管理者行動の影響を考慮した インフラ維持管理におけるリスク評価

大澤 遼一¹・本田 利器²

¹学生会員 東京大学大学院 社会基盤学専攻 (〒 113-8654 東京都文京区本郷 7-3-1)

E-mail: osawa-r@ip.civil.t.u-tokyo.ac.jp

²正会員 東京大学大学院教授 国際協力学専攻 (〒 277-8563 千葉県柏市柏の葉 5-1-5)

E-mail: rhonda@k.u-tokyo.ac.jp

インフラ維持管理の計画策定は、期待 LCC 最小化の長期的な効率性の観点からの最適化問題として扱われることが多い。一方、インフラの高齢化に伴い、劣化損傷に伴う事故などの重大事象を避けることも重要性となっている。

本稿では、インフラ維持管理の計画策定時に用いる、重大事象の発生というリスクを評価する指標について検討した。この際、管理者の行動を考慮したモデル化を行い、維持管理戦略の変更に伴うリスクの変化を分析し、管理者が実施する点検の精度に応じてリスクの Tail の厚い分布に近づくことを示した。このリスクの変化に対し、Tail 部の形状を情報エントロピーを用いて精緻に評価する EVaR を用いることで、ロバストに評価でき、その結果重大事象の発生可能性を低減する計画の有用性を合理的に評価できることを示した。

Key Words: maintenance, monitoring error, tail risk, risk measure, resource allocation, entropic value at risk

1. はじめに

先進国では、各種土木構造物(道路舗装、橋梁、トンネル等)の高齢化に伴い維持管理の重要性が高まっている。いずれの国においても、過去投資されたインフラの高齢化が進む一方、インフラの維持管理・更新にかけることが出来る資金は限られている。こうした中でインフラの劣化損傷に伴う事故などの発生を抑えつつ、長期的視点に立って効率的に維持管理を実施することが求められている。

このような状況の下、預金や株式などの個人の金融資産をリスクや収益性などを勘案し適切に運用することにより、その資産価値を最大化するというアセットマネジメントの概念を、社会資本の運営・管理に適用することが着目されている。具体的には、社会資本ストックを「資産」(アセット)とみなし、説明責任を果たしつつ効率的・効果的に運営・管理することを目指す取組である¹⁾。

アセットマネジメントの取組の中では、ライフサイクルコスト(LCC)の最小化や純現在価値の総和の最大化を目的とした管理が実施されることが多い。インフラの劣化は確率的な事象である。そのため、LCCや純現在価値の総和は確率的に変動しうる。長期的な効率性の向上を目指す際にはLCC等の期待値を用いて、計画を評価し、意思決定がなされる。既往研究では、期待LCC最小化や期待現在価値最大化を目指した計画立案

手法が複数提案されている。これらには、構造物単体について最も効率的な点検・補修計画を求める手法^{2)~7)}や、インフラ管理者が予算制約内で維持管理するため、必ずしも全ての構造物について最適なタイミングでの補修とはならない事を考慮して、最も効率的な維持管理計画を求める手法^{8)~11)}等がある。

上記のような手法を用いて、長期的な効率性向上の観点から、期待LCC最小化を目指した計画立案を行うことは重要である。本稿では、これに加えて2つの視点を提示したい。

1つ目は重大事象の発生を考慮することである。2012年に発生した笹子トンネル天井板崩落事故をはじめ、コンクリート片剥落などの劣化損傷に伴う事故が相次いでいる。今後供用期間の長い構造物が増えるにつれ、事故の発生数は増加すると予見される¹²⁾。社会的に重要な施設を管理するインフラ管理者は、長期的な効率性の観点だけでなく、こうした重大事象の発生を考慮して維持管理を実施すべきである。

インフラの維持管理計画の策定手法に関する研究において、インフラの劣化損傷発生に関するリスクを考慮する手法は複数提案されている。ここでは代表的なものを2種類取り上げる。1つ目は、損傷に伴い発生する社会的影響を費用として算出し、費用の期待値を期待LCCに算入した上で、その期待LCCが最小となるように計画立案を行う手法である。小池¹³⁾は、ガスパイプラインの維持管理戦略について、上記の枠組みを

