インフラの動学的投資政策と長寿命化便益

瀬木 俊輔¹・小林 潔司²

¹一般会員 University of Windsor, Cross-Border Institute (401 Sunset Avenue, Windsor, Ontario, Canada)
E-mail: shusegi@uwindsor.ca

²フェロー会員 京都大学経営管理大学院 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)
E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

本研究は、インフラの劣化過程をマルコフ劣化モデルにより表現したうえで、インフラ投資額・長寿命化投資額とインフラストックの推移過程の関係を表現するマルコフ・ビンテージモデルを定式化する。その上で、マクロ経済の資源制約やインフラの経済活動への貢献などを考慮しつつ、社会厚生を最大化する規範的なインフラ投資政策を求めるための動学的インフラ投資モデルを定式化する。最適インフラ投資政策を分析することにより、インフラの長寿命化投資の経済効果には、長期的な家計消費の水準を増加させるストック効果と、世代間のインフラ更新費用負担の平準化をもたらす平準化効果という2種類の便益が存在することを示す。また、数値計算を通じて最適インフラ投資政策・長寿命化投資政策の特性についても考察する。

Key Words : Markov vintage model, asset management, intergenerational equity, economic evaluation

1. はじめに

現在、日本では既設のインフラストラクチャ（以下、インフラと略す）の老朽化が進行しており、今後はインフラの更新費用が増加していく。同時に、人口の減少と高齢化が進展しており、インフラ関連の財源の制約が厳しくなる。このような状況の中で、インフラの維持管理と更新を効率的に行いながら、必要なインフラの新規投資を実施するための政策が必要とされる。とりわけ、インフラの損傷が軽微なうちに補修を行う予防保全的維持管理を実施し、インフラの老朽化を遅らせることによりインフラの供用年数を延ばすという、インフラ長寿命化の重要性が指摘されている。

インフラの長寿命化は、インフラの維持管理費用を増加させるため、短期的には国民のインフラ関連費用の負担額を増やしうる。しかし、長寿命化は同時に、インフラの供用年数を延ばすことによりインフラの更新費用の発生頻度を低下させるため、長期的には国民の費用負担額を低下させる。したがって、インフラの長寿命化は、短期的には国民の費用負担を増やすものの、長期的には将来の国民に便益をもたらすという点において、民間投資やインフラ投資と同様の性質を持つと言える。本研究では、このことを明示するために、予防保全的維持管理を主体とするインフラの供用年数の延長活動を、インフラの長寿命化投資と呼ぶことにする。

インフラの長寿命化投資の経済効果の1つは、更新費用を含むインフラのライフサイクル費用の低減をもたらすことにある。ライフサイクル費用の低減により節約された資源は、家計消費や民間投資、インフラ投

資の増加に利用することができる。民間投資やインフラ投資は、国内の民間資本とインフラのストックを増加させて経済活動を拡大し、将来の家計消費の増加に貢献する。結果的に、インフラの長寿命化投資は、将来の家計消費の増加をもたらすことになる。本研究では、長寿命化投資が持つこのような経済効果をストック効果と呼称する。

さらに、本研究では、インフラの長寿命化投資には、もう1つの経済効果があることを指摘する。特に、インフラの更新費用が増加していくような国においては、長寿命化投資を実施してインフラの更新時期を遅らせることにより、更新費用の増加速度を低下させ、時間軸に沿った更新費用の平準化を図ることができる。本研究では、長寿命化投資が持つこのような経済効果を平準化効果と呼ぶ。平準化がもたらす効果には多くのものが考えられるが、本研究では世代間公平性の観点から平準化効果を考察する。インフラの更新費用が時間軸に沿って平準化されれば、更新費用の負担額に関する世代間格差が是正され、世代間公平性の増進がもたらされる。本研究では、この世代間公平性の増進を、平準化効果として取り扱う。

従来より、インフラのアセットマネジメントの分野において、インフラ長寿命化の効率的な実施政策に関して多くの研究^{1)~8)}が行われてきた。しかし、それらの研究は限られた数の施設のマネジメント問題を取り扱うものであり、マクロスケールの長寿命化投資政策、すなわち、一国全体として長寿命化投資をどれだけ実施すべきか、という問題の分析に直結するものではない。また、これらの研究では、長寿命化投資に伴うイ

インフラの新規投資の増加（ストック効果）や、更新費用の負担額に関する世代間格差の是正（平準化効果）に関する議論は、ほとんど行われてこなかったのが実情である。本研究では、一国の経済全体を対象とするマクロな視点から、長寿命化投資を含め、インフラの投資政策について規範的な分析を行う。そのうえで、マクロ経済の資源制約に直面しながら、インフラ投資政策に関する予算編成を行う政府に対して、有用な政策的知見を提示することを目的とする。分析に当たっては、インフラの新規・更新投資、長寿命化投資を同時に考慮にいたした動学的インフラ投資モデルを定式化する。その上で、規範的なインフラ投資政策について分析するとともに、インフラの長寿命化政策がもたらす経済効果について考察を行う。以下、**2.**では、本研究の基本的な考え方を述べる。**3.**では、動学的インフラ投資モデルを定式化する。**4.**では、動学的インフラ投資モデルの性質について解析的な分析を行う。**5.**では、数値計算を用いて、規範的なインフラ投資政策について分析するとともに、インフラの長寿命化投資がもたらす経済効果について考察を行う。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 既存研究の概要

インフラの効率的な維持管理・更新政策の分析に関しては、インフラのアセットマネジメントの分野において膨大な研究が蓄積している。そこでは、個々の施設の劣化過程をマルコフ劣化モデル^{1)~4)}により表現したうえで、ライフサイクル費用を最小化するという観点から、最適点検政策や補修政策などの分析を行っている^{5)~7)}。これらの研究は、限られた数の施設のライフサイクル費用に着目したものであり、一国の経済全体を対象とするマクロな視点から分析を行ったものではない。また、これらの研究では、インフラの新規投資や、更新費用の負担額に関する世代間公平性の問題は扱われていない。

横松ら⁸⁾は、除却されるインフラストックが変化する状況における規範的なインフラ投資政策を、Ramseyモデルの枠組みを用いて分析している。ただし、横松らの研究においては、将来の除却されるインフラストックの流列が外生的に与えられており、長寿命化投資を通じた更新費用の制御を分析することはできない。マクロスケールのインフラ更新費用の増加を内生的に表現可能なモデルとしては、経済成長理論の分野で用いられているビンテージモデルと呼ばれるモデルが存在する。このモデルは、一般的にインフラを取り扱うものではないが、年齢に応じた資本の性質（生産性や環境負荷など）の異質性を表現するものであり、年齢別の

資本ストックを明示的に表現するモデルである。このモデルは、Johansen⁹⁾やSolow¹⁰⁾等を嚆矢とするものであり、近年では、環境負荷の高い資本が環境負荷の低い資本に置き換えられていく過程の分析や、年齢に応じた人的資本の性質の違いを考慮した経済成長過程の分析に応用されている¹¹⁾。ビンテージモデルを用いて社会資本ストックを表現し、マクロ経済の規範的な投資政策を分析するRamseyモデルの枠組みを用いれば、インフラの老朽化が進行する社会における規範的なインフラ投資政策を分析することが可能になる。ただし、経済学の分野で用いられている標準的なビンテージモデルは、インフラの長寿命化投資政策の分析に応用する上では限界が存在する。インフラは、維持管理を適切に行うことにより、その劣化過程を制御し、供用年数を調整することができる。しかし、標準的なビンテージモデルは資本の年齢によってのみ資本ストックを区別するため、資本の劣化過程の制御を表現できない。そのため、標準的なビンテージモデルでは、インフラの長寿命化投資政策に関する分析を行うことはできない。これに対して、本研究ではインフラの劣化水準（あるいは健全度）をビンテージとして定義する。さらに、後述するように、ビンテージ間の推移関係をマルコフ連鎖で記述したマルコフ・ビンテージモデルを定式化することにより、長寿命化投資によるインフラの劣化過程の制御を表現することが可能となる。

(2) マルコフ・ビンテージモデル

インフラの維持管理に関する活動は、大別して事後保全と予防保全のいずれかに分類できる。事後保全とは、故障発見後、施設・設備を要求機能遂行状態に修復させるために行う保全である。また、予防保全とは、施設・設備の使用中的故障を未然に防止するために、既定の間隔または基準に従って遂行し、施設・設備の機能劣化または故障の確率を低減するために行う保全である。これまでの日本のインフラの多くは、事後保全の考え方に基づき維持管理が行われてきた。しかし、近年は厳しい財政状況の中で、予防保全の考え方に立った政策的な維持管理・更新の重要性が指摘されるようになってきている¹²⁾。予防保全的維持管理活動を行うことにより、インフラの長寿命化を実現することができる。

予防保全的維持管理の下では、事後保全的維持管理と比較して、施設・設備の点検や補修の頻度が増えるとともに、維持管理を担う人材が必要になるため、日常的な維持管理費用は増加する。一方、インフラの老朽化を遅らせて寿命を伸ばすことにより、維持補修費用と更新費用を含めたライフサイクル費用を削減することができる。既に述べたように、標準的なビンテージモデルでは、このようなインフラの老朽化の制御を表

図-1 劣化ビンテージ別インフラストック ($t = 0$)

図-2 長寿命化投資増加のインフラ更新費用推移への影響

現することはできない。このようなビンテージモデルの限界を克服するために、本研究では、インフラのアセットマネジメントの分野において劣化過程を表現するために標準的に利用されているマルコフ連鎖モデルを用いたマルコフ・ビンテージモデルを提案する。すなわち、インフラの劣化ビンテージ（健全度）を離散的な指標で表現し、劣化ビンテージ別の資本ストックを表現する。特定の劣化ビンテージにある個別のインフラは、時間の経過と共に一定の確率（マルコフ推移確率）で劣化し、劣化ビンテージの進行したインフラに変化する。インフラの劣化ビンテージが使用限界に到達すると、そのインフラは更新もしくは除却される。インフラの維持管理費用を増やすことによって、劣化の進行確率を表すマルコフ推移確率を減少させることが可能となる。

(3) 長寿命化投資の経済効果

マルコフ・ビンテージモデルを用いることにより、予防保全的維持管理を主体とする長寿命化投資の経済効果を分析することが可能となる。以下では、簡単なマルコフ・ビンテージモデルの例を用いて、本研究が考察対象とする長寿命化投資の経済効果を例示する。いま、国内のインフラストックが極めて多くの同質的な個別のインフラにより構成されていると考える。ただ

し、インフラの劣化特性には不確実性が介在し、劣化ビンテージの進行はマルコフ過程に従うと考える。個別インフラの劣化ビンテージ（健全度）を11種類に分類し、ラベル $s = 1, 2, \dots, 11$ を用いて表現する。投資・更新直後の個別インフラの劣化ビンテージを $s = 1$ とする。個別インフラの劣化ビンテージが、単位期間中に s から $s+1$ に推移する確率を ϕ_s で表す。理論的分析の見通しをよくするために、単位期間中に劣化ビンテージが2つ以上（たとえば s から $s+2$ ）進展する事象は考えない。推移確率 ϕ_s が劣化ビンテージ s のみに依存する場合、推移確率 ϕ_s はマルコフ推移確率にほかならない。長寿命化投資額を増やすことにより推移確率 ϕ_s を小さくすることができるとする。劣化ビンテージ s が11に達したインフラは供用が不可能となり、更新もしくは除却される。個々のインフラの推移過程には不確実性が存在するが、国内のインフラの数は十分に多く大数の法則が成立するため、集計化されたビンテージ別のインフラの総数（ストック）の推移には不確実性が存在しないと仮定する。

