混雑課金領域の形状制約を考慮した 最適設計手法の構築と適用

高木 良太¹・円山 琢也²・溝上 章志³

¹正会員 (株)九電工 宮崎支店 総務部 (〒880-0817 宮崎市江平東町4-1)
E-mail: r-takaki@kyuden.co.jp

²正会員 熊本大学准教授 政策創造研究教育センター (〒860-8555 熊本市中央区黒髪2-39-1)
E-mail: takumaru@kumamoto-u.ac.jp

³正会員 熊本大学教授 大学院自然科学研究科 (〒860-8555 熊本市中央区黒髪2-39-1)
E-mail: smizo@gpo.kumamoto-u.ac.jp

コードン課金・エリア課金は、代表的な次善混雑課金政策であり、その最適設計手法の開発は重要な研究課題である。しかし、既存の最適化手法は、計算中の領域の形状制約が困難なため、計算結果の出力値が非現実的な領域になることがある。また、既存手法は課金領域の中心位置を含めた最適化を想定しておらず、課金領域の中心を人為的に設定する必要がある。本研究は、課金領域の形状制約と中心位置の最適化が可能な新たな計算法を構築した。この計算法は、課金領域の表現とその最適化の過程において、計算幾何学の基礎的な手法を利用している。また、複数課金領域の最適化も実行できる特徴がある。最後に、この計算法を実都市ネットワークへ適用し、既存手法の結果との比較等から、提案手法の有用性を実証的に示した。

Key Words : second-best toll problem, heuristic approach, computational geometry, road pricing

1. はじめに

都市問題の多くは時間と空間に依存して変動する。したがって、それら問題の解決を意図した政策の設計では、問題の大きさの時空間上での違いに対応して、政策を時空間上で適切に変化させることが求められる。

交通混雑問題も時間と空間に応じて問題が変化する典型例であり、その解決策として混雑課金政策¹⁾を検討する際にも、時間と空間を適切に考慮した政策設計が重要となる。混雑課金の基本的な考え方は、最も混雑が激しい時間帯および空間(具体的には道路リンクや地区)に対して高い混雑課金を課し、混雑が発生していない時間帯・空間(地区)には低額の課金を行うか無料とするというものである。

ここで、空間の違いに応じて課金レベルを詳細に変化させることは、技術的には不可能では無くなりつつあるものの、課金制度の分かりにくさ・利用者への受容性が低いという課題は未だ存在する。例えば、道路リンク一本ごとに1円単位での課金レベルの変化を設定することは、技術的に不可能ではないにしても、現実的な政策とは言いがたいであろう。

本研究の対象は、コードン型とエリア型の混雑課金の最適設計手法である。コードン型方式は、設定された課金領域への流入時にその都度課金がされるのに対して、エリア型方式は、対象領域内でのすべての走行に対して1日単位で課金する方式である。両方式は、代表的な次善混雑課金方式であり、古典的政策とも言えるが、上述した背景を踏まえると、その研究の価値は未だ高い。

コードン型・エリア型の両課金方式のどちらも、対象都市圏という空間を、課金領域で分割するという性質を持っている。通常の単一課金領域の政策を考えると、都市空間を、その混雑の発生状況に応じて、課金対象区域と非課金区域の2つに分割するという問題となる。筆者らは、このコードン型やエリア型の混雑課金政策の設計問題に対して、課金レベルだけではなく、最適な課金領域を設計するという分析モデルを構築してきた²⁾。筆者らの研究の特徴は、既存研究が多数なされてきたコードン課金^{3) 4)}だけではなく、エリア課金も的確に表現できるモデルを構築^{5) 6)}し、その2つの政策の違いを実証的に示している点にある。

しかし、これらの先行研究でもいくつかの課題が残されており、その解決を本研究は意図している。Sumalee⁴⁾

によってコードン課金の最適設計のために開発された branch-tree 法は、エリア課金にも高木ら²⁾によって応用されたように、比較的汎用性が高いものとみなされてきた。しかし、この方法には、以下の三点の課題がある。

第一に、この方法は、計算中の領域の形状制約が困難なため、最適解が非現実的な領域となりうるという問題である。具体的には、通常、課金領域は、極端にデコボコしていない凸型の形状となると想定されるが、先行研究²⁾の結果では、いびつな非凸型の課金領域が最適解として算出された例がある。これは、branch-tree 法が、対象ネットワークのノード・リンクの接続構造のみに着目し、空間的な形状を無視して課金領域を表現しているため生じる結果である。この結果は、通常では想定できない効果的な課金領域が最適化手法で発見できたとみなすこともできる。しかし、交通需要予測モデルに含まれる誤差や、利用者の課金制度への受容性を考えると、課金領域が現実的な形状であるという制約も考慮可能な計算方法の開発が求められる。

第二に、この方法は、課金領域の中心の最適化を行うことを想定しておらず、計算前に人為的に課金領域の中心ノードを指定する必要がある点である。一般的に都心部が最も混雑が激しいことが想定され、都心部を課金領域の中心ノードとすれば良いと考えられるが、この視点が常に成立する保証はない。

第三に、この branch-tree 法は、複数課金領域を想定した最適化手法の一般化が困難である点である。Sumalee⁷⁾, Zhang and Yang³⁾ が示している複数コードン課金の最適化手法は、課金中心が同一領域にある場合（同心円状の領域）を基本としており、複数の課金領域が空間上に分離して存在することを想定していない。都市内で混雑地域が都心部のみでなく副都心など複数存在する場合には、分離した複数の課金領域の設定が望まれ、それらに対応可能な、より一般的な最適化手法の開発が求められる。この一般的な複数の課金領域の最適化を考える際には、各課金領域の中心の最適化も必要であり、上述した第二の課題を解決することの重要性が認識される。

本研究は、コードンおよびエリア課金の最適設計において、課金領域の形状制約の考慮と中心位置の最適化が可能な新たな計算法を構築し、その有用性を確認することを主な目的とする。また、この方法を拡張することで、単一課金領域のみではなく、複数課金領域の最適化も行うことが可能な計算法も開発する。そしてこれらの方法を実際の都市圏に適用し、実証的な知見を得ることを目的とする。

なお、本研究における課金領域の形状制約とは、「現実的な領域」とする。さらに、この「現実的な領域」とは、詳細は後述するが、凸領域と本研究では定義する。また、非凸型のいびつな領域の「非現実的さ」を表現す

る定量的な指標を新たに提案する。その指標を用いて、本研究の解法で得られる課金領域が、従来手法よりも現実性の点で改善された解であることを定量的に示すことも試みる。

また、本研究では、計算幾何学という研究分野で蓄積がある空間上の図形処理を効率的に解く方法の基礎手法も参考に、現実的な課金領域の制約を追加した数理的な問題の解法を構築する。

