ここで、 I は単位行列、 E は全ての要素が 1 の行列である。また、Pf モデルの効用関数の Jacobi 行列 $\nabla v(\bar{n})$ は、

$$\nabla v(\bar{n}) = n^{-1} \left[b \frac{D}{d} - a \left(\frac{D}{d} \right)^2 \right], \quad (11a)$$

$$a \equiv 1 + n^{-1} > 0, \quad b \equiv 1 + \mu > 0, \quad (11b)$$

で与えられる。この効用関数の Jacobi 行列 $\nabla v(\bar{n})$ の右辺に現れる行列 D/d , $(D/d)^2$ は巡回行列であるため、 $\nabla v(\bar{n})$ も巡回行列である。さらに、 I, E も巡回行列であることから、それらの和・積で表される、調整ダイナミクスの Jacobi 行列 $\nabla F(\bar{n})$ も巡回行列であることがわかる。

以上より、Jacobi 行列 $\nabla F(\bar{n})$ の固有値 g は、 $\nabla F(\bar{n})$ が巡回行列であるため、DFT により得ることができる。そして、その固有値 g は、空間割引行列 D を行和 d で基準化した行列 D/d の固有値 f_k の簡単な二次関数で与えられる：

$$g_k = \begin{cases} -\bar{v}(\bar{n}) < 0 & k = 0, \\ b f_k - a (f_k)^2 & k = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (12a)$$

また、 $\nabla F(\bar{n})$ の第 k 固有ベクトルは、DFT 行列の第 k 列ベクトル z_k (式 (6b)) で与えられる。

調整ダイナミクスの Jacobi 行列の固有ベクトル z_k は、(1) 節で示したように、均衡解の分岐により創発する立地主体の集積パターンを表現している。その具体的な集積パターンは、その要素の配列パターン (i.e. 1 が現れる周期) によって確認できる。例えば、2 要素毎に 1 と -1 が交互に現れる z_2 は、一つ飛びの 2 地点に集積するパターンを表している (図-3-c)；同様に、 $z_1 = z_3 = [1, 0, -1, 0]^T$ は 1 地点に立地主体が集中するパターン (図-3-b)，全要素が 1 の z_0 は、均等に分散した状態 (図-3-a) に対応する。

調整ダイナミクスの Jacobi 行列の固有値 g_k は、均等分布から第 k 集積パターン (第 k 固有ベクトル) z_k 方向へ導く“純集積力 (net agglomeration force)”を表している。ここで、純集積力とは、集積状態で発生する“集積効果”から“分散効果”を差し引いた効果である。この意味は、間接効用関数の Jacobi 行列 $\nabla v(\bar{n})$ の第 k 固有値 e_k が表す意味を確認すると理解しやすい。この $\nabla v(\bar{n})$ の第 k 固有値 e_k は、その定義から次のように表される：

$$e_k z_{ki} = \sum_j \frac{\partial v_i(\bar{n})}{\partial h_j} z_{kj}. \quad (13)$$

上式から明らかなように、 e_k は均等分布 $\bar{n}$ から立地パターンが固有ベクトル $z_k = [z_{k0}, z_{k1}, z_{k2}, z_{k3}]^T$ 方向に

変化した場合に、移動した立地主体が享受する効用の増分を表している。したがって、 e_k の定数倍で表される $g_k (= ne_k)$ が正であれば立地主体は z_k 方向に集積し、負であれば立地主体は集積せず、分散状態 $\bar{n}$ が安定的となる。

純集積力 (12a) から明らかなように、Pf モデルの集積力は第 1 項 bf_k 、分散力は第 2 項 af_k^2 により表される。ここで注目すべきは、集積効果は f_k の 1 次関数であるのに対して、分散効果は f_k の二次関数となっている (i.e., 集積力・分散力の距離減衰特性が異なる) 点である。この相違により、2 つの力は f_k の変化に対して大きく異なる反応を示す。さらに、 f_k は、空間割引率 r に応じて、集積パターン z_k ごとに異なった値をとる。そのため、各集積パターンの純集積力と分散状態の安定性は、空間割引率 r の水準に応じて、複雑に変化 (i.e. 均衡解が分岐) する。そこで、次節では、本節で得られた純集積力を用いて、 r が変化した場合に起こる均衡解の分岐挙動を明らかにしてゆく。

(4) 集積・分散パターンの進展過程

本節では、Pf モデルで創発する集積・分散パターンが、空間割引率 r の変化に伴い、どのように進展していくのかを明らかにする。そのために、前節で示された $\nabla F(\bar{n})$ の固有値・固有ベクトルを利用して、均等分布 $\bar{n}$ の安定性・分岐挙動を確認する¹⁸。

a) 分岐発生条件

Pf モデルにおいて、均等分布 $\bar{n}$ から分岐が発生 (i.e., 何らかの集積パターンが創発) するためには、純集積力 $g = [g_k]$ のいずれかの符号が変化する必要がある。ここで、空間割引率 r の変化によって純集積力に影響を与える変数は、 D/d の固有値 f のみである。したがって、 r の変化に伴う分岐が発生するためには、 f_k に関する 2 次方程式 $bf_k - af_k^2 = 0$ に実数根が存在し、さらにその根が f_k の値域 $[0, 1)$ に含まれねばならない。すなわち、分岐発生には、次の条件が満たされる必要がある¹⁹：

$$\frac{b}{a} = \frac{1 + \mu}{1 + n^{-1}} < 1. \quad (14)$$

そこで、以降の解析では、この分岐発生条件が満たされている状況のみを考える。

b) 均等分布からの集積パターンの進展過程

均等分布から、空間割引率 r を変化した場合に発生する分岐挙動を調べよう。均衡解の分岐は、純集積

力 g_k の符号が変化する (i.e., 均衡解の安定性が変化する) 際に発生するため、 $g_k = 0$ となる f_k ：

$$f_+^* = \frac{b}{a} > 0, \quad f_-^* = 0 \quad (15)$$

は、分岐が発生する f_k の臨界値を意味している。そして、この臨界値 (15) と f_k の関係から、均等分布の安定性が確認できる。(1) 節で示したように、均衡状態は、全ての k について純集積力が負 ($g_k < 0 \forall k$) であれば安定、そうでなければ ($g_k > 0 \exists k$) 不安定である。したがって、均等分布の安定性は、以下の 2 つの状態毎に決定される。

$$\text{Case a) } f_k > f_+^* \quad \forall k \quad \Leftrightarrow \quad g_k < 0 \quad \forall k$$

$$\text{Case b) } f_-^* < f_k \leq f_+^* \quad \exists k \quad \Leftrightarrow \quad g_k > 0 \quad \exists k$$

すなわち、均等分布は、Case a) において安定、b) では不安定となり、何らかの集積パターンが創発する。ここで、 $f_k \in [0, 1)$ であることから、臨界値 $f_-^* = 0$ は分岐の発生に影響しない。そこで、以降では、2 種類の分岐臨界値のうち、 f_+^* のみについて分析する。

f_k の臨界値 (15) を利用して Pf モデルの分岐解析を行うために、まず、固有値 $f_k(\cdot)$ を r の関数と考え、その逆関数を $r_k(\cdot)$ と書く：

$$r_+^* = r_k(f_+^*) \Leftrightarrow f_+^* = f_k(r_+^*). \quad (16)$$

ここで、 $f_k(\cdot)$ ($k = 1, 2, 3$) は r の単調減少関数であるから、その逆関数 $r_k(\cdot)$ も f_k の単調減少関数である。