いま、単位期間の列で構成される離散的な時間軸 $t = 0, 1, \dots$ を考える。ここで、初期時点 $t = 0$ における劣化ビンテージ別のインフラストックが図-1のように与えられたとする。図から確認できるように、インフラは過去のある時点で集中的に整備がなされたため、その劣化ビンテージの分布は中央（ $s = 5$ と 6 ）に偏っている。このとき、この中央のインフラが次第に劣化してくるため、将来のインフラの更新費用は徐々に増加していくことになる。ここで、長寿命化投資額が小さいケース A と、大きいケース B を考え、それぞれのケースの推移確率を ϕ_s^A, ϕ_s^B とする。これらの推移確率はビンテージに依存せず、 $\phi_s^A = 0.2, \phi_s^B = 0.1$ ($1 \leq s < 11$) であるとする。すなわち、インフラのビンテージが1つ増えるのにかかる期間の平均値は、ケース A では $1/0.2 = 5$ 期間、ケース B では $1/0.1 = 10$ 期間とする。さて、ここで長寿命化投資の経済効果を簡単に例示するために、時刻 $t = 0$ 以降、インフラの新規投資は一切行われないと仮定する。さらに、ビンテージが使用限界である $s = 11$ に達したインフラは、必ず直ちに更新されると仮定する。以上の仮定の下で、将来の国内のインフラ更新費用の総額の時間推移を示したグラフが図-2である。ケース B では個々のインフラの供用年数が長く、更新の発生頻度が低いため、インフラ更新費用の総額がケース A に比べて節約される。その結果、節約された資源を家計消費や民間投資、インフラ投資の増加に充当することが可能となり、将来の家計の消費額を増加させることができる。本研究では、長寿命化投資のこのような経済効果をストック効果と呼ぶ。

また、ケース B では、過去のある時点で集中的に整

備がなされたインフラの更新時期が遅れることにより、 $t = 0$ 以降の更新費用の変化速度が低下し、時間軸に沿った更新費用の平準化がもたらされている。本研究では、長寿命化投資のこのような経済効果を平準化効果と呼称する。平準化効果のメリットの1つは、インフラ更新費用の負担額に関する世代間公平性を改善できることである。例えば、分散値などで、ケース A とケース B の時刻別のインフラ更新費用の格差を比較すれば、ケース B の方が格差が小さいことを確認できる。なお、図-2 から確認できるように、両ケースともに更新費用の振動が生じているが、これは、過去に集中的に整備されたインフラの更新時期が周期的に訪れることによる。

(4) モデルの基本的な考え方

本研究では、マルコフ・ビンテージモデルを用いてインフラストックの蓄積過程を表現したうえで、マクロ経済の規範的な投資政策を分析する Ramsey モデルの枠組みを採用したモデル（以下、動学的インフラ投資モデルと呼ぶ）を定式化し、長寿命化投資による社会資本の更新費用の制御を考慮にいたった最適インフラ投資政策について分析する。動学的インフラ投資モデルを用いることにより、規範的なインフラ投資政策と社会資本の長寿命化投資の経済効果を、動学的経済モデルの統合的な枠組みの中で統合的に分析することが可能となる。本研究は、この動学的インフラ投資モデルによる分析結果を用いて、マクロ経済の資源制約に直面しながら、インフラ投資政策に関する予算編成を行う政府に対して、有用な政策的知見を提示することを目的とする。このように、マルコフ・ビンテージモデルを用いて動学的最適社会資本投資政策に関する分析を行った研究は、筆者らの知る限り存在していない。

なお、本研究では、理論的分析の見通しを良くするために、以下のように分析を簡単化するための仮定を設ける。本研究では、国内に存在するインフラは1種類の同質的なインフラのみであると仮定し、このインフラの効能は、経済の生産性を高める生産力効果¹³⁾を持つこととする。このようなインフラの代表例としては、道路などの交通インフラを挙げることができる。現実的には、一国全体のインフラの維持管理・更新・投資政策を考える上では、インフラの分類に応じた機能の異質性や、使用頻度や地域特性に応じたインフラの劣化過程の異質性を考えなければいけない。しかし、本研究では、マクロ経済という集計化されたレベルにおける長寿命化投資の経済効果を分析することを目的としており、議論の見通しを良くするためにインフラを1種類に限定することとする。

3. 動学的インフラ投資モデル

(1) 前提条件

閉鎖された一国経済に着目し、標準的な Ramsey モデルに、明示的にインフラストックの蓄積過程を導入したモデル（動学的インフラ投資モデル）を定式化する。現在時刻を始点 $t = 0$ とする離散的時間軸 $t = 0, 1, 2, \dots$ を考える。この国の生産物は1種類の財のみであり、民間資本と労働力を投入することによって生産される。インフラには経済活動の生産性を高める生産力効果¹³⁾が存在し、民間資本と労働力の投入量が等しくても、インフラストックが多いほど財の生産量は増加する。技術進歩は考慮しない。時点 t における集計的生産技術を、コブ＝ダグラス型の生産関数、

$$Y_t = G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} L_t^{1-\alpha_k} \quad (1)$$

を用いて表現する。ただし、 Y_t は時点 t の財の生産量（または GDP）、 K_t は民間資本ストック、 L_t は労働力を表し、 G_t は社会資本の総ストックを表す。 α_k, α_g は $\alpha_k > 0, \alpha_g > 0, \alpha_k + \alpha_g < 1$ を満たすパラメータである。 $G_t^{\alpha_g}$ はインフラの生産力効果を表現している。式(1)の生産関数は、 G_t, L_t, K_t に関して収穫逓増を示し、民間資本と労働力の投入量に関しては収穫一定を示す。これは、インフラが生産活動の基盤となる環境を創出し、その環境の中で生産活動が行われることを表している（環境創出効果）。なお、 $\alpha_k + \alpha_g \geq 1$ が成立する場合、本研究のモデルは内生的成長モデルとなり、技術進歩がなくとも長期的に GDP を成長させ続けることが可能となる。本研究が採用する $\alpha_k + \alpha_g < 1$ という仮定の下では、技術進歩が無ければ経済は長期的に定常状態に収束し、GDP の成長は停止する。労働力と民間資本は常に完全雇用され、 L_t, K_t は時刻 t における国内の労働力と民間資本ストックに等しいと仮定する。本研究では、インフラの劣化過程を考慮した規範的なインフラ投資政策に分析の焦点を絞るため、人口変動の問題は取り上げない。人口減少下におけるインフラ投資政策に関する考察は重要な課題であるが、この問題を分析するためにはインフラの経済成長効果やインフラ技術革新を明示的に考慮したような内生的経済成長モデルが必要となる。本研究では、長寿命化投資のマクロ経済効果に分析の焦点を絞るため、労働力 L_t が通時的に一定の値 $\bar{L}$ を取ることを考える。

$$L_t = \bar{L} \quad (2)$$

生産された財は、消費・民間投資・インフラ投資・インフラの維持管理に使用される。この関係は

$$Y_t = C_t + I_t^k + I_t^g + M_t \quad (3)$$

と表現できる。ここで、 C_t は消費額、 I_t^k, I_t^g, M_t はそれぞれ民間投資額、インフラ投資額、インフラの長

寿命化投資額（維持管理費用）を表す。本研究では、インフラの新規投資と更新投資の区別を行わず、両者の実質的な総額を I^g という 1 つの変数で表現している。民間投資による民間資本ストックの蓄積過程は、

$$K_{t+1} = (1 - \delta_k)K_t + I_t^k \quad (4)$$

と表される。ここで、 δ_k は民間資本ストックの減耗率を表す定数である。

(2) インフラストックの蓄積過程の定式化

インフラの劣化過程をマルコフ連鎖モデルを用いて表現する。まず、インフラストックを、劣化ビンテージに応じて $\bar{s}$ 種類に分類し、ラベル $s = 1, 2, \dots, \bar{s}$ を用いて表現する。新規投資・更新直後のインフラの劣化ビンテージを $s = 1$ とする。 s の値が大きいほど劣化が進行し、劣化ビンテージ $\bar{s}$ に到達すれば、除却もしくは更新される。本研究では、インフラの新規投資、更新投資を区別しないため、使用限界 $\bar{s}$ に到達すれば当該のインフラは除却されると考える。劣化ビンテージが s のインフラストックを g^s で表す。多くのインフラは、自身が提供する空間や機能が環境創出効果をもたらす。たとえば、橋梁は劣化が進展しても、使用に問題がない限り、橋梁が提供する機能に変化が生じるわけではない。以上のことより、インフラは劣化水準に関わらず、一定の環境創出効果を有すると考える。この時、インフラの総ストック G は、劣化ビンテージが $\bar{s}$ 未満のインフラストックの総和として表される。

$$G_t = \sum_{s=1}^{\bar{s}-1} g_t^s \quad (5)$$

劣化ビンテージが $2 \leq s < \bar{s}$ のインフラストックは、

$$g_{t+1}^s = \phi_{s-1} \left(\frac{M_t}{G_t} \right) g_t^{s-1} + \left[1 - \phi_s \left(\frac{M_t}{G_t} \right) \right] g_t^s \quad (6)$$

に従って推移する。劣化ビンテージが $\bar{s}$ のインフラは除却されると考えるため、劣化ビンテージが $\bar{s}$ のインフラストックの推移過程は定式化しない。ここで、 ϕ_s ($1 \leq s < \bar{s}$) は、劣化ビンテージ s のインフラストックのうち、単位期間内に劣化ビンテージが $s+1$ に移行するストックの割合を表す関数であり、 $0 \leq \phi_s(m_t) \leq 1, d\phi_s(m_t)/dm_t \leq 0, d^2\phi_s(m_t)/dm_t^2 \geq 0$ を満足する。ここで、 m_t は $m_t = M_t/G_t$ で定義される変数（以下、インフラの維持管理強度と呼ぶ）を表し、 M_t は日常的維持管理費用と予防的保全による維持管理費用から構成されるインフラの長寿命化投資額を表す。式 (6) は、劣化ビンテージ s に関わらず、インフラ全体の維持管理強度 $m_t = M_t/G_t$ の関数となっている。このことは、維持管理費用が全てのインフラに均等に配分されることを意味している。実際には、劣化の進行したインフラ

に対して重点的に長寿命化投資を施すといった政策が考えられ、こうした政策を分析するためには、劣化ビンテージ別の維持管理強度を定義し、各維持管理強度を独立に操作可能なモデルが必要となる。ただし、予防保全的維持管理には、施設の点検など、施設の劣化水準によらず均等に実施されるものも含まれており、必ずしもビンテージ別の維持管理強度を独立に操作可能ではないと考えられる。また、理論的分析の見通しを良くするうえでは、長寿命化投資に関する意思決定変数を 1 変数に集計化した方が好ましいため、本研究では、維持管理強度は劣化ビンテージに依存せず等しいと仮定する。式 (6) の遷移式は、個々のインフラの劣化過程が単純マルコフ連鎖に従うことを意味している。劣化ビンテージ s のインフラは、1 期間内に確率 ϕ_s で劣化ビンテージ $s+1$ に移行する。この確率は、インフラの現在の劣化ビンテージのみに依存し、過去の劣化過程の履歴に依存しない。劣化ビンテージ s のインフラが十分に多く大数の法則が成立するとすれば、経済全体のインフラストックの推移過程は、式 (6) のように確定的に表現できる。また、議論の簡単化のために単位期間中に 2 つ以上の劣化水準をまたがって（たとえば、 s から $s+2$ に）劣化が進行するような事象は想定しない。インフラの長寿命化投資額を増やすことにより、インフラの老朽化の進行を遅らせることが可能になる。前述したように、伝統的なビンテージモデルでは、導入年度に基づいて資本のビンテージが定義されている。しかし、このような定式化では、ビンテージ間の推移過程に影響を与える政策を表現することができない。マルコフ・ビンテージモデルでは、式 (6) に示すようにマルコフ推移確率に基づいてインフラのビンテージが推移するため、長寿命化投資による推移確率の操作を定式化することにより、インフラの劣化過程の制御を表現することができる。最後に、劣化ビンテージが $s = 1$ のインフラストックの遷移過程は、

$$g_{t+1}^1 = I_t^g + \left[1 - \phi_1 \left(\frac{M_t}{G_t} \right) \right] g_t^1 \quad (7)$$

で表現される。式 (7) は民間資本ストックと同様に、インフラの新規・更新投資により劣化ビンテージ 1 のインフラストックが増えることを意味している。

(3) 社会的最適化問題の定式化

財の生産・配分に関する技術制約、資本ストックの蓄積過程に関する制約（式 (1)-(7)）の下で、社会厚生関数を最大化する規範的な最適投資経路を求める問題を定式化する。社会厚生関数とは、経済活動に関する規範的な望ましさを定義する関数である。以下のように

功利主義的な社会厚生関数,

$$W_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t N_t u \left(\frac{C_t}{N_t} \right) \quad (8)$$

を採用する. ここで, N_t は時刻 t における総人口を, C_t/N_t は人口 1 人当たりの消費を表す. u は各時刻における国民 1 人当たりの厚生 (効用) を表す関数であり, $u' > 0$, $u'' < 0$ を満たす. 厚生 u は, 人口 1 人当たりの消費に依存して決まる. β ($0 < \beta < 1$) は厚生の割引因子を表す定数であり^{15),16)}, この割引因子により割引かれた各時刻の厚生の総和が, 社会厚生として評価される. この功利主義的な形式の社会厚生関数は, 動学的な環境における社会厚生関数として最も幅広く使われているものである¹⁵⁾.