なお、本研究では、結果を先行研究と比較することも意図して、先行研究と同様に時間軸を捨象した静的配分による分析フレームを利用している。ただし、はじめにも述べたように混雑は時間変化するものであり、混雑課金政策の空間上の最適設計だけではなく、時間軸上の最適化も重要である。この点については、別途進められている、例えば時間変化型コードン課金^{8), 9), 10)}の研究と本研究の手法を組み合わせることで対応が可能と考えられる。時間軸と空間軸の同時に考慮した最適課金設計問題を研究の最初から考えることは、問題を過度に複雑化し、結果の解釈を困難にする恐れもある。したがって、本研究のような空間軸に対象を絞った基礎的研究にも、十分な意義があると考ええる。また、本提案手法は、空間領域分割問題とみなせるものであり、交通混雑に対する混雑課金政策の課金領域の設計にとどまらず、様々な都市問題に対応した政策分析にも応用できるであろう。

研究の構成として、2. で基本モデルである課金領域の二段階最適化モデルを示し、3. で極座標系を用いた課金領域の新たな表現手法を提案する。4. では遺伝的アルゴリズムをベースとしたモデルの解法を構築する。5. では提案手法を用いた計算法の実都市への適用を行い、6. にて成果をまとめる。

2. 課金領域設計の二段階最適化モデル

課金領域と課金レベルの最適化は二段階の最適化問題として定式化される。本章の内容の一部は既存研究²⁾とはほぼ同様であるが、論文の自己完結性を高め、既存研究との違いを明確に記述するために一部再掲する。

(1) 上位問題

本研究では、下位問題の利用者均衡条件の制約と課金領域の形状制約のもと、以下の式で計算される社会的余剰を最大化する課金領域 $\mathbf{B}$ と課金レベル τ を設計する問題を考える。

$$\max_{\tau, \mathbf{B} \in \Omega} SW = \sum_n \int_0^{h_n} D_n^{-1}(\omega) d\omega - \sum_a x_a t_a(x_a) \quad (1)$$

ここで、トリップ・チェイン n に対して、 $D_n^{-1}(\omega)$: 逆需要関数、 h_n : トリップ・チェイン n の交通量、リン

ク a に対して, x_a : 交通量, $t_a(x_a)$: リンクコスト関数である. $\mathbf{B}$ は, 後述する課金領域を表現する境界ベクトルの集合で, Ω は形状制約を満たす課金領域の集合とする.

本研究と既存研究²⁾との違いは, 第一に, 問題の定式化上, 最適化する課金領域 $\mathbf{B}$ に形状制約 Ω が追加されている点である. 第二に, 次章で詳述するが, 課金領域 $\mathbf{B}$ を極座標系で表現し, 領域の空間構造を明示的に扱っている点である.

(2) 下位問題

下位問題ではトリップ・チェーン・ペースの需要変動型利用者均衡配分を行う. そのモデルの等価最適化問題を式(2)に示す.

$$\begin{aligned} \min Z(\mathbf{x}(\mathbf{g}), \mathbf{h}) &= \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega \\ &+ \sum_n \sum_{m \in M} \tau g_n^m - \sum_n \int_0^{h_n} D_n^{-1}(\omega) d\omega \\ \text{subject to} \\ h_n &= \sum_m g_n^m, \quad \forall n, \\ x_a &= \sum_{m,n} \delta_{a,n}^m g_n^m, \quad \forall a, \\ x_a &\geq 0, h_n \geq 0, g_n^m \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで, g_n^m : トリップ・チェーン n の経路 m の交通量, M : 課金領域 $\mathbf{B}$ を通過する経路の集合, τ : 課金レベル, $\delta_{a,n}^m$: リンク a がトリップ・チェーン n の経路 m に含まれているときに 1, それ以外は 0 をとる変数である.

この二段階問題は, 上位問題で課金領域 $\mathbf{B}$ ・課金レベルが決定されることで, M と τ が定まり, 下位問題で交通混雑・課金による所要時間変動・交通需要変動が考慮され, 上位問題の $D_n(\cdot), x_a, t_a(\cdot)$ が定まる, という全体構造になっている.

下位問題における非加法型のトリップ・チェーン均衡モデルは Maruyama and Harata⁵⁾, Maruyama and Sumalee⁶⁾ によって構築され, 1 日単位での課金を行うエリア課金/コードン課金を的確に表現できる利用者均衡配分を可能にしている. モデルの詳細についてはこれらの参考文献を参照されたい.

なお, 本研究では, 先行研究^{5,6)}と結果が比較できるように, 式(1)の社会的余剰には, 先行研究^{5,6)}と同様に課金システムの運用費用は考慮していない. 考慮した場合の結果の変化については今後報告したい. また, トリップ・チェーン n の需要関数として, 先行研究^{5,6)}と同様に式(3)を用いた.

$$D_n = D_n^0 \exp \left\{ \rho \left(1.0 - \frac{c_n}{c_n^0} \right) \right\} \quad (3)$$

ここで, c_n : 均衡時最小コスト, c_n^0 : 無課金時最小コ

スト, D_n^0 : 基本(無課金時)需要量, ρ : 需要価格弾力性パラメータとする.

3. 極座標系を用いた課金領域の表現

(1) 概略

本研究では, 課金領域の中心座標とそれを基点とした極座標成分の集合から計算される領域境界線によって, エリア課金やコードン課金の課金領域を表現する手法(以下, 提案手法と表記)を提案する. 課金領域を座標指定によって定義することで, 計算中の中心位置の自由な移動と形状制約を容易に行うことを可能にする. この点が, 対象ネットワークのノード・リンクの接続構造のみに(トポロジカルに)着目して課金領域を表す既存手法(branch-tree 手法^{2),4)}との違いである.

(2) 計算幾何学の基礎的手法の適用

空間情報の中から, ある条件を満たすような図形を列挙する問題を幾何学的探索問題という. 計算幾何学とは, 幾何学的探索時に生じる, 初等ユークリッド幾何学的な問題を計算機によって効率よく解くためのアルゴリズムの開発を扱う分野である.

提案手法において, 幾何学データで表された課金領域を配分計算に反映させるには, その課金領域と対応するように課金の対象となるリンク(以下, 課金リンクと表記)を設定しなければならない. この課金リンクの判定において, 幾何学的探索問題を解く必要がある.

(3) 極座標系による領域の表現

提案手法は境界線を表すベクトルの集合によって課金領域を表現するが, 課金領域を表すデータには境界線の情報を含めない. 具体的には課金領域の中心座標と極座標成分のみをデータとして保持し, 課金領域の境界線はそのデータから間接的に計算を行うようにする. 以下に, 提案手法における課金領域の表現法を示す.