用いてパイプラインの劣化に伴う大規模な事故も含めた計画手法を提案している。佐藤ら¹⁴⁾は、地震に伴う損傷時のコストの期待値を維持管理コストに含めてライフサイクルコストの分析を行い、効果的な補強戦略を導く手法を提案している。2つ目は、損傷の発生を防ぐという観点から、構造物の状態や性能を用いて管理する手法である。Smilowitz & Madanat⁹⁾は、構造物のうち、各状態に該当する構造物の割合について制約条件を設けた上で、長期的に期待LCCが最小となるように維持管理計画を策定する手法を提案している。阪神高速道路の維持管理について検討した坂井ら¹⁵⁾は、構造物のうち望ましくない状態となる割合の確率分布をValue at Riskを用いて評価し、その値に関する制約条件を設けた上で、期待LCCの観点から最適な計画を立案する手法を提案している。多くの研究は、起きうる事象の影響の大きさの期待値を用いて、リスクを評価している。坂井ら¹⁵⁾は、構造物群全体の状態値についてValue at Riskを用いてリスクを評価している。重大事象の発生を考慮する際には、稀で深刻な事象について考慮する必要があるが、期待値やValue at Riskなどの指標での考慮は限定的である。より適切に評価する手法が必要である。

2点目は管理者の維持管理戦略がリスクカーブに及ぼす影響の考慮である。阿部・野中¹⁶⁾は、万遍なく管理を手厚くするという戦略を実施する場合、社会的影響の期待値は大きく低減するが、影響が大きな事象の発生可能性はさほど低下しない(図-1 赤線)一方、重大事故につながるような箇所の管理を重点化するような戦略を実施する場合、社会的影響の大きさの期待値の低減幅は小さいが、影響が大きな事象の発生可能性は大きく低減する(図-1 青線)ことを指摘している。つまり、インフラの劣化は性能の経年変化という物理現象だが、点検やその結果に基づく補修箇所の決定など、管理者の維持管理時の行動という、いわば社会的な因子がインフラの性能に対して及ぼす影響も大きい。この指摘のように管理戦略の変更に伴い、リスクカーブの形状が変化することがありうるならば、従来のようなリスクカーブの期待値による評価では、重大事象の発生可能性や影響の大きさを適切に評価することは出来ない。

本稿では、管理者の行動等を考慮して劣化プロセスをモデル化し、管理戦略の変更がリスクの確率的な特性に及ぼす影響を検討した上で、インフラ維持管理の計画策定時に用いる、重大事象の発生を考慮したリスク評価指標について検討する。

まず、2.では1.に示した経験的指摘で暗に仮定されている、点検の不確実性などの管理者の行動を考慮した、インフラ維持管理の数値シミュレーションを実施

図-1 管理戦略に応じたリスクカーブ変化のイメージ

し、管理者の維持管理戦略の変更がリスクカーブに及ぼす影響を分析する。3.では、2.の結果を踏まえ、インフラの維持管理において用いることが出来る、重大事象の発生を考慮したリスク評価指標について検討する。4.では、提案するリスク評価指標を維持管理計画の策定時に用いる手法を示す。5.は本稿のまとめである。

2. 管理戦略の変更に伴うリスクカーブの変化

1.に示した経験的指摘で暗に仮定されている、点検の不確実性などを考慮したインフラ維持管理の数値シミュレーションを実施し、管理者の維持管理戦略の変更がリスクカーブに及ぼしうる影響を分析する。まず将来のリスクカーブを予測するための劣化モデルならびに点検の不確実性などを考慮した管理者行動のモデルを示した上で、管理戦略を変更した複数のケースについて、リスクカーブを比較する。

(1) 構造物の劣化モデル

仮想的なインフラ管理者は、塩害環境下にある1,000の均質な鉄筋コンクリート橋脚を維持管理・運営しているものとする。ただし、ここでの検討は、あくまで管理者の維持管理戦略の変更が、インフラのリスクに及ぼす影響を明らかにすることを目的としている。そのため、一般的なインフラを念頭に、例としてRC橋脚の維持管理を取り上げている。これは、寿命やリスクが発現した時の影響の大きさなどに差異はあるものの、構造物が時間に伴い確率的に劣化し損傷発生リスクが高まるというインフラに共通の性質をモデル化したものである。