さらに, 本研究では, 解析的な分析を行うために, 各時刻における国民 1 人当たりの厚生を表す関数 u を

$$u(c) = \begin{cases} \frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}, & (\sigma \neq 1) \\ \ln c, & (\sigma = 1) \end{cases} \quad (9)$$

と特定化する. この形式の効用関数 u は, 相対的リスク回避度一定の効用関数, もしくは, 異時点間の代替の弾力性一定の効用関数であり, 経済成長理論やマクロ経済学の分野において広く採用されている¹⁴⁾. σ (> 0) は相対的リスク回避度, もしくは, 異時点間の代替の弾力性の逆数を表す外生的な定数である. σ が大きいほど, 人口 1 人当たりの消費の変化率が小さい動学的経路が好ましいと判断される. 例えば, 標準的な Ramsey モデルにおいては, 資本蓄積の速度が大きいと消費の増加率も大きくなるため, σ が大きいほど, 社会厚生関数を最大化する動学的経路における資本蓄積速度は小さくなる (すなわち, 経済成長率は小さくなる). $\sigma = 0$ の場合には, 経済が定常状態に到達するまでの期間, GDP が全て投資に利用され, 資本蓄積が急速に進む. また, $\sigma = \infty$ の場合には, 1 人当たり消費が通時的に一定になるように投資が行われ, 資本蓄積が起こらない. 規範的な投資政策を分析する枠組みにおいては, σ は世代間公平性をどれだけ重視するのかを表すパラメータと見なすことができる¹⁶⁾. σ の値が大きいほど, 人口 1 人当たりの消費額を平準化することにより, 社会厚生が増加するようになるためである. 例えば, $\sigma = \infty$ の場合には, 式 (8) の社会厚生関数は, $\min[C_1/N_1, C_2/N_2, C_3/N_3, \dots]$ に収束し, 1 人当たり消費額の最も低い世代の消費を最大化する動学的経路を最適と判断するようになる. σ が 0 より大きい限り, 程度の差はあれ, 人口 1 人当たりの消費額を平準化することを志向した動学的経路が好ましいと判断されるため, 式 (8), (9) の形式の社会厚生関数を最大化する投資政策を分析すれば, 世代間公平性に一定の配慮を置いた規範的な投資政策の特徴を分析することができる.

以上の準備の下で, 社会厚生関数 (8) を最大化する新

規・更新投資, 長寿命化投資政策 (インフラ投資政策と呼ぶ) を求める動学的インフラ投資モデルは,

$$\max_{\{C_t, I_t^k, I_t^g, m_t, G_t, K_{t+1}, \{g_{t+1}^s\}_{s=1}^{\bar{s}-1}\}_{t=0}^{\infty}} W_0 \quad (10a)$$

subject to

$$Y_t = G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} \quad (10b)$$

$$Y_t = C_t + I_t^k + I_t^g + m_t G_t \quad (10c)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta_k) K_t + I_t^k \quad (10d)$$

$$G_t = \sum_{s=1}^{\bar{s}-1} g_t^s \quad (10e)$$

$$g_{t+1}^s = \phi_{s-1}(m_t) g_t^{s-1} + [1 - \phi_s(m_t)] g_t^s \quad (10f)$$

$(2 \leq s < \bar{s})$

$$g_{t+1}^1 = I_t^g + [1 - \phi_1(m_t)] g_t^1 \quad (10g)$$

$$K_0, \{g_0^s\}_{s=1}^{\bar{s}-1} : \text{given} \quad (10h)$$

と定式化される. ただし, 長寿命化投資に関する操作変数として, 長寿命化投資額 M_t の代わりに維持管理強度 m_t を用いている. これにより, 最適化条件をより見やすい形で整理することができる.

4. モデルの解析的分析

(1) 最適化条件

動学的インフラ投資モデル (10a)–(10h) の 1 階の最適化条件を導出する. 本モデルのラグランジュ関数 $\mathcal{L}_0$ を次のように定式化する.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\bar{L} \frac{(C_t/\bar{L})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \lambda_t \{ G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} \right. \\ &\quad - C_t - I_t^k - I_t^g - m_t G_t \} + \chi_t^k \{ I_t^k + (1 - \delta_k) K_t \\ &\quad - K_{t+1} \} + \xi_t \left\{ \sum_{s=1}^{\bar{s}-1} g_t^s - G_t \right\} + \chi_t^{g,1} \\ &\quad \cdot \{ I_t^g + [1 - \phi_1(m_t)] g_t^1 - g_{t+1}^1 \} + \sum_{s=2}^{\bar{s}-1} \chi_t^{g,s} \\ &\quad \cdot \{ \phi_{s-1}(m_t) g_t^{s-1} + [1 - \phi_s(m_t)] g_t^s - g_{t+1}^s \} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで, $\lambda_t, \chi_t^k, \xi_t, \chi_t^{g,s}$ ($1 \leq s \leq \bar{s}$) はラグランジュ乗数である. このラグランジュ関数 $\mathcal{L}_0$ を, 変数 $C_t, I_t^k, I_t^g, M_t, G_t, K_{t+1}, \{g_{t+1}^s\}_{s=1}^{\bar{s}-1}$ について微分すれば, 最適化条件を次のように導くことができる.

$$\lambda_t = \left(\frac{C_t}{\bar{L}} \right)^{-\sigma} \quad (12a)$$

$$\lambda_t = \chi_t^k \quad (12b)$$

$$\lambda_t = \chi_t^{g,1} \quad (12c)$$

$$\begin{aligned} \lambda_t G_t &= \sum_{s=1}^{\bar{s}-2} [-g_t^s \phi'_s(m_t) (\chi_t^{g,s} - \chi_t^{g,s+1})] \\ &\quad - g_t^{\bar{s}-1} \phi'_{\bar{s}-1}(m_t) \chi_t^{g,\bar{s}-1} \end{aligned} \quad (12d)$$

$$\xi_t = \lambda_t(\alpha_g G_t^{\alpha_g-1} K_t^{\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} - m_t) \quad (12e)$$

$$\chi_t^k = \beta \lambda_{t+1} \alpha_k G_{t+1}^{\alpha_g} K_{t+1}^{\alpha_k-1} \bar{L}^{1-\alpha_k} + \beta \chi_{t+1}^k (1 - \delta_k) \quad (12f)$$

$$\chi_t^{g,s} = \beta \xi_{t+1} + \beta \chi_{t+1}^{g,s} [1 - \phi_s(m_{t+1})] + \beta \chi_{t+1}^{g,s+1} \phi_s(m_{t+1}) \quad (1 \leq s \leq \bar{s} - 2) \quad (12g)$$

$$\chi_t^{g,\bar{s}-1} = \beta \xi_{t+1} + \beta \chi_{t+1}^{g,\bar{s}-1} [1 - \phi_{\bar{s}-1}(m_{t+1})] \quad (12h)$$

以上の条件と最適化問題の制約条件 (10b)–(10g) に横断性条件を加えたものが、動学的インフラ投資モデル (10a)–(10h) の最適解の 1 階の必要条件となる。

ラグランジュ乗数 λ_t は t 期の財 1 単位の価値を、 ξ_t は t 期のインフラストック 1 単位が t 期に生み出す便益を、 χ_t^k は t 期期末の民間資本ストック 1 単位の価値を、 $\chi_t^{g,s}$ は t 期期末の劣化ビンテージ s のインフラストック 1 単位の価値を表している。ただし、 λ_t , χ_t^k , ξ_t , $\chi_t^{g,s}$ は、 t 期における社会厚生割引当該期価値 $W_t = \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} \bar{L} u(C_{\tau}/\bar{L})$ の単位で表されている。式 (12a) は、 t 期の財 1 単位の価値 λ_t が、その財が消費されることによる社会厚生増加量 (右辺) に等しいことを表している。式 (12e) は、 t 期のインフラストック 1 単位が t 期に生み出す価値 ξ_t は、生産力効果により t 期の財の生産量を増やす限界的便益 (右辺第 1 項) から、長寿命化投資に対する支出が増加する限界的費用の増加分 (右辺第 2 項) を差し引いたものであることを表す。式 (12f) は、 t 期期末の民間資本ストック 1 単位の価値 χ_t^k を再帰的に表している。式 (12f) より、 χ_t^k は、民間資本ストックが $t+1$ 期の財の生産に貢献する便益 (右辺第 1 項) と、 $t+1$ 期末に残存する民間資本ストックの価値 (右辺第 2 項) の和として表される。 $t+1$ 期末に残存するストックの価値は、式 (12f) を再帰的に用いて、民間資本ストックが $t+2$ 期の財の生産に貢献する便益、 $t+3$ 期の財の生産に貢献する便益、…の和として表せる。結局、式 (12f) は、民間資本ストック 1 単位の価値 χ_t^k が、その資本ストックが将来の財の生産に貢献する便益の割引現在価値の総和に等しいことを表す。式 (12g)、式 (12h) は、 t 期期末の劣化ビンテージ別のインフラストック 1 単位の価値 $\chi_t^{g,s}$ を再帰的に表している。式 (12g)、式 (12h) より、 $\chi_t^{g,s}$ は、劣化ビンテージ s のインフラストックが $t+1$ 期に生み出す便益 (右辺第 1 項) と、 $t+1$ 期末に劣化ビンテージ s のまま残存するインフラストックの価値 (右辺第 2 項) と、 $t+1$ 期末に劣化ビンテージ $s+1$ となるインフラストックの価値 (右辺第 3 項) の和として表される。ただし、劣化状態が $\bar{s}-1$ のインフラストックについては、劣化ビンテージ $\bar{s}$ に移行した場合、価値が 0 になるため、式 (12g) とは異なり、式 (12h) には右辺第 3 項が存在しない。式 (12f) と同様に、式 (12g)、式 (12h) は、劣化ビンテージ別のインフラストック 1 単位の価値 $\chi_t^{g,s}$ が、

そのインフラストックが将来に生み出す便益の割引現在価値の総和に等しいことを意味する。

(2) 最適インフラ投資政策とトービンの q の関係

民間投資 I_t^k を限界的に 1 単位増やすと、 t 期末の民間資本ストックが 1 単位増えることにより、 χ_t^k の限界便益が発生する。一方、民間投資 I_t^k を限界的に 1 単位増やすためには、財 1 単位を民間投資に使う必要があるため、 λ_t の限界費用が発生する。式 (12b) は、民間投資額が社会的に最適水準にあるためには、この限界便益と限界費用が一致する必要があることを表している。また、式 (12b) は、 $\chi_t^k/\lambda_t = 1$ と書き換えて解釈することもできる。 χ_t^k/λ_t は、時刻 t の消費財 1 単位の価値を基準に測定した時刻 t の期末における民間資本ストック 1 単位の限界的価値を表している。これは、 t 期における民間資本のトービンの $q^{17)}$ に他ならない。民間投資額の最適化条件は、民間資本ストックを限界的に 1 単位増やすための費用 (時刻 t の消費財の価値を基準とする) とトービンの q を一致させることである。本研究では、投資の調整費用を定式化していないため、民間資本ストックを 1 単位増やすのにかかる限界費用は常に 1 となる。よって、 $\chi_t^k/\lambda_t = 1$ が民間投資水準の最適化条件となる。式 (12c) は、インフラ投資額の最適性に関する条件を表しており、式 (12b) と全く同様に解釈できる。式 (12c) は、 $\chi_t^{g,1}/\lambda_t = 1$ と書き換えられる。 $\chi_t^{g,s}/\lambda_t$ は、時刻 t の劣化ビンテージ s のインフラのトービンの q を表している。 t 期におけるインフラ投資の限界的価値 $\chi_t^{g,1}$ は、劣化ビンテージ 1 のインフラストックが将来に生み出す便益の割引現在価値の総和となる。インフラ投資額の最適化条件は、劣化ビンテージ 1 のインフラストックを限界的に 1 単位増加するために必要となる費用 (= 1) と劣化ビンテージ 1 のインフラのトービンの q を一致させる条件で表される。