1 つの課金領域は, ネットワークの座標系(直交座標系)に対応する中心点 x, y と, それを極とする極座標系に対応する極座標成分の集合 $\mathbf{A} = \{\mathbf{A}_i\}$ の 2 つのデータによって定義する. 1 組の極座標成分 $\mathbf{A}_i$ は動径と偏角を含み, これを $\mathbf{A}_i = (r_i, \theta_i)$ と表現する. i は要素番号を表し, $i < |\mathbf{A}|$ となる. GA との親和性を高めるため, 極座標成分の大きさ $|\mathbf{A}|$ はすべての課金領域で共通とし, 偏角 θ は以下の式を用いて設定する.

$$\theta_i = 2\pi \cdot \frac{i}{|\mathbf{A}|}, \quad \forall i = 0, \dots, |\mathbf{A}|-1 \quad (4)$$

これにより, すべての課金領域において, 偏角 θ は円を等分割するように, i に応じて 0 から 2π の範囲で設

図-1 極座標成分による課金領域の表現

図-2 直交座標系への変換

図-3 課金領域の境界線

定される。図-1 は、 $|A|$ を 12 に設定した例を表している。以下、本稿 3.と 4.では、この図-1 の細線データのような放射環状道路ネットワークをもつ仮想都市を対象に説明を続ける。式(4)のように偏角と成分数を設定することで、データ上から偏角を取り除くことができる。ここで、極座標成分から偏角データを除いた動径のみの配列を R と定義する。なお、極座標成分数 $|A|$ を大きく、偏角 θ を小さく設定することで、領域境界線の多角形表現を、より詳細に行うことが可能になる。ただし、計算時間が上昇することになる。今回の提案手法では、極座標成分数を計算過程で一定としているが、この成分数を最適化する拡張も検討の余地がある。

次に、中心座標と A から課金領域の境界線を得る。まず、中心点を極とする極座標系で表されている A_i を、

以下の式によって直交座標系に対応する位置座標 P_i に変換する(図-2)。

$$P_i = (x_i, y_i) = (x + r_i \cos \theta_i, y + r_i \sin \theta_i), \forall i \quad (5)$$

この位置座標の集合を $P = \{ P_i \}$ と表現する。なお、 $P_i = (x_i, y_i)$ を、極座標系ではなく、直交座標系のまま扱うと、後述する課金領域の形状制約などが扱いにくくなる。現実的な課金領域が概ね円に近い形状であることを利用し、極座標で領域を表現し、後述する遺伝的アルゴリズム(GA)との親和性を高めている点だが、本研究の特色の一つであることを明記したい。次に、 P から、境界ベクトルの集合 $B = \{ B_i \}$ を次式によって計算する。

$$B_i = P_{i+1} - P_i, \quad \forall i \quad (6)$$

ここで、 B_i の始点を P_i としてベクトルを描画すると、 B は課金領域の境界線を表す(例として図-3)。境界ベクトル B_i の始点と終点は、それぞれ B_{i-1} の終点 P_i と B_{i+1} の始点 P_{i+1} に接続されるので、境界ベクトル集合 B によって表される境界線は常に閉じた状態が維持できる。課金領域は境界ベクトル集合 B に囲まれた領域に対応する。後述する課金リンクの判定は B に対して行う。

なお、道路ネットワークは直交座標系で表現されており、そのリンクと課金領域の交差判定を行うためには、課金領域の直交座標系表現も必要であり、そのために式(5)の変換を行っている。また、今回の最適課金領域決定問題の数式表現は、式(1),(2),(5),(6)で構成され、上位問題で中心座標と動径配列 R で表現される課金領域 B の最適化を行うことになる。

(4) 課金リンクの判定

a) 点の多角形に対する内外判定(点位置決定問題)

課金リンクの判定は、幾何学的探索問題における線分交差判定問題と点位置決定問題の組み合わせに相当する。後者の問題を効率的に解く手法として鉛直線算法¹¹⁾がある。これは、判定対象の点を端点とする十分に長い鉛直線を仮定し、多角形の各辺との交点の個数を数えて、その数が奇数であれば点はその多角形の内部に存在し、偶数であれば外部に存在すると判定する方法である。

b) エリア課金における課金リンクの判定

エリア課金は設定された課金領域の内部に存在するリンクと、課金領域の境界線と交差するリンクを課金リンクに設定して表現できる。具体的には、鉛直線算法によってリンクの両端ノードが課金領域(の境界線)の内部に存在するか否かを判定する。2つの両端ノードのうち最低1つが課金領域内部に存在した場合、そのリンクは課金リンクと判定できる。

c) コードン課金における課金リンクの判定

コードン課金には、流入時のみに課金される流入時コ

ードン課金, 流出時にも課金される流出入時コードン課金などの種類がある. 流入時コードン課金では, 課金領域の境界と交差するリンクのうち, 始点が課金領域外, 終点が課金領域内のリンクのみを課金リンクに設定する. 流出入時コードン課金では, 上記と逆のリンクも課金リンクとなる. なお, 本稿では, 単にコードン課金と呼ぶ場合は流入時コードン課金を指すことにする.

4. 解法

(1) アプローチ

2.で定式化した二段階最適モデルの下位問題は狭義凸関数であるため, 部分線形化法などの非線形計画法の手法が利用できる. しかし, 上位問題を含めたモデル全体では複雑な制約条件をもつ多峰性の非線形問題となるため, 非線形計画法で用いられる一般的な解法の適用は難しい. そこで本研究では, 遺伝的アルゴリズム (以下, GA) をベースとし, 独自の領域の表現法を利用したメタ・ヒューリスティックな解法を用いる. なお, 解法の基本的フローは, 高木ら²⁾と同一としているが, 新たな領域の表現法によって利用可能となった空間情報を用いた探索をGAに組み込んでいる点に特徴がある.

(2) 染色体による課金領域の表現

提案手法において, 課金領域はその位置や形状によらず, 中心座標を表す x, y の2変数 (大きさが2の配列) と, 大きさが固定された動径の配列 $\mathbf{R}$ によって定義される. 固定長であるこれらのデータはGAとの親和性が高く, そのまま染色体として扱うことができる (図-4). ただし, 中心座標と動径はそれぞれ独立した遺伝子配列として扱う. 本稿では, 中心座標を表す遺伝子を位置染色体, 動径の配列を表す遺伝子を形状染色体と呼ぶ.

(3) 基本オペレーターの実装

a) 初期値生成

初期値生成オペレーターでは個体群の大きさ $|\mathbf{P}|$ に応じた初期個体群を生成する. GA で一般的に用いられる方法と同様に, 一様乱数によって無作為に決定された位置や大きさを持った課金領域を生成する. 実装の簡単化のため, 初期の領域の形状はすべて円としている.

b) 評価

個体集合 $\mathbf{P}$ から個体を 1 つずつ取り出し, それから得られるリンクの課金状態を二段階最適化モデルの下位問題 (2.(2) 参照) に入力して利用者均衡配分を行う. 下位問題を解く (配分計算を収束させる) ことで, ネットワークの交通量が決定する. これにより上位問題の目的関数である社会的余剰を算出し, それを個体の適合度として設定する.