塩害による鉄筋コンクリートの劣化は、(i) 構造物の供用開始から鉄筋の腐食開始までの潜伏期、(ii) 鉄筋腐食開始後コンクリート表面に腐食ひび割れが発生する

表-1 構造物劣化モデルの確率変数

項目	分布	特性値
表面塩化物イオン量 $c_{0,i}$ [kg/m ³]	一様分布	最小値 4, 最大値 10
鉄筋のかぶり K_i [cm]	正規分布	平均 5.35, 標準偏差 0.52
水セメント比 W/C_i [%]	正規分布	平均 45, 標準偏差 5
限界塩化物イオン量 $c_{\max,i}$ [kg/m ³]	一様分布	最小値 1, 最大値 1.2
進展期の鉄筋腐食速度 $\Theta_{s2,i}$ [mg/cm ² /year]	対数正規分布	平均 1.2, 標準偏差 0.6
劣化期の鉄筋腐食速度 $\Theta_{s3,i}$ [mg/cm ² /year]	対数正規分布	平均 12.4, 標準偏差 6.2

図-2 時間経過に伴う、塩害環境下にある鉄筋コンクリート中の鉄筋の腐食量の進展の概念図

までの進展期, (iii) 部材にひび割れが発生し腐食速度が上昇する加速期, (iv) 耐力力の低下が顕著となる劣化期に分けられる¹⁷⁾。図-2に、横軸に経過時間とそれに対応する期、縦軸に鉄筋の腐食率をとった概念図を示す。

潜伏期にある構造物 i について、鉄筋付近でのコンクリート中の塩化物イオン量 $c_i(t)$ [kg/m³] が限界塩化物イオン量 $c_{\max,i}$ [kg/m³] を超えると鉄筋腐食が開始する。コンクリート中の塩化物イオンの浸透は Fick の拡散方程式により導出される式 (1) より求めるものとする。

$$c_i(t) = c_{0,i} \left[1.0 - \operatorname{erf} \left(\frac{K_i}{2\sqrt{Dc_iT_i}} \right) \right] \quad (1)$$

ここで、建設後経過年数 T_i [year]、表面塩化物イオン量 $c_{0,i}$ [kg/m³]、鉄筋のかぶり K_i [cm]、拡散係数 Dc_i [cm²/year] である。拡散係数 Dc_i は普通ポルトランドセメントを用いた場合を想定し、式 (2)¹⁷⁾ に従うものとする。

$$Dc_i = 10^{-3.9(W/C_i)^2 + 7.2(W/C_i) - 2.5} \quad (2)$$

このうち、表面塩化物イオン量 $c_{0,i}$ は、鉄筋のかぶり K_i と水セメント比 W/C_i [%]、限界塩化物イオン量 $c_{\max,i}$ は表-1 に示す i.i.d. な確率変数に従うものとする。ここで、 $c_{0,i}$ は飛来塩分が多い地域の沿岸付近の塩分濃度¹⁷⁾

を参考に 4 から 10 までの一様分布と設定した。 K_i ならびに $c_{\max,i}$ の確率変数は伊庭ら¹⁸⁾ を参考に設定した。また水セメント比 W/C_i [%] は、耐久性の観点を考慮すると上限は 65% である¹⁹⁾。打設時の施工性を考慮し、下限を 25% と想定する。概ねその間に分布していると考え、45 を平均、標準偏差を 5 とし、打設時の不確実性も考慮して正規分布を仮定した。

進展期ならびに加速・劣化期について、それぞれ式 (3), (4) のように鉄筋の腐食過程をモデル化する。ただし、加速期と劣化期では、腐食速度に変化はないものとする。

$$Sw_i(t+1) = \Theta_{s2,i}\xi + Sw_i(t) \quad (Sw_i(t) < Sw_{line}) \quad (3)$$

$$Sw_i(t+1) = \Theta_{s3,i}\xi + Sw_i(t) \quad (Sw_i(t) \geq Sw_{line}) \quad (4)$$

鉄筋の腐食量を $Sw_i(t)$ [mg/cm²]、潜在期と加速・劣化期における鉄筋の腐食速度をそれぞれ $\Theta_{s2,i}, \Theta_{s3,i}$ [mg/cm²/year] とし、いずれも伊庭ら¹⁸⁾ を参考に表-1 に示す i.i.d. な確率変数に従うものとする。 Sw_{line} は、吉田ら²⁰⁾ を参考に、鉄筋腐食率 x_i が 2.3% となる値とする。また、 ξ は劣化の不確実性を表す確率変数であり、平均 1、標準偏差 0.5 の対数正規分布に従うものとする。 ξ のみ構造物毎・各時点毎に異なる値を取る確率変数となり、その他の確率変数は構造物毎に異なる値を取る確率変数である。