式 (12d) は、維持管理強度 m_t 、あるいは、長寿命化投資額 M_t の最適性に関する必要条件を表している。この式を変形すれば、

$$1 = \sum_{s=1}^{\bar{s}-2} \left[-\frac{g_t^s}{G_t} \phi'_s(m_t) \left(\frac{\chi_t^{g,s}}{\lambda_t} - \frac{\chi_t^{g,s+1}}{\lambda_t} \right) \right] - \frac{g_t^{\bar{s}-1}}{G_t} \phi'_{\bar{s}-1}(m_t) \left(\frac{\chi_t^{g,\bar{s}-1}}{\lambda_t} - 0 \right) \quad (13)$$

を得る。ここで、 $-g_t^s/G_t \phi'_s(m_t)$ は、長寿命化投資 M_t を限界的に 1 単位増やすことによって、時刻 t から $t+1$ の間に劣化ビンテージ s から $s+1$ に移行するインフラストックをどれだけ減らせるかを表している。 $\chi_t^{g,s}/\lambda_t$ は、時刻 t の劣化ビンテージ s のインフラのトービンの q を表している。したがって、 $\chi_t^{g,s}/\lambda_t - \chi_t^{g,s+1}/\lambda_t$ は、1 単位のインフラストックが劣化ビンテージ s から $s+1$ に移行することによって発生するインフラ価値の低下額

を表している。また、 $\chi_t^{g, \bar{s}-1}/\lambda_t - 0$ は、劣化ビンテージ $\bar{s}-1$ のインフラストック 1 単位が劣化ビンテージ $\bar{s}$ に移行することにより失われるインフラの価値を表す。この時、式 (13) の右辺は、長寿命化投資 M_t を限界的に 1 単位増加することにより、どの程度、劣化によって生じるインフラ価値の低下を抑制できるか (長寿命化投資の限界便益) を表している。一方、式 (13) の左辺は財 1 単位の価格であり、長寿命化投資を 1 単位増やすために必要となる限界費用を表している。すなわち、式 (13) は、インフラの最適長寿命化政策が、長寿命化投資の限界費用と限界便益が一致するレベルに決定されることを意味している。

(3) 長期的に最適な維持管理強度水準

本研究が仮定した人口一定・技術水準一定という環境の下では、動学的インフラ投資モデルの解となる動的経路は、全ての変数値の変化が停止する定常状態に長期的に収束する。これは、標準的な Ramsey モデルを応用したモデルに共通する特性である。定常状態は、最適化条件 (12a)-(12h), (10b)-(10g) において、各変数 X について $X_t = X_{t+1} = X^*$ が成立する状態として定義できる。ただし、 X^* は定常状態における X の値を表す。このとき、定常状態における変数値 ($Y^*, C^*, I^{k*}, I^{g*}, m^*, g^{s*}, K^*$) は、世代間公平性に関するパラメータ σ の値に依存しないことを示すことができる (付録 I 参照)。以上の知見を命題 1 としてとりまとめておく。

命題 1 人口一定・技術水準一定という仮定の下で、動学的インフラ投資モデルの動的経路は、世代間公平性に関するパラメータ値 σ に依存せず、唯一の定常状態に収束する。

命題 1 は、社会厚生関数 (8) を用いた Ramsey モデルに共通する特性であるが、インフラの長寿命化投資政策に関して重要な含意を持っている。本研究で採用したような人口と技術水準が一定という定常的社会においては、社会厚生関数における世代間公平性に関する配慮とは無関係に、定常状態における最適な維持管理強度 m^* を一意的に決定することが可能である。本研究のモデルでは、維持管理強度 m_t は各時刻において異なる値を取ることが可能であるが、現実的には、様々な調整費用 (維持管理活動に関するデータや技能の収集・維持・継承に関する費用) の存在により、 m_t を自由に動かすことは困難であると考えられる。そのような場合には、長期的な視点から最適な維持管理強度の固定的な水準を選択することになる。厚生割引率が十分に小さく (すなわち、厚生割引因子 β が十分に 1 に近く)、計画の視野が十分に遠ければ、長期的な視

点から最適な維持管理強度の固定的な水準は、 m^* に近い値となる。**命題 1** は、この m^* が、世代間公平性に対する配慮とは無関係に一意に定まることを示している。もちろん、このような性質は人口一定・技術水準一定の定常社会において成立する事項であり、人口減少社会や技術進歩の存在する社会においては成立しないことを断っておく。このように非定常的な社会における、長期的に最適な維持管理活動の分析は今後の課題である。なお、厚生割引因子 β の値は、定常状態における維持管理強度に影響を及ぼす。

定常状態における最適な維持管理強度 m^* の特性に関する分析を試みる。式 (10f) より、定常状態においては、すべての劣化ビンテージ s について、単位時間当たり劣化ビンテージ s から $s+1$ に移行するインフラストックは等しくなければいけない。したがって、

$$\begin{aligned} \phi_1(m^*)g^{1*} &= \phi_2(m^*)g^{2*} = \phi_3(m^*)g^{3*} \\ &= \dots = \phi_{\bar{s}-1}(m^*)g^{\bar{s}-1*} \end{aligned} \quad (14)$$

が成立する。さらに、新しい変数 $\tilde{g}^{s*} = g^{s*}/G^*$ を定義するとき、

$$\tilde{g}^{s*} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{\bar{s}-1} \phi_s(m^*)/\phi_i(m^*)} \quad (15)$$

を得る。式 (12c), (12g), (12h) を展開することにより (付録 II 参照)、

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_{s=1}^{\bar{s}-2} \left[-\tilde{g}^{s*} \phi'_s(m^*) \left(\frac{\chi^{g, s*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{g, s+1*}}{\lambda^*} \right) \right] \\ &\quad - \tilde{g}^{\bar{s}-1*} \phi'_{\bar{s}-1}(m^*) \frac{\chi^{g, \bar{s}-1*}}{\lambda^*} \end{aligned} \quad (16)$$

を得る。式 (16) の右辺は、 $\phi_1(m^*), \dots, \phi_{\bar{s}-1}(m^*), \phi'_1(m^*), \dots, \phi'_{\bar{s}-1}(m^*)$ を含む式で表すことができる。これらの関数、変数、ラグランジュ乗数はすべて m^* のみの関数として表現されるため、式 (16) を m^* について解くことにより、定常状態における m^* を求めることができる。また、この式に含まれる外生的なパラメータと関数は、 $\beta, \phi_1, \dots, \phi_{\bar{s}-1}$ のみである。パラメータ β は厚生割引因子であり、定常状態における利子率 (あるいは社会的割引率) を表す ($1/\beta - 1$ が利子率となる)。関数 $\phi_1, \dots, \phi_{\bar{s}-1}$ は、長寿命化投資とインフラの劣化過程の関係を規定するものであり、インフラの維持管理に関する技術を規定する関数である。すなわち、定常状態における社会的最適な維持管理強度を求めるために必要な情報は、利子率とインフラの維持管理に関する技術のみであり、その他の経済変数の情報は不要である。以上の知見を命題の形で整理する。

命題 2 定常状態において、最適な維持管理強度の水準は、定常状態における利子率とインフラの維持管理に関する技術に関する情報のみを用いて求めることがで

きる。

この命題は、定常状態においては、一定の割引率を用いて計算されるライフサイクル費用を最小化するように個々のインフラの維持管理活動を行えば、社会的に最適なインフラの維持管理活動が実現することを意味している。すなわち、アセットマネジメントの分野で蓄積されてきた研究⁵⁾⁻⁸⁾と同種の技術を応用すれば、定常状態における社会的に最適な維持管理活動を決定できる。

(4) 長寿命化投資のストック効果

本節では、長寿命化投資を増やした結果として、定常状態に生じる影響を比較動学分析することにより、長寿命化投資がマクロ経済にもたらす長期的な経済効果を確認する。ただし、動学的インフラ投資モデルにおいては、長寿命化投資額が内生的に最適化されるため、長寿命化投資額を外生的に変化させて感度分析を行うことができない。そこで、本節では、動学的インフラ投資モデル(10a)-(10h)の操作変数から m_t を除外し、代わりに次の制約式を加えた動学的最適化問題（維持管理強度固定投資モデルと呼ぶ）を考える。

$$m_t = \bar{m} \quad (17)$$

ここで、 $\bar{m}$ は外生的に与えられる維持管理強度である。この外生的な維持管理強度 $\bar{m}$ の増加が定常状態に及ぼす影響について比較動学分析を行い、長寿命化投資がマクロ経済にもたらす長期的な経済効果を確認する。

本節では、解析的に比較動学分析を行うため、劣化ビンテージの数を限定して分析を行う。劣化ビンテージの数が増えると、比較動学分析を数値計算に頼らざるをえなくなるが、このような一般的な分析は5.でとりあげる。いま、劣化ビンテージ数を $\bar{s} = 2$ に設定する。すなわち、劣化ビンテージとして「健全である」、「使用限界にある」という2種類のみを考える。この場合、使用限界にあるインフラは直ちに除却されるため、 $G^* = g^{1*}$ が成立する。維持管理強度固定投資モデルの最適化条件は、動学的インフラ投資モデルの最適化条件のうち、式(12d)を式(17)で置き換えたものとなる。 $\bar{s} = 2$ の場合には、民間投資・インフラ投資に関する最適化条件より、定常状態において、

$$1 = \beta \alpha_k G^{*\alpha_g} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} + \beta(1 - \delta_k) \quad (18a)$$

$$1 = \beta \alpha_g G^{*\alpha_g-1} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} - \beta \bar{m} + \beta(1 - \phi_1(\bar{m})) \quad (18b)$$

が成立する。式(18a)、式(18b)を $K^*, G^*, \bar{m}$ について全微分して整理すると、以下の式が導かれる。

$$dG^* = -\frac{1 - \alpha_k}{1 - \alpha_k - \alpha_g}$$

$$\cdot \frac{1 + \phi'_1}{\alpha_g G^{*\alpha_g-2} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k}} d\bar{m} \quad (19a)$$

$$dK^* = -\frac{1}{1 - \alpha_k - \alpha_g} \cdot \frac{1 + \phi'_1}{G^{*\alpha_g-1} K^{*\alpha_k-1} \bar{L}^{1-\alpha_k}} d\bar{m} \quad (19b)$$

この結果より、外生的な維持管理強度を増加させた場合、以下の条件(20)が成立すれば、定常状態におけるインフラストックと民間資本ストックが増加することを確認できる。

$$1 < -\phi'_1(\bar{m}) \quad (20)$$

条件(20)の左辺と右辺はそれぞれ、外生的な維持管理強度 $\bar{m}$ を限界的に1単位増やした場合に発生する費用の大きさと、便益の大きさを表している（正確には、両辺にインフラストック G^* を乗じた値が、費用と便益に一致する）。すなわち、条件(20)は、外生的な維持管理強度 $\bar{m}$ の水準が非効率的に低いことを意味している。条件(20)の不等号が逆向きの場合には、維持管理強度 $\bar{m}$ が非効率的に高いことを意味し、不等号が等号の場合には、維持管理強度 $\bar{m}$ が効率的な水準にあることを意味する。以下、本節では、条件(20)が成立すると仮定し、外生的な維持管理強度を増加させることの長期的な効果を分析する。式(10d)より、 $I^{k*} = \delta_k K^*$ が成立することから、

$$dI^{k*} = \delta_k dK^* = -\frac{\delta_k}{1 - \alpha_k - \alpha_g} \cdot \frac{1 + \phi'_1}{G^{*\alpha_g-1} K^{*\alpha_k-1} \bar{L}^{1-\alpha_k}} d\bar{m} > 0 \quad (21)$$