中心座標を表す遺伝子配列 (位置染色体)

x	y
-----	-----

形状を表す遺伝子配列 $\mathbf{R}$ (形状染色体)

r_0	r_1	r_2	r_3	r_4	$\cdots$	$r_{ A -2}$	$r_{ A -1}$
-------	-------	-------	-------	-------	----------	-------------	-------------

図-4 染色体による課金領域の表現

図-5 交叉対象の2個体

図-6 位置染色体を交叉した結果

c) 選択 (淘汰)

選択オペレーターでは個体群 $\mathbf{P}$ の中から次の世代に継承させる個体を選び出す. すなわち, 課金領域の候補の継承である. ここでは, 適合度の高い個体を優先的に残すことを目的としている. 選択手法は既に複数提案されており, 本研究では一般的なランキング型の選択手法を採用する.

d) 交叉

交叉オペレーターはGAの主要な操作の1つである. 個体群 $\mathbf{P}$ の中から2つの個体を取り出し, 互いの遺伝子が無作為に設定した区間で組み替える. この操作を行うことで, 2つの個体の特性を併せ持つ, 新しい2つの個体を得られる.

1度のオペレーションにつき, 位置染色体と形状染色体のどちらか一方を組み替えの対象にする. 図-5に示す個体AとBに交叉を適用した例を次に示す. 図-6の個体は位置染色体の x 座標を示す遺伝子を交換することで生成された個体である. 元の個体と比較すると, 個体

図-7 形状染色体を交叉した結果

図-8 突然変異オペレーションの例

A'は左側へ、個体 B'は右側へ形状が変わらずに並行移動している。すなわち、位置染色体の交叉とは、領域の形状不変での平行移動に相当する。

図-7 は形状染色体の 6 番目から 9 番目の遺伝子(動径)を交換することで生成された個体である。図中の灰色の実線は元の形状を示している。領域の左下部分(太線ベクトル部分)が互いに入れ替わっていることがわかる。

e) 突然変異

GA における突然変異オペレーターは通常、低頻度で染色体の遺伝子を変更に無作為に変更し、解を大きく変化させる。本研究では遺伝子の変更を完全に無作為とせず、元の個体の性質をある程度継承した範囲で行うものとする。これは、完全に無作為な領域操作によって現実性の低い解が生成されることを防ぐためである。

1 度の突然変異につき、位置染色体と形状染色体のいずれかの染色体を操作する。位置染色体に対する操作の場合、中心位置を無作為に変更する。一方、形状染色体に対する操作の場合、領域の回転を行うことで課金領域を変化させる。回転操作を用いた理由は、それによって、現実性の低い解の生成を回避しながら局所解からの脱出に十分な変化量を領域に与えることができるためである。図-8 の例では、個体 A の領域を時計回りに 90 度回転させることで新たな個体 B を得ている。この操作は、 $|A|=12$ である図の設定(偏角の差が 30 度)においては、すべての要素を要素番号が小さいほうへ 3 つ分シフトさせることを行うことができる。

(4) 探索効率化のための追加オペレーター

本研究では探索効率性の向上を目的として、基本的な

図-9 GA オペレーターの実行順序

図-10 区画とその大きさ

GA オペレーターに加え、拡張・縮小、移動、平滑化の 3 つの独自オペレーターを導入する。これらは(3)の基本オペレーターの実効フロー(具体的には c)選択から e)突然変異まで)に追加して実行する(図-9)。なお、追加オペレーターにおける領域操作は、後述するネットワークの「区画」の大きさを基準に行う。

a) 「区画」の定義

分析で用いるネットワークは、それぞれ縮尺や道路密度が異なる。また、密度は、ネットワークの都市中心部と郊外では大きく異なることも多い。従って、ネットワーク構造や課金領域の位置、大きさ次第で実際の課金リンク集合に変化を与えるために必要な課金領域の操作量は異なるため、探索効率の向上のためには状況に応じて操作量を動的に決定する仕組みが必要となる。例えば、課金領域がわずかに変化しても、課金リンク集合が変化しないのであれば、結果に影響を与えないことを考慮すべきである。本研究では、操作量の基準として、リンクで囲まれた領域(以下、区画と呼ぶ)の大きさを使用する。ここで、区画の大きさは、区画の重心からすべての区画外周上のノードまでの距離を平均し、それを 2 倍した値の利用を提案する(図-10 を参照)。

b) 探索範囲に応じた個体群のグループ分け

本研究独自の設定戦略として、エリート個体を除いた個体集団を 2 つのグループ A, B に分け、それぞれに異なるパラメータを設定したオペレーションを適用する。グループ A には、エリート個体の複製を格納し、近傍探索に特化した課金領域の操作を行う。グループ B には、確率的な選択手法(4.(3) c) 参照)によって選択さ

図-11 個体群のグループ分け

図-12 拡張・縮小オペレーションの例

れた個体を格納し、大域探索に特化した操作を行う。これらの操作量は区画を基準に決定する。この戦略には、局所解からの脱出を突然変異のみに依存しないことで、局所解が多い場合においてもGAの探索を安定させる狙いがある。図-11は、エリート個体数を2、グループAの大きさを3、グループBの大きさを15に設定したときの個体群の例を示している。

c) 拡張・縮小

拡張・縮小オペレーターでは、課金領域の一部を広げる、もしくは狭める操作を行う。このオペレーターは、主に近傍解に対する探索効率性の向上を目的とする。操作は、領域内の区画の大きさの情報を参照し、実質的な課金領域(課金リンク集合)に変化が生じる操作量で行う。また、境界線がリンクと2度交差する現実性の低い解の生成を避けるため、着目した1つの要素(動径)のみを操作せず、その周囲の動径も同時に段階的に操作する。

以下に本研究で提案する計算手順を具体的に示す。

[アルゴリズム1]

- Step 1: 一様乱数にて操作対象の要素番号 i を0から $|A|-1$ の範囲(整数値)で無作為に設定する。さらに、操作が影響する範囲(以下、影響範囲と呼ぶ) S を、1から $|A|/2$ の範囲で無作為に決定する。
- Step 2: 課金領域の内部に存在する区画をすべて抽出し、区画の大きさの平均値 $\bar{D}$ を算出する。
- Step 3: $\bar{D}_n$ を基準に領域操作量 D を決定する。個体がグループAに属しているとき、 $0.5\bar{D} < D < 1.5\bar{D}$ の範囲で無作為に設定する。個体がグループBに属しているとき、 $1.0\bar{D} < D < 4.0\bar{D}$ の範囲で無作為に決定する。
- Step 4: 拡張あるいは縮小を行うかを無作為に決定する。縮小を行う場合、 D に $-D$ を代入する。
- Step 5: 動径 r_i に $r_i + D$ の値を代入する。 r_i 周囲の動

径 r_j には下の値を代入する。

$$r_j + D \frac{T - |j - i|}{S}$$

ここで、変数 $T = S + 1$ を定義する。 j の範囲は $(i - T) \leq j \leq (i + T)$ 、 $j \neq i$ とする。 r_j の操作量は r_i を100%とした場合、 j と i の差が増加するに従い線形に減少し、差が T に達した時点で0% (操作なし) となる。