構造物 i の劣化の進行状況を表す指標として、鉄筋腐食率 $x_i(t) = Sw_i(t)/877$ を用いる。ここで、コンクリート中の鉄筋は半径 20[mm] とし、密度は 6.98[g/cm³] であることを用いて、鉄筋の単位長さあたりの重量を 8.77×10^2 [mg/cm] と算出している。

初期時点 $t = 0$ における i 番目の構造物の建設後経過年数 $T_i = 0.05(i-1)$ とする。また、この時点で限界塩化物イオン量 $c_{\max,i}$ を超えている場合には、初期時点での鉄筋腐食率を $x_i(0) = 0.01(c_i(0) - c_{\max,i})$ とする。

(2) 管理者の行動

点検の頻度を 5 年おきとし、以下では 5 年を 1 期として、離散値 t として扱う。

本稿では、各期 t において、管理者は事前に戦略として、その期の予算制約値 C_L と実施する点検の誤差の大きさ β を決めている (点検誤差を決めるとは、点検箇所や点検手法を選定することに相当する) ものとする。ここでは、各期において 2.(1) に従い構造物の劣化が進行した後に管理者が実施する、点検と補修行動について述べる。

構造物 i の状態 $x_i(t)$ に対して、観測値 $y_i(t)$ は式 (5) に従うものと仮定する。

$$y_i(t) = x_i(t)\zeta \quad (5)$$

ただし、 ζ は平均 1、標準偏差 β の正規分布に従う確率変数である。橋梁における目視点検の点検誤差の大きさについて調べた研究²¹⁾の結果から、変動係数は 0.05 から 0.2 程度の間に収まっていることが報告されている。本稿ではこれを参考に管理戦略において変化させる。点検誤差の幅 β を定める。

補修の優先順位付けルールについては様々な検討がなされている。舗装の維持管理について検討した田村ら²²⁾は、予算制約下では「補修遅れに伴う損失/補修費用」が大きいものから順に補修を行うというルールを設けている。これは短期的な予算配分が、LCC 最小化という長期的な効率性に基づいて行われることを想定したものである。一方、Seyedshohadaie ら²³⁾は、劣化状態値の 2 年後の予測値の分布の Conditional Value at Risk という評価値に基づいて短期的な意思決定を行う方法を提案している。岐阜県の維持管理について検討した杉浦ら²⁴⁾は、損傷などに伴う社会的影響の大きさの期待値に基づいて道路構造物全体の短期的な対策優先順位付けを行う手法を提案している。阪神高速道路の維持管理について検討した坂井ら¹⁵⁾は、予算制約を考慮した場合、現実的には長期的にコスト最小となる時点での補修は見送られ、健全度が低い、すなわち劣化が進行した構造物から順に補修されると指摘している。実際の維持管理の現状を踏まえると、補修の優先順位付けは、短期的な危険性の低減が最も重視されると考えられる。本稿では、構造物はすべて均質なものとし、構造物の損傷発生に関するリスクの大きさは状態値 $x_i(t)$ の大きさによって表現する。管理者は各期 t において、点検による構造物の状態の観測値 y_t が大きいものから順に、予算制約値 C_L の範囲内で補修を行うという優先順位付けのルールを設定する。また、観測値 y_t が 0.15 以上となっていることを補修を実施する基準とする。

補修の方法としては予防保全などは考慮せず、常に構造物を更新することとする。更新にかかるコストは 1 とし、更新によって鉄筋腐食量 $Sw_i(t) = 0$ 、コンクリート中の塩化物イオン量も 0 となるものとする。

図-3 インフラを構成する構造物の状態値の平均値の推移 (予算が変化した場合)

(3) インフラの劣化損傷発生に関するリスク

インフラの劣化損傷発生に関するリスクを考慮して維持管理するには、1. でレビューしたように、損傷に伴う社会的影響の大きさをリスクとして管理する方法^{13),14)}と構造物の状態や性能をリスクとして管理する方法^{9),15)}の2つがある。本稿では、後者を用いる。