初期状態では、 r が十分小さく、 $r < r_k(f_+^*) \forall k$ が成立しているとしよう。逆関数 (16) の定義から、この条件は、Case a) の条件と等価であるため、分散状態が安定的である。 r が徐々に増加すると、ある k^* に対して、 $r \geq r_{k^*}(f_+^*)$ が成立する。この条件は、Case b) と同じ条件を表現しているため、分散パターンが不安定化することがわかる。ここで、最初に $r \geq r_{k^*}(f_+^*)$ を満たす k^* は、

$$k^* = \arg \min_k \{f_k(r)\} = 2 \quad (17)$$

である。従って、 r が臨界値：

$$r_+^* \equiv \min_k \{r_k(f_+^*)\} = r_2(f_+^*) = \frac{1 - \sqrt{f_+^*}}{1 + \sqrt{f_+^*}} \quad (18)$$

となったときに z_2 に対応した集積パターン $\mathbf{h} = \bar{\mathbf{h}} + \delta z_2$ (図-4-a) が創発する。 r が r_+^* からさらに増加すると、 δ が急激に増加し、図-4-b に示す 2 極集中パターン $\bar{\mathbf{n}}_{(2)} = [2n, 0, 2n, 0]^T$ となる。

なお、以上で示した分岐臨界値を得るための手順は、図-5 によっても説明できる。 r を徐々に上げてゆく場合、均等分布から集積状態への分岐は、ある r に対応した f_k のうちいずれかの固有値が最初に f_+^* 以下の値をとる点で発生する。すなわち、臨界値 f_+^* に対応した水平な破線 ℓ_+ と f_2 の交点 C_+ で発生する。これは、破線 ℓ_+ 上で r が最小値をとる固有値であるから、逆関数

¹⁸ 本稿では、集積経済モデルの特性に大きな影響を与える空間割引率 r と、創発する集積パターンとの関係調べる。ただし、以降で示す分析手法は、その他のパラメータ (e.g., 総立地主体数) の変化が集積パターンに与える影響を調べる際にも、全く同様の手順で適用できる。その具体例は、高山・赤松³⁶⁾ 参照。

¹⁹ この条件は、NEG 分野でよく知られている no-black-hole 条件と一致する。

図-4-a $h = \bar{h} + \delta z_2$

図-4-b 2 極集中パターン

図-4 均等分布からの分岐により創発する集積パターン

図-5 g_k と r の関係

$r_k(\cdot)$ を用いて r の臨界値を表現すれば、式 (18) のように書ける。

創発した 2 極集中パターン $\bar{n}_{(2)}$ から r をさらに増加させると、さらなる分岐が発生する。このとき、どのようなパターンへ分岐するかを具体的に知るためには、 $\bar{n}_{(2)}$ における調整ダイナミクスの Jacobi 行列 $\nabla F(\bar{n}_{(2)})$ の固有値・固有ベクトルを求める必要がある。しかし、多くの場合、その具体的な計算をすることなく、どのような分岐が起こるかを容易に予想できる。ここで、“2 極集中” 状態 (図-4-b) は、2 箇所の地点から成る空間システムに立地主体が均等に分布した状態とほぼ同じ²⁰とみなせることに注意しよう。これは、4 地点の空間システムにおける本節の議論と全く同様の方法で、2 極集中状態で最初に生じる分岐を把握できることを意味している。より具体的には、2 地点の空間システムにおける空間割引行列の最小固有値を持つ固有ベクトル方向への分岐が最初に発生する。そして、立地主体が 1 箇所にのみ立地する 1 極集中パターンとなる。以上より、Pf モデルでは、 r の増加に伴い、“空間的周期倍分岐” が発生すると結論できる。すなわち、4 地点分散 $\rightarrow$ 2 極集中 $\rightarrow$ 1 極集中と立地主体が立地する地点数が半減しながら集積が進行することがわかる (図-6)。

本章で紹介したアプローチは、立地主体の種類が単一であり、間接効用関数の Jacobi 行列が空間割引行列と立地主体の空間分布により表現されれば、Pf モデル以外の集積経済モデルに対しても、そのまま応用

図-6 周期倍分岐型の集積進展過程 ($K = 4$)

できる²¹。その具体例は、新経済地理学分野の Forslid and Ottaviano⁶⁰)と Helpman⁶⁷)のモデルの特性を調べた Akamatsu and Takayama⁶⁵)、都市経済学分野の Beckmann¹⁸)型 Social Interaction モデルの特性を調べた高山・赤松³⁶)である。さらに、本章で説明したアプローチは、簡単な応用・拡張により、二次元空間や複数種類の立地主体を考えた集積経済モデルにも適用できる。そこで、次章では、本章で説明した分析手法の応用・拡張方法を、関連した研究^{68),69)}の成果と共に紹介しよう。

4. 分岐解析手法の拡張: 二次元空間・複数種類の立地主体

本章では、前章で示した集積経済モデルの分析手法の簡単な応用・拡張により、二次元空間や立地主体が複数種類存在するモデルの分岐挙動が解析可能となることを示す。そして、従来困難とされてきた、中心地理論^{71),72)}と空間経済学の理論との対応を直接的に確認できるようになることを示す。

(1) 二次元空間モデルに適用可能な分析手法への拡張

本節では、高山・赤松⁶⁸)により提示された、二次元空間上の集積・分散パターンを解析する手法を説明する。その具体的な方法を明かにするために、本節では、前章と同じ Pf モデルを解析する。ここで注意が必要なのは、前章との違いはモデルの空間構造のみであり、その他の枠組みは同一であるということである。すなわち、純集積力 $g_k(f_k)$ の関数形 (12a) は、前章と同一となり、空間割引行列の固有値 f_k の性質のみが異なる。そこで、以降では、二次元空間での空間割引行列 D の特性を調べたのち、純集積力 (12a) を用いて創発する集積パターンの進展過程を示す。

a) 空間構造の設定: 長方形格子 4×4 地点

二次元平面を長方形で分割し、その各頂点上に 4×4 の地点が存在する図-7 に示すような空間構造を考える²²。その i 行 j 列に位置する地点を地点 $i-j$ と表記する。各

²⁰ この議論では、立地主体がいない地点の影響を完全に無視していることに注意が必要である。実際、ここで扱っている Pf モデルでは、その影響を完全に無視できない。この点を考慮した厳密な証明については、紙面の制約もあるため、Akamatsu et al.⁶³) 参照。また、地点数 K によっては、集積地点数の半減が不可能な場合もあり、一般には、周期倍分岐過程が崩れた複雑な分岐経路もある。その例については、池田ら⁵³)、Ikeda et al.⁵⁴) を参照。

²¹ 都市や立地点間の距離に依存した集積パターンが創発する集積経済モデルの多くは、この条件を満足する。

²² その他の空間分割方法を用いても、以降で示されるモデルの基本的性質は変わらない。より詳しい内容は、Ikeda et al.⁵⁶)、高山・赤松⁶⁸) 参照。

図-7 長方形格子 4×4 地点の周期構造

地点の不均質性を排除するために、二次元空間の境界条件として周期境界条件を使用する。この仮定は、広大に広がる空間の一部を切り取った状況を近似していると考えることができる。