が導かれる。すなわち、条件(20)が成立する場合には、維持管理強度の増加は定常状態における民間投資額を増加させる。また、式(10g)より、 $I^{g*} = \phi_1(\bar{m})G^*$ が成立することから、

$$dI^{g*} = \phi'_1 G^* d\bar{m} + \phi_1 dG^* = \left[\phi'_1 G d\bar{m} - \frac{1 - \alpha_k}{1 - \alpha_k - \alpha_g} \cdot \frac{\phi_1(1 + \phi'_1)}{\alpha_g G^{*\alpha_g-2} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k}} \right] d\bar{m} \quad (22)$$

が導かれる。式(22)の[]内の第1項は、長寿命化投資によるインフラ更新費用の節減効果を、第2項は、長寿命化投資によってインフラの供用年数が増加し、インフラ投資の便益が増加するために、最適なインフラ投資水準が向上する効果を表している。ただし、2つの効果を合わせたネットのインフラ総投資額の増減に関しては不定である。 $M^* = \bar{m}G^*$ が成立することから、

$$dM^* = G^* d\bar{m} + \bar{m} dG^* = \left[G d\bar{m} - \bar{m} \frac{1 - \alpha_k}{1 - \alpha_k - \alpha_g} \cdot \frac{1 + \phi'_1}{\alpha_g G^{*\alpha_g-2} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k}} \right] d\bar{m} \quad (23)$$

が導かれる。すなわち、条件 (20) が成立する場合には、維持管理強度の増加は、定常状態における長寿命化投資額を増加させる。式 (10b) より、 $Y^* = G^{*\alpha_g} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k}$ が成立することから、

$$\begin{aligned} dY^* &= \alpha_k G^{*\alpha_g} K^{*\alpha_k-1} \bar{L}^{1-\alpha_k} dK^* \\ &\quad + \alpha_g G^{*\alpha_g-1} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} dG^* \\ &= -\frac{1+\phi'_1}{1-\alpha_k-\alpha_g} G^* d\bar{m} \end{aligned} \quad (24)$$

が成立する。最後に、維持管理強度の増加が、定常状態における家計消費に及ぼす影響は、

$$\begin{aligned} dC^* &= -\frac{1+\phi'_1}{1-\alpha_k-\alpha_g} \frac{1}{G^{*\alpha_g-1} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k}} \\ &\quad \cdot \left[(1-\alpha_k-\alpha_g) G^{*\alpha_g} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \left(K^* + \frac{1-\alpha_k}{\alpha_g} G^* \right) \right] d\bar{m} \end{aligned} \quad (25)$$

と評価できる (付録 III 参照)。すなわち、条件 (20) が成立する場合には、維持管理強度の増加は、定常状態における家計消費を増加させる。以上の知見を **命題 3** としてとりまとめておく。

命題 3 長寿命化投資の効率化は定常状態における家計消費の増加に貢献する。

命題 3 は、長寿命化投資のストック効果を示すものである。すなわち、長寿命化投資額の水準が非効率的に低い環境においては、長寿命化投資額を増やしてインフラのライフサイクル費用を低減することにより、節約された資源を、家計消費や民間投資、インフラ投資の増加に利用することができる。民間投資やインフラ投資は、国内の民間資本とインフラのストックを増加させて経済活動を拡大し、将来の家計消費を増加させる。また、この結果は、インフラの長寿命化投資が、民間投資やインフラ投資と同様の、投資の性質を持つことを示すものである。長寿命化投資は、短期的にはインフラの維持管理費用を増加させ、国民の費用負担を増やしてしまうものの、長期的には将来の国民に便益をもたらすことが可能な投資活動と言える。

(5) 長寿命化投資の便益指標

本節では、長寿命化投資の経済効果の便益を評価する指標を定義する。4. (4) で示したように、長寿命化投資はストック効果を通じて将来世代の家計消費の増加に貢献する。また、解析的には示していないものの、長寿命化投資は、平準化効果を通じてインフラ更新費用の負担額に関する世代間公平性を改善できると考えられる。これらの効果が効率的に発揮される場合には、結果的に社会厚生は増加する。すなわち、長寿命化投

資額が非効率的に低い場合の動学的経路と、社会的に最適な水準にある場合の動学的経路を比較すると、社会厚生は、後者の経路の方が高くなる。そこで、長寿命化投資額の水準を、非効率的に低い水準から、社会的に最適な水準に増加させることの便益を、金銭的な便益指標の形で表すことを考える。その際、長寿命化投資の便益を、ストック効果や平準化効果に分解できるように便益指標を定義する。

まず、家計消費 C を初めとする変数 X の長期的な平均的水準を測る尺度として、 $\tilde{E}[X]$ を

$$\tilde{E}[X] = (1-\beta) \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t X_t \quad (26)$$

と定義する。すなわち、 $\tilde{E}[X]$ は、時刻 t における重みを $(1-\beta)\beta^t$ として計算される、変数 X の加重平均値である。変数 X の値が全ての時刻 t において $X_t = \bar{X}$ であるとき、 $\tilde{E}[X] = \bar{X}$ となる。このとき、関数 U を式 (9) の関数 u を用いて、

$$U(C) = \bar{L}u\left(\frac{C}{\bar{L}}\right) \quad (27)$$

と定義すれば、社会厚生関数 W_0 は $\tilde{E}[U(C)]/(1-\beta)$ として表すことができる。

世代間公平性に関するパラメータ σ が 0 であれば、社会厚生は $\tilde{E}[C]$ のみを用いて評価できる。しかし、 σ の値が正の場合には、家計消費 C の長期的な変動が大きいくほど、社会厚生が損なわれる。そこで、変数 X の長期的な変動の大きさを測る尺度として、 $\tilde{V}[X]$ を

$$\tilde{V}[X] = (1-\beta) \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (X_t - \tilde{E}[X])^2 \quad (28)$$

と定義する。ここで、消費 C は $Y - I^k - I^g - M$ と表せることに着目すれば、 $\tilde{E}[C]$ と $\tilde{V}[C]$ は、

$$\tilde{E}[C] = \tilde{E}[Y - I^k] - \tilde{E}[I^g + M] \quad (29a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}[C] &= \tilde{V}[Y - I^k] + \tilde{V}[I^g + M] \\ &\quad - 2c\tilde{ov}[Y - I^k, I^g + M] \end{aligned} \quad (29b)$$

と表すことができる。ここで、 $c\tilde{ov}[X^1, X^2]$ は、変数 X^1 と X^2 の長期的な変動の関連性の強さを測る尺度であり、以下のように定義される。

$$\begin{aligned} c\tilde{ov}[X] &= (1-\beta) \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (X_t^1 - \tilde{E}[X^1]) \\ &\quad \cdot (X_t^2 - \tilde{E}[X^2]) \end{aligned} \quad (30)$$

長寿命化投資は、式 (29a), (29b) の右辺の各項に影響を与えることを通じて、社会厚生を増進する。まず、長寿命化投資は、インフラのライフサイクル費用を低減させ、 $\tilde{E}[I^g + M]$ を減少させる。さらに、ライフサイクル費用の低減により節約された資源の一部は、民間資本やインフラの蓄積に用いられて将来の経済活動を拡大し、 $\tilde{E}[Y - I^k]$ を増加させる。一方で、新規イ

ンフラ投資の増加は $\tilde{E}[I^g + M]$ の増加をもたらす。式 (29a) に示すように、長寿命化投資のストック効果は、 $\tilde{E}[C]$ の増加として評価できる。一方、長寿命化投資の増加は、インフラの更新費用も含めたライフサイクル費用を平準化し、 $\tilde{V}[I^g + M]$ を減少させる。インフラのアセットマネジメント分野において議論される長寿命化投資による平準化効果とは、ライフサイクル費用の平準化を意味している。しかし、長寿命化投資の増加は、ライフサイクル費用の変動 $\tilde{V}[I^g + M]$ だけでなく、 $\tilde{V}[Y - I^k]$ や $\tilde{cov}[Y - I^k, I^g + M]$ にも影響を与える。このため、 $\tilde{V}[I^g + M]$ の減少が $\tilde{V}[C]$ の減少と 1 対 1 に対応する保証はない。このため、長寿命化投資によるライフサイクル費用の平準化効果と消費 C の平準化効果を区別して考える必要がある。

以上の考察に基づいて、長寿命化投資の便益を以下のように定義する。いま、基準的なケース A に対して長寿命化投資を実施したケース B という 2 種類のケースを考える。その上で、長寿命化投資の便益を、2 つのケースにおける便益の差として定義することを考える。以下では、議論の簡便化のために、基準的なケース A として長寿命化投資を実施しないケースを想定するが、必ずしも基準的なケースとして長寿命化投資を実施しない場合を想定する必要がないことを断っておく。たとえば、ケース A として何らかの長寿命化投資を実施している場合を想定し、長寿命化投資の効率化を図った場合をケース B として採用することができる。この場合、2 つのケースを比較することにより、長寿命化投資の効率化便益を定義することができる。ケース A における変数 X を X^A 、ケース B における変数 X を X^B と表記する。ケース Z ($Z \in \{A, B\}$) における消費変動の不効用 π^Z を、

$$\tilde{E}[U(C^Z)] = U(\tilde{E}[C^Z] - \pi^Z) \quad (31)$$

を用いて定義する。 π^Z は、動学的なリスクプレミアムを表す不効用であり、長期的な消費の変動を皆無にする代わりに、代表的家計が犠牲にしても良いと考える (1 期間当たりの) 消費額として定義される。当然のことながら、 $\tilde{V}[C^Z] = 0$ のとき $\pi^Z = 0$ が成立する。式 (31) を $\tilde{E}[C^Z] - \pi^Z$ について解くと、

$$\tilde{E}[C^Z] - \pi^Z = U^{-1}(\tilde{E}[U(C^Z)]) \quad (32)$$

が得られる。この式の右辺は、社会厚生 ($\tilde{E}[U(C^Z)]/(1 - \beta)$) を金銭の単位で表現したものと解釈できる。このように解釈したとき、式 (32) の左辺は、社会厚生を、平均的な消費水準の高さに由来する効用 $\tilde{E}[C^Z]$ と、消費の変動に由来する不効用 π^Z に分解したものと考えることができる。このとき、長寿命化投資の便益 BT^{AB} は、

$$BT^{AB} = (E[C^B] - \pi^B) - (E[C^A] - \pi^A)$$

$$\begin{aligned} &= (E[C^B] - E[C^A]) + (\pi^A - \pi^B) \\ &= BS^{AB} + \Delta\pi \end{aligned} \quad (33)$$

と表すことができる。ここで、 $BS^{AB} = \tilde{E}[C^B] - \tilde{E}[C^A]$ は長寿命化投資のストック効果であり、消費の平均的水準 $\tilde{E}[C]$ の増分として定義される。一方、 $\Delta\pi = \pi^A - \pi^B$ は、 $\tilde{V}[C]$ の減少に起因する効果であるが、この効果を式 (29b) の右辺の 3 つの項に着目してさらに分解する。消費変動の不効用 π^Z のうち、 $\tilde{V}[I^g + M]$ に起因する効果を $\pi_{I^g+M}^Z$ 、 $\tilde{V}[Y - I^k]$ に基づく効果を $\pi_{Y-I^k}^Z$ と表す。この時、次式が成立する。

$$\begin{aligned} &\tilde{E}[U(\tilde{E}[Y - I^k] - I^g - M)] \\ &= U(\tilde{E}[C^Z] - \pi_{I^g+M}^Z) \end{aligned} \quad (34a)$$

$$\begin{aligned} &\tilde{E}[U(Y - I^k - \tilde{E}[I^g + M])] \\ &= U(\tilde{E}[C^Z] - \pi_{Y-I^k}^Z) \end{aligned} \quad (34b)$$