Seyedshohadaie ら²³⁾はリスクを最小化するという観点から、保有する構造物群の将来の状態値の最大値を最小化する場合 (Min-Max) と、保有する構造物群の将来の状態値の期待値を最小化する場合 (Min-Mean) とを比較し、後者では状態値が大きく危険性の高い施設が残されてしまうため、リスクを低減するという観点では前者が望ましいことを指摘している。ここでもこれにならない、重大事象の発生を考慮したリスク指標を検討するため、構造物群で構成されるインフラ全体が有する劣化損傷に関するリスクとして、構造物群のうち最も劣化が進行した構造物の状態値 $X(t) = \max_i x_i(t)$ の確率分布について評価することとする。

(4) 管理戦略がリスクカーブに及ぼす影響

管理戦略のうち、予算制約値 C_L が、リスクに与える影響を調べる。対象は、 $C_L = 70, 75, 80, 85, 90$ の5ケースとし、いずれも点検誤差はない ($\beta = 0$) ものとする。

試行回数 1,000 回のモンテカルロ・シミュレーションを実施し、 $t = 10$ までの 1,000 ある構造物の状態値の平均値 $\frac{1}{1000} \sum_i x_i(t)$ の期待値の推移を調べた結果を図-3に示す。いずれも $t = 4$ 期まで値は単調に増加 (状態が悪化) し、その後は、予算が 85 以上であれば改善、

図-4 インフラを構成するある構造物 i の状態値 $x_i(10)$ の経験超過確率分布 (予算が変化した場合)

図-6 インフラを構成するある構造物 i の状態値 $x_i(10)$ の経験超過確率分布 (点検誤差幅が変化した場合)

図-5 インフラを構成する構造物のうち最も劣化が進行した構造物の状態値 $X(10)$ の経験超過確率分布 (予算が変化した場合)

図-7 インフラを構成する構造物のうち最も劣化が進行した構造物の状態値 $X(10)$ の経験超過確率分布 (点検誤差幅が変化した場合)

80であれば横ばい、75以下であれば悪化している。この結果から、ここで考える5ケースは、維持管理の予算が十分にある場合から予算が不足している場合までに相当することがわかる。

1,000ある構造物のうちの特定の1施設の $t=10$ 時点(すなわち50年後)における状態値の超過確率分布の変化を検討するため、試行回数1,000回のモンテカルロ・シミュレーションを実施し、状態値 $x_i(t=10)$ に関する経験分布関数 $F_{x_i(10)}(x_i(10))$ を調べた。横軸に状態値 $x_i(10)$ 、縦軸に超過確率 $1 - F_{x_i(10)}(x_i(10))$ をとって片対数グラフにプロットしたものを図-4に示す。図-4より、予算が減少するにつれ、劣化が進行した構造物の出現する確率が高くなっていることが分かる。

次に、2.(3)に示すように1,000個の構造物のうち最も劣化が進行した構造物の状態値 $X(10) = \max_i x_i(10)$ をリスクとして、このリスク $X(10)$ の超過確率 $1 - F_{X(10)}(X(10))$ を、試行回数 10^5 回のモンテカルロ・シミュレーションにより調べた。結果を、横軸にリスク $X(10)$ 、縦軸に超過確率 $1 - F_{X(10)}(X(10))$ をとった片対数グラフにプロットしたものを図-5に示す。

図-5では、予算の減少に伴い、リスク $X(10)$ のグラフは片対数グラフ上で、形状をほぼ保ったまま悪化する方向に移動している。つまり、予算の減少に伴い、当然ながら、状態が悪化した構造物の発生する可能性は高まることになる。ただし、超過確率が小さい領域(Tail部)での分布の傾きはいずれの場合もほぼ同じであり、

いわゆる裾の厚さに大きな変化は見られない。

次に、管理戦略のうち点検誤差幅の大きさを $\beta = 0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2$ と変化させた 5 ケースについて、1,000 ある構造物全体の $t = 10$ 時点における状態値の超過確率分布の変化を調べる。ただし、維持管理の予算の過不足の影響は考慮しないこととして、いずれも各期の予算制約値を比較的大きく $C_L = 90$ とする。

モンテカルロ・シミュレーションの結果を、横軸に状態値 $x_i(10)$ 、縦軸に超過確率 $F_{x_i(10)}(x_i(10))$ をとった片対数グラフにプロットしたものを図-6 に示す。図-6 より、点検誤差が大きくなる（精度が低下する）につれ、状態値が 0.2 以上の領域で、劣化が進行している構造物の発生確率が高まっていることが分かる。