前章までに定義したベクトルは、 $4i+j$ 番目の要素が地点 $i-j$ に関する要素となるように並べる。より具体的には、ベクトルの要素は、順に地点 0-0, 0-1, 0-2, 0-3, 1-0, $\dots$, 3-3 の変数を表す。

この空間経済システムにおける、2 地点 $i-j, \hat{i}-\hat{j}$ 間の距離 $c(i-j, \hat{i}-\hat{j})$ は、マンハッタン距離で定義する。具体的には、左右に隣接する地点間の距離を 1、上下に隣接する地点間の距離を κ とし、次のように表す：

$$c(i-j, \hat{i}-\hat{j}) \equiv \kappa m(i, \hat{i}) + m(j, \hat{j}), \quad (19a)$$

$$m(i, \hat{i}) \equiv \min(|i - \hat{i}|, 4 - |i - \hat{i}|). \quad (19b)$$

このとき、空間割引項 $d_{i-j, \hat{i}-\hat{j}}$ は、

$$d_{i-j, \hat{i}-\hat{j}} = r^{c(i-j, \hat{i}-\hat{j})} = r^{\kappa m(i, \hat{i})} r^{m(j, \hat{j})} \quad (20)$$

と表される。この $d_{i-j, \hat{i}-\hat{j}}$ の定義から、空間割引行列は

$$D \equiv [d_{i-j, \hat{i}-\hat{j}}] = D_{[v]} \otimes D_{[h]} = \begin{bmatrix} D & r_v D & r_v^2 D & r_v D \\ r_v D & D & r_v D & r_v^2 D \\ r_v^2 D & r_v D & D & r_v D \\ r_v D & r_v^2 D & r_v D & D \end{bmatrix}, \quad (21a)$$

$$D_{[v]} \equiv [r^{\kappa m(i, \hat{i})}] = \text{circ}[1, r_v, r_v^2, r_v], \quad (21b)$$

$$D_{[h]} \equiv [r^{m(j, \hat{j})}] = \text{circ}[1, r, r^2, r]. \quad (21c)$$

で与えられる。ここで、 $\otimes$ はクロネッカー積、 $\text{circ}[1, r]$ は第一行が $[1, r]$ の巡回行列、 $r_v \equiv r^\kappa$ である。

この空間割引行列 (21) は、その各ブロックの部分行列が巡回行列の順に並び (block circulant)、かつ、そのブロック行列自体が巡回行列 (circulant blocks) となる。このような性質を持つ行列は、Block Circulant with Circulant Blocks (以降、BCCB) と呼ばれ、二次

元 DFT 行列 $\hat{Z}$

$$\hat{Z} \equiv Z \otimes Z = \begin{bmatrix} Z & Z & Z & Z \\ Z & iZ & -Z & -iZ \\ Z & -Z & Z & -Z \\ Z & -iZ & -Z & iZ \end{bmatrix}, \quad (22)$$

による相似変換を施すことで対角化できることが知られている⁸⁴⁾。ここで、 Z は、 4×4 の DFT 行列である。

以上の性質を利用すると、長方形格子の 4×4 地点モデルの空間割引行列 D/d の第 $4k+l$ 固有値 f_{4k+l} は、次のように与えられる：

$$f_{4k+l} = f_{[v],k} f_{[h],l}. \quad (23)$$

ここで、 $f_{[v],k}, f_{[h],l}$ は、各々、 $D_{[v]}, D_{[h]}$ を行和で正規化した行列の第 k 固有値である。これらの固有値 $f_{[v]}, f_{[h]}$ は、前章と同じ方法により、次のように与えられる：

$$\mathbf{f}_{[v]} = [1, c(r_v), c(r_v)^2, c(r_v)]^\top, \quad (24a)$$

$$\mathbf{f}_{[h]} = [1, c(r), c(r)^2, c(r)]^\top. \quad (24b)$$

この結果から、 f_{4k+l} ($4k+l \neq 0$) に関する次の性質がわかる：

- 1) f_{4k+l} ($4k+l \neq 0$) は空間割引率 $r \in (0, 1]$ の単調減少関数、
- 2) f_{4k+l} ($4k+l \neq 0$) の値域は $[0, 1)$ 。

また、第 $4k+l$ 固有ベクトル ($k, l = 0, 1, 2, 3$) は、二次元 DFT 行列の第 $4k+l$ 列ベクトル $\mathbf{z}_{4k+l}$ によって与えられる。この固有ベクトル $\mathbf{z}_{4k+l}$ によって表現される、均衡解の分岐により創発する集積パターンは、図-8 に示された、9 通りに分類できる。

b) 集積・分散パターンの進展過程の解析

次に、二次元空間上で創発する集積・分散パターンの進展過程を調べる。まず、各地点に立地主体が $n \equiv N/16$ ずつ均等に分散した状態 $\bar{n}$ (均等分布) を初期の状態とする。

前章の解析と同様、初期状態では r が十分大きく、全ての f_{4k+l} が式 (15) で与えられる臨界値 f_+^* を上回るため、均等分布が安定的であると仮定する。この状態から、 r が増加すると、 $f_{4k+l} \leq f_+^*$ となる k, l が成立する。このとき、均等分布が不安定的となり、分岐が発生する。ここで、最初に $f_{4k+l} \leq f_+^*$ が成立する k^*, l^* は、明らかに $f_{4k+l} = f_{[v],k} f_{[h],l}$ を最小化する k, l である。すなわち、

$$k^* = \arg \min_k f_{[v],k} = 2, \quad (25a)$$

$$l^* = \arg \min_l f_{[h],l} = 2. \quad (25b)$$

したがって、 r が条件 $f_{10}(r_+^*) = f_+^*$ を満たす臨界値 r_+^* に達した時、第 10 固有ベクトルに対応した集積パターン (図-8-i) が創発する。

図-8-i で表される集積パターンが創発したのち、さらに r を増加させた場合に創発する集積パターンの進

図-8-a 第0固有ベクトル

図-8-b 第1, 3固有ベクトル

図-8-c 第2固有ベクトル

図-8-d 第4, 12固有ベクトル

図-8-e 第8固有ベクトル

図-8-f 第5, 7, 13, 15固有ベクトル

図-8-g 第6, 14固有ベクトル

図-8-h 第9, 11固有ベクトル

図-8-i 第10固有ベクトル

図-8 二次元空間での固有ベクトル z_k の配列パターン

図-9 空間的割引率 r の増加に伴う集積パターンの進展過程

展過程は、上記の解析手順と殆ど同じ方法で解析できる（その解析の詳細は、高山・赤松⁶⁸⁾参照）。この解析により得られる集積パターンの進展過程は、図-9に示すとおりである。

ここで、図-9で示される、分岐により均等分布から創発する集積パターンの集積地点をボロノイ分割すると、六角形状の市場圏が形成されている様子が確認できる。このパターンは、中心地理論^{71),72)}で示された六角形状の市場圏と整合したものである。この事実から、一次元空間で空間的周期倍分岐が発生するモデルでは、その集積進展過程において、中心地理論と整合的な六角形状の市場圏をもつ集積パターンが創発することがわかる。

