離散-連続モデルの研究動向に関するレビュー

福田 大輔¹・力石 真²

¹正会員 東京工業大学大学院准教授 理工学研究科土木工学専攻
(〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1-M1-11)
E-mail: fukuda@plan.cv.titech.ac.jp

²正会員 東京大学大学院 日本学術振興会特別研究員 工学系研究科都市工学専攻
(〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)
E-mail: chikaraishi@ut.t.u-tokyo.ac.jp

本稿では、離散-連続モデルの研究動向に関するレビューを行った。まず、研究の系譜を (1) ミクロ経済理論より演繹的に導出される構造型モデル、(2) 現象記述の自由度を高めることに主眼を置いた誘導型モデルに大別し、各特徴を整理した。その上で、(a) 経済理論への整合性を重視する場合にはキューンタッカー条件より導出される構造型モデルの適用が望ましいこと、(b) 現象記述や不完全観測下での行動モデルを構築する場合には誘導型モデルの方が現象記述の自由度が高いこと、(c) 両系譜の特徴を活かすことで、経済理論を踏まえつつ現象記述の自由度を高めた折衷型モデルの構築が可能であること等を明らかにした。最後に、交通行動分析分野における離散-連続モデルの適用事例を体系的に整理し、今後の研究の方向性についての展望をまとめた。

Key Words : *discrete-continuous models, microeconomic theory, structural/reduced-form models, travel behavior analysis, econometrics*

1. はじめに

本稿では、離散-連続モデルの理論展開及び交通行動分析分野における適用事例に関するレビューを行う。離散-連続モデルは、離散的な選択行動と連続量に関する選択行動とが部分的に共通な要因によって関連付けられている状況を記述するための行動モデルであり、その原型は、Tobin¹⁾ によるいわゆるTobitモデルにまで遡ることができる。計量経済学の分野において、消費者や企業の最適化行動に立脚してミクロ経済学的な意味付けを持つような離散-連続モデルの開発が進展したのは1980年代であり（例えばDubin and McFadden²⁾, Hanemann³⁾ など）、その頃より、交通行動分析の分野においても、自動車の保有と利用の分析等を中心として新たなモデル開発や様々な事例への適用がなされるようになった。その後、理論面及び実証面において多くの研究が蓄積されてきたものの、初期におけるManning and Hensher⁴⁾やHensher et al.⁵⁾ によるレビュー以降、筆者らの知りうる限り、離散-連続モデルに関する包括的なサーベイはなされていない。

今この時期に改めて離散-連続モデルのレビューを行う意義は四つあると考えられる。第一に、従来の離散-連続モデルでは、複数の離散的選択肢の中から“唯

一”の選択肢を選び、その上で連続選択を行うような状況が取り扱われてきたのに対し、近年、Bhat⁶⁾を嚆矢として、“複数個”の離散的選択肢を同時に消費する状況を記述するMDCEV (Multiple Discrete-Continuous Extreme Value) やその派生型のモデル開発が進展していることが挙げられる。第二に、高次元で複雑な誤差構造を持つ離散-連続の選択問題も、シミュレーション最尤推定、ベイズアプローチ、コピュラといった柔軟な推定方法の進展に伴って計算可能になったことが挙げられる。第三に、近年蓄積が進んでいるETCデータや公共交通ICカードデータなど、母集団代表性が確保されていないPassive型交通データのバイアス修正に対する離散-連続モデルの有用性が挙げられる^{7,8)}。第四に、エネルギーや環境問題への適用を念頭に置いた交通行動分析手法の開発が期待されている昨今、自動車やエネルギー供給システムの購入とその利用量の分析等への適用実績が豊富な離散-連続モデルが果たし得る役割は決して小さくないと考えられる点が挙げられる。

以下、レビューを行うに当たり、標準的な計量経済モデルの考え方に立脚して、時間や費用などの資源の制約条件を明示的に考慮してミクロ経済理論より演繹的に導出された離散-連続モデルの系譜を「構造型」、資源の

制約条件を明示せず、統計的な現象記述を第一義とした離散-連続モデルの系譜を「誘導型」とそれぞれ呼ぶこととする。これは、両者の間で重視されている論点が大きく異なり、実際に離散-連続モデルを適用する上でも、そのことを明確に認識するべきと考えられるためである。以下、2章では構造型、3章では誘導型の離散-連続モデルをそれぞれ整理する。4章では構造型モデルと誘導型モデルの関連性について考察する。5章では交通行動分析分野における主な離散-連続モデルの適用事例を整理する。最後に6章にて本レビューの結果をまとめる。

本稿では、主に経済系、都市・地域・交通系、マーケティング系の学術誌ならびに国際会議集を中心に、離散-連続モデルを取り扱っている論文をレビューした。加えて、一部のマーケティング系、エネルギー系の学術誌からも関連論文を抽出した。それらの誌名を以下に記す。

Econometrica, Journal of Econometrics, Rand Journal of Economics, European Economic Review, Transportation, Transportation Research Part A, B, C and D, Transport Reviews, Transportation Research Record, Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies, Regional Science and Urban Economics, Journal of Transport Economics and Policy, Transportation and Traffic Theory, Energy Policy, Marketing Science, 土木学会論文集, 土木計画学研究・論文集, 土木計画学研究・講演集, 都市計画論文集。

2. 構造型の離散-連続モデル

本章では、標準的なミクロ経済理論に立脚して構造型の離散-連続モデルの特徴を概説する。以下では、 J 個の異なる財（離散選択肢）とその消費量に対する基本的な資源制約付きの効用最大化問題(1)を考える。

$$\text{Max. } U_i = f_i(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iJ}) \quad (1a)$$

$$\text{Subject to } \sum_j p_j x_{ij} = E_i, \forall x_{ij} \geq 0 \quad (1b)$$

ここで、 $U_i(\cdot)$ は個人 i が J 個の財に資源（例えば所得や時間）を配分することの満足度を表す直接効用関数であり、個人 i は効用 U_i が最大となるように資源を配分すると仮定する。また、 x_{ij} は個人 i の財 j に対する連続的な消費量、 p_j は財 j の価格、 E_i は個人 i の資源の総量とする。

各財の需要関数を導く代表的方法として、最適化問題(1)に対して間接需要関数を定義しロワの恒等式⁹⁾を適用する方法と、キューンタッカー条件を適用する方法が挙げられる。ロワの恒等式自体がキューンタッカー条件から導出されていることより、理論モデルより得られる結果（需要関数）は同一となるものの、両者はそれを計量

経済モデルとして特定化する際の誤差項の与え方が根本的に異なる。後述のとおり、ロワの恒等式によるアプローチでは、離散選択行動に関する非観測特性と連続選択行動に関する非観測特性とを明示的に区別し、それぞれの誤差構造を考慮した上で計量経済モデルを導出している。一方キューンタッカー条件によるアプローチでは、それらの非観測特性を分離せず、共通の誤差要因を各財の限界効用に組み込んで計量経済モデルとしての特定化を行なっている。佐野¹⁰⁾は、どちらの方法によっても同一の需要関数を導くことができるものの、ロワの恒等式を用いる方法の方がキューンタッカー条件を用いて解く方法もはるかに容易であると指摘している。一方で、Wales and Woodland¹¹⁾が指摘しているように、ロワの恒等式を用いて離散-連続問題を扱う場合、需要の非負制約を厳密に取り扱えないことがあり、彼らはキューンタッカー条件を利用したモデルの構築を推奨している（4章で詳述）。

(1) ロワの恒等式を用いた導出

以下では佐野¹⁰⁾に基づき、ロワの恒等式を用いて間接効用関数から需要関数を導出し、それを離散-連続モデルに関連付ける手順について概説する。

まず、選択肢 j が選ばれたという条件付きでの（資源制約下での直接効用関数の最大化の結果得られる）個人 i の間接効用 Y_{ij} を以下のように与える。

$$Y_{ij} = Y_{ij}(p_j, E_i, z_{ij}, s_i, e_{ij})$$

ここで、 z_{ij} 個人 i の選択肢 j に対する観測された属性、 s_i 個人 i の社会経済属性、 e_{ij} 離散選択行動に関する非観測特性、である。

個人 i は J 個の選択肢の中から条件付き間接効用が最大となる選択肢 j を選択するものとする、選択肢 j が選ばれる確率は次式で表される。

$$P_{ij} = \text{Prob} \left[\begin{array}{l} Y_{ij}(p_j, E_i, z_{ij}, s_i, e_{ij}) > Y_{il}(p_l, E_i, z_{il}, s_i, e_{il}), \\ \forall 1 \leq l \leq J, l \neq j \end{array} \right]$$

ここで、非観測特性 e_{ij} が加算型として間接効用関数に含まれる、すなわち、

$$Y_{ij}(p_j, E_i, z_{ij}, s_i, e_{ij}) = Y_{ij}(p_j, E_i, z_{ij}, s_i) + e_{ij}$$

のように関数形を特定化し、さらに e_{ij} に I.I.D. ガンベル分布を仮定することにより、個人 i が選択肢 j を選択する確率 P_{ij} が $Y_{ij}(p_j, E_i, z_{ij}, s_i)$ を確定効用とする多項ロジットモデルにより与えられる。

以上の設定のもと、財 x に対する需要は、条件付き間接効用関数にロワの恒等式を適用することにより、次式のように表される。

$$x_{ij} = -\frac{\partial Y_{ij} / \partial p_j}{\partial Y_{ij} / \partial E_i} = g_{ij}(p_j, E_i, z_{ij}, s_i, e_{ij}) \quad (2)$$