また、2.(3) に示すように、1,000 の構造物のうち最も劣化が進行した構造物の状態値 $X(10)$ について、 10^5 回のモンテカルロ・シミュレーションを実施し、その経験分布関数 $F_{X(10)}(X(10))$ を求めた。これを、横軸に $X(10)$ 、縦軸に超過確率 $1 - F_{X(10)}(X(10))$ をとり、片対数グラフにプロットしたものを図-7 に示す。

図-7 を見ると、点検誤差幅 β の増加にともない、リスク $X(10)$ の値が増加するだけでなく、グラフの Tail 部の傾きの大きさ（絶対値）が片対数グラフ上で小さくなっていることがわかる。これは、リスクの平均値や中央値が大きくなるというだけではなく、裾の厚い分布に近づき、状態値が大きい構造物の発生可能性が高まっていることに相当する。例えば $(C_L, \beta) = (75, 0)$ の場合と $(C_L, \beta) = (90, 0.2)$ の場合、いずれもリスク $X(10)$ の中央値は 0.34 程度だが、モンテカルロ・シミュレーションの中で実現した状態値は、前者の場合 $\max X(10) = 0.38$ であるのに対して、後者では $\max X(10) = 0.66$ という値になっている。このように裾が厚くなるのは、点検誤差により、劣化が進んだ構造物が見逃されることが繰り返されて、特定の構造物に劣化が蓄積する、という事象が発生することによる影響と考えられる。

以上のように、予算の変化では、リスクの Tail 部の傾きは変化しないが、点検誤差幅が変化すると、リスクの Tail 部の傾きが高まり、裾の厚い分布に近づくことが示された。

3. 重大事象の発生を考慮したリスク評価指標

(1) リスク評価指標の比較検討

本節では、2. の結果を踏まえ、インフラの維持管理において重大事象の発生を考慮したリスク評価指標について検討する。

2. より、予算を変化させた場合には、リスクカーブが対数グラフ上で平行移動する形で危険性が増大するのに対して、点検精度を変化させた場合には、リスク

図-8 インフラを構成する構造物のうち最も劣化が進行した構造物の状態値 $X(10)$ の経験超過確率分布 (予算が変化した場合並びに点検誤差幅が変化した場合)

カーブの Tail 部の傾きの絶対値が減少し、裾が厚くなり、危険性が増大することが示された。数値計算例として、2. で検討した、点検誤差がなく ($\beta = 0$) 予算制約値を変化させたケース ($C_L = 70, 75, 80, 85, 90$) と、予算を一定 ($C_L = 90$) として点検精度を変化させたケース ($\beta = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20$) の計 9 ケースを考える。これらのケースについて、 $t = 10$ 時点でのインフラの状態値のうち、最も劣化が進行した値 $X(10)$ の発生確率を、試行回数 10^5 回のモンテカルロ・シミュレーションにより求める。 $X(10)$ のリスクカーブ (超過確率) をプロットしたものを図-8 に示す。これは、すなわち図-5 と図-7 を重ねて示したものである。 $(C_L, \beta) = (90, 0)$ のケースを黒、予算制約値を変化させたケースを青、点検精度を変化させたケースを赤で示す。それぞれ右のものほど、予算制約値が低い、もしくは、点検精度が低い (点検誤差が大きい) ものとなっている。

重大事象の発生を考慮する場合、重大事象に繋がるような、悪い状態の発生する確率が問題となる。例えば、図-8 における点検精度が低い管理戦略をとった場合のリスクカーブ (赤で示されている) は、点検誤差がない場合のリスクカーブ (青で示されている) よりも Tail 部の傾きが緩やかである。そのため、赤のリスクカーブは青のリスクカーブよりも、非常に悪い状態の発生確率が高い、いわゆる Tail の厚い分布となっている。このような Tail の厚い分布は、たとえ状態値の期待値があまり悪くない場合でも、非常に危険な状態が生じる可能性が無視できないことを示唆する。例えば青のケースでは、 $X(10) = 0.5$ となる確率は無視できる程度に低いと考えられるのに対して、赤のリスクカーブのうちの最も右のもの ($(C_L, \beta) = (90, 0.2)$ のケース) にお

いては、その超過確率は0.001程度となっている。そのような非常に危険な状態は、発生することは稀であり、影響は小さいと軽視されることもあるが、重大事象の発生に着目したリスク管理においては、この発生確率こそが重要となる。そこで、管理戦略に起因するリスクのTail部の厚さの違い、つまり、非常に危険な状態の発生可能性の変化を考慮することができるリスクの定量化について検討する。