(2) 複数種類の立地主体が存在するモデルに適用可能な分析手法への拡張

本節では、前章で説明した分析手法を応用すれば、複数種類の立地主体が存在する集積経済モデルの解析が

可能となることを示す。そのために、まず本節で解析する高山・赤松⁶⁹⁾モデルの概要を説明する。そして、そのモデルにおいて空間割引率 r の変化に伴い創発する集積パターンの進展過程を解析する。

a) モデル

2種類の立地主体が存在する、 $K = 4$ の競技場経済（図-2）を考える。ここでは、各種類の立地主体を主体0,1と呼ぼう。この主体 $a \in \{0, 1\}$ は、自らの効用（または利潤） $v_i^{(a)}$ を最大化する地点 $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ に立地する。その効用関数 $\mathbf{v}^{(a)} = [v_i^{(a)}]$ は、前章と同様、主体0,1の空間分布 $\mathbf{n}^{(0)} = [n_i^{(0)}]$, $\mathbf{n}^{(1)} = [n_i^{(1)}]$ と、式(5)の空間割引項を要素に持つ空間割引行列 $\mathbf{D}$ により表現されると仮定する²³⁾：

$$\mathbf{v}^{(0)} = \mathbf{D}^\top \{ \text{diag}[\mathbf{D}\mathbf{n}^{(0)}] \mathbf{1} + \mu^{(0)} \{ \ln[\mathbf{D}\mathbf{n}^{(0)}] + \ln[\mathbf{D}\mathbf{n}^{(1)}] \} \}, \quad (26a)$$

²³⁾ 本節では、複数種類の立地主体を考慮した集積経済モデルの分析手法を説明することに焦点を当てるため、高山・赤松⁶⁹⁾モデルの効用関数を若干簡略化して表現している。

$$\mathbf{v}^{(1)} = \mathbf{D}^\top \{\text{diag}[\mathbf{D}\mathbf{n}^{(1)}]\} \mathbf{1} + \mu^{(1)} \ln[\mathbf{D}\mathbf{n}^{(1)}]. \quad (26b)$$

ここで、 $\mu^{(a)} > 0$ ($a = 0, 1$) はモデル・パラメータである。

本節で解析するモデルでは、式 (26) で表現されているように、主体 0 の効用関数は主体 1 の空間分布 $\mathbf{n}^{(1)}$ からの影響を受ける一方で、主体 1 の効用関数は主体 0 の空間分布 $\mathbf{n}^{(0)}$ に依存しない。すなわち、主体 0 と主体 1 との間に非対称な相互作用が存在する。したがって、以降の解析により、主体間の非対称な相互作用が集積パターンに与える影響が明らかにされる。

前章と同様、立地均衡状態は、全ての立地主体が自ら立地する地点を変更するインセンティブがない状態として定義する。すなわち、各々、総数 $N^{(0)}, N^{(1)}$ の主体 0, 1 の空間分布 $\mathbf{n}^{(0)*}, \mathbf{n}^{(1)*}$ が、共に条件 (2) を満足する状態が立地均衡状態である。ただし、このモデルには条件 (2) を満たす複数の均衡状態が存在する。そこで、その局所安定性を調べるために、主体 0, 1 の立地パターンが均衡状態に達するまでの調整ダイナミクスを、これまでと同様、replicator dynamics で与える：

$$\dot{n}_i^{(a)} = F_i^{(a)}(\mathbf{n}^{(0)}, \mathbf{n}^{(1)}) \equiv n_i^{(a)} \left\{ v_i^{(a)} - \bar{v}^{(a)} \right\}. \quad (27)$$

ここで、 $\bar{v}^{(a)} \equiv \sum_j (n_j^{(a)} / N^{(a)}) v_j^{(a)}$ は主体 a の効用水準の加重平均である。そして、均衡状態 $\mathbf{n}^{(a)*}$ の局所安定性を、調整ダイナミクスの右辺 $\mathbf{F}(\mathbf{n}^{(0)*}, \mathbf{n}^{(1)*})$ の Jacobi 行列 $\nabla \mathbf{F}(\mathbf{n}^{(0)*}, \mathbf{n}^{(1)*})$ の固有値により確認する。

b) 純集積力

集積パターンが創発する分岐メカニズムを調べる準備として、立地主体が各地点に均等 (i.e., $n_i^{(a)} = N^{(a)} / 4 \equiv n^{(a)}$) に立地する均等分布を考える。このとき、主体 $a \in \{0, 1\}$ の効用関数 $\mathbf{v}^{(a)}$ とその Jacobi 行列 $\nabla \mathbf{v}$ は

$$\mathbf{v}^{(a)} = \bar{v}^{(a)} \mathbf{1}, \quad (28a)$$

$$\nabla \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{(0,0)} & \vdots & \mathbf{v}^{(0,1)} \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{v}^{(1,1)} \end{bmatrix}, \quad (28b)$$

$$\mathbf{v}^{(a,a)} = - \left(\frac{\mathbf{D}}{n^{(a)}d} \right)^2 + \mu^{(a)} \left(\frac{\mathbf{D}}{n^{(a)}d} \right), \quad (28c)$$

$$\mathbf{v}^{(0,1)} = \mu^{(0)} \left(\frac{\mathbf{D}}{n^{(a)}d} \right). \quad (28d)$$

で与えられる。ここで、 $\mathbf{v}^{(a,a)}$ は巡回行列である $\mathbf{D}$ の和・積で表されることから、明らかに巡回行列である。したがって、調整ダイナミクスの Jacobi 行列：

$$\nabla \mathbf{F}(\mathbf{n}) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^{(0,0)} & \vdots & \mathbf{F}^{(0,1)} \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{F}^{(1,1)} \end{bmatrix}, \quad (29a)$$

$$\mathbf{F}^{(a,a)} = n^{(a)} \left(\mathbf{I} - \frac{1}{4} \mathbf{E} \right) \mathbf{v}^{(a,a)} - \frac{\bar{v}^{(a)}(\bar{\mathbf{n}})}{4} \mathbf{E}, \quad (29b)$$

$$\mathbf{F}^{(0,1)} = n^{(0)} \left(\mathbf{I} - \frac{1}{4} \mathbf{E} \right) \mathbf{v}^{(0,1)}, \quad (29c)$$

図-10-a 階層パターン 図-10-b 同時集積パターン

図-10 集積パターンの定義

の各ブロックの部分行列 $\mathbf{F}^{(a,b)}$ も巡回行列であることが分かる。

$\mathbf{F}^{(a,b)}$ が全て巡回行列であるため、 $\nabla \mathbf{F}(\bar{\mathbf{n}})$ に 4×4 の DFT 行列 $\mathbf{Z}$ を対角ブロックに持つ行列 $\tilde{\mathbf{Z}} \equiv \text{diag}[\mathbf{Z}, \mathbf{Z}]$ による相似変換を施すと、各ブロックの部分行列 $\mathbf{F}^{(a,b)}$ を対角化できる：

$$\tilde{\mathbf{Z}}^* \nabla \mathbf{F}(\bar{\mathbf{n}}) \tilde{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \text{diag}[\boldsymbol{\lambda}^{(0,0)}] & \vdots & \text{diag}[\boldsymbol{\lambda}^{(0,1)}] \\ \mathbf{0} & \vdots & \text{diag}[\boldsymbol{\lambda}^{(1,1)}] \end{bmatrix}. \quad (30)$$