図-12に個体Aに対してオペレーターを適用した例を示す。個体A'は、個体Aの領域の一部分を拡張することで生成される。また、個体A''は個体Aの領域の一部分を縮小することで生成される。なお、いずれも3番目の形状成分を操作対象、影響範囲を1に設定したときの例である。操作対象や影響範囲の決定は、通常のGAオペレーターと同様に無作為に決定されている。

d) 移動

移動オペレーターは、課金領域の中心座標を変更し、形状を保持しながら課金領域を動かす操作を行う。これはすなわち、領域の平行移動に相当する。移動量は領域内の区画の大きさの情報を基に決定する。以下に具体的な処理手順を示す。

[アルゴリズム2]

- Step 1: 一様乱数にて方位角 θ ($0 \sim 2\pi$) を無作為に決定する。
- Step 2: 課金領域の内部に存在する区画を抽出し、区画の大きさの平均値を算出する。この値を $\bar{D}_n$ とする。
- Step 3: $\bar{D}$ を基準に移動量 D を、 $0.5\bar{D} < D < 1.5\bar{D}$ の範囲で一様乱数にて無作為に設定する。
- Step 4: 中心位置を方位角 θ の方向に D 離れた場所に設定する。

e) 平準化

平準化オペレーターは、形状遺伝子の値を平均化し、領域形状が極端にいびつな形状となることを防ぐ。このオペレーターは他のGAオペレーターによって、形状が過剰に複雑になることを防ぐことを目的とする。また、課金領域の形状制限(4.(5)参照)のための代替的手段として用いる。以下に具体的な処理手順を示す。

[アルゴリズム3]

- Step 1: 動径 R を R^* に複製する。 i に1を代入する。
- Step 2: p に $i - 1$ 、 q に $i + 1$ を代入する。このとき、 p が -1 の場合、 p に $|A| - 1$ を代入する。 $n \geq |A|$ の場合は n に0を代入する。
- Step 3: 動径 r_i を隣り合う動径 r_p 、 r_n で平均化する。な

お, 単純平均では効果が強すぎるため, 以下の式のとおり加重平均をとる.

$$r_i = 0.25(r_p^* + 2r_i^* + r_q^*) \quad (7)$$

Step 4: i に 1 を加える. $i < |A|$ ならば Step 2 に戻る.

(5) 課金領域の形状制限の適用

本研究では領域が凸であることを現実的な領域と定義した. そこで, 課金領域の形状を凸多角形に制限した条件下で課金領域の最適設計を行うことを考える.

凸多角形の条件に適合する領域のみを生成可能な GA オペレーターの設計は難しいため, 本研究では, オペレーターが生成した凹形状の課金領域を凸多角形化する方法を採用することにする. 凹多角形の凸多角形化は, 凹多角形に対する平準化アルゴリズムの繰り返し適用によって行う (図-13). ただし, 変換によって元の形状が大きく失われることで, 個体間の差異(多様性)が小さくなる問題が発生する. そこで, 本研究ではアルゴリズムの適用を 1 回に限定し, 凹多角形であるが凸多角形に近い領域形状を認めることで, 解の多様性とその現実性(分かりやすさ)のバランスを重視する方針とする.

以上の形状制約は, 既存の branch-tree 法では, 困難であり, 本提案手法の特徴であることを再度強調したい.

なお, (4), (5)の追加操作によって, 親個体の特徴の子個体への継承過程が阻害され, GA の本来の利点が損なわれる可能性は否定できない. ただ, 今回の計算では, 形状制約の追加によって, 個体の生成過程が遅くなることは確認されていない.

(6) 複数課金領域への拡張と衝突の回避

提案手法は, 個体に 2 つ以上の染色体ペア(位置染色体と形状染色体)を追加することで, 複数の課金領域を表現できる (図-14). この場合も, 基本的に単一課金領域の場合と同様の GA オペレーターを用いることができる. しかし, 計算過程において, 課金領域同士の衝突(重なり)が生じることがある. 衝突が発生した場合, 課金リンク上では単一の課金領域と区別がつかなくなるため, 実際に複数課金領域の最適化を行うには衝突回避の仕組みを必要とする. 本来, 染色体の設計レベルでこの現象を回避できる仕組みであることが望ましいが, 提案手法の性質上それは困難である. 従って本研究では, 衝突を検出した場合に, 優先順位の低い領域を衝突が生じない地点まで移動させるという方法によって衝突回避を行う (イメージとして図-15). また, 移動によって衝突が回避できない場合, 課金領域の衝突部分の縮小を行う.

なお, この衝突回避の操作についても, 親個体の情報が損なわれることで, GA の特徴が損なわれてしまう可能性が指摘できる. 一時的な衝突は許容して計算を継続させ, 最終的な個体群から, 分離された領域を生成する

図-13 平準化アルゴリズムによる凹多角形の凸多角形への近似

図-14 2つの課金領域を設定した個体

図-15 個体の衝突の回避

図-16 移動制限区域の設定と個体の補正

解を選択するというアプローチもあり, 今後検討したい.

(7) 個体の移動制限区域の設定

GA オペレーターの適用後, 課金領域がネットワークの外(ノードやリンクが存在しない領域)に移動することがある. この状態にある個体は形状に関わらず課金リンクがゼロとなるため, 実質的には意味を持たないデータとなる. これらの存在は, 交叉オペレーターを介して他の正常な個体を同様な状態へ導くことがあり, 結果として計算効率性の低下を招く原因となる.

本研究は, ネットワークの全体を囲むように線引きを行い (図-16(a)), 個体の移動制限範囲を設けることによって, 前述のような個体の発生を阻止する. GA オペ

レーターの適用後、課金領域の中心が制限範囲外にあれば、その点から最も近いノードまで領域の中心を移動する。移動後、課金領域の一部がなお制限範囲を超えている場合は、領域の形状を制限範囲内に収まるように調整する(図-16(b))。これは、拡張プロセスによって領域が無制限に拡大することを防ぐためである。なお、この調整によって課金領域が原型から大きく歪むことを避けるため、移動制限範囲とネットワークの間には一定の空間を確保する。

(8) 課金レベルの最適化

課金レベルの最適化は、GAによる最適化の対象には含めず、別のプロセスとして行う。高木ら²⁾と同様に、1つの課金領域に対して課金レベルを少しずつ変化させながら均衡配分計算を行い、適合度が最も高くなる部分を最適な課金レベルとする。本研究では50円刻みで課金レベルを変化させる。

以上、本章で提示した解法は、特にアルゴリズム1, 2に筆者らの経験とアイデアを踏まえたヒューリスティックなアプローチが含まれている。厳密な大域的な最適解を算出できる保証はないが、実用的な課金領域の算出に現時点で考えうる一つの方法を提示しているという意味がある。