定量化の指標として、従来のリスク評価で用いられてきた期待値や分散などの低次モーメントを利用したリスク評価指標に加えて、Tail部の危険性を考慮するために、超過確率がある値（例えば1%）となる量について評価するValue at Risk等について検討する。しかし、上述したようにTailが厚い分布を考える場合、評価に用いた超過確率より小さい部分において発生する、非常に危険な状態の発生可能性についても検討する必要がある。そこで、ある超過確率を基準に算出されたValue at Riskなどのリスク指標について、それより低い発生確率に相当する事象の危険性とどの程度整合するかを調べる。具体的には、超過確率として実用的に一般的な値である0.01を用いてリスク指標を算出し、それが図-8に示されるリスクカーブにおいて超過確率が 10^{-3} 、 10^{-4} における値（図-8における点線の確率に該当する値）とどのような関係になるのかを検討する。 10^{-5} については、モンテカルロ・シミュレーションの外れ値の影響が無視できないため除外した。

ここでは、あくまで管理戦略の変更がリスクカーブの性質に及ぼす影響を考慮して、重大事象の発生を考慮したリスク評価指標の検討を目的としている。そのため、予算制約の影響や点検誤差の影響が蓄積し、十分に発現していると考えられる $t=10$ 時点の評価対象として検討を行う。実際にこれらのリスク評価を計画策定時に用いる際は、最終時点だけではなく、対象とする期間を通して発生するリスクについて評価する必要がある。この点については4.で述べる。

(2) 低次モーメントによる評価

まず、古典的なリスク評価指標である、分布の平均値や標準偏差などの低次モーメントを用いた評価指標を考える。ここでは、リスク $X(10)$ の平均値と、Ogryczak & Ruszczyński²⁵⁾が望ましいリスク評価指標として紹介している平均値 + 上半標準偏差(式(6))を用いて評価し、その結果を参照値と比較する。

$$E[X(t)] + \lambda E[\{(X(t) - E[X(t)])_+\}^2]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

ただし、 $(z)_+ = \max(0, z)$ である。

結果を図-9、図-10に示す。ここでは、横軸に各ケースの危険な状態の発生可能性を示す参照値である $F_{X(10)}^{-1}(1 - 10^{-3})$ 、 $F_{X(10)}^{-1}(1 - 10^{-4})$ を、縦軸に各ケー

図-9 リスク指標による評価値と $F_{X(10)}^{-1}(1 - 10^{-3})$ による評価値との比較

図-10 リスク指標による評価値と $F_{X(10)}^{-1}(1 - 10^{-4})$ による評価値との比較

スのリスクの平均値ならびに平均値 + 上半標準偏差による評価値を示してある。また、点検誤差幅 $\beta > 0$ のケースについては、プロット点を塗りつぶしてある。

縦軸に示した、検討したい評価指標による評価値の大きさの順序が、横軸に示す参照値と同様の順序となっていれば、プロットした折れ線は、単調増加となるはずである。折れ線の傾きが負になっているなど、単調増加ではない場合、その部分に該当するケースでリスクの評価値が、参照値($F_{X(10)}^{-1}(1 - 10^{-3})$, $F_{X(10)}^{-1}(1 - 10^{-4})$)に対して整合的でないことを示す。図-9では、平均値

図-11 VaR と CVaR の概念図

や平均値 + 上半標準偏差による評価の場合、点検誤差があると仮定したケース（図における左から 3,6,8,9 番目のプロット点が塗りつぶしてあるケース）で参照値との整合性がとれていない。このことから、点検誤差があるケースのような、リスクの Tail 部の傾きに変化が起きる場合、これら低次モーメントを利用した手法では、その変化を適切に捉えて評価できないことが指摘される。

(3) VaR, Conditional VaR (CVaR)

分布の Tail 部を用いた評価指標の適用性について検討する。金融工学で広く用いられる Value at Risk(以下では VaR) は、信頼水準が $1 - \alpha$ であるとき、

$$\text{VaR}_{1-\alpha}(X(t)) = \inf_{k \in \mathbb{R}} \{k : F(k) \geq 1 - \alpha\} \quad (7)$$