ここで、 $\tilde{\mathbf{Z}}^*$ は $\tilde{\mathbf{Z}}$ の共役転置行列、 $\boldsymbol{\lambda}^{(a,b)}$ は部分行列 $\mathbf{F}^{(a,b)}$ の固有値である。

この行列 (30) が上三角行列であることを利用すると、 $\nabla \mathbf{F}(\bar{\mathbf{n}})$ の固有値と固有ベクトルが容易に得られる。具体的には、固有値 (i.e., 純集積力) $\mathbf{g} = [g_{4a+k}]$ は、空間割引行列 $\mathbf{D}/d$ の第 k 固有値 f_k の 2 次関数で与えられる：

$$g_{4a+k} = f_k \left\{ \mu^{(a)} - \{n^{(a)}\}^{-1} f_k \right\}. \quad (31)$$

さらに、第 $4a+k$ 固有ベクトル $\mathbf{x}_{4a+k}$ は、

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_k \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{4+k} = \begin{bmatrix} c_k \mathbf{z}_k \\ \mathbf{z}_k \end{bmatrix} \quad (32)$$

である。ここで、 $\mathbf{z}_k$ は DFT 行列 $\mathbf{Z}$ の第 k 列ベクトル、 $c_k \equiv \lambda_k^{(0,1)} / (\lambda_k^{(1,1)} - \lambda_k^{(0,0)}) > 0$ 、 $\lambda_k^{(a,b)}$ は $\mathbf{v}^{(a,b)}$ の第 k 固有値である。

均衡解の分岐挙動を調べる前に、固有ベクトル $\mathbf{x}_{4a+k}$ で表される立地パターンを整理しておこう。まず、 $a = 0$ の場合、産業 0 の企業のみが $\mathbf{z}_k$ 方向に集積する。これは、明らかに図-10-a で表される、中心地理論と整合的な階層化した立地パターン (以降、階層パターン) である。次に、 $a = 1$ の場合、 $c_k > 0$ であるため、両産業とも $\mathbf{z}_k$ 方向に集積する。これは、図-10-b で示した両産業が同時に同じ立地点に集積する立地パターン (以降、同時集積パターン) を表している。

c) 集積・分散パターンの進展過程の解析

空間割引率 r を変化させた場合に発生する、均等分布からの分岐挙動を調べよう。均衡解の分岐は、これまで繰り返し述べてきたように、純集積力 g_{4a+k} の符号が変化する際に発生する。したがって、 $g_{4a+k} = 0$ の解：

$$f_+^{(a)} = n^{(a)} \mu^{(a)} > 0, \quad f_-^{(a)} = 0 \quad (33)$$

は、分岐が発生する (i.e., g_{4t+i} の符号が変化する) f_k の臨界値を表している。そこで、得られた f_k の分岐臨界値 $f_{\pm}^{(a)}$ を利用することで、 r を変化させた場合の分岐挙動を明らかにする。なお、前章と同様、 $f_k \in [0, 1)$ であることから、臨界値 $f_{-}^{(a)} = 0$ は分岐の発生に影響しない。そこで、以降では、分岐臨界値のうち、 $f_{+}^{(a)}$ のみについて議論する²⁴。

まず、初期状態では、空間割引率 r が十分大きく、全ての f_k が $f_{+}^{(0)}, f_{+}^{(1)}$ を上回ると仮定する。 g_{4a+k} は、式 (31) で与えられるため、この条件は、 $g_{4a+k} < 0 \forall a, k$, すなわち、均等分布が安定であることを意味している。

次に、 r が徐々に増加する状況を考えよう。 r が増加すると、 f_k が減少するため、ある a, k について、 $f_k \leq f_{+}^{(a)}$ が成立する。これは、 $g_{4a+k} \geq 0 \exists a, k$, すなわち、均等分布 $\bar{n}$ が不安定化することを意味している。ここで、最初に $f_k \leq f_{+}^{(a)}$ となる a, k は、明らかに $f_{+}^{(a)}$ が最大となる a と f_k が最小となる k である。式 (33) より、 $f_{+}^{(a)}$ が最大となる a^* は

$$a^* = \arg \max_a \left\{ n^{(a)} \mu^{(a)} \right\} \quad (34)$$

f_k が最小となる k^* は

$$k^* = \arg \min_k f_k = 2 \quad (35)$$

である。したがって、 $f_2 = f_{+}^{(a)}$ を最初に満たす $r = r_{+}^*$ において、固有ベクトル $\mathbf{x}_{4a+2}$ に対応した集積パターンが安定均衡状態となる。より具体的には、 $f_{+}^{(0)} > f_{+}^{(1)}$ の場合、産業 0 のみが 2 極集中方向に集積する階層パターン (図-10-a), $f_{+}^{(0)} \leq f_{+}^{(1)}$ の場合、産業 0, 1 ともに 2 極集中方向に集積する同時集積パターン (図-10-b) が創発する。

さらに r を増加させると、2 種類の主体が各々、均等分散、2 極集中、1 極集中する状況を組み合わせた複雑な集積パターンが創発する (各集積パターンの創発条件は、高山・赤松⁶⁹ 参照)。以上の結果から、本節で分析したモデルにおいて、図-10-a に代表される階層的な立地パターンが創発しうることがわかる。これは、立地主体間の非対称な相互作用が、多くの実証研究^{88), 89), 90)} により確認されている、階層的な産業立地構造を形成させる一つの要因であることを意味している。

5. おわりに

空間経済学分野では、社会基盤整備などの都市・地域政策の長期的経済効果を予測・評価する際の基盤となりうる、経済活動の空間的集積メカニズムに関する経済理論が膨大に蓄積されてきた。しかし、これらの

理論の土木計画学分野への応用を考える場合、モデルの非凸性という解析上の困難に起因した、重要な課題・限界が残されていた。例えば、都市経済学分野では均衡状態の安定性が全く確認されておらず、新経済地理学分野では殆どの研究が (空間が縮退した) 2 都市モデルの分析に終始していた。

そこで、本稿では、これらの空間経済学分野の課題を整理した上で、集積経済モデルの解析上の困難を根本的に解決することのできる分析手法を紹介した。さらに、この分析手法の特徴や有用性をより明確にするために、3 種類の集積経済モデルを分析した。そして、集積経済モデルで創発する集積・分散パターンの一般的規則が、統一的な手法により、非常に簡単に把握できることを示した。

本稿で紹介した分析手法には、“空間周期パターン” (i.e., 調整ダイナミクスの固有ベクトル $\mathbf{z}_k$)、及び、ある立地パターンから空間周期パターン $\mathbf{z}_k$ に状態を誘く“純集積力の強度” (i.e., $\mathbf{z}_k$ に対応する固有値 g_k) を系統的に導出することで、集積経済モデルの特性を解析的かつ統一的に明らかにすることができるといった特徴がある。さらに、この手法は、一次元空間・単一種類の立地主体を対象とした集積経済モデルに留まらず、従来、非常に困難だと考えられてきた^{91), 92)}、二次元空間・複数種類の立地主体を考えるモデルの解析にも適用できる。したがって、これらの成果から生み出される新たな研究課題の一つとして、従来研究で構築されてきた多くの集積経済モデルを系統的に見直し、理論的に体系化してゆくことが挙げられる。その中でも、Fujita and Ogawa²⁴⁾, Fujita²⁸⁾ など、未だに均衡解の特性が殆ど明らかにされていないモデルの分析は、特に重要な課題である。さらに、各々、独立に発展してきた国際経済学・新経済地理学・都市経済学を統合し、従来研究の殆どが個別に扱ってきた“国家間-地域間-都市間-都市内”といった複数の空間スケールを同時に扱う理論の構築も、重要な課題の一つであろう²⁵。