この需要関数 g_{ij} を求めるためには、条件付き間接効用関数 Y_{ij} を特定化する必要がある。表-1には、代表的な条件付き間接効用関数の特定化の例を示している。表中のDubin and McFadden²⁾から Fosgerau and Jensen¹⁶⁾までの事例は、離散選択行動に関する非観測特性 e_{ij} の加法性を仮定することにより選択確率 P_{ij} が離散選択モデル（主に多項ロジットモデル）によって導出される一方で、連続消費量に関する需要関数については、連続選択行動に関する非観測特性項 ζ_{ij} を間接効用関数 Y_{ij} に適切に導入することにより、属性変数に対する線形ないしは比較的単純な非線形の計量経済モデルとして導出される構造となっている。例えば、Dubin and McFadden²⁾の条件付き間接効用関数の特定化に対応した需要関数は、 Y_{ij} に非観測特性項 ζ_{ij} を導入した上で式(2)を適用することにより、以下のような線形関数として導出される。

$$x_{ij} = -\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\rho}{\alpha} (\alpha E_i + \beta p_j + \gamma z_{ij} + \theta s_i + \zeta_{ij})$$

これに対し、Morisugi and Le¹⁷⁾、Morisugi et al.¹⁸⁾による特定化（表-1）は、非観測特性 ζ_{ij} を Y_{ij} の中に陽に含まず、特殊な関数形を条件付き間接効用関数として採用することで、それぞれ多項ロジットモデル、ネスティッドロジットモデルに基づくシェア型の連続量需要関数が直接導出される構造となっている。その上で、導出された需要関数 x_{ij} に誤差項（非観測特性） ζ_{ij} を付加することで計量経済モデルを特定化している。

(2) キューンタッカー条件を用いた導出

次に、キューンタッカー条件を用いた離散-連続モデルの導出について説明する。最適化問題(1)に対するラグランジュ関数を以下のように定義する。

$$L_i = U_i - \lambda \left(\sum_j p_j x_{ij} - E_i \right)$$

このとき、最適な資源配分に対するキューンタッカー条件は、以下のように表現される。

$$\partial L_i / \partial x_{ij} = \partial U_i / \partial x_{ij} - \lambda p_j = 0 \text{ if } x_{ij} > 0, \forall j \quad (3a)$$

$$\partial L_i / \partial x_{ij} = \partial U_i / \partial x_{ij} - \lambda p_j < 0 \text{ if } x_{ij} = 0, \forall j \quad (3b)$$

式(3a)は、 x_{ij} に資源が配分される場合に限界効用がある一定の値になるまで当該財に資源を配分する状況を、式(3b)は、端点 ($x_{ij}=0$) における限界効用が閾値を超えず、当該財への資源配分が総効用の増加に寄与しないこと（またその結果として当該財へ資源を配分しないこと）を表現している。すなわち、キューンタッカー条件により表現される端点解の扱いを、財 j に資源を配分するかどうかの離散選択問題として解釈することができる。

式(3)の連立方程式に基づき、各財への最適な配分量（連続問題）を導出することが可能である。なお、多くの場合、財の選好に関する非観測個人間異質性を反映するために限界効用が観測/非観測要因によってランダムに変動するような特定化を行い、配分の意思決定を確率的に扱う場合が多い。ランダム項に正規分布を仮定したモデルとして Wales and Woodland¹¹⁾、Kim et al.¹⁹⁾などがある。また、ガンベル分布を仮定したモデルとして、

表-1 間接効用関数の特定化の代表例

出典	間接効用関数	所得制約
Dubin and McFadden ²⁾	$Y_{ij} = [\alpha E_i + \beta p_j + \gamma z_{ij} + \theta s_i] \exp(-\rho p_j) + e_{ij}$	$E_i \geq p_j x_{ij} + Z_i$
Hanemann ³⁾	$Y_{ij} = \left(\frac{\theta}{\rho-1} \right) p_j^{1-\rho} + \frac{1}{1-\eta} E_i^{1-\eta} + e_{ij}$	$E_i \geq p_j x_{ij} + Z_i$
Train ¹²⁾	$Y_{ij} = \frac{1}{1-\alpha} E_i^{1-\alpha} + \frac{1}{\beta} \exp(-\beta p_j + \gamma z_{ij} + \theta s_i) + e_{ij}$	$E_i \geq p_j x_{ij} + Z_i$
de Jong ¹³⁾	$Y_{ij} = \frac{1}{1-\alpha} (E_i - C_i)^{1-\alpha} + \frac{1}{\beta} \exp(s_i - \beta p_j) + e_{ij}$	$E_i \geq p_j x_{ij} + C_i + Z_i \text{ (if } x_{ij} > 0)$ $E_i \geq Z_i \text{ (if } x_{ij} = 0)$
de Jong ¹⁴⁾	$Y_{ij} = \ln(\alpha_0 + \beta p_j + \alpha y_i + \gamma z_{ij} + \theta s_i) - \delta p_j + e_{ij}$	$E_i \geq \sum_{j=1}^J p_j x_{ij}$
Rouwendaal and Pommer ¹⁵⁾ Fosgerau and Jensen ¹⁶⁾	$Y_{i0} = \frac{1}{1-\alpha} E_i^{1-\alpha} + e_{ij}, Y_{i1} = \frac{1}{1-\alpha} (E_i - C_i)^{1-\alpha} + \frac{1}{\beta} \exp(s_i - \beta p_j + \eta_j) + e_{ij},$ $Y_{i2} = \frac{1}{1-\alpha} (E_i - 2C_i)^{1-\alpha} + \frac{1}{\beta} \sum_{j=1,2} \exp(s_i - \beta p_j + \eta_j) + e_{ij}$	$E_i - p_j N \geq \sum_{j=1}^J p_j x_{ij} + Z_i$ ($j = 0, 1, 2$ は自動車保有台数)
Morisugi and Le ¹⁷⁾	$Y_i(\mathbf{q}_i) = \sum_{j=1}^J \int_{q_{ij}}^{\infty} \exp k_{ij}(q_{ij}) dq_{ij} + W_i(q_{i0})$	$\sum_j q_{ij} x_{ij} = 1, q_{ij} \equiv p_j / E_i \quad \forall j$
Morisugi et al. ¹⁸⁾	$Y_i(\mathbf{q}_i) = \oint_{\mathbf{q}_i} \sum_{j=1}^J \left[\frac{\partial}{\partial y_{ij}} G(y_{i1}(s_{i1}), \dots, y_{iJ}(s_{iJ})) \right] \left[\frac{dy_{ij}(s_{ij})}{ds_{ij}} \right] ds_{ij}$	$\sum_j q_{ij} x_{ij} = 1, q_{ij} \equiv p_j / E_i \quad \forall j$

Z: 合成財消費量, C: 財購入に伴う固定費用, N: 財の総購入(種類)数, q_i : 所得によって基準化した価格, q_{ij} : 合成財価格, $G(\cdot)$: 一般化極値分布生成関数 (GEV-generating function), $W(\cdot)$: 合成財消費の間接効用関数, $\alpha_0, \alpha, \beta, \gamma, \rho, \eta, \theta$: 未知パラメータ。なお、連続選択行動に関する非観測要因 ζ_{ij} は、説明の見通しをよくするため、式中から省略している。

MDCEVモデル^{6), 20)}が挙げられる。MDCEVモデルは、複数の離散選択肢を同時に選択し、かつ、選択した財の消費量を配分問題として扱うモデルである。MDCEVモデルは、ロジットモデルの自然な拡張と見なすことができ、通常のロジットモデルをネステッドロジットモデル、ミックスドロジットモデル、マルチレベルロジットモデル等へ拡張する場合と同様に拡張することが可能である^{6), 21), 22)}。

実証分析においては、直接効用関数の限界効用逓減を仮定した関数形を用いる場合が多い。これは、限界効用逓減の仮定が妥当と考えられる現象を扱う場合が多く、また、一意解を容易に保証できるためである。具体的には、対数型^{23), 24)}やその一般形といえるCES型^{6), 19), 20)}の直接効用関数が多く用いられている。表-2に、キューンタッカー条件に基づく代表的な離散-連続モデルの直接効用関数、制約条件、誤差分布の仮定を示す。

3. 誘導型の離散-連続モデル

2章で述べたミクロ経済理論との整合性を第一義とした構造型の離散-連続モデルが発展する一方で、統計モデルという観点から現象の直接的記述に主眼を置いた誘導型の離散-連続モデルも多く提案されている。誘導型モデルの系譜では、ミクロ経済理論との整合性を保つよりも、むしろ、現象記述の自由度を高めたモデル構築が指向され、研究が蓄積されてきた。そのため、誘導型モデルでは資源制約を考慮しない定式化がなされることも多い。その一方、構造型モデルでは取り扱うことが困難な現象も、誘導型モデルを適用することでより柔軟に取り扱うことができる場合がある。例えば、観測が不完全である（データに偏りが存在する）ことを前提としたモデリング手法や、離散問題と連続問題の非線形な依存関係を記述するモデリング手法が提案されている。

以下では、代表的な誘導型モデルとして、Amemiya²⁵⁾

の整理によるType I, Type II, Type VのTobitモデル、Lee²⁶⁾によるType VのTobitモデルの拡張、コピュラ関数を用いた離散-連続問題の記述²⁷⁾、ベイズ推定を活用した連立方程式体系としての離散-連続モデルの定式化²⁸⁾を取り上げ、それぞれの特徴について整理する。これらのモデル式及び尤度関数を表-3にまとめる。誘導型モデルの特徴は、離散問題と連続問題の誤差相関の明示的な考慮にあり、推定手法の発展と共に実証分析事例が増加してきた経緯がある。ただし、誤差相関の意味解釈は分析の文脈に依存しており、非観測異質性のように行動論的な解釈がなされる場合もあれば、観測時のバイアスを除去するために利用される場合もある。

(1) Tobitモデル (Type I)

誘導型の離散-連続モデルは、Tobin¹⁾が提案したTobitモデル (Type I) が嚆矢となっている。このモデルの特徴は、離散問題と連続問題を同一の評価関数を用いて記述する点にある。この点でType Iモデルは、端点解を離散問題と解釈するキューンタッカー型の離散-連続モデルと同様の性質を有している。キューンタッカー条件を用いた配分型モデルと多項式に拡張したTobitモデル (Type I)の比較を行った研究では、両モデルのアウトプットが類似していることが指摘されている¹¹⁾。