さらに、 π^Z のうち、 $\tilde{cov}[Y - I^k, I^g + M]$ に基づく効果を π_{cov}^Z と表せば、この効果は残差

$$\pi_{cov}^Z = \pi^Z - \pi_{I^g+M}^Z - \pi_{Y-I^k}^Z \quad (35)$$

を用いて定義することができる。このとき、長寿命化投資の便益 BT^{AB} は、

$$\begin{aligned} BT^{AB} &= BS^{AB} + (\pi_{I^g+M}^A - \pi_{I^g+M}^B) \\ &\quad + (\pi_{Y-I^k}^A - \pi_{Y-I^k}^B) + (\pi_{cov}^A - \pi_{cov}^B) \\ &= BS^{AB} + BL^{AB} + \Delta\pi_{Y-I^k}^{AB} + \Delta\pi_{cov}^{AB} \end{aligned} \quad (36)$$

と表すことができる。ここで、 BL^{AB} は長寿命化投資によるライフサイクル費用の平準化効果を表す。式 (36) から確認できるように、長寿命化投資の便益 BT^{AB} を、単純にストック効果とライフサイクル費用の平準化効果の和として表現できないことが理解できる。 π_{Y-I^k} と π_{cov} の変化額 ($\Delta\pi_{Y-I^k}^{AB} + \Delta\pi_{cov}^{AB}$) も長寿命化投資の便益に含まれるためである。この残差は、長寿命化投資がマクロの経済活動 $Y - I^k$ の変動に影響を与えることを通じて発生する便益 (もしくは不便益) を表しており、その正負を解析的に予測することは困難である。5. においては、具体的な数値計算事例を通じて、この値を確認する。

5. モデルの数値的分析

(1) 数値計算事例の設定

動学的インフラ投資モデルの特性を数値計算により分析する。数値計算を行うために、劣化ビンテージの数 $\bar{s}$ を 11 に設定し、インフラの劣化過程を記述するマルコフ推移確率 ϕ_s を、全ての劣化ビンテージ s ($1 \leq s < \bar{s}$) について、

$$\phi_s(m) = \delta_g \exp(-\theta \cdot m) \quad (1 \leq s < \bar{s}) \quad (37)$$

と表す。数値計算にあたっては、単位期間として1年を想定する。 δ_g は1.0に、 θ は100.0に設定する。このパラメータ設定の下では、維持管理強度 m が通時的に0.015で一定の場合（すなわち、インフラストック1単位に対して、毎年恒常的に0.015単位の維持管理費用を支出する場合）、インフラの平均供用期間は44.8年となる。また、維持管理強度 m が通時的に0.03で一定の場合、インフラの平均供用期間は99.7年となる。また、社会厚生割引率は1年当たり3%、民間資本の減耗率は1年当たり10%と考え、 $\beta = 1/1.03$, $\delta_k = 0.1$ と設定する。経済に存在する労働力および総人口 $\bar{L}$ は1とする。その他のパラメータについては、 $\sigma = 1.0$, $\alpha_k = 0.35$, $\alpha_g = 0.1$ と設定する。

動学的インフラ投資モデルを用いて、インフラの新規・更新投資と長寿命化投資を同時に考慮した最適インフラ投資政策を分析することができる。数値計算事例では、インフラ更新費用の平準化過程と長寿命化投資の経済効果に分析の焦点を絞るため、初期状態として次のような経済状況を想定する。この経済では、これまで長寿命化投資は行われてきたものの、その水準は非効率的に低いものであった。経済活動は成熟しており、新たな資本蓄積の余地はほとんど残されていない。一方、経済成長過程において蓄積されてきた多くのインフラが、これから更新時期を迎えようとしている。このような経済状況を表現するために、本章では、初期状態における資本ストックとして、 $(K_0, G_0) = (5.063, 3.660)$ を仮定する。この初期状態は、維持管理強度 m_t が通時的に $m_t = 0.015$ に固定されている場合の、維持管理強度固定投資モデル（4. (4) 参照）の定常状態における資本ストックを表している。ただし、インフラの劣化ビンテージは定常状態に到達しておらず、図-1に示すように、偏った分布をしていると仮定する。図-1は、過去のある時期において、集中的なインフラ投資が行われたことを示している。このような初期状態を考えることにより、インフラ更新費用の平準化過程と長寿命化投資の経済効果に焦点を絞った分析が可能となる。なお、以下の数値計算事例では、一貫して以上の関数形・パラメータ・初期状態を用いることとする。

(2) 最適インフラ投資経路

図-3は、5. (1) で述べた問題設定の下で、社会厚生関数を最大化する最適インフラ投資経路上で支出されるインフラ関連費用（ $I_t^g + M_t$ ）の時間推移を表したグラフである。初期時点において劣化ビンテージの分布に偏りがあるため、時間の経過とともに除却されるインフラストックが増加し、インフラの更新投資が増加する。時点 $t = 50$ において、インフラ関連費用はピークを迎える。その後は、除却されるインフラストックが

図-3 インフラ関連費用の平準化過程

減少に転じるため、インフラ関連費用が減少する。時点 $t = 102$ 移行、再びインフラ関連費用が増加し始め、時点 $t = 157$ において、2回目のインフラ関連費用のピークが到達する。このように、初期時点における劣化ビンテージの分布が、定常的な劣化ビンテージの分布から乖離し、特定の劣化ビンテージにインフラが集中していることにより、インフラ関連費用は一定値をとらず周期的に振動する。しかし、時間が経過するにつれて、ピーク時におけるインフラ関連費用は次第に減少していく。これは、インフラの寿命が（劣化過程のマルコフ性のために）インフラによって異なるため、劣化ビンテージの分布が時間経過に伴い均質化していくためである。さらに、後述するように、インフラの新規・更新投資も、劣化ビンテージの分布を均質化するように行われている。その結果、時間の経過に伴いインフラ関連費用の平準化が実現する。

なお、 $t = 0$ においては、インフラ関連費用の水準が0.1742と、不連続に高い水準となっている。これは、初期状態における民間資本とインフラのストックのバランスが悪く、インフラストックが（民間資本ストックの水準を鑑みて）非効率的に低い水準にあることによる。このような状況においては、民間投資 I_0^k が減らされて、その分だけインフラ投資 I_0^g が増やされることにより、ストック間のバランスが瞬時に調整される。 $t = 1$ 以降は、ストック間のバランスは均衡を保っているため、このような投資の不連続な変化は生じない。

インフラ関連費用の周期的振動が、世代間の資源配分に及ぼす影響を分析するために、離散軸上の各時点におけるインフラ関連費用と家計消費の経年的な推移状況を分析した。その結果を図-4に示している。同図は、横軸にインフラ関連費用 $I_t^g + M_t$ を、縦軸に消費額 C_t を取り、各時刻における両者の組 $(I_t^g + M_t, C_t)$ の推移をプロットしたものである。ただし、 $t = 0$ においてインフラ関連費用の不連続な変化があるため、 $t = 1$ 以降の推移のみをプロットしている。この図より、インフラ関連費用と消費額の間には、負の相関があること

図-4 インフラ関連費用と消費の関係

を読み取れる．すなわち，インフラ関連費用の支出が大きい世代は，その負担のために効用が低下する．ただし， $t = 1$ から $t = 12$ の間は，インフラ関連費用と消費が共に増加している．これは，長寿命化投資の増加によって生じたストック効果により，新規のインフラ蓄積の余地が生まれるためである．その結果，資本蓄積により経済成長が生じる期間と同様に，消費とインフラ投資額に正の相関が生じることになる．新規のインフラ蓄積の余地が無くなると，インフラ関連費用と消費の間には強い負の相関が生じるようになる．

図-5 は，平均劣化ビンテージとインフラストックの関係を示したものである．ここで，平均劣化ビンテージとは，ある時刻におけるインフラの劣化ビンテージの分布の平均値のことであり，時刻 t における平均劣化ビンテージ $\hat{s}_t$ は，

$$\hat{s}_t = \frac{1}{G_t} \sum_{s=1}^{\bar{s}-1} s g_t^s \quad (38)$$

と表される．図-5 では，横軸に平均劣化ビンテージ $\hat{s}$ を，縦軸に総インフラストック G を取り，各時刻における両者の組 $(\hat{s}_t, G_t)$ の推移をプロットしている（時刻 $t = 0$ は除外）．新規のインフラ蓄積の余地が無くなる $t = 13$ 以降においては，平均劣化ビンテージが低い時期，すなわち，健全なインフラが偏在している時期にインフラストックが増加して，逆に，劣化の進んだインフラが偏在している時期にインフラストックが減少している．このことは，健全なインフラが偏在している時期に，将来のインフラ除却額の増加に備えて，インフラストックを増やすように投資が行われることを意味している．具体例としては，除却されるインフラと代替的なインフラの整備を行うこと等が考えられる．このように，健全なインフラが偏在している時期の世代は，インフラストックを一定に保つように新規投資・更新を行うのではなく，インフラストックの増加を図るように投資を行うことにより，劣化ビンテージの分布が均質化され，インフラ関連費用の平準化が図られる．

図-5 平均劣化ビンテージとインフラストックの関係

図-6 インフラ関連費用と民間資本ストックの関係

図-6 は，インフラ関連費用と民間資本ストックの関係を示したものである．同図では，横軸にインフラ関連費用 $I^g + M$ を，縦軸に民間資本ストック K を取り，各時刻における両者の組 $(I_t^g + M_t, K_t)$ の推移をプロットしている（時刻 $t = 0$ は除外）．インフラ関連費用が低い時期には，民間資本ストックが増加しており，逆に，インフラ関連費用が高い時期には，民間資本ストックが減少している．このことは，インフラ関連費用が低い時期には，将来のインフラ関連費用の増加に備えて民間資本の蓄積が行われ，インフラ関連費用の高い時期に，民間資本の投資が抑制されることを意味している．このような民間資本ストックの増減を通じて，インフラ関連費用が高い時期に経済活動を行う世代から，インフラ関連費用が低い時期に経済活動を行う世代への費用の移転が行われている．本研究のモデルのような閉鎖経済モデルでは，世代間の所得移転は民間資本ストックの投資という形態で実施される．かりに，開放経済を考慮した場合，将来におけるインフラ投資のための基金を積み立てることにより，インフラ関連費用の負担に関する世代間公平性を改善することが可能となる．この問題は，本研究の域を超えており，将来の課題としたい．

民間資本ストックとインフラストックの増減は，どちらもインフラ関連費用の世代別負担の平準化のため

図-7 2つのケースにおける維持管理強度の時間推移

に行われているが、両者の増減は必ずしも同期しない。民間資本ストックは、インフラ関連費用が低い時期に増加するのに対して、インフラストックは、健全な劣化ビンテージが偏在している時期に増加することになる。これは、民間資本ストックの増減が、世代別負担の平準化を純粋な目的として行われるのに対して、インフラストックの増減は、インフラ劣化ビンテージの分布の均質化も達成するように行われることによる。

(3) 最適長寿命化投資政策

長寿命化投資の効果を分析するために、社会的最適な長寿命化投資が実施されるケース A（動学的インフラ投資モデル (10a)-(10h) における最適経路）と、長寿命化投資の水準が非効率的に低いケース B（維持管理強度 m_t が恒常的に 0.015 である場合の維持管理強度固定投資モデルの最適経路）をとりあげ、2つのケースにおける動学的経路を比較する。

図-7は、2つのケースにおける維持管理強度 m_t の時間推移を示している。全ての時刻において、維持管理強度はケース A の方が大きく、ケース B は長寿命化投資水準が相対的に低いケースに相当する。図-8は、2つのケースにおけるインフラ関連費用 $I_t^g + M_t$ の時間推移を示している。長寿命化投資の増加により、インフラ関連費用が長期的に減少している（インフラのライフサイクル費用削減効果）。それと同時に、インフラ関連費用の変化速度が低下し、インフラ関連費用の平準化効果が発生している。さらに、対応する周期的変動の振幅を比較すると、長寿命化投資を実施した場合の方が、振幅が縮小していることを確認できる。ただし、周期的変動の振幅は抑制されるが、その一方で、周期的変動の1周期に要する期間長は増加する。

図-9は、2つのケースにおける GDP（財の生産量） Y_t の時間推移を示している。5. (2) で述べたように、民間資本ストックとインフラストックは、インフラ関連費用の世代別負担の平準化のために増減する。その結果、GDP にも周期的変動が発生している。長寿命化