また、従来の空間経済学分野の理論を土木計画学へ応用する上で、特に重要と考えられる研究課題は、次の 2 点である: 1) 境界条件 (e.g., 線分都市) が集積パターンに与える影響の解明, 2) 現実の空間経済システムで観測される stylized facts (e.g., Zipf's law, Number-Average Size rule^{90), 100)}) と整合的な集積経済モデルの構築。これらの課題は、古くから認識されている一方で、研究蓄積は多くない²⁶。本稿で扱った分析以上の困

²⁵ この方向の研究は、近年、Krugman and Elizondo⁹³⁾, Monfort and Nicolini⁹⁴⁾, Paluzie⁹⁵⁾, Alonso-Villar⁹⁶⁾, Behrens et al.⁹⁷⁾, Zeng and Zhao⁹⁸⁾, 高山ら⁹⁹⁾ などにより部分的に行われている。

²⁶ 最近、線分都市上での Core-Periphery モデルの特性を分析した池田ら¹⁰¹⁾ や、Zipf's law, Number-Average Size rule を説明した Hsu¹⁰²⁾ など、注目すべき成果が幾つか得られている。

²⁴ 前章と同様、以降の解析では、分岐が発生する (i.e., f_{+}^* が f_k の定義域に含まれる) 条件 $f_{+}^{(a)} < 1$ が常に満たされていると仮定する。

難が予想されるものの、土木計画学分野の発展に向けて、これらの方向の研究進展が大いに期待される。

謝辞： 本招待論文を執筆する機会を与えていただいた土木計画学研究委員会に深く御礼申し上げます。

論文奨励賞の受賞論文「空間競争を考慮した Social Interaction モデルによる複数都心の創発」は、東北大学 赤松隆教授との共同研究の成果の一部であります。これまでの共同研究を通じて、赤松教授には、数多くのご教示をいただきました。また、東北大学の池田清宏教授、奥村誠教授、河野達仁教授、曾道智教授、和田健太郎助教、岐阜大学の宮城俊彦教授、京都大学の森知也教授、神戸大学の井料隆雅教授、織田澤利守准教授、埼玉大学の大窪和明助教をはじめ、多くの方々から様々な機会でご貴重な意見・助言をいただきました。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 金本良嗣, 徳岡一幸: 日本の都市圏設定基準, 応用地域学研究, Vol. 7, pp. 1-15, 2002.
- 2) United Nations: World Urbanization Prospects: The 2007 Revision, 2007.
- 3) Fujita, M., Krugman, P. R. and Venables, A. J.: *The Spatial Economy: Cities, Regions and International Trade*, MIT Press, 1999.
- 4) Baldwin, R. E., Forslid, R., Martin, P., Ottaviano, G. I. P. and Robert-Nicoud, F.: *Economic Geography and Public Policy*, Princeton University Press, 2003.
- 5) Combes, P.-P., Mayer, T. and Thisse, J.-F.: *Economic Geography: The Integration of Regions and Nations*, Princeton University Press, 2008.
- 6) Brakman, S., Garretsen, H. and van Marrewijk, C.: *The New Introduction to Geographical Economics*, Cambridge University Press, 2009.
- 7) McCann, P.: *Urban and Regional Economics*, Oxford University Press, 2001.
- 8) Fujita, M. and Thisse, J.-F.: *Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Regional Growth*, Cambridge University Press, 2002.
- 9) Henderson, J. V. and Thisse, J.-F.: *Handbook of Regional and Urban Economics*, Elsevier, 2004.
- 10) Fujita, M.: The Evolution of Spatial Economics: From Thünen to the New Economic Geography, *Japanese Economic Review*, Vol. 61, No. 1, pp. 1-32, 2010.
- 11) 藤田昌久: 空間経済学の発展: チューネンからクルーグマンまでの二世紀, 現代経済学の潮流 2010 (池田新介, 大垣昌夫, 柴田章久, 田淵隆俊, 前多康男, 宮尾龍蔵(編)), pp. 3-53, 東洋経済新報社, 2010.
- 12) 佐藤泰裕, 田淵隆俊, 山本和博: 空間経済学, 有斐閣, 2011.
- 13) Starrett, D. A.: Market Allocations of Location Choice in a Model with Free Mobility, *Journal of Economic Theory*, Vol. 17, No. 1, pp. 21-37, 1978.
- 14) Fujita, M.: Spatial Interactions and Agglomeration in Urban Economics, *The New Frontiers in Regional Science* (Chatterji, M. and Kuenne, R. E. (eds.)), pp. 184-221, Palgrave Macmillan, 1990.
- 15) Cronon, W.: *Nature's Metropolis: Chicago and the Great West*, Norton, 1991.
- 16) Scitovsky, T.: Two Concepts of External Economies, *The Journal of Political Economy*, Vol. 62, No. 2, pp. 143-151, 1954.
- 17) Solow, R. M. and Vickrey, W. S.: Land Use in a Long Narrow City, *Journal of Economic Theory*, Vol. 3, No. 4, pp. 430-447, 1971.
- 18) Beckmann, M. J.: Spatial Equilibrium in the Dispersed City, *Mathematical Land Use Theory* (Papageorgiou, G. J. (ed.)), pp. 117-125, Lexington Books, 1976.
- 19) O'Hara, D. J.: Location of Firms within a Square Central Business District, *The Journal of Political Economy*, Vol. 85, No. 6, pp. 1189-1207, 1977.
- 20) Borukhov, E. and Hochman, O.: Optimum and Market Equilibrium in a Model of a City without a Predetermined Center, *Environment and Planning A*, Vol. 9, pp. 849-856, 1977.
- 21) Tabuchi, T.: Urban Agglomeration Economies in a Linear City, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 16, No. 3, pp. 421-436, 1986.
- 22) Mossay, P. and Picard, P. M.: On Spatial Equilibria in a Social Interaction Model, *Journal of Economic Theory*, Vol. 146, No. 6, pp. 2455-2477, 2011.
- 23) Ogawa, H. and Fujita, M.: Equilibrium Land Use Patterns in a Nonmonocentric City, *Journal of Regional Science*, Vol. 20, No. 4, pp. 455-475, 1980.
- 24) Fujita, M. and Ogawa, H.: Multiple Equilibria and Structural Transition of Non-monocentric Urban Configurations, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 12, No. 2, pp. 161-196, 1982.
- 25) Imai, H.: CBD Hypothesis and Economies of Agglomeration, *Journal of Economic Theory*, Vol. 28, No. 2, pp. 275-299, 1982.
- 26) Berliant, M., Peng, S.-K. and Wang, P.: Production Externalities and Urban Configuration, *Journal of Economic Theory*, Vol. 104, No. 2, pp. 275-303, 2002.
- 27) Lucas, R. E. J. and Rossi-Hansberg, E.: On the Internal Structure of Cities, *Econometrica*, Vol. 70, No. 4, pp. 1445-1476, 2002.
- 28) Fujita, M.: A Monopolistic Competition Model of Spatial Agglomeration: Differentiated Product Approach, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 18, No. 1, pp. 87-124, 1988.
- 29) Anas, A., Arnott, R. and Small, K. A.: Urban Spatial Structure, *Journal of Economic Literature*, Vol. 36, pp. 1426-1464, 1998.
- 30) Fujita, M. and Thisse, J. F.: The Formation of Economic Agglomeration, *Economics of Cities* (Huriot, J. M. and Thisse, J. F. (eds.)), Cambridge University Press, 2000.
- 31) Mori, T.: Monocentric versus Polycentric Models in Urban Economics, *The New Palgrave Dictionary of Economics Second Edition* (Durlauf, S. N. and Blume, L. E. (eds.)), Palgrave Macmillan, 2008.
- 32) Kanemoto, Y.: Optimal Cities with Indivisibility in Production and Interactions between Firms, *Journal of Urban Economics*, Vol. 27, pp. 46-59, 1990.
- 33) Ota, M. and Fujita, M.: Communication Technologies and Spatial Organization of Multi-unit Firms in Metropolitan Areas, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 23, pp. 695-729, 1993.
- 34) Henderson, V. and Slade, E.: Development Games in Non-monocentric Cities, *Journal of Urban Eco-*