なおType IのTobitモデルは、後述するType IIのTobitモデルの特殊形と見なすことができる。具体的には、Type IIのTobitモデルにおいて、離散問題と連続問題の各評価関数を規定する説明変数及びパラメータを同一と仮定し、さらに両関数の誤差相関を1とした場合に、Type IのTobitモデルが導出される。

(2) Tobitモデル (Type II)

Type II以降のTobitモデルは、離散問題と連続問題の評価関数が異なることを許容するモデル構造となっている。代表的なType II型 Tobitモデルとして、Heckman²⁹⁾が挙げられる。Heckman²⁹⁾では、離散問題をデータの観測モデ

表-2 キューンタッカー条件に基づく離散-連続モデルの直接効用関数・制約条件・誤差項の一例

出典	直接効用関数	制約条件	誤差項 u_{ij} の仮定
Wales and Woodland ¹¹⁾	$\beta_{00} + \sum_{j=1}^J (\beta_{i0} + e_{ij}) x_{ij} + (1/2) \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J \beta_{jk} x_{ij} x_{ik}$	$\sum_{j=1}^J q_{ij} x_{ij} \leq 1, x_{ij} \geq 0$ ($q_{ij} = p_j / E_i$)	多変量正規分布
Kim et al. ¹⁹⁾	$\sum_{j=1}^J \psi_{ij} (x_{ij} + \gamma_j)^{\alpha_j}$ where $\psi_{ij} = \exp(\beta_j x_{ij} + e_{ij})$	$\sum_{j=1}^J p_j x_{ij} = E_i, x_{ij} \geq 0$	多変量正規分布
Bhat ⁶⁾	Kim et al. ¹⁹⁾ と同様	$\sum_{j=1}^J x_{ij} = E_i, x_{ij} \geq 0$	極値分布 (ガンベル分布)
Bhat ²⁰⁾	$\sum_{j=1}^J \frac{\gamma_j}{\alpha_j} \psi_{ij} \left\{ (x_{ij} + 1)^{\alpha_j} - 1 \right\}$ where $\psi_{ij} = \exp(\beta_j x_{ij} + e_{ij})$	Kim et al. ¹⁹⁾ と同様	極値分布 (ガンベル分布)
Pinjari and Bhat ²¹⁾	Bhat ²⁰⁾ と同様	Bhat ⁶⁾ と同様	極値分布 (入れ子型)

$\beta_{00}, \beta_{i0}, \beta_{jk}, \beta_j, \alpha_j, \gamma_j$: 未知パラメータ, e_{ij} : 誤差項, q_{ij} : 所得で基準化した価格。

表-3 誘導型モデルのモデル式・共分散構造・尤度関数の代表例

モデル	離散問題	連続問題	共分散構造	尤度関数
Tobit モデル: type I ¹⁾	$y_{1i} = \begin{cases} u_{1i}^* & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ 0 & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$	$\text{where } u_{1i}^* = x_{1i}\beta_1 + e_{1i}$	$e_{1i} \sim N(0, \sigma_1^2)$	$\prod_{i=1}^I \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{x_{1i}\beta_1}{\sigma_1} \right) \right\}^{(1-y_{1i})} \left\{ \sigma_1^{-1} \phi \left(\frac{y_{1i} - x_{1i}\beta_1}{\sigma_1} \right) \right\}^{D[y_{1i}>0]}$
Tobit モデル: type II (サンプリセレクション モデル ²⁰⁾)	$y_{1i} = \begin{cases} 1 & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ 0 & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$ where $u_{1i}^* = x_{1i}\beta_1 + e_{1i}$	$y_{2i} = \begin{cases} u_{2i}^* & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ 0 & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$ where $u_{2i}^* = x_{2i}\beta_2 + e_{2i}$	$\begin{pmatrix} e_{1i} \\ e_{2i} \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \right)$	$\prod_{i=1}^I \left\{ 1 - \Phi(x_{1i}\beta) \right\}^{(1-y_{1i})} \left\{ \frac{\sigma_2^{-1} \phi(\sigma_2^{-1}(y_{2i} - x_{2i}\beta_2))}{\Phi \left(\frac{(x_{1i}\beta_1 + \sigma_2^{-1}\sigma_{12}(y_{2i} - x_{2i}\beta_2))}{(1-\rho_2^2)^{1/2}} \right)} \right\}^{y_{1i}}$
Tobit モデル: type V (内生的スイッチン グ回帰モデル ³¹⁾)	$(y_{11i}, y_{12i}) = \begin{cases} (1, 0) & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ (0, 1) & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$ where $u_{1i}^* = x_{1i}\beta_1 + e_{1i}$	$y_{2ij} = \begin{cases} u_{2ij}^* & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ u_{2ij}^* & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$ where $u_{2ij}^* = x_{2ij}\beta_{2,j} + e_{2ij} \ (j=1,2)$	$\begin{pmatrix} e_{1i} \\ e_{2i1} \\ e_{2i2} \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & 0 \\ \sigma_{13} & 0 & \sigma_3^2 \end{pmatrix} \right)$	$\prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^2 \left\{ \frac{\sigma_j^{-1} \phi(\sigma_j^{-1}(y_{2ij} - x_{2ij}\beta_{2,j}))}{y_{1i2} + (-1)^{y_{1i2}} \Phi \left(\frac{(x_{1i}\beta_1 + \sigma_j^{-1}\sigma_{1j}(y_{2ij} - x_{2ij}\beta_{2,j}))}{(1-\rho_j^2)^{1/2}} \right)} \right\}^{y_{1ij}}$
誤差分布の近似 ²⁶⁾	$y_{1ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } u_{1ij}^* > \max_{k=1,\dots,J} u_{1ik}^* \ (k \neq j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ where $u_{1ij}^* = x_{1ij}\beta_{1,j} + e_{1ij} \ (j=1,\dots,J)$	$y_{2ij} = \begin{cases} u_{2ij}^* & \text{if } u_{1ij}^* > \max_{k=1,\dots,J} u_{1ik}^* \ (k \neq j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ where $u_{2ij}^* = x_{2ij}\beta_{2,j} + e_{2ij} \ (j=1,\dots,J)$	$\begin{pmatrix} \tilde{e}_{1ij} \\ \tilde{e}_{2ij} \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \sigma_{1j} \\ \sigma_{1j} & \sigma_j^2 \end{pmatrix} \right)$ $\tilde{e}_{1ij} = \Phi^{-1}(G(e_{1ij}))$	$\prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^J \left\{ \frac{\sigma_j^{-1} \phi(\sigma_j^{-1}(y_{2ij} - x_{2ij}\beta_{2,j}))}{\left(\Phi^{-1}(G(x_{1ij}\beta_{1,j})) + \sigma_j^{-1}\sigma_{1j}(y_{2ij} - x_{2ij}\beta_{2,j}) \right) (1-\rho_j^2)^{1/2}} \right\}^{y_{1ij}}$
Copula 関数の利用 ²⁷⁾	$(y_{11i}, y_{12i}) = \begin{cases} (1, 0) & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ (0, 1) & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$ where $u_{1i}^* = x_{1i}\beta_1 + e_{1i}$	$y_{2i} = \begin{cases} u_{2i2}^* & \text{if } u_{1i}^* > 0 \\ u_{2i3}^* & \text{if } u_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$ where $u_{2ij}^* = x_{2ij}\beta_{2,j} + e_{2ij} \ (j=2,3)$	採用する Copula 関数に依存 (例えば Bhat and Erlu ²⁷⁾ 参照) ※Gaussian copula を採用した場合, V の Tobit モデルに帰着	$\prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^2 \left\{ y_{1i1} + (-1)^{y_{1i1}} \Phi \left(\frac{\sigma_j^{-1} \phi(\sigma_j^{-1}(y_{2ij} - x_{2ij}\beta_{2,j}))}{\partial \Phi(\sigma_{2,j}^{-1}(y_{2ij} - x_{2ij}\beta_{2,j}))} \right) \right\}^{y_{1ij}}$
ベイズモデル ²⁸⁾	$y_{1ij} = \begin{cases} 2 & \text{if } u_{1ij}^* > \theta_{h,j} \\ 1 & \text{if } \theta_{l,j} < u_{1ij}^* \leq \theta_{h,j} \\ 0 & \text{if } u_{1ij}^* \leq \theta_{l,j} \end{cases}$ Where $u_{1ij}^* = x_{1ij}\beta_{1,j} + e_{1ij} \ (j=1,2)$	$y_{2ij} = \begin{cases} u_{2ij}^* & \text{if } u_{1ij}^* > \theta_{l,j} \\ 0 & \text{if } u_{1ij}^* \leq \theta_{l,j} \end{cases}$ where $u_{2ij}^* = x_{2ij}\beta_{2,j} + e_{2ij} \ (j=1,2)$	$\begin{pmatrix} e_{1i1} \\ e_{1i2} \\ e_{2i1} \\ e_{2i2} \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_3^2 & \sigma_{34} \\ \sigma_{14} & \sigma_{24} & \sigma_{34} & \sigma_4^2 \end{pmatrix} \right)$	4 変量多変量正規分布に従う尤度関数 (MCMC による計算)

$y_{1\bullet}$: 離散問題の目的変数, $y_{2\bullet}$: 連続問題の目的変数, $u_{1\bullet}$: 離散問題の評価関数, $u_{2\bullet}$: 連続問題の評価関数, $x_{\bullet}$: 説明変数ベクトル, $\beta_{\bullet}$: 未知パラメータベクトル, $e_{\bullet}$: 誤差項, $\rho_{\bullet}$: 相関係数 ($\sigma_{1\bullet}/\sigma_{\bullet}$), $\theta_{\bullet}$: 閾値パラメータ, $\phi(\bullet)$: 標準正規分布の確率密度関数, $\Phi(\bullet)$: 標準正規分布の分布関数, $G(\bullet)$: $\bullet$ の周辺分布関数. 評価関数 u に付与されたアスタリスク (*) は, その変数が直接観測不可能 (潜在変数) であることを意味する.