また、二段階最適化問題の下位問題については、厳密解への収束が保証された高速のアルゴリズムが多数開発されている(最近のアルゴリズムの比較例としてInoue and Maruyama¹²⁾)。今後、下位問題の特徴を活かした解法の開発にも取り組みたい。さらに、最近、Bar-Gera *et al.*¹³⁾は、高速アルゴリズムを利用して、二段階最適化問題の決定変数に関する均衡解の勾配を精緻に求める方法も提示している。これらの応用は今後の解法の拡張に有望であろう。

5. 実都市ネットワークへの適用

(1) 既存手法との比較

a) 計算条件の設定

宇都宮都市圏に対して提案手法を用いた計算法の適用を行った。宇都宮ネットワークはゾーン数 118, リンク数 1,345, ノード数 626 で構成されている。平成4年度宇都宮都市圏 PT(パーソン・トリップ)調査のデータを利用し、既存研究^{2), 6)}と入力条件を同一にして、比較分析ができるように設定している。

計算時に使用した代表的なパラメータを表-1 に示し、その設定根拠を述べていく。

動径配列の大きさ 16 とは、本計算では領域に 16 角形を想定することを意味する。3.(3)でも述べたが、この

表-1 GA パラメータ

動径配列 R の大きさ	16
計算世代	最大 300
個体数	20
エリート選択数	1
グループ A サイズ	5
交叉率	0.3
突然変異率	0.2
拡張・縮小率	0.3
移動率	0.2
平準化率	0.06

値が大きいほど、詳細な領域形状を表現可能であるが、計算効率の低下を招く原因となるため、実用上問題のない値として、この値を利用した。計算世代は、本都市での筆者らの適用計算の経験上、計算の収束が見込まれる値を上限とした。

個体数は 20 としている。個体数を大きくするほど解の多様性を維持することが可能で、GA の性能は向上すると考えられるが、個体数に比例して計算時間は増加する。今回は、目標とする計算世代数と計算時間のバランスを考慮し、既存研究^{2), 4)}と同様に一般的な値である 20 に設定した。

エリート個体数は 1 として、適合度が世代数に従って単調増加するようにしている。これにより収束までの計算の安定性を確保できるが、局所解へ陥る危険性が高まる。本研究では、突然変異率及び領域操作を行う独自オペレーターの発生確率(拡張・縮小率, 移動率, 平準化率)を高めに設定し、グループ A (4.(4)b)参照)のサイズを 5 とすることで、この問題に対処している。

なお、一般的な GA の設定値と比較して、表-1 の交叉率は低めの、突然変異率は高めの値である。この設定根拠を以下に述べる。

まず、今回の解法では、図-9 に示すように、通常の GA に加えて、拡張・縮小、移動、平準化の操作が加わっている。従って、通常の GA における交叉率と比較するべきは、今回の交叉率に加えて、拡張・縮小率、移動率、平準化率の合計の実施確率となる。よって今回の交叉率 0.3 は、通常の GA よりも低めの設定値に読めるが、現実の領域変更操作は、それ以上の確率で実施されていることに留意が必要である。

また、通常の GA では、突然変異率は、局所解からの脱出を目的として数%程度の小さな値を設定し、解を大きく変化させている。一方、本手法の突然変異とは、実際には領域の回転・平行移動が実施されるのみで、極端に大きな解の変化をもたらすものではない。本手法における突然変異は、多様な解を生成するための操作と位置づけられるものである。その突然変異率を通常の GA における値と比較すると大きな値と読めるが、異常な設定

がされているわけではない。

なお、ヒューリスティックである GA のパラメータの妥当な設定法を検討するには、系統的な数値実験等が必要である。検討に必要な膨大な作業量を考慮すると、それは本研究の範囲を超えると判断し、今後の課題とする。

これらの条件のもと、以下、まず既存手法との比較のため形状制限は行わない設定とする。社会的余剰の上昇率は、無課金時の余剰(約 1.3770×10^9 円)を 0% とし、Maruyama and Sumalee⁶⁾ において人為的に設定されたエリア・コードン課金領域における余剰(約 1.3780×10^9 円)を 100% として基準化している。

b) エリア課金の最適化

図-17 は最適化によって得られた結果の 1 つである。青色の線で囲まれた部分是最適エリア課金領域、赤色のリンクは課金リンクを示す。社会的余剰は約 1.37856×10^9 円となり、上昇率は約 156% であった。課金リンク数は 410、最適課金レベルは 200 円となっている。課金領域の中心は都市中心部から北東に位置しているが、都市中心部も課金領域に含まれている。最適領域が都市中心部から偏った領域となった主な要因として、モデルの交通量が日単位の表現であるためにネットワーク中心部の混雑率が現実よりも低いことが考えられる。なお、この結果以外に、ほぼ同水準の社会的余剰を示す結果が複数得られており、本稿で掲載している結果は其中最

図-17 エリア課金領域の最適解の 1 つ

図-18 社会的余剰の推移 (エリア課金)

も社会的余剰が高い解である。

同条件で branch-tree 手法を用いた最適化²⁾ では社会的余剰の上昇率は約 150% であった。提案手法においてもそれと同水準の値が得られていることから、提案手法はエリア課金において必要十分な探索能力を有しているといえる。

GA の計算世代と社会的余剰の関係を図-18 に示す。ここで、1 世代に要する計算時間は両手法ともほぼ同一である。社会的余剰の最終値は同水準であるが、提案手法は大域探索に適した特性を持つことから、計算初期における上昇率が高い。したがって、既存手法と比較して、短時間で社会的余剰の高い解を得ることができる点が、提案手法の特徴の一つといえる。さらに世代を進めることで社会的余剰は上昇する可能性はあるが、先行研究における経験から余剰がこれより大幅に上昇する可能性は低いと予想される。

c) コードン課金の最適化

図-19 は最適化によって得られた結果の 1 つである。青色の線で囲まれた部分是最適コードン課金領域 (コードン・ライン)、赤色のリンクは課金リンクを示す。社会的余剰は約 1.37908×10^9 円となり、上昇率は約 208% であった。課金リンク数は 30、最適課金レベルは 100 円である。最適領域はエリア課金と類似しているが、最適課金レベルはエリア課金よりも低い。

図-19 コードン課金領域の最適解の 1 つ

図-20 社会的余剰の推移 (コードン課金)

同条件で branch-tree 手法を用いた最適化²⁾では、社会的余剰の上昇率は約 220%であり、提案手法による結果はそれより低めである。これは、コードン課金において高い社会的余剰を示す解が非常に複雑な形状であるためである。提案手法はその仕様上、表現可能な形状に制限があることから、それらの最適解に到達できなかったと判断できる。しかしながら、明示的に形状制限を行わない状態においても、現実性の高い解が得られる点は提案手法の利点の1つといえる。

GA 世代と社会的余剰の関係を図-20 に示す。計算初期において提案手法の社会的余剰の上昇率が大きい点はエリア課金の場合と同様である。計算時間に関して、既存手法よりも提案手法は改善されていると言える。