- nomics, Vol. 34, pp. 207–229, 1993.
- 35) Berliant, M. and Wang, P.: Urban Growth and Sub-center Formation: A Trolley Ride from the Staples Center to Disneyland and the Rose Bowl, *Journal of Urban Economics*, Vol. 63, No. 2, pp. 679–693, 2008.
 - 36) 高山雄貴, 赤松隆: 空間競争を考慮した Social Interaction モデルによる複数都心の創発, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 67, No. 1, pp. 1–20, 2011.
 - 37) Dixit, A. K. and Stiglitz, J. E.: Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity, *The American Economic Review*, Vol. 67, No. 3, pp. 297–308, 1977.
 - 38) Ottaviano, G. I. P. and Thisse, J.-F.: New Economic Geography: What about the N?, *Environment and Planning A*, Vol. 37, No. 10, pp. 1707–1725, 2005.
 - 39) Behrens, K. and Thisse, J.-F.: Regional Economics: A New Economic Geography Perspective, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 37, No. 4, pp. 457–465, 2007.
 - 40) Fujita, M. and Thisse, J.-F.: New Economic Geography: An appraisal on the Occasion of Paul Krugman's 2008 Nobel Prize in Economic Sciences, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 39, No. 2, pp. 109–119, 2009.
 - 41) Thisse, J.-F.: Toward a Unified Theory of Economic Geography and Urban Economics, *Journal of Regional Science*, Vol. 50, No. 1, pp. 281–296, 2010.
 - 42) Krugman, P. R.: On the Number and Location of Cities, *European Economic Review*, Vol. 37, No. 2–3, pp. 293–298, 1993.
 - 43) Fujita, M. and Krugman, P. R.: When is the Economy Monocentric?: von Thünen and Chamberlin Unified, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 25, No. 4, pp. 505–528, 1995.
 - 44) Fujita, M.: Structural Stability and Evolution of Urban Systems, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 27, No. 4–5, pp. 399–442, 1997.
 - 45) Mori, T.: A Modeling of Megalopolis Formation: The Maturing of City Systems, *Journal of Urban Economics*, Vol. 42, No. 1, pp. 133–157, 1997.
 - 46) Fujita, M., Krugman, P. and Mori, T.: On the Evolution of Hierarchical Urban Systems, *European Economic Review*, Vol. 43, pp. 209–251, 1999.
 - 47) Krugman, P. R.: *The Self-organizing Economy*, Blackwell Publishers, 1996.
 - 48) Mossay, P.: Increasing Returns and Heterogeneity in a Spatial Economy, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 33, No. 4, pp. 419–444, 2003.
 - 49) Picard, P. M. and Tabuchi, T.: Self-organized Agglomerations and Transport Costs, *Economic Theory*, Vol. 42, No. 3, pp. 565–589, 2010.
 - 50) Tabuchi, T., Thisse, J.-F. and Zeng, D.-Z.: On the Number and Size of Cities, *Journal of Economic Geography*, Vol. 5, No. 4, pp. 423–448, 2005.
 - 51) Oyama, D.: Agglomeration Under Forward-looking Expectations: Potentials and Global Stability, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 39, No. 6, pp. 696–713, 2009.
 - 52) Tabuchi, T. and Thisse, J.-F.: A New Economic Geography Model of Central Places, *Journal of Urban Economics*, Vol. 69, No. 2, pp. 240–252, 2011.
 - 53) 池田清宏, 河野達仁, 赤松隆, 柳本彰仁, 八巻俊二: 都市の集積・分散モデルの対称性破壊分岐: 群論的分岐理論によるアプローチ, 土木学会論文集 D, Vol. 63, No. 4, pp. 553–566, 2007.
 - 54) Ikeda, K., Akamatsu, T. and Kono, T.: Spatial Period-Doubling Agglomeration of a Core-Periphery Model with a System of Cities, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 36, No. 5, pp. 754–778, 2012.
 - 55) Ikeda, K., Murota, K. and Akamatsu, T.: Self-Organization of Lösch's Hexagons in Economic Agglomeration for Core-Periphery Models, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 22, No. 08, 2012.
 - 56) Ikeda, K., Murota, K., Akamatsu, T., Kono, T., Takayama, Y., Sobhaninejad, G. and Shibasaki, A.: Self-Organizing Hexagons in Economic Agglomeration: Core-Periphery Models and Central Place Theory, *Mathematical Engineering Technical Reports, METR 2011-24, Department of Mathematical Engineering and Information Physics, The University of Tokyo*, 2011.
 - 57) Golubitsky, M., Stewart, I. and Schaeffer, D. G.: *Singularities and Groups in Bifurcation Theory*, Springer-Verlag, 1988.
 - 58) Ikeda, K. and Murota, K.: *Imperfect Bifurcation in Structures and Materials*, Springer, 2010.
 - 59) Krugman, P. R.: Increasing Returns and Economic Geography, *The Journal of Political Economy*, Vol. 99, No. 3, pp. 483–499, 1991.
 - 60) Forslid, R. and Ottaviano, G. I. P.: An Analytically Solvable Core-periphery Model, *Journal of Economic Geography*, Vol. 3, No. 3, pp. 229–240, 2003.
 - 61) 藤井文夫, 大崎純, 池田清宏: 構造と材料の分岐力学, コロナ社, 2005.
 - 62) 赤松隆, 高山雄貴, 池田清宏, 菅澤晶子, 佐藤慎太郎: 1次元多都市システムにおける人口集積パターンの創発メカニズム, 土木学会論文集 D, Vol. 66, No. 4, pp. 442–460, 2010.
 - 63) Akamatsu, T., Takayama, Y. and Ikeda, K.: Spatial Discounting, Fourier, and Racetrack Economy: A Recipe for the Analysis of Spatial Agglomeration Models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 36, No. 11, pp. 1729–1759, 2012.
 - 64) Hotelling, H.: Stability in Competition, *The Economic Journal*, Vol. 39, No. 153, pp. 41–57, 1929.
 - 65) Akamatsu, T. and Takayama, Y.: Do Polycentric Patterns Emerge in New Economic Geography Models?, *Mimeograph*, 2013.
 - 66) Pflüger, M.: A Simple, Analytically Solvable, Chamberlinian Agglomeration Model, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 34, No. 5, pp. 565–573, 2004.
 - 67) Helpman, E.: The Size of Regions, *Topics in Public Economics: Theoretical and Applied Analysis* (Pines, D., Sadka, E. and Zilcha, I. (eds.)), pp. 33–54, Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
 - 68) 高山雄貴, 赤松隆: 2次元集積経済モデルによる Lösch 型集積パターンの創発: 三角形格子状の都市モデルにおける理論的解析, 土木計画学研究・論文集, Vol. 27, pp. 109–120, 2010.
 - 69) 高山雄貴, 赤松隆: 一次元空間における産業構造の階層化メカニズム: コミュニケーション外部性を考慮した多産業立地モデルの分岐解析, 土木計画学研究・論文集, Vol. 27, pp. 285–295, 2010.
 - 70) 高山雄貴, 赤松隆, 福島晶子: 一次元空間における都市階層構造の創発: relocation cost を考慮した多産業 Core-Periphery モデルの分岐解析, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 69, No. 3, pp. 250–266, 2013.