ル、連続問題を行動モデルとそれぞれみなすことで、観測問題とモデリング問題を統一的に扱っており、以降のサンプルセレクションバイアスを考慮したモデリングの発展の契機となった。このモデルは、統制された実験の実施が困難で、観測されるデータが母集団を代表していない恐れがある場合に、政策の効果計測を偏り無く行うために有用な手法である³⁰⁾。

Type IIのTobitモデルは、以降の誘導型モデルの基礎となっており、以下で紹介するType VのTobitモデル、Lee²⁶⁾によるType VのTobitモデル、コピュラ関数を用いた離散-連続問題の記述²⁷⁾はその代表的な発展形と位置付けられる。また、詳細は省略するが、Type III及びType IVのTobitモデルもType IIモデルの自然な拡張となっている。

(3) Tobitモデル (Type V)

Type IIのTobitモデルは、2項選択（離散問題）の一方の選択肢が選ばれた場合のみ連続問題が観測できる構造となっている。それに対し、Type VのTobitモデルでは、2項選択のそれぞれの選択結果に対して連続問題が観測される構造となっている。このことから、Type V型は内生的スイッチング回帰モデル (Endogeneous Switching Regression Model) と呼ばれ³¹⁾、離散問題の選択結果によって異なる2本の回帰モデル間を行き来する状況を記述できる。例えば、自動車保有とトリップ発生に関する離散-連続問題の場合、自動車を保有するかどうかの離散選択、保有した場合／保有しない場合の各状況におけるトリップ発生量の連続的選択という、3本の式を持つモデルとなる。

(4) 誤差分布の近似

上述したType II及びType VのTobitモデルは、離散問題として2項選択を扱うモデル構造となっている。これは、プロビットモデルの枠組みで多肢離散選択問題を扱うことが難しいことが主な理由であるが、実際の交通行動分析においては、例えば車種選択と走行距離など、離散選択肢が3つ以上となるケースが少なくない。

このような問題に対処する方法として、Lee²⁶⁾は、モデル構築が比較的容易な多項ロジットモデルを選択問題として採用し、選択確率に対して正規分布関数の逆関数を取ることで誤差分布を近似的に取り扱う方法を提案している。表-3より確認できるように、逆関数を用いた近似手法は、離散問題が多項選択となったType VのTobitモデルと見なすことができ、Tobitモデルの自然な拡張といえる。なお、ガンベル分布に対するバイアス修正項を導出し、2段階推定によってモデルを同定する選択性修正法も提案されており²⁾、¹⁰⁾、ロワの恒等式アプローチに基づく構造型モデルの多くも、この推定方法を採用している。また、以下で述べるコピュラ関数やベイズ推定を援

用することによって、多肢選択に拡張した離散-連続モデルを構築・推定することも可能である。

(5) コピュラ関数

これまでに紹介した誘導型のモデルはすべて、多変量正規分布の分散・共分散構造を通じて離散問題と連続問題の依存関係を記述することを前提としている（一部、ガンベル分布による正規分布の近似例もあり）。しかし、正規分布を用いた2変量間の依存関係の記述については、(1) 線形依存の関係を把握するに留まり非線形の依存関係を表現できないこと、(2) 相関の大きさが対称で、符号に依存しない仮定を設けていることが問題点として指摘されている³²⁾。例として、自動車を保有するかどうかの離散問題とトリップ数の連続問題を扱う離散-連続モデルを考えよう。自動車を保有しない場合、そのことによってトリップ発生が制約される可能性があるため、保有と利用の間に比較的強い依存関係があることが予想される。一方自動車を保有する場合、保有によって強制的にトリップ数を増やす必然性はなく、トリップ発生に対する意思決定の自由度が高くなったと解釈するのが自然である。従って、自動車を保有する場合には両変数間の依存関係は相対的に弱くなる可能性があり、相関の対称性を仮定した依存構造では現象を適切に記述できない可能性がある。

このような非対称・非線形な変数間の依存関係を表す手法としてコピュラ関数を用いる方法がある³³⁾。この方法では、多変量分布を各変数に対する周辺分布と依存構造を表す関数（コピュラ）に分割する。依存構造を表すコピュラ関数として正規／クレイトン／ガンベル／フランク等の各コピュラがある。正規コピュラを採用した場合には通常のTobitモデルに帰着する。なお、表-3にはType VのTobitモデルと同様のモデル構造を持つ尤度関数を掲載しているが、Type IIのTobitモデルについても同様の方法で表現できる。ただし、コピュラ関数を援用した方法は、3変量以上への拡張が難しい場合が多く、多変量間の依存関係を記述する場合には以下に示すシミュレーション最尤推定やベイズ推定を援用したモデリング手法が有用と考えられる。

(6) シミュレーション最尤推定・ベイズ推定の活用

例えば、複数のモビリティツールの同時保有と各モビリティツールの利用回数の関係のモデル化のように、分析対象によっては複数の離散／連続問題を統一的に扱うモデルが必要になる。しかし、3変量以上の誤差共分散構造を持つモデルは、尤度を定義するための確率密度関数の構造が極めて複雑で推定が困難になることから、これまで実証分析の蓄積が極めて少なかった。これに対し、近年、シミュレーション最尤推定や、Markov Chain Monte

Carlo (MCMC) に代表されるベイズ推定法の発展に伴い、多変量分布を仮定したモデルの推定も容易になっており、交通行動分析分野においても多変量型の離散-連続モデルの構築事例が近年報告されている^{28), 34), 35)}。特に多変量正規分布や切断された正規分布を誤差構造に用いたモデルであれば、Gibbs Samplingアルゴリズム³⁶⁾を容易に実装することができる。これにより、高次元の選択状況であってもモデル間の多様な誤差相関を比較的容易に考慮することができるため、自由度の高い離散-連続モデルの構築が可能となっている。

(7) その他の誘導型モデル

その他にも、様々な拡張や修正を行った離散-連続モデルが提案されている。例えばAmemiya³⁷⁾は、Type IのTobitモデルを多変量に拡張した多変量Tobitモデルを提案している。また、分布の両側打ち切りのTobitモデル³¹⁾は、2つの財の配分問題を端点解を考慮しながら扱う離散-連続モデルとして解釈することができ、交通分野においてはYamamoto and Kitamura²⁴⁾による適用事例がある。なお、Yamamoto and Kitamura²⁴⁾は効用最大化問題から演繹された離散-連続モデルを示しており、構造型モデルと解釈することもできる。さらに、正規分布の仮定を緩和する方法として、コピュラ関数以外にも、セミパラメトリックの誤差構造を持つ離散-連続モデルが提案されている³⁸⁾。

なお、誘導型の離散-連続モデルは、因果推論やデータ融合など、データ欠測の問題を取り扱う手法との関連性が強い⁸⁾。例えば、社会実験や政策プログラムの効果分析を行う場合には、統制された条件下での検証が困難な場合が多く生じるが、そのような偏りや欠測のあるデータを使わざるを得ない場面において、誘導型の離散-連続モデルは有力なバイアス補正手法となる。その代表例がRosenbaum and Rubin³⁹⁾による傾向スコア (Propensity Score) 法である。

4. 構造型モデルと誘導型モデルの関連性

前章までにまとめたように、構造型モデルと誘導型モデルは、それぞれのモデル開発の力点が異なり、発展の系譜も異なる。前者は制約条件下での効用最大化理論に基づく資源配分問題を直接表したモデルであることを重視する一方、後者は現象記述の自由度を高める統計的側面を重視したモデルといえる。

本章では、実証分析を行う際にどの離散-連続モデルを採用すべきかについて参考となる情報を整理することを企図し、構造型と誘導型の離散-連続モデルの比較分析に関する既往研究や、両者のアイデアを取り入れた折衷型のモデリング手法についてレビューする。

(1) 構造型モデルと誘導型モデルの比較

3章で述べたように、キューンタッカー条件に基づく離散-連続モデルとType IのTobitモデル（及びその拡張である多変量Tobitモデル³⁷⁾）はモデルの性質が類似しており、Wales and Woodland¹¹⁾においてモデル特性の比較分析がなされている。Type IのTobitモデルは、その他の誘導型モデルの基礎となっているため、Wales and Woodland¹¹⁾を参考に比較対象を拡大することが可能と考えられる。以下では、まずWales and Woodland¹¹⁾を概観し、次に構造型モデルと誘導型モデルとの関連性について考察する。

Wales and Woodland¹¹⁾は、キューンタッカー条件に基づく離散-連続モデルとType I型の多変量Tobitモデルの重要な相違点として、誤差項の解釈を挙げている。前者では、誤差項は効用関数における個人間の選好の異質性を表すのに対し、後者では、確率的に効用の最大化が達成されなかった場合やデータの観測誤差がある場合のノイズそのものを表していると指摘している。また、表-1におけるDubin and McFadden²⁾からFosgerau and Jensen¹⁶⁾までのモデルタイプでは、誤差項の存在により非負制約を満たさない場合が生じ、財消費が負値をとる場合に対して切断型の分布を適用するTobit型のモデリングによって対処せざるを得ず、(1) 負の値をとる財への配分を0と置き換えることにより、資源制約条件を満たさなくなること、(2) その結果、他の財の需要関数も再度定義せざるを得ないことを指摘している。以上より、Wales and Woodland¹¹⁾は、ミクロ経済理論に整合的なモデルを構築する場合、キューンタッカー条件に基づく離散-連続モデルを採用することが望ましいと結論付けている。