(2) 形状制限を設けた最適化

a) 領域の非現実性を表現する指標の提案

本研究では、現実的な領域を凸領域と定義した。デコボコした、いびつな領域は、非現実的と呼べるが、それを定量的に表現する指標 I を以下のように提案する。課金領域とその凸包の面積を計算し、その比をとる：

$$I = \frac{\text{課金領域の面積}}{\text{課金領域の凸包の面積}} \quad (8)$$

凸包とは、ある点群 (今回の場合、課金領域) を含む最小の凸多角形である¹⁴⁾。領域が凸であれば、 $I=1$ であり、本研究では最も現実的な領域と呼べる。 $I=0$ で最小値をとり、最も非現実的な領域となる。この I が、既存研究での結果も含めて、どのように変化するかにより、提案手法の有用性を定量的に示すことにする。

図-21 の灰色領域は、既存研究²⁾の図-10 に示されている本都市圏で計算されたコードン領域の最適解の一つである。いびつな領域であることが確認できるが、この領域の凸包は、点線で示される領域である。この例では $I=0.696$ と計算される。

同じく、既存研究²⁾の図-9 に示されている最適エリア課金領域については、 $I=0.740$ と計算される。本研究の図-17 に対しては $I=0.828$ 、図-19 に対しては、 $I=0.921$ と計算される。それぞれ、領域がいびつで、非現実的と考えられるほど I は小さな値をとっており、本指標の有効性が確認できる。

b) 比較結果

課金領域に凸形状の制限 (4.(5)参照) を適用して最適化を行った。図-22 はエリア課金、図-23 はコードン課金における結果である。社会的余剰の上昇率はエリア課金で約 1.37832×10^9 円 (上昇率 132%)、コードン課金で約 1.37851×10^9 円 (上昇率 151%) となり、最適課金レベルは共に 200 円という結果が得られた。制限を設けない条件下の解と比較して、形状が過剰に複雑になることが抑えられ、現実性の高い解が得られた一方で、余剰の

図-21 課金領域の凸包の例
(領域形状データの出典: 既存研究²⁾の図-10)

図-22 形状制限を設けたエリア課金の最適領域

図-23 形状制限を設けたコードン課金の最適領域

上昇率は減少した。ここで、図-22、図-23 について $I=1.00$ であり、それぞれ上述した形状制約を設定していない場合よりも、指標は向上しており、現実性の高い解が得られることを定量的に示すことができた。

(3) 複数課金領域の最適化

衝突回避処理 (4.(6)参照) を実装し、複数課金領域における最適化を実行した。図-24 はエリア課金、図-25 はコードン課金において、2 つの領域を設定して最適計算を行った結果である。赤色のリンクは第1課金領域の課金リンク、黄色のリンクは第2課金領域の課金リンクである。社会的余剰は、エリア課金が 1.37878×10^9 円 (上昇率 178%)、コードン課金が約 1.37930×10^9 円 (上昇率 230%) となり、それぞれの単一課金領域より高い

図-24 複数課金領域のエリア課金の最適領域

図-25 複数課金領域のコードン課金の最適領域

上昇率を示した。最適課金レベルはエリア課金が 250 円、コードン課金が 100 円となった。両課金方式ともに、都市中心部の課金に加え、外側の混雑が激しい一部分に対して第二の課金領域が設定された。第一課金領域の位置と形状は単一課金領域設定時の解とは相違しているが、これは複数解の存在による影響の可能性が高い。

(4) 領域の最適化の効果の抽出

Verhoef¹⁵⁾ は、次善課金の分析において課金領域の変化が社会的余剰に及ぼす効果は、課金額の変化によるものに比べて小さいという結果を示している。この知見が一般的なものなのかどうかを本提案手法で確認することを試みる。課金額の最適化の効果と分離して、課金領域を最適化することの効果抽出するものである。単一領域の場合のみを対象とし、課金額は、エリア課金は最適額 200 円、コードン課金は最適額 100 円で一定として、最適でない領域と最適化された領域の余剰の差を求めよう。最適化されていない領域として、動径の長さを等しくした円形を想定し、その長さのみを最適化する。そして中心位置も最適化する場合/しない場合(都心に固定)でコードン/エリア課金のそれぞれ合計 4 パターンを計算する。このような形状制約を設定したパターン分析が可能になるのも本提案手法の特徴の一つである。

結果を図-26 と表-2 に示す。領域を円形と想定し、課

図-26 円形領域を想定した最適領域群

表-2 次善課金領域の最適化の効果分析まとめ

課金施策	社会的余剰 (10 ⁹ 円)	社会的余剰 上昇率	出典 関連図
無課金	1.3770	0%	文献 6)
人為設定エリア	1.3780	100%	文献 6)
最適領域エリア	1.37856	156%	図-17
最適領域コードン	1.37908	208%	図-19
形状制限エリア	1.37832	132%	図-22
形状制限コードン	1.37851	151%	図-23
円形中心最適化エリア	1.37820	120%	図-26
円形中心最適化コードン	1.37813	113%	図-26
円形中心固定エリア	1.37798	98%	図-26
円形中心固定コードン	1.37776	76%	図-26

金額固定で、中心位置を最適化しないと社会的余剰の上昇率は 100%を下回り、中心位置の最適化の重要性が示唆される。中心位置と動径を最適化すると北東地域に課金地域が設定される。これは、図-17, 19, 22, 23 と同様な傾向である。中心のみ最適化エリア課金の余剰の上昇率 120%に対して、本提案手法の最適エリア(図-17)は 156%が得られている。これらの差 36%が、エリア課金における領域最適化の純粋な効果と解釈できる。コードン課金については、中心のみ最適化コードンの 113%に対して、最適領域では 208%となり、この差 95%が、コードン課金における領域最適化の純粋な効果と呼べる。以上より、特にコードン課金において、課金領域の変化による社会的余剰の上昇効果は、少なくないと判断できる。

Verhoef¹⁵⁾ による課金領域の設定が余剰に及ぼす効果が小さいという分析結果は、単一中心都市で単純な交通需要パターンを仮定し、ネットワークを捨象した、シンブルな都市モデルにより得られたものである。現実都市の道路網を考慮し、現実の交通需要パターンを考慮すると、この知見は必ずしも当てはまらないことが示唆される。

6. おわりに

本研究の成果を以下にまとめる。まず、計算手法について、

- (1) 形状制約を考慮可能で、課金領域の中心位置の最適化も考慮した、コードン課金とエリア課金の最適領域の計算法を開発した。
- (2) 提案法の拡張によって複数課金領域の最適化を行う手法を開発した。

次に、その適用計算から以下のことを示した。

- (3) 課金領域の形状制約の考慮により、現実的な領域形状の条件下での最適設計による社会的余剰向上の計算例を示した。
- (4) 実都市において、2つの領域を設定して行った最適設計の結果、単一課金領域時よりも社会的余剰が上昇する例を示した。