- 71) Christaller, W.: *Die Zentralen Orte in Süddeutschland*, Jena (English translation: Central Place in Southern Germany, Prentice-Hall, 1966), 1933.
- 72) Lösch, A.: *Die Räumliche Ordnung der Wirtschaft*, Jena (English translation: The Economics of Location, Yale University Press, 1954), 1940.
- 73) Krugman, P. R.: *Development, Geography, and Economic Theory*, MIT Press, 1997.
- 74) Baldwin, R. E.: Core-Periphery Model with Forward-Looking Expectations, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 31, No. 1, pp. 21–49, 2001.
- 75) Ottaviano, G. I. P.: Monopolistic Competition, Trade, and Endogenous Spatial Fluctuations, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 31, No. 1, pp. 51–77, 2001.
- 76) 織田澤利守, 赤松隆: 集積経済下における地域間移住タイミング選択の均衡ダイナミクス, 土木学会論文集 D, Vol. 63, No. 4, pp. 567–578, 2007.
- 77) Oyama, D.: History Versus Expectations in Economic Geography Reconsidered, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 33, No. 2, pp. 394–408, 2009.
- 78) Fudenberg, D. and Levine, D. K.: *The Theory of Learning in Games*, MIT Press, 1998.
- 79) Vega-Redondo, F.: *Economics and the Theory of Games*, Cambridge University Press, 2003.
- 80) Sandholm, W. H.: *Population Games and Evolutionary Dynamics*, MIT Press, 2010.
- 81) Hirsch, M. W. and Smale, S.: *Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra*, Academic Press, 1974.
- 82) Luenberger, D. G.: *Introduction to Dynamic Systems: Theory, Models, and Applications*, Wiley, 1979.
- 83) Hale, J. K. and Koçak, H.: *Dynamics and Bifurcations*, Springer-Verlag, 1991.
- 84) Davis, P. J.: *Circulant Matrices*, John Wiley & Sons, 1979.
- 85) Horn, R. A. and Johnson, C. R.: *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, 1985.
- 86) 伊理正夫: 一般線形台数, 岩波書店, 2003.
- 87) Gray, R. M.: *Toeplitz and Circulant Matrices: A Review*, Now Publishers, 2006.
- 88) Berry, B. J. L.: *Geography of Market Centers and Retail Distribution*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1967.
- 89) Marshall, J. U.: *The Structure of Urban Systems*, University of Toronto Press, 1989.
- 90) Mori, T., Nishikimi, K. and Smith, T. E.: The Number-Average Size Rule: A New Empirical Relationship between Industrial Location and City Size, *Journal of Regional Science*, Vol. 48, No. 1, pp. 165–211, 2008.
- 91) Krugman, P.: How the Economy Organizes Itself in Space: A Survey of the New Economic Geography, *The Economy as an Evolving Complex System II* (Arthur, W. B., Durlauf, S. N. and Lane, A. D. (eds.)), pp. 239–262, Addison Wesley, 1997.
- 92) Thisse, J.-F.: Location Theory, Regional Science, and Economics, *Journal of Regional Science*, Vol. 27, No. 4, pp. 519–528, 1987.
- 93) Krugman, P. and Elizondo, R. L.: Trade Policy and the Third World Metropolis, *Journal of Development Economics*, Vol. 49, pp. 137–150, 1996.
- 94) Monfort, P. and Nicolini, R.: Regional Convergence and International Integration, *Journal of Urban Economics*, Vol. 48, pp. 286–306, 2000.
- 95) Paluzie, E.: Trade Policy and Regional Inequalities, *Papers in Regional Science*, Vol. 80, pp. 67–85, 2001.
- 96) Alonso-Villar, O.: Large Metropolises in the Third World: An Explanation, *Urban Studies*, Vol. 38, pp. 1359–1371, 2001.
- 97) Behrens, K., Gaigné, C., Ottaviano, G. I. P. and Thisse, J. F.: Countries, Regions and Trade: On the Welfare Impacts of Economic Integration, *European Economic Review*, Vol. 51, pp. 1277–1301, 2007.
- 98) Zeng, D. Z. and Zhao, L.: Globalization, Interregional and International Inequalities, *Journal of Urban Economics*, Vol. 67, pp. 352–361, 2010.
- 99) 高山雄貴, 赤松隆, 小坂直裕: マルチスケール空間構造を持つ Core-Periphery モデルの人口集積パターン, *mimeograph*, 2013.
- 100) Mori, T. and Smith, T. E.: A Reconsideration of the NAS Rule from an Industrial Agglomeration Perspective, *Brookings-Wharton Papers on Urban Affairs: 2009*, pp. 175–216, Brookings Inst Pr, 2009.
- 101) 池田清宏, 赤松隆, 河野達仁, 高山雄貴, 坂本賢二, Reza, S.: 線分都市経済の人口集積メカニズムの分析, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 69, No. 1, pp. 53–63, 2013.
- 102) Hsu, W.-T.: Central Place Theory and City Size Distribution, *The Economic Journal*, Vol. 122, No. 563, pp. 903–932, 2012.

(2013. 9. 22 受付)

MECHANISMS OF PATTERN FORMATION IN SPATIAL ECONOMIES

Yuki TAKAYAMA

Numerous studies in the field of spatial economics have been devoted to explain mechanisms of the spatial agglomeration of economic activities. These studies have the potential to provide a basis for predicting and evaluating long-term effects of various economic policy proposals. However, there remain some fundamental problems for applying these studies to such applications, which result directly from technical difficulties caused by the non-convexity of spatial agglomeration models. In this paper, we first summarize issues of spatial economics and then review our studies that attempt to overcome these issues. Finally, we discuss future studies.