このように、ロワの恒等式に基づく構造型の離散-連続モデルや誘導型の離散-連続モデルは、Wales and Woodland¹¹⁾の指摘する意味で、ミクロ経済理論に完全には整合的ではないものの、これらのモデルを積極的に採用すべきと考えられる場面も実際には存在する。以下では、買物活動への時間配分を例に両者のモデルを比較する。一般に、買物先へのアクセスが便利な地域に住む個人は、買物の頻度は高いものの一回当たりの買物時間が短くなる傾向にあると考えられる。一方、買物が不便な地域に住む個人は、買物の頻度は低いが一回当たりの買物時間は長い（すなわち、まとめ買いを行う）ことが予想される。このような実態のもとで離散問題と連続問題に同一の評価関数を使用するキューンタッカー条件に基づく離散-連続モデルを適用すると、上記のような買物行動の特徴を適切に記述することができない。なぜなら、この例では、アクセス性利便性が買物頻度に正の影響を与える一方で一回あたり買物時間には負の影響を与えるような関係が想定されるため、離散（頻度）と連続（一回あたり買物時間）の選択行動を同一の評価関数で表現する

ことは困難であるからである。この買物行動の例のように、離散問題と連続問題の評価関数が異なることが想定される状況下においては、行動論的な解釈が可能なType II型の離散-連続モデルを採用する方が望ましい場合も起こり得ると考えられる。

以上のような経緯もあり、ミクロ経済理論に厳密に整合した離散-連続モデルと、統計的なモデリングを下敷きとした離散-連続モデルとの折衷型ともいえるモデルが提案されている。

(2) ミクロ経済理論を踏まえた誘導型モデル

折衷案型、すなわち、ミクロ経済理論への整合性を配慮した誘導型の離散-連続モデルは、(a) ロワの恒等式により需要関数を導出した後、誘導型の離散-連続モデルの手法を適用する方法と、(b) 端点解を考慮しない効用最大化問題を解くことで連続問題の需要関数を導出し、事後的に離散問題を導入する方法とに大別される。

折衷案型 (a) に関して、溝上ら⁴⁰⁾は、ミクロ経済理論と整合的な離散-連続モデルを得るためには、離散モデルと連続モデルのパラメータ推定値が一致する必要があると指摘している。一方、多くの既往研究では、現象記述の精度向上を重視してモデル同定が行われている。例えば、離散モデルと連続モデルで異なる説明変数を採用したり²⁾、連続モデルに新たな誤差項を追加する¹³⁾ようなケースが散見される。前者は、ある選択肢が選ばれた場合のみ観測される変数が存在することが主な根拠である。例えば、自動車保有と利用の関係をモデル化する場合、メインドライバーの属性が走行距離に影響を及ぼす状況が想定されるが、この属性は自動車を保有する条件下においてのみ観測されるため、自動車を保有するかどうかを記述する離散モデルの説明変数として用いることはできない。連続モデルに誤差項を追加する理由も概ね類似しており、保有意思決定時における走行「予測」と保有後の「実際の」の走行実態との間に一定の乖離があることが理由として挙げられている¹³⁾。以上より、ロワの恒等式に基づき離散-連続モデルを構築する場合、ミクロ経済理論との整合性と現象記述の精度のトレードオフを勘案しつつ折衷案型としてモデルが展開されることが多い。

次に折衷案型 (b) の代表例として、Kitamura²³⁾を挙げる。Kitamura²³⁾は時間配分問題を対象に、(1) ラグランジュの未定乗数法を用いて効用最大化問題を解くことで、内点解として需要関数を一旦導出し、(2) 各財を消費するかどうかを表現する2項プロビットモデルを導入することにより離散選択行動を表現し、(3) 連続問題 (1) 及び離散問題 (2) の関連性を、Type IIのTobitモデル、すなわち連続問題と離散問題で異なる評価関数を仮定するモデルを援用することにより、端点解（特定の活動への時間配分

がゼロとなる）を考慮した時間配分モデルを構築している。すなわちKitamura²³⁾は、離散問題（各活動を行うかどうか）の存在はひとまず無視し、連続問題としての時間配分をミクロ経済理論と整合的に導出し（構造型の考え）、導出した式に誘導型の考え（Type IIのTobitモデル）を導入して操作性の高いモデル展開を行なっている。すなわち、ラグランジュ乗数法では扱えない不等式問題を、誘導型のアイデアを柔軟に導入することで解決している。なお、キューンタッカー条件から導いた構造型モデルで同様のことを行うことはできない。Kitamura²³⁾のモデルは、ある活動への配分時間がゼロの場合とそうでない場合とで効用関数が不連続になるような特定化がなされており、ミクロ経済理論に厳密な意味で整合的ではない。しかし、観測の問題や不確実性に配慮して柔軟に評価関数及び誤差構造を設定できるため、キューンタッカー条件に基づくモデルに比べてより自由度の高い現象記述が可能となっている。

5. 交通行動分析分野における離散-連続モデルの適用事例

本章では、交通行動分析分野における離散-連続モデルの適用事例を整理する。その結果を表4にまとめる。多様な交通事象に対して離散-連続モデルが適用されており、同一の事象を対象とした分析であっても目的に応じて異なるアプローチが採用されていることが確認できる。以下、1章で述べたレビューを行う四つの意義に準じて特徴を整理する。

第一に、MDCEVモデルの開発⁶⁾により、ミクロ経済理論に厳密に整合した構造型の離散-連続モデルの適用が比較的容易に行えるようになった。所与の活動種類から従事する活動を複数個選択し、利用可能な時間を選択した活動に配分する行動のモデル化⁶⁾や、所与の車種から世帯で保有する自動車を複数台選択し、利用ニーズ（走行距離）を選択した自動車に配分する行動のモデル化⁵⁷⁾をはじめ、多くの実証分析が行われている。ただし、車種選択-走行距離モデルへのMDCEVモデルの適用は、Fang²⁸⁾が指摘しているように、(1) 世帯の総走行距離を所与（制約）としたモデルのため、政策による総走行距離の変化（誘発需要）の影響を評価できない、(2) 同一カテゴリーの車種を複数台選択する行動が記述できない、といった問題がある。特に(1)は、自動車関連政策を議論する上で極めて大きな問題であり、資源配分問題として現象を記述するMDCEVモデルの適用上の限界点を明確に指摘したものである。なお、便宜的な解決方法として、走行距離を支出に換算し、外部財（outside goods: 総所得から走行距離への支出を差し引いたもの）

表-4 交通分野における離散-連続モデルの適用事例

番号	著者	年	モデルタイプ	離散問題	連続問題	特徴
1	Kitamura ²³⁾	1984	折衷案型	活動種類	活動時間長	効用最大化問題として時間利用行動を定式化、活動スケジューリングの不確実性を踏まえ、離散／連続問題に異なる効用関数を採用
2	Manning and Winston ⁴¹⁾	1985	構造型	車種選択	走行距離	Dubin and McFadden ²⁾ の間接効用関数を援用、パネル分析への拡張
3	Hensher and Milthorpe ⁴²⁾	1987	誘導型	車種選択	走行距離	Dubin and McFadden ²⁾ 及び Lee ²⁴⁾ のバイアス修正方法の比較
4	Kitamura ⁴³⁾	1987	誘導型	自動車保有	トリップ数	順序付けプロビットモデル(自動車保有)及び回帰モデル(トリップ数)からなる同時方程式モデルの構築、ラグを考慮したダイナミックモデルとして定式化
5	Kitamura and Bovy ⁴⁴⁾	1987	誘導型	調査参加	トリップ数	パネルデータの脱落特性及び回答誤差の検証
6	de Jong ¹³⁾	1990	構造型	自動車保有	走行距離	間接効用関数から演繹的に離散-連続モデルを導出する一方、現象記述の精度を高めるため新たに外生的に誤差項を導入し、折衷案型として定式化
7	室町 ⁴⁵⁾	1992	構造型	買物目的地	買物頻度	Dubin and McFadden ²⁾ の間接効用関数を採用
8	Bhat and Koppelman ⁴⁶⁾	1993	誘導型	妻の就業状態	夫／妻収入、自動車保有	2項プロビットモデル(妻の就業状態)及び3本のオーダードプロビットモデル(夫収入、妻収入、自動車保有)からなる同時方程式
9	Kitamura et al. ⁴⁷⁾	1993	誘導型	調査参加	手段選択	厳密には離散-離散モデルだが、基本的な考え方は Heckman (1979)と同様、サンプリングセレクションバイアス＋パネル消費バイアスの特定
10	室町ら ⁴⁸⁾	1993	構造型	駐車場所	駐車時間	Dubin and McFadden ²⁾ の間接効用関数を採用
11	Kitamura et al. ⁴⁹⁾	1996	構造型	活動種類	活動時間長	どちらか片方の活動にのみ従事する状況を考慮した2種類の活動への時間配分を効用最大化問題として定式化し、両切りセンサーモデルを導出
12	溝上ら ⁴⁰⁾	1997	構造型	輸送手段	ロットサイズ	Dubin and McFadden ²⁾ の間接効用関数を採用
13	Yamamoto and Kitamura ²⁴⁾	1999	構造型	活動種類	活動時間長	どちらか片方の活動にのみ従事する状況を考慮した2種類の活動への時間配分を効用最大化問題として定式化し、両切りセンサーモデルを導出
14	藤井ら ⁵⁰⁾	1999	構造型	活動種類	活動時間長、出費	交通行動と消費行動のモデル化、端点解を離散問題とみなすKTモデルだが、最終的に非線形ピットモデルの構造に帰着
15	森川ら ⁵¹⁾	1999	構造型	観光形態	観光日数	Morisugi and Le ⁷⁾ の間接効用関数を採用
16	福田ら ⁵²⁾	2003	構造型	活動種類	活動時間長、出費	交通行動と消費行動のモデル化、端点解を離散問題とみなすKTモデルだが、最終的に非線形ピットモデルの構造に帰着、時間価値の推計が主な目的。
17	Moriyama et al. ⁵³⁾	2003	誘導型	公共交通の利用有無	公共交通の利用回数	非補償型の効用関数を採用したTobit型の需要予測モデル
18	森山ら ⁵⁴⁾	2004	誘導型	公共交通の利用有無	公共交通の利用回数	Dubin and McFadden ²⁾ の間接効用関数を採用
19	Rouwendaal and Pommer ⁵⁵⁾	2004	構造型	自動車保有台数	走行距離	de Jong ¹³⁾ の間接効用関数を一般化し、複数車両の保有・利用行動をモデル化
20	Bhat ⁶⁾	2005	構造型	活動種類	活動時間長	MDCEVモデルの提案及び時間利用行動モデルへの利用
21	Schwanen and Mokhtarian ⁵⁵⁾	2005	誘導型	交通手段	移動距離	誘導型離散-連続モデルを用いて交通手段と移動距離との関係をモデル化し、自己選択バイアスに関する議論を展開
22	森山ら ⁵⁶⁾	2005	構造型	公共交通の利用有無	公共交通の利用回数	Dubin and McFadden ²⁾ の間接効用関数を採用
23	Bhat and Sen ⁵⁷⁾	2006	構造型	車種選択	走行距離	Bhat ⁶⁾ のMDCEVモデルの車種選択・走行距離への適用
24	Bhat et al. ⁵⁸⁾	2006	構造型	活動種類	活動時間長	Bhat ⁶⁾ のMDCEVモデルを基礎に、各活動種類を更に分割したサブカテゴリーを扱えるモデルを構築(サブカテゴリーの選択は離散選択)
25	Bhat and Guo ⁵⁹⁾	2007	誘導型	居住地	自動車保有台数	順序付けプロビットによる自動車保有、ミックスロジットによる居住地選択のモデル化、両モデルに共通する誤差項を導入することにより2つのモデルを統合
26	力石ら ⁶⁰⁾	2008	折衷案型	活動種類	活動時間長	S字型効用関数を採用、限界効用増減を表現する時間配分モデルの構築