また、

- (5) 課金領域の現実性を表現する指標を提案し、提案手法が、現実的な領域を算出することを、その指標により定量的に示した。
- (6) 提案手法が、円形の課金領域を前提とした分析が容易である特徴を活かし、領域を最適化することの社会的余剰への効果を抽出する分析例を示した。

以上の成果より、現実都市で混雑課金政策の導入を検討する際に、その課金領域・課金レベルの設定について、提案手法が、有用な情報を提供しうることを示せたと言える。

ただ、提示した結果は、ヒューリスティックな解法に基づいた一都市の事例であり、一般的な知見であるとは必ずしも言いがたい。解法に含まれるパラメータの妥当な設定方法を検討するためにも、今後、系統的な数値実験を含めた、多数の都市での適用計算も必要であろう。

また、提案手法はその構造上、表現できる領域形状に制限があることから精密な最適化には向いていない。これは、特にコードン課金の最適化において顕著になることが確認された。今後の課題として提案手法と branch-tree 手法と組み合わせることで最適化の精度を向上させることが挙げられる。また、提案手法は、二段階最適化問題を GA によるヒューリスティックな方法で解いているが、交通ネットワーク設計問題の大域的最適解を求める方法も最近研究が進められており^{16), 17)}、その応用も検討したい。さらに、最近、branch-tree 法によらずコードン課金領域を数学的に表現にすることに成功した研究も発表¹⁸⁾されており、それらとの比較も行いたい。

また、下位問題の交通モデルは、本論文では静的交通配分を利用したが、動的な交通流モデルや土地利用・交通統合モデル¹⁹⁾を利用した場合の結果の変化の分析も

今後の研究の方向性として挙げられる。

謝辞：匿名の査読者からの多数の有益な修正意見に感謝します。また、本論文は、文部科学省・日本学術振興会科学研究費補助金 若手研究(B) (研究課題番号: 21760402, 23760491) の支援を受けた研究成果の一部です。

参考文献

- 1) de Palma, A. and Lindsey, R.: Traffic congestion pricing methodologies and technologies, *Transportation Research Part C*, Vol. 19, Issue 6, pp. 1377-1399, 2011.
- 2) 高木良太, 円山琢也, 溝上章志: エリア課金の最適設計問題: 課金領域・レベルの決定アルゴリズムの構築と適用, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 67, No. 5 (土木計画学研究・論文集 第 28 巻), pp. I_1233-I_1242, 2011.
- 3) Zhang, X. and Yang, H.: The optimal cordon-based network congestion pricing problem, *Transportation Research Part B*, Vol. 38, Issue 6, pp. 517-537, 2004.
- 4) Sumalee, A.: Optimal road user charging cordon design: a heuristic optimization approach, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 19, No. 5, pp. 377-392, 2004.
- 5) Maruyama, T. and Harata, N.: Difference between area-based and cordon-based congestion pricing: Investigation by trip-chain-based network equilibrium model with non-additive path costs, *Transportation Research Record*, No. 1964, pp. 1-8, 2006.
- 6) Maruyama, T. and Sumalee, A.: Efficiency and equity comparison of cordon- and area-based road pricing schemes using a trip-chain equilibrium model, *Transportation Research Part A*, Vol. 41, Issue 7, pp. 655-671, 2007.
- 7) Sumalee, A.: Multi-concentric optimal charging cordon design, *Transportmetrica*, Vol. 3, No. 1, pp. 41-71, 2007.
- 8) Kristoffersson, I.: Impacts of time-varying cordon pricing: Validation and application of mesoscopic model for Stockholm, *Transport Policy*, Vol. 28, pp. 51-60, 2013.
- 9) Zheng, N., Wraich, R. A., Axhausen, K. W. and Geroliminis, N.: A dynamic cordon pricing scheme combining the Macroscopic Fundamental Diagram and an agent-based traffic model, *Transportation Research Part A*, Vol. 46, Issue 8, pp. 1291-1303, 2012.
- 10) Engelson, L., Kristoffersson, I., Saifuzzaman, M., de Palma, A. and Motamedi, K.: Comparison of two dynamic transportation models: The case of Stockholm congestion charging, presented at *Transportation Research Board 92nd Annual Meeting*, #13-0760, 2013.
- 11) 村山祐司, 柴崎亮介: GIS の理論, 朝倉書店, p.72, 2008.
- 12) Inoue, S. and Maruyama, T.: Computational experience on advanced algorithms for user equilibrium traffic assignment problem and its convergence error, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, Vol. 43, pp. 445-456, 2012.
- 13) Bar-Gera, H., Hellman, F. and Patriksson, M.: Computational precision of traffic equilibria sensitivities in automatic network design and road pricing, *Transportation Research Part B*, Vol. 57, pp. 485-500, 2013.

- 14) 譚学厚, 平田富夫: 計算幾何学入門, 森北出版, 2001.
- 15) Verhoef, E. T.: Second-best congestion pricing schemes in the monocentric city, *Journal of Urban Economics*, Vol. 58, pp. 367-388, 2005.
- 16) Luatkep, P., Sumalee, A., Lam, W. H. K., Li, Z. C. and Lo, H. K.: Global optimization method for mixed transportation network design problem: a mixed-integer linear programming approach, *Transportation Research Part B*, Vol. 45, Issue 5, pp. 808-827, 2011.
- 17) Ekström, J., Sumalee, A. and Lo, H. K.: Optimizing toll locations and levels using a mixed integer linear approximation approach, *Transportation Research Part B*, Vol. 46, Issue 7, pp. 834-854, 2012.
- 18) Zhang, L. and Sun, J.: A dual-based heuristic for optimal cordon pricing design, *Journal of Transportation Engineering*, ASCE, Vol. 139, Issue 11, pp. 1105-1116, 2013.
- 19) Anas, A. and Hiramatsu, T.: The economics of cordon tolling: General equilibrium and welfare analysis, *Economics of Transportation*, Vol. 2, Issue 1, pp. 18-37, 2013.

(2013. 3. 22 受付)

OPTIMAL NETWORK CONGESTION PRICING DESIGN PROBLEM CONTROLLING THE SHAPE OF CHARGING BOUNDARY: ALGORITHM DEVELOPMENT AND APPLICATIONS

Ryota TAKAKI, Takuya MARUYAMA and Shoshi MIZOKAMI

Several methods have been proposed to optimize two typical road-pricing schemes: cordon-based and area-based pricing. However, existing methods sometimes generate unrealistic optimal charging boundaries because it is difficult to control the shape of the charging boundary. In addition, these methods are unable to optimize the location of center point of charging boundary. Thus, it is necessary to set the location of center by human judgment before the computation. This study proposes an algorithm framework that can optimize charging boundary including the location of center point and control the shape of the boundary. The algorithm applies computational geometry approach to represent and optimize charging boundary. In addition, it can optimize multiple charging boundaries. This model is applied to real-world network and results are compared with existing method.