図-8 長寿命化投資のインフラ関連費用推移への影響

図-9 長寿命化投資の GDP 推移への影響

投資の増加を通じてインフラ関連費用を平準化することにより、資本ストックと GDP の変動についても、時間軸に沿った平準化が実現される。また、長寿命化投資によって節約された資源が、民間投資とインフラ投資に使われる結果、GDP の水準が長期的に増加するという長寿命化投資のストック効果が現れる。

図-10のケース A とケース B のグラフは、2つのケースにおける家計消費 C_t の時間推移を示している。長寿命化投資の増加により、家計消費が長期的に増加するストック効果が発生している。家計消費については、インフラ関連費用の推移と比較して、変化速度の低下はあまり生じない。さらに、2回目以降の周期的変動の振幅はかえって大きくなっている。ただし、のちに 5. (4) で言及するように、この場合でも平準化効果は発生している。変化速度があまり減少していない理由は、インフラ関連費用の世代別負担の平準化のために、民間資本ストックとインフラストックの増減が行われていることである。この資本ストックの増減は、式 (29b) の $c\tilde{ov}[Y - I^k, I^g + M]$ を増やすことを通じて、 $\tilde{V}[C]$ を減らすことになる。長寿命化投資の水準が非効率的に低い場合には、この資本ストックの増減が、インフラ関連費用の変動に対処するための主な手段となる。長寿命化投資が増加して $\tilde{V}[I^g + M]$ が小さくなれば、インフラ関連費用の変動への対処の必要性が低下するため、

図-10 長寿命化投資の消費推移への影響

図-11 平均劣化ビンテージと維持管理強度の関係

$c\tilde{ov}[Y - I^k, I^g + M]$ も減少する。結果として、 $\tilde{V}[C]$ は $\tilde{V}[I^g + M]$ 程には減らないことになる。

2 回目以降の周期的変動の振幅が大きくなっている理由は、社会的最適な維持管理強度 m が周期的に変動することによる。図-11 は、ケース A の各時刻における、平均劣化ビンテージと維持管理強度の組 $(\hat{s}_t, m_t)$ の推移をプロットしたものである（時刻 $t = 0$ は除外）。維持管理強度は、一般的に、平均劣化ビンテージが高い時期に高くなる。これは、劣化の進行したインフラが偏在している時期ほど、長寿命化投資の効果が即座に得られるためである。健全なインフラが偏在している時期には、長寿命化投資を行っても、その効果が確認できるまで時間がかかる。厚生割引因子 β の存在により、近い将来の便益ほど高く評価される結果、劣化の進行したインフラが偏在している時期ほど、維持管理強度の社会的最適な水準は高くなる。しかし、劣化の進行したインフラが偏在している時期は、一般的に、インフラの更新費用も高い。したがって、維持管理強度がこのような時期に増やされると、消費の変動が拡大することになる。図-10 のケース 3 のグラフは、維持管理強度 m_t をケース A の定常状態における値 ($m^* = 0.02303$) に固定した場合の、維持管理強度固定投資モデルにおける消費の時間推移を示している。この場合には、ケース B と比較して消費の変化速度の低下がはっきりと観察でき、さらに、2 回目以降の周期的変動の振幅も縮小している。

(4) 長寿命化投資の経済便益

長寿命化投資の経済便益を具体的なケースについて計算する。世代間公平性を表すパラメータ σ の値と、長寿命化投資の実施戦略に応じて、合計 6 通りのケースを考える。 σ の値としては、1 と 10 の 2 通りを考える。長寿命化投資の実施戦略としては、「 $m_t = 0.015$ に固定（ケース A）」、「社会厚生関数を最大化するように実施（ケース B）」、「 $m_t = 0.02303$ に固定（ケース C）」の 3 通りを考える。5. (3) で述べたように、 $m^* = 0.02303$

は、動学的インフラ投資モデルの定常状態における維持管理強度を表す。4. (4) で定義した各種の指標を、これら 6 つの各ケースについて計算した結果を表-1 に示す。 BS , BL , BT , $\Delta\pi$ 等の指標を計算するためには、比較基準となるケースが必要となる。ここでは、ケース A を比較基準として採用したため、ケース A に関する指標値を計算できない。また、5. (2) の数値計算事例でも見たように、時刻 $t = 0$ においては、投資の不連続な変化が生じるため、この影響を除外するために、式 (26) の代わりに、

$$\tilde{E}[X] = (1 - \beta) \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} X_t \quad (39)$$

を用いて計算を行った。

$\sigma = 1$, $\sigma = 10$ のどちらの場合でも、投資戦略を A から B、もしくは、A から C に変更したケースにおいて、長寿命化投資の便益 BT は正となる。また、全てのケースにおいて、ストック効果 BS 、平準化効果 BL 、消費変動抑制効果 $\Delta\pi$ も正となっている。消費変動抑制効果 $\Delta\pi$ は、全てのケースにおいて、平準化効果 BL よりも小さい。これは、平準化効果の一部が、 $c\tilde{ov}[Y - I^k, I^g + M]$ 減少に伴う負の便益 $\Delta\pi_{c\tilde{ov}}$ によって相殺されてしまうためである。

$\sigma = 1$, $\sigma = 10$ のどちらの場合でも、ストック効果 BS と、長寿命化投資の総便益 BT は、ケース B の方が大きくなる。一方、平準化効果 BL と、消費変動抑制効果 $\Delta\pi$ は、ケース C の方が大きくなる。ケース B では、劣化の進行したインフラが偏在している時期に維持管理強度が増加する。このような投資戦略はストック効果を増加させる。しかし、それと同時に消費変動を拡大するため、平準化効果や消費変動抑制効果は、ケース C と比較して減少する。維持管理強度の調整によるストック効果の増加は、消費変動抑制効果の減少を上回るため、結果として、長寿命化投資の総便益は、ケース B の方が大きくなる。以上の結果は、5. (3) の分析結果と符合するものである。

表-1 長寿命化投資の経済便益

σ 長寿命化投資戦略	1			10		
	A	B	C	A	B	C
$\bar{E}[C]$	1.385	1.403	1.403	1.386	1.403	1.403
π	8.0E-6	5.0E-6	1.8E-6	4.0E-6	3.2E-6	1.1E-6
π_{I^g+M}	3.0E-5	1.5E-5	1.1E-5	2.2E-4	1.3E-4	1.1E-4
π_{Y-I^k}	1.2E-5	7.0E-6	6.9E-6	2.0E-4	1.1E-4	9.4E-5
π_{cov}	-3.4E-5	-1.7E-5	-1.6E-5	-4.2E-4	-2.4E-4	-1.9E-4
BS	N/A	0.01738	0.01728	N/A	0.01704	0.01699
$\Delta\pi$	N/A	2.9E-6	6.2E-6	N/A	7.9E-7	2.9E-6
BL	N/A	1.5E-5	1.9E-5	N/A	9.1E-5	1.2E-4
$\Delta\pi_{Y-I^k}$	N/A	4.6E-6	4.8E-6	N/A	9.5E-5	1.1E-4
$\Delta\pi_{cov}$	N/A	-1.7E-5	-1.8E-5	N/A	-1.9E-4	-2.3E-4
BT	N/A	0.01738	0.01729	N/A	0.01704	0.01699

$\sigma = 1$ と $\sigma = 10$ のケースを比較すると、後者の方が、消費変動抑制効果 $\Delta\pi$ が小さいことを確認できる。一方、平準化効果 BL は、 $\sigma = 10$ のケースの方が大きい。平準化効果 BL が大きい理由は、 $\sigma = 10$ の投資戦略を採用したケース A では、資本ストックの増減を通じた世代間のインフラ関連費用負担の平準化が積極的に行われているため、インフラ関連費用の変動も大きなものとなっていることによる。そのため、長寿命化投資を通じて更新費用の平準化を図ることにより、高い平準化効果を得ることができる。ただし、資本ストックの増減を通じて、消費の平準化が既に行われており、長寿命化投資による家計消費変動抑制の余地は小さいため、消費変動抑制効果は小さくなる。

全てのケースにおいて、平準化効果 BL と、消費変動抑制効果 $\Delta\pi$ は、ストック効果 BS と比較して遥かに小さい。本研究が想定したように、資本ストックの増減を通じた世代間のインフラ関連費用負担の平準化が可能な状況においては、長寿命化投資の経済便益は家計の消費を増加させるストック効果として主に現れる。長寿命化投資によるインフラ関連費用の平準化効果は、ストック効果と比較すれば限定的であると言わざるを得ない。

(5) 長寿命化投資の経済効果に関する考察

本研究は、インフラの長寿命化投資の経済効果として、長期的な消費水準を増加させるストック効果と、世代間のインフラ更新費用負担の平準化をもたらす平準化効果という2種類の効果に着目して分析を行った。4. では、解析的な分析を通じてストック効果の存在を明らかにし、さらに、5. では、数値的な分析を通じて、ストック効果と平準化効果の存在を示した。長寿命化投資によって、インフラ1単位あたりのライフサイクル費用を削減することにより、家計消費や民間投資・インフラ投資に利用可能な資源を増やし、結果的に将来世代の消費額を増加させることが可能となる。このよ

うなストック効果は、インフラ投資、長寿命化投資の動学的最適化を図ることによる資源配分の通時的効率化の結果として達成できるものである。これに対して、平準化効果は資源配分の世代間公平性に関わる効果である。これらの経済効果は、動学的インフラ投資モデルで採用した社会厚生関数に依存していることに留意する必要がある。

4. (3) で議論したように、人口・技術水準が一定という定常的社会においては、世代間公平性に対する配慮の大きさを表す σ の値は、定常状態への移行過程に影響を及ぼすが、定常状態に影響を及ぼさない。このことは、長期的に最適な維持管理強度の水準を、世代間公平性に対する配慮とは無関係に、一意に決定できることを意味している。命題2 で見たように、この最適な維持管理強度の水準は、定常状態における利子率とインフラの維持管理に関する技術にのみ依存しており、アセットマネジメントの分野で蓄積されてきた方法論を用いてその水準を決定することが可能である。さらに、5. で見たように、このように決定される維持管理強度を固定的に用いる投資戦略の下では、長寿命化投資のストック効果は減少するものの、平準化効果は増加するという結果が得られた。この結果は、アセットマネジメントの分野で蓄積されてきた知見を応用して長寿命化投資戦略を立案すれば、(ストック効果の有効性は減るものの) 世代間公平性の観点から望ましい投資戦略が得られることを示している。

アセットマネジメントの実務においては、インフラの長寿命化による更新費用、維持・補修費用の平準化が重要な課題となっている。実務における維持補修、更新費用の平準化に対する要求は、インフラを管理する担当部局が直面している予算制約に関わる問題であり、必ずしも費用負担の世代間公平性を明示的に問題視しているわけではない。さらに、アセットマネジメントの実務が直面する予算制約は、行政当局内における個別的経緯や行財政的環境の中で、アドホックに形成さ

れたものであり、予算制約の設定に関して確固とした理論的根拠が存在するわけではない。アセットマネジメントの現場では、ライフサイクル費用の最小化に基づいて策定された長寿命化計画が予算制約のために実現されず、長寿命化投資が将来に先送られるという事態が常態化してきた。このような長寿命化投資のアドホックな先送りは、通時的な資源配分の効率化を阻害するとともに、将来世代の負担増加を前提として、現在世代の負担減少を実現している行為であり、理論的に正当化できるものではない。本研究では、そのような制度的な制約が存在しない理想化された経済環境において、first best の社会的に最適なインフラ投資政策と、世代間公平性に基づいた費用負担の関係性について分析することを目的としている。社会厚生関数を用いることにより、世代間公平性に関するパラメータ値に応じて定義される Tobin の q を用いた投資評価を通じて、規範的なインフラ投資経路を特定することが可能となる。政府の明示的な予算制約を考慮したようなインフラ投資政策・長寿命化投資政策の分析に関しては、今後の研究課題である。

また、本研究の分析により、将来のインフラ更新費用の増加に備えた基金や、除却が見込まれるインフラと代替的なインフラをあらかじめ整備しておくといった政策も、インフラ関連費用の負担額に関する世代間公平性を改善する上で有用な政策であることが示された。これらの政策手段は、インフラ関連費用の世代別負担の平準化を図る上で、長寿命化投資と代替的な関係にある。したがって、これらの政策手段に対して制度的・技術的な制限がある場合には、長寿命化投資による家計消費平準化の有効性は、より高まると考えられる。この点も今後の研究課題である。