表-4 (続き) 交通分野における離散-連続モデルの適用事例

番号	著者	年	モデルタイプ	離散問題	連続問題	特徴
27	Fang ²⁸⁾	2008	誘導型	ベイズモデル	自動車保有	離散問題に順序付けプロビットを利用し、複数台の自動車を保有する場合の自動利用特性を表現
28	三輪ら ⁶⁾	2008	構造型	間接効用関数+ロワの恒等式	駐車場所	Dubin and McFadden ³⁾ の間接効用関数を採用
29	山本・高橋 ⁶²⁾	2008	誘導型	2変量2項プロビットモデル	調査参加	厳密には離散-離散モデルだが、基本的な考え方は Heckman ³⁹⁾ と同様。モビリティマネジメント評価におけるセレクションバイアスについて検証
30	Bhat and Eluru ²⁷⁾	2009	誘導型	コピュラ	居住地	2項選択モデル(居住地)と線形モデル(走行距離)の依存関係をコピュラにより表現
31	Habib et al. ⁶³⁾	2009	誘導型	Lee ²⁶⁾ の誤差分布の近似	交通手段	多項ロジットモデルによる交通手段選択、生存時間モデルによる出発時刻選択モデルを、Lee ²⁶⁾ の近似手法を用いて同時に記述
32	Pinjari et al. ³⁵⁾	2009	折衷案型	KT モデル+シミュレーション 最尤推定を活用したモデル構築	居住地、活動参加	構造型及び誘導型両方の離散-連続モデル(MDCEV モデル及びシミュレーション最尤推定を活用した離散-連続モデル)を有するモデルの構築
33	Spissu et al. ⁶⁴⁾	2009	誘導型	コピュラ	車種選択	多項ロジットモデル(車種選択)と線形モデル(走行距離)の依存関係をコピュラにより表現
34	小林ら ³⁴⁾	2009	誘導型	ベイズモデル	自動車保有	Fang ²⁸⁾ のモデルを SUR モデルの枠組みに拡張、離散問題に順序付けプロビットを利用することにより、複数台の自動車を保有する場合の自動利用特性を表現
35	Kato and Matsumoto ⁶⁵⁾	2009	構造型	Tobit モデル(Type I)	活動種類	交通行動と消費行動のモデル化、端点解を離散問題とみなす KT モデルだが、最終的に非線形トビットモデルの構造に帰着
36	Chikaraishi et al. ²²⁾	2010	構造型	KT モデル	活動種類	MDCEV モデルをマルチレベル MDCEV モデルに拡張
37	Pinjari and Bhat ²¹⁾	2010	構造型	KT モデル	活動種類	MDCNEV(multiple discrete-continuous nested extreme value)モデルの提案及び時間利用行動モデルへの適用
38	Yu et al. ⁶⁶⁾	2011	構造型	KT モデル	電化製品・自動車の利用有無	MDCEV モデルを利用し、世帯内及び世帯外エネルギー消費行動をモデル化
39	Castro et al. ⁶⁷⁾	2011	構造型	KT モデル	時間枠	MDCEV モデルの活用、離散選択のセグメントを就業前、就業中、就業後等と分割することにより、時間枠ごとの走行距離をモデル化
40	Chikaraishi et al. ⁶⁸⁾	2011	誘導型	Tobit モデル(type V)	自動二輪車保有	ベトナム・ハノイ市における自動二輪車が、たらずモビリティに関する議論に離散-連続モデルを援用
41	Paleti et al. ⁶⁹⁾	2011	構造型	KT モデル	活動種類、活動場所	MDCEV モデルの活用、離散選択のセグメントを活動種類・活動場所にに基づき作成
42	Castro et al. ⁷⁰⁾	2012	構造型	KT モデル	活動種類	複数の制約条件を扱えるように MDCEV モデルを拡張
43	Habib et al. ⁷¹⁾	2012	誘導型	Lee ²⁶⁾ の誤差分布の近似	駐車場所、駐車時刻	駐車場及び駐車時刻の選択を表現するネストディッドロジットモデル、活動時間長を表現する回帰モデルからなる離散-連続モデル
44	Yu et al. ⁷²⁾	2012	折衷案型	KT モデル+ベイズ推定を活用したモデル構築	居住地、電化製品・自動車の利用有無	構造型及び誘導型両方の離散-連続モデル(MDCEV モデル及びシミュレーション最尤推定を活用した離散-連続モデル)を有するモデルの構築
45	Chikaraishi et al. ⁷³⁾	2012	構造型	KT モデル	活動種類	マルチレベル MDCEV モデルを用いて時間利用行動の長期変化を分析
46	Shin et al. ⁷⁴⁾	2012	構造型	KT モデル	車種選択	Bhat ⁶⁾ の MDCEV モデルの車種選択・利用行動への適用
47	Zhang et al. ⁷⁵⁾	2012	折衷案型	Lee ²⁶⁾ の誤差分布の近似	活動種類	離散問題に Scobit モデル ⁷⁹⁾ 、連続問題に多項線形効用関数 ⁸⁰⁾ を採用し、Lee ²⁶⁾ の近似手法を用いて離散-連続モデルを構築
48	Sener and Bhat ⁶⁾	2012	構造型	KT モデル	活動種類、活動時刻、活動場所	MDCEV モデルの活用、離散選択のセグメントを活動種類・活動時刻・活動場所にに基づき作成
49	Fosgerau and Jensen ⁶⁾	2013	構造型	間接効用関数+ロワの恒等式	自動車保有台数	Rouwendal and Pommer ¹³⁾ のモデルを援用
50	Bhat et al. ⁷⁷⁾	2013	構造型	KT モデル	レジャー目的の地選択	離散-連続プロビットモデルの新たな推定方法の提案及びレジャー行動への適用

1) 間接効用関数+ロワの恒等式による定式化は、Wales and Woodland¹¹⁾が指摘するように、多くの場合ミクロ経済理論に厳密には従わないが、ここでは便宜上構造型として分類している。

2) KT モデル=キューンタッカー条件を用いて導出された離散-連続モデル。

への支出を組み込むことにより、所得制約下での配分問題として定式化する方法が提案されている⁷²⁾。

第二に、推定方法の発展が挙げられる。例えば、上述した車種選択-走行距離モデルの2つの問題に対して、Fang²⁸⁾や小林ら³⁴⁾はベイズ推定に基づく誘導型の同時方程式モデルを構築することで対処している。また、複数の交通事象を表すモデルに共通する非観測項を導入し、シミュレーション最尤推定やベイズ推定を用いてモデルを同定することにより、事象間の依存関係を精緻に表現する研究も行われている。例えば Bhat and Guo³⁹⁾ は、居住地選択と自動車保有台数の依存関係の記述を、Pinjari et al.³⁵⁾は居住地選択と活動種類選択-活動時間長の依存関係の記述をそれぞれ試みている。また、Bhat and Eluru²⁷⁾は居住地選択と走行距離の関係性を、Spissu et al.⁶⁴⁾は車種選択と走行距離の関係性をそれぞれコピュラを用いて表現し、事象間の非線形な依存関係を検証している。このような推定技術の発展は、計算負荷の問題を除けば、多くの既存モデルを統合することが可能であることを示唆している。なお、シミュレーション最尤推定やベイズ推定、コピュラのように、現象間の依存関係を非観測なものとして処理する方法は、現象間の関係性を理解する上では不十分である点に注意する必要がある。例えば Cao et al.⁷⁸⁾は、居住地選択と交通行動の関連性を特定するにあたり、依存関係を非観測なものとして処理する方法では因果関係が特定できない場合があることを指摘し、縦断データもしくはパネルデータを用いて行動間の因果関係を特定する分析フレームを採用することが望ましいことを指摘している。

第三に、母集団代表性が確保されていないデータのバイアス修正方法としての離散-連続モデルの利用可能性が考えられる。離散-選択モデルは伝統的にパネルデータの消費バイアス修正に用いられてきたが^{73, 44, 47)}、ETCデータや公共交通ICカードデータのようにランダムサンプリングの想定が一般に成り立たないPassive型データの分析や、社会実験の評価などのように被験者のランダムイズが困難な状況においても、離散-連続モデルが貢献できる可能性は高い。例えば山本・高橋⁶²⁾は、モビリティマネジメントの評価時におけるセレクションバイアスの修正を試みている。母集団代表性を確保するためのバイアス修正は、その有用性に比して適用事例が少なく、今後特にビッグデータの利活用を視野に入れた実証分析の蓄積が望まれる。

第四に、エネルギーや環境問題への適用を念頭に置いた離散-連続モデルの適用が挙げられる。表4より明らかのように、交通行動分析分野では車種選択-走行距離モデルを中心に多くの研究蓄積がある。最新の例として Fosgerau and Jensen¹⁶⁾は、自動車関連税制度の変更が自動車複数保有・利用に与える影響をミクロ経済理論の枠組

みで評価できる構造型の離散-連続モデルを構築し、車検データを用いた実証分析を行っている。また近年では、自動車を含めた日常生活全般におけるエネルギー消費行動をモデル化する研究が進展している^{69, 72)}。家庭内のエネルギー消費及び外出先でのエネルギー消費は当該地域の交通サービス水準の影響を受けて決定することを踏まえると、離散-連続モデルにより、世帯のエネルギー消費行動をより一般的な形で記述する意義は高いと思われる。例えば、スマートグリッドなどのエネルギー供給システム運用を念頭に置いた離散-連続モデルの適用が今後の新たな活用の方向性として考えられる。

6. おわりに

本稿では、離散-連続モデルの研究動向に関するレビューを行った。レビューの進め方として、まず、離散-連続モデルを(1)ミクロ経済理論から演繹的に導出される構造型、(2)現象記述の自由度を高めることに主眼を置いた誘導型に大別し、それぞれの特徴を整理した。レビュー結果より、(a)厳密にミクロ経済理論に基づいた離散-連続モデルを構築する際にはキューンタッカー条件に基づくモデル導出が望ましいこと、(b)現象記述の自由度の観点からは誘導型の離散-連続モデルが優れていること、(c)厳密ではないもののミクロ経済理論を踏まえつつ現象記述の自由度を高める折衷案型の離散-連続モデルの構築も試みられていること等が明らかとなった。どのモデルを採用すべきかは対象とする現象に依存するものの、一般的には、交通行動の記述や需要予測、不完全観測下での行動モデルの構築に主眼を置く場合には誘導型の離散-連続モデルの適用が、経済理論との整合性が重視される問題の場合には構造型の離散-連続モデルの適用がそれぞれ望ましいことが示唆された。

次に、交通行動分析分野における離散-連続モデルの適用事例を整理した。まず、ミクロ経済理論に厳密に従うMDCEVモデルの開発や、シミュレーション最尤推定・ベイズ推定の発達に伴って自由度の高い離散-連続モデルを構築することが可能になっていることを指摘し、それらの手法を用いた研究を中心に交通分野への適用事例を整理した。また、幾つかの事例を参考に、離散-連続モデルの適用上の注意を指摘した。具体的には、(1)MDCEV等の構造型モデルは配分理論に厳密に従う分析フレームを必要とすること、(2)非観測項の相関を基盤とする誘導型モデルは現象間の関連性を生み出している直接的な原因を特定するモデルではないこと等を指摘した。さらに、今後の研究の展開方向として期待される、ETCデータや公共交通の利用履歴データあるいは、社会実験の評価を念頭に置いたバイアス修正方法としての離

散-連続モデルの適用, エネルギー供給システム運用を念頭に置いた離散-連続モデルの適用可能性についても現状の研究動向をまとめた。

本稿が今後の離散-連続モデルの更なる開発や実用化に向けた契機となれば望外の喜びである。

参考文献

- 1) Tobin, J. : Estimation of relationships for limited dependent variables, *Econometrica*, Vol.26, pp.24–36, 1958.
- 2) Dubin, J.A. and McFadden, D.L. : An econometric analysis of residential electric appliance holdings and consumption, *Econometrica*, Vol.52, pp.345–362, 1984.
- 3) Hanemann, W.M. : Discrete/continuous models of consumer demand, *Econometrica*, Vol.52, pp.541–562, 1984.
- 4) Mannering, F. and Hensher, D.A. : Discrete/continuous econometric models and their application to transport analysis, *Transport Reviews*, Vol.7, pp.227–244, 1987.
- 5) Hensher, D.A., Milthorpe, F.W. and Smith, N.C. : The demand for vehicle use in the urban household sector: Theory and empirical evidence, *Journal of Transport Economic and Policy*, Vol.24, pp.119–137, 1990.
- 6) Bhat, C.R. : A multiple discrete-continuous extreme value model: formulation and application to discretionary time-use decisions, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 39, pp.679–707, 2005.
- 7) Hensher, D.A. : Issues in the pre-analysis of panel data, *Transportation Research Part A: General*, Vol.21, pp.265–285, 1987.
- 8) 星野崇宏 : 調査観察データの統計科学 : 因果推論・選択バイアス・データ融合, 岩波書店, 2009.
- 9) Varian, H.R. : *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton & Company Inc., pp. 183–187, 1992.
- 10) 佐野紳也 : 質的選択分析—理論と応用, 財団法人三菱経済研究所, 1990.
- 11) Wales, T.J. and Woodland, A.D. : Estimation of consumer demand systems with binding non-negativity constraints, *Journal of Econometrics*, Vol.21, pp.263–285, 1983.
- 12) Train, K.E. : *Qualitative Choice Analysis: Theory, Econometrics and An Application to Automobile Demand*, MIT Press, 1986.
- 13) de Jong, G.C. : An indirect utility model of car ownership and private car use, *European Economic Review*, Vol.34, pp.971–985, 1990.
- 14) de Jong, G.C. : A disaggregate model system of vehicle holding duration, type choice and use, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.30, pp.263–276, 1996.
- 15) Rouwendal, J. and Pommer, J. : An indirect utility model of multiple car ownership and use, *Tinbergen Institute Discussion Paper*, 2004.
- 16) Fosgerau, M. and Jensen, T.C. : A green reform is not always green, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 30, pp. 210–220, 2013.
- 17) Morisugi, H. and Le, D.H. : Logit model and gravity model in the context of consumer behavior theory, *Journal of Infrastructure Planning and Management*, No.488 (IV-23), pp.111–119, 1994.
- 18) Morisugi, H., Ueda, T. and Le, D.H. : GEV and nested logit models in the context of classical consumer theory, *Journal of Infrastructure Planning and Management*, No.506 (IV-26), pp.129–136, 1995.
- 19) Kim, J., Allenby, G.M. and Rossi, P.E. : Modeling consumer demand for variety, *Marketing Science*, Vol.21, pp.229–250, 2002.
- 20) Bhat, C.R. : The multiple discrete-continuous extreme value (MDCEV) model: Role of utility function parameters, identification considerations, and model extensions, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.42, pp.274–303, 2008.
- 21) Pinjari, A.R. and Bhat, C.R. : A multiple discrete-continuous nested extreme value (MDCNEV) model: Formulation and application to non-worker activity time-use and timing behavior on weekdays, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.44, pp.562–583, 2010.
- 22) Chikaraishi, M., Zhang, J., Fujiwara, A. and Axhausen, K.W. : Exploring variation properties of time use behavior based on a multilevel multiple discrete-continuous extreme value model, *Transportation Research Record*, Vol.2156, pp.101–110, 2010.
- 23) Kitamura, R. : A model of daily time allocation to discretionary out-of-home activities and trips, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.18, pp.255–266, 1984.
- 24) Yamamoto, T. and Kitamura, R. : An analysis of time allocation to in-home and out-of-home discretionary activities across working days and non-working days, *Transportation*, Vol.26, pp.211–230, 1999.
- 25) Amemiya, T. : *Advanced Econometrics*, Harvard University Press, 1985.
- 26) Lee, L.-F. : Generalized econometric models with selectivity, *Econometrica*, Vol.51, pp.507–512, 1983.
- 27) Bhat, C.R. and Eluru, N. : A copula-based approach to accommodate residential self-selection effects in travel behavior modeling, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.43, pp.749–765, 2009.
- 28) Fang, H.A. : A discrete-continuous model of households' vehicle choice and usage, with an application to the effects of residential density, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.42, pp.736–758, 2008.
- 29) Heckman, J. : Sample selection bias as a specification error, *Econometrica*, Vol.47, pp.153–161, 1979.
- 30) 北村行伸 : ミクロ計量経済学入門, 日本評論社, 2009.
- 31) Maddala, G. S. : *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press, 1983.
- 32) 沖本竜義 : 経済・ファイナンスデータの計量時系列分析, 朝倉書店, 2010.
- 33) Nelsen, R.B. : *An Introduction to Copulas*, Springer, 2006.
- 34) 小林迪子, 福田大輔, 兵藤哲朗, 田中倫英 : 離散-連続モデルを用いた世帯の自動車複数保有・利用構造の分析, 土木計画学研究・講演集, Vol.39 (CD-ROM), 2009.
- 35) Pinjari, A.R., Bhat, C.R. and Hensher, D.A. : Residential self-selection effects in an activity time-use behavior model, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.43, pp.729–748, 2009.
- 36) Gelfand, A.E. and Smith, A.F.M. : Sampling-based approaches to calculating marginal densities, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.85, pp.398–409, 1990.
- 37) Amemiya, T. : Multivariate regression and simultaneous