6. おわりに

本研究では、インフラの劣化過程をマルコフ劣化モデルにより表現したうえで、長寿命化投資によるインフラ劣化過程の制御を表現したマルコフ・ビンテージモデルを定式化した。その上で、世代間公平性を考慮したインフラ関連費用の平準化過程の分析、および、インフラの長寿命化投資の経済効果に関して分析を試みた。その結果は、5. (5) に取りまとめた通りである。得られた結果のいくつかは、本研究で用いた数値計算事例においてのみ成立する事項であることは言うまでもないが、マクロスケールのインフラ投資政策・長寿命化投資政策に関する予算編成を行う政府に対して、有用な政策的知見を提示することができたと考えられる。言うまでもなく、本研究が分析に用いたモデルは規範的な経済モデルであり、いくつかの厳しい前提条件を設け

ている。インフラの維持管理の効率化、新規・更新投資の最適化に関する理論的知見を得るために、今後に多くの課題が残されている。第1に、インフラ更新費用の平準化に関する議論は、原則として維持補修費の財源として起債が不可能である等、政府の予算制約に起因する部分が少なくない。本研究で提案したモデルは、政府の予算制約を明示的に考慮しておらず、予算制約下におけるインフラ投資政策を分析することは不可能である。今後は、政府の予算制約を考慮した分権的動学モデルを定式化することにより、second best のインフラ投資政策を分析することが必要である。第2に、本研究では長寿命化投資によるインフラの経済効果の分析に焦点を絞るために、人口が経年的に一定である定常的な社会を想定した。しかし、人口減少、高齢化社会におけるインフラの維持管理に関しては、将来時点におけるインフラ関連経費の調達が課題になることから、インフラ除却によるインフラストックの減少政策も検討対象として取り上げることが必要となる。この問題を分析するためには、インフラの劣化過程だけでなく、経済成長率、勤労者世代の人口の減少率、高齢化率といった状態変数を明示的にとりあげ、インフラストックの持続可能性について分析することが必要となる。第3に、本研究ではインフラ投資費用負担の平準化のための財務的政策をとりあげていない。本研究においても、将来のインフラ更新費用の増加に備えて基金の積み立てを行うことがインフラ投資費用負担の平準化に有用であることを議論したが、本研究は分析の枠組みとして Ramsey 型の王朝モデルを用いているため、世代間で所得移転がどれだけ行われるのかを具体的に分析することができない。インフラ関連費用の負担に関する世代間公平性を実現するためには、世代間の所得移転を明示的に考慮した世代重複モデルの枠組みを用いた分析が必要である。第4に、本研究では、国内のインフラを1種類の同質的なインフラに集計化して分析を行ったが、一国のインフラの維持管理・更新・投資政策を考える上では、インフラの分類に応じた機能の異質性や劣化過程の異質性を考慮する必要がある。特に、インフラを地域別に分類した場合には、規範的な投資政策の分析を行う際に、地域別の人口動態や地域間の公平性といった問題を考える必要が生じる。したがって、こうした問題を適切に分析できる枠組みを構築することが必要となる。

付録 I σ の値と定常状態の関係

定常状態における各変数の値を求めるには、式 (10b)–(10g)、式 (12a)–(12h) に対して、各変数を $X_t = X_{t+1} = X^*$ のように置き換え、 X^* に関する連立方

程式を解けばよい。 $\sigma = \sigma^A$ のときの定常状態における各変数の値が $X^*(\sigma^A)$ として求められたとする。このとき、 $\sigma = \sigma^B \neq \sigma^A$ のときの定常状態における各変数の値を $X^*(\sigma^B)$ とすると、 $X^*(\sigma^B)$ の値は、 $X^*(\sigma^A)$ を用いて以下のように表せる。まず、変数 $Y, C, I^k, I^g, m, G, K, \{g^s\}_{s=1}^{\bar{s}-1}$ については、 $X^*(\sigma^B) = X^*(\sigma^A)$ とする。ラグランジュ乗数 λ については、

$$\lambda^*(\sigma^B) = \left(\frac{C^*(\sigma^A)}{\bar{L}} \right)^{-\sigma^B} \quad (\text{I.1})$$

とする。その他のラグランジュ乗数 $\chi^k(\sigma^B), \xi(\sigma^B), \chi^{g,s}(\sigma^B)$ ($1 \leq s < \bar{s}$) に関しては、

$$X^*(\sigma^B) = \frac{\lambda^*(\sigma^B)}{\lambda^*(\sigma^A)} X^*(\sigma^A) \quad (\text{I.2})$$

を用いて定義する。以上のように定義した $X^*(\sigma^B)$ は、 $\sigma = \sigma^B$ のときの式 (10b)–(10g), 式 (12a)–(12h) を全て満たすことを確認できる。したがって、 σ の値は、定常状態における資本ストックや消費水準には影響を及ぼさない。

付録 II m^* の導出

式 (12c) より、 $\chi^{g,1*}/\lambda^* = 1$ が成立する。この時、式 (12g), (12h) を、隣り合う s の式について辺々引き、両辺を λ^* で割ることにより次式を得る。

$$\begin{aligned} & (1 - \beta + \beta\phi_1(m^*)) \left(1 - \frac{\chi^{g,2*}}{\lambda^*} \right) \\ &= \beta\phi_2(m^*) \left(\frac{\chi^{g,2*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{g,3*}}{\lambda^*} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.1a})$$

$$\begin{aligned} & (1 - \beta + \beta\phi_s(m^*)) \left(\frac{\chi^{g,s*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{g,s+1*}}{\lambda^*} \right) \\ &= \beta\phi_{s+1}(m^*) \left(\frac{\chi^{g,s+1*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{g,s+2*}}{\lambda^*} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.1b})$$

$$\begin{aligned} & (1 - \beta + \beta\phi_{\bar{s}-2}(m^*)) \left(\frac{\chi^{g,\bar{s}-2*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{g,\bar{s}-1*}}{\lambda^*} \right) \\ &= \beta\phi_{\bar{s}-1}(m^*) \left(\frac{\chi^{g,\bar{s}-1*}}{\lambda^*} - 0 \right) \end{aligned} \quad (\text{II.1c})$$

式 (II.1a)–(II.1c) は、 $\chi^{g,2*}/\lambda^*, \chi^{g,3*}/\lambda^*, \dots, \chi^{g,\bar{s}-1*}/\lambda^*$ に関する連立方程式であり、この連立方程式を解くことにより、 $\chi^{g,2*}/\lambda^*, \dots, \chi^{g,\bar{s}-1*}/\lambda^*$ を、 β と $\phi_1(m^*), \dots, \phi_{\bar{s}-1}(m^*)$ を含む式の形で表すことができる。また、式 (12d) より式 (16) を得る。

付録 III 比較動学の誘導過程

$C^* = Y^* - I^{k*} - I^{g*} - M^*$ が成立することから、

$$\begin{aligned} dC^* &= dY^* - dI^{k*} - dI^{g*} - dM^* \\ &= -\frac{1 + \phi'_1}{1 - \alpha_k - \alpha_g} \frac{1}{G^{*\alpha_g-1} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \left[(2 - \alpha_k - \alpha_g) G^{*\alpha_g} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} \right. \\ & \left. - \delta_k K^* - \frac{1 - \alpha_k}{\alpha_g} G^*(\phi_1 + m) \right] d\bar{m} \quad (\text{III.1}) \end{aligned}$$

が成立する。また、式 (18a), (18b) より、

$$\begin{aligned} \delta_k K^* &= \alpha_k G^{*\alpha_g} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} \\ & - \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) K^* \end{aligned} \quad (\text{III.2a})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1 - \alpha_k}{\alpha_g} G^*(\phi_1 + m) \\ &= (1 - \alpha_k) G^{*\alpha_g} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} \\ & - \frac{1 - \alpha_k}{\alpha_g} \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) G^* \end{aligned} \quad (\text{III.2b})$$

を得る。式 (III.2a), (III.2b) を式 (III.1) に代入すれば、式 (25) を得る。

参考文献

- 1) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 2) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 3) 貝戸清之, 熊田一彦, 林秀和, 小林潔司: 階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.3, pp.386-402, 2007.
- 4) 林秀和, 貝戸清之, 熊田一彦, 小林潔司: 競合的劣化ハザードモデル: 舗装ひび割れ過程への適用, 土木学会論文集 D, Vol.65, No.2, pp.143-162, 2009.
- 5) 貝戸清之, 保田敬一, 小林潔司, 大和田慶: 平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.83-96, 2005.
- 6) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修モデル, 土木学会論文集 F, Vol.62, No.2, pp.240-257, 2006.
- 7) 小林潔司, 江口利幸, 大井明, 青木一也, 貝戸清之: 劣化過程の不確実性を考慮した路面性状調査の最適実施方策, 土木学会論文集 E1 (舗装工学), Vol.67, No.2, pp.75-90, 2011.
- 8) 横松宗太, 江尻良, 小林潔司: インフラストラクチャ管理のための経済会計情報, 土木計画学研究・論文集, Vol.21, No.1, pp.155-166, 2004.
- 9) Johansen, L.: Substitution versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth, *Econometrica*, Vol.29, pp.157-176, 1959.
- 10) Solow, R.: Investment and Technological Progress, in: Arrow, K., Karlin, S. and Suppes, P. (Eds.), *Mathematical Methods in Social Sciences 1959*, pp.89-104, Stanford University Press, 1960.
- 11) Boucekkine, R., de la Croix, D. and Licandro, O.: Vintage Capital Growth Theory: Three Breakthroughs, *UFAE and IAE Working Papers 875.11*, Unitat de Fonaments de l'Anàlisi Econòmica (UAB) and Institut d'Anàlisi Econòmica (CSIC), 2011.
- 12) 国土交通省: 平成 23 年度国土交通白書, 2011.
- 13) 唐木芳博, 奥原崇, 渡真利論, 朝日ちさと, 西畑知明: 社会資本ストックの経済効果に関する研究 ―都市圏分類による生産力効果と厚生効果―, 国土交通政策研究 第 68 号, 2006.

- 14) Romer, D.: *Advanced Macroeconomics*, Fourth Edition, McGraw-Hill, 2012.
- 15) Heal, G.M.: Intertemporal Welfare Economics and the Environment, Chapter 21 in: Mäler, K.-G. and Vincent, J. R. (Eds.), *Handbook of Environmental Economics, Volume 3*, North-Holland, Amsterdam, 2005.
- 16) Arrow, K.J., Cline, W.R., Mäler, K.-G., Munasinghe, M., Squitieri, R. and Stiglitz, J.E.: Intertemporal Equity, Discounting, and Economic Efficiency, Chapter 4 in: Bruce, J.P., Lee, H. and Haites, E.F. (Eds.), *Climate Change 1995: Economic and Social Dimensions of Climate Change: Contribution of Working Group III to the Second Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, Cambridge University Press, 1996.
- 17) Tobin, J.: A General Equilibrium Approach to Monetary Theory, *Journal of Money Credit and Banking*, Vol.1, No.1, pp.15-29, 1968.

(2013. 6. 24 受付)

DYNAMIC INFRASTRUCTURE INVESTMENT STRATEGIES AND LIFE-EXTENSION BENEFITS

Shunsuke SEGI and Kiyoshi KOBAYASHI

This study formulates a Markov vintage model, which expresses the transition dynamics of the stock of infrastructure dependent on the infrastructure investment and life-extension investment. With this Markov vintage model, this study formulates a dynamic infrastructure investment model, which gives a normative infrastructure investment policy to maximize the social welfare, taking account of the resource constraint in the macro economy and the contribution of infrastructures to the economic activities. Analyzing the optimal investment policy, this study shows that life-extension investment of infrastructure brings two kinds of economic benefits: stock effect and leveling effect. Stock effect is the benefit to increase the long-run household consumption level. Leveling effect is the benefit to level off the burden of infrastructure renewal cost between generations. Besides, this study considers the properties of the optimal policy of infrastructure investment and life-extension investment through numerical analysis.