- equation models when the dependent variables are truncated normal, *Econometrica*, Vol.42, pp.999-1012, 1974.
- 38) Pagan, A. and Ullah, A. : *Nonparametric Econometrics*, Cambridge University Press, 1999.
  - 39) Rosenbaum, P.R. and Rubin, D.B. : The central role of the propensity score in observational studies for causal effects, *Biometrika*, Vol.70, pp.41-55, 1983.
  - 40) 溝上章志, 柿本竜治, 竹林秀基 : 地域間物流の輸送手段/ロットサイズ同時予測への離散-連続モデルの適用可能性, 土木計画学研究・論文集, Vol.14, pp.535-542, 1997.
  - 41) Mannering, F. and Winston, C. : A dynamic empirical analysis of household vehicle ownership and utilization, *Rand Journal of Economics*, Vol.16, pp.215-236, 1985.
  - 42) Hensher, D.A. and Milthorpe, F.W. : Selectivity correction in discrete-continuous choice analysis, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.17, pp.123-150, 1987.
  - 43) Kitamura, R. : A panel analysis of household car ownership and mobility, *Proceedings of the Japanese Society of Civil Engineers*, No.383/IV-7, pp.13-27, 1987.
  - 44) Kitamura, R. and Bovy, P.H.L. : Analysis of attrition biases and trip reporting errors for panel data, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.21, pp.287-302, 1987.
  - 45) 室町泰徳 : 離散連続モデルを利用した買物トリップ発生に関する基礎的分析, 土木計画学研究・論文集, Vol.10, pp.47-54, 1992.
  - 46) Bhat, C.R. and Koppelman, F.S. : An endogenous switching simultaneous equation system of employment, income, and car ownership, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.27, pp.447-459, 1993.
  - 47) Kitamura, R., Pendyala, R.M. and Goulias, G. : Weighting methods for choice-based panels with correlated attrition and initial choice, in: Daganzo, C.F. (Ed.), *Transportation and Traffic Theory*, Elsevier, pp.234-257, 1993.
  - 48) 室町泰徳, 原田昇, 太田勝敏 : 都心商業地域における駐車料金システム改善に関する研究, 都市計画論文集, Vol.28, pp.109-114, 1993.
  - 49) Kitamura, R., Yamamoto, T., Fujii, S. and Sampath, S. : A discrete-continuous analysis of time allocation to two types of discretionary activities which accounts for unobserved heterogeneity, in: Lesort, J.B. (Ed.), *Transportation and Traffic Theory*, Elsevier, pp.431-453, 1996.
  - 50) 藤井聡, 北村隆一, 熊田善亮 : 交通需要解析のための所得制約・自由時間制約下での消費行動のモデル化, 土木学会論文集, No.625/IV-44, pp.99-112, 1999.
  - 51) 森川高行, 佐々木邦明, 山本尚央 : 離散連続モデルによる年間観光日数・旅行形態の分析と観光行動の地域差に関する研究, 土木学会論文集, No.618/IV-43, pp.61-70, 1999.
  - 52) 福田大輔, 吉野広郷, 屋井鉄雄, イルワンプラセティヨ : 休日のアクティビティに着目した活動時間価値の推定方法に関する研究, 土木学会論文集, No.737/IV-60, pp.211-221, 2003.
  - 53) Moriyama, M., Fujiwara, A., Sugie, Y. and Zhang, J. : Development of a travel frequency forecasting system for bus service in depopulated areas, *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, Vol.5, pp.1576-1590, 2003.
  - 54) 森山昌幸, 藤原章正, 杉恵頼寧 : GIS を活用した中山間地域の公共交通計画支援ツールの開発, 土木計画学研究・論文集, Vol.21, pp.759-768, 2004.
  - 55) Schwanen, T. and Mokhtarian, P.L. : What if you live in the wrong neighborhood? The impact of residential neighborhood type dissonance on distance traveled, *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, Vol.10, pp.127-151, 2005.
  - 56) 森山昌幸, 藤原章正, 張峻屹, 杉恵頼寧 : 中山間地域における高齢者対応型公共交通サービスの需要予測モデルの提案, 土木学会論文集, No.786/IV-67, pp.39-51, 2005.
  - 57) Bhat, C.R. and Sen, S. : Household vehicle type holdings and usage: an application of the multiple discrete-continuous extreme value (MDCEV) model, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.40, pp.35-53, 2006.
  - 58) Bhat, C.R., Srinivasan, S. and Sen, S. : A joint model for the perfect and imperfect substitute goods case: Application to activity time-use decisions, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.40, pp.827-850, 2006.
  - 59) Bhat, C.R. and Guo, J.Y. : A comprehensive analysis of built environment characteristics on household residential choice and auto ownership levels, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.41, pp.506-526, 2007.
  - 60) 力石真, 藤原章正, 張峻屹, 塚井誠人 : 過疎地域における活動抵抗を内生的に取り入れた時間配分モデルの開発, 都市計画論文集, Vol.43, pp.835-840, 2008.
  - 61) 三輪富生, 山本俊行, 森川高行 : 駐車場所・駐車時間選択行動への離散-連続選択モデルの適用と駐車料金施策分析, 都市計画論文集, Vol.43, pp.34-41, 2008.
  - 62) 山本俊行, 高橋真人 : フォローアップ調査の無回答者を考慮した TFP 調査の施策効果の分析, 土木計画学研究・講演集, Vol.38 (CD-ROM), 2008.
  - 63) Habib, K.M.N., Day, N. and Miller, E.J. : An investigation of commuting trip timing and mode choice in the Greater Toronto Area: Application of a joint discrete-continuous model, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.43, pp.639-653, 2009.
  - 64) Spissu, E., Pinjari, A.R., Pendyala, R.M. and Bhat, C.R. : A copula-based joint multinomial discrete-continuous model of vehicle type choice and miles of travel, *Transportation*, Vol.36, pp.403-422, 2009.
  - 65) Kato, H. and Matsumoto, M. : Intra-household interaction in a nuclear family: A utility-maximizing approach, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.43, pp.191-203, 2009.
  - 66) Yu, B., Zhang, J. and Fujiwara, A. : Representing in-home and out-of-home energy consumption behavior in Beijing, *Energy Policy*, Vol.39, pp.4168-4177, 2011.
  - 67) Castro, M., Eluru, N., Bhat, C.R. and Pendyala, R.M. : A joint model of participation in non-work activities and time-of-day choice set formation for workers, *Transportation Research Record*, Vol.2254, pp.140-150, 2011.
  - 68) Chikaraishi, M., Tran, N. L., Zhang, J., Nugroho, S. B. and Fujiwara, A. : Can motorcycle alleviate coupling constraints?: A case study of child effect on parents' travel behavior in Hanoi city, *Paper presented at International Symposium on City Planning*, Gyeongju, Korea, August 25-27, 2011.

- 69) Paleti, R., Copperman, R.B. and Bhat, C.R. : An empirical analysis of children's after school out-of-home activity-location engagement patterns and time allocation, *Transportation*, Vol.38, pp.273–303, 2011.
- 70) Castro, M., Bhat, C.R., Pendyala, R.M. and Jara-Díaz, S.R. : Accommodating multiple constraints in the multiple discrete-continuous extreme value (MDCEV) choice model, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.46, pp.729–743, 2012.
- 71) Habib, K.M.N., Morency, C. and Trepanier, M. : Integrating parking behaviour in activity-based travel demand modelling investigation of the relationship between parking type choice and activity scheduling process, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.46, pp.154–166, 2012.
- 72) Yu, B., Zhang, J. and Fujiwara, A. : Analysis of the residential location choice and household energy consumption behavior by incorporating multiple self-selection effects, *Energy Policy*, Vol.46, pp.319–334, 2012.
- 73) Chikaraishi, M., Zhang, J. and Fujiwara, A. : Exploring long-term changes of cross-sectional variations in Japanese time use behaviour, *Journals of the Japan Society of Civil Engineers*, Vol.68, pp.200–215, 2012.
- 74) Shin, J., Hong, J., Jeong, G. and Lee, J. : Impact of electric vehicles on existing car usage: A mixed multiple discrete-continuous extreme value model approach, *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, Vol.17, pp.138–144, 2012.
- 75) Zhang, J., Xu, L. and Fujiwara, A. : Developing an integrated scobit-based activity participation and time allocation model to explore influence of childcare on women's time use behaviour, *Transportation*, Vol.39, pp.125–149, 2012.
- 76) Sener, I.N. and Bhat, C.R. : Modeling the spatial and temporal dimensions of recreational activity participation with a focus on physical activities, *Transportation*, Vol.39, pp.627–656, 2012.
- 77) Bhat, C.R., Castro, M. and Khan, M. : A new estimation approach for the multiple discrete-continuous probit (MDCP) choice model, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.55, pp.1–22, 2013.
- 78) Cao, X., Mokhtarian, P.L. and Handy, S.L. : Examining the impacts of residential self-selection on travel behaviour: A focus on empirical findings, *Transport Reviews*, Vol.29, pp.359–395, 2009.
- 79) Nagler, J. : Scobit: An alternative estimator to Logit and Probit, *American Journal of Political Science*, Vol.38, pp.230–255, 1994.
- 80) Zhang, J., Timmermans, H. and Borgers, A. : A utility-maximizing model of household time use for independent, shared and allocated activities incorporating group decision mechanisms, *Transportation Research Record*, Vol.1807, pp.1–8, 2002.

(2013. 2. 25 受付)

A REVIEW ON DISCRETE-CONTINUOUS MODELS

Daisuke FUKUDA and Makoto CHIKARAISHI

This study presents a comprehensive review on discrete-continuous models. We classify discrete-continuous models into (1) structural type models derived from microeconomic theory and (2) reduced-form models which mainly focus on detailed behavior descriptions in terms of data fitting, and outline the features of these models. Although the model selection may depend on what kind of phenomena we are dealing with, we generally argue that (1) Kuhn-Tucker approach might be preferable when the first priority of the analysis is maintaining the consistency with microeconomic theory, (2) reduced-form models might be preferable when we try to develop higher accurate behavioral models or behavioral models with the data potentially having observation bias, and (3) compromise discrete-continuous models between structural and reduced-form models can also be developed. We also review the empirical applications of discrete-continuous models in travel behavior research.