で与えられる。(下付添字は信頼水準を表す。)しかし、VaR は、リスク評価指標の要件と指摘される coherent 性を満たさないこと²⁶⁾や、Tail 部の性質を精緻に評価できない²⁷⁾などの問題が報告されている。そこで、coherent 性を満たす等、VaR よりも優れた性質を有する指標である Conditional Value at Risk²⁸⁾(以下では CVaR)についても検討する。CVaR は、次式で与えられる。

$$\text{CVaR}_{1-\alpha}(X(t)) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \text{VaR}_{1-k}(X(t)) dk \quad (8)$$

これらの評価指標の概念図を図-11 に示す。 α は評価に用いる範囲である超過確率 α を定めるもので、図-11 における赤色部分に該当する。VaR はその範囲の最小値、すなわち超過確率が α となる値を求める手法である。一方 CVaR は、式 (8) より、この区間に含まれる VaR の期待値を用いて確率分布を評価する手法である。

実用に際しては、リスクカーブの理論解が得られる場合は少なく、モンテカルロ・シミュレーションなどを用いてリスクカーブを求めることとなる。この際、計算できるケース数の制約などから、VaR などを用いてい

る金融分野における実質的な下限値は $\alpha = 0.01$ となっている。**3.(1)**でも述べたとおり、本稿でもこの値で評価を行う。

$\text{VaR}_{0.99}$ ならびに $\text{CVaR}_{0.99}$ を用いて、予算が変化した場合と点検誤差幅が変化した場合の計 9 ケースを評価し、参照値と比べた結果を図-9、図-10 に示す。各ケースについて、横軸に参照値、縦軸に $\text{VaR}_{0.99}$ ならびに $\text{CVaR}_{0.99}$ の評価値を示す。

平均や標準偏差などの分布全体の特性値を用いた場合よりも、参照値との整合性は向上している。しかし、 $(C_L, \beta) = (90, 0.05), (90, 0.01)$ において依然として参照値との順序が前後してしまっている。

VaR と CVaR との評価値を比較すると、CVaR の方が、折れ線が負となっている部分の傾きの絶対値が小さく、参照値の順序との整合性が高いことが確認できる。これは、VaR が確率分布の超過確率 α に該当する図-11 の赤色部分の最小値で評価しているのに対して、CVaR は同部分の期待値を用いて評価することで、リスクの Tail 部の形状を、考慮に入れた評価が可能になっているためと考えられる。

(4) Entropic VaR (EVaR)

ここまでの検討から、リスクの Tail 部の形状をより精緻に評価する必要があることが示唆された。CVaR は Tail 部の形状は異なるが期待値が同じになるケースでは、その違いを判別出来ない。

VaR や CVaR よりもリスク回避的な評価指標であり、リスクの Tail 部に対して、情報エントロピーの概念を用いて評価する Entropic Value at Risk^{30),31)}(以下では EVaR) が挙げられる。EVaR は次式で定義される。

$$\text{EVaR}_{1-\alpha}(X(t)) = \sup_{Q \ll P, D_{KL}(Q \| P) \leq -\ln \alpha} E_Q[X(t)] \quad (9)$$

ここで、 $E_Q[X(t)]$ は、確率集合 Q を測度とする、 $X(t)$ の期待値である。また、 $D_{KL}(Q \| P)$ は確率集合 Q の P に対する Kullback-Leibler Divergence (KLD) といわれ、母集合 P とそれに絶対連続な確率集合 Q の、 P に対する確率空間上での距離 (差違の程度) を示すものである。KLD は $p(x), q(x)$ をそれぞれ P, Q の確率密度関数として、

$$D_{KL}(Q \| P) = \int_{-\infty}^{\infty} q(x) \log \frac{q(x)}{p(x)} dx \quad (10)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} q(x) \log p(x) dx - H(q(x)) \quad (11)$$

で与えられる。ただし、 H は次式で与えられる情報エントロピーである。

$$H(q(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} -q(x) \log q(x) dx \quad (12)$$

Ahmadi-Javid^{30),31)} が示すように、EVaR は情報エントロピーの考え方をを用いることで、リスクの Tail 部の形

状を CVaR などよりも精緻に評価する指標であると解釈できる。そのため、管理戦略の変更に伴うリスクの Tail 部の傾きの変化を捉えた評価が可能となっている。

ただし、式 (9) において D_{KL} の算出は分布が連続値で表されることを想定しているため、モンテカルロ・シミュレーションの結果得られた経験分布関数から精度を十分確保した上で算出することが難しい。

一方、EVaR について、式 (9) の右辺は式 (13) の右辺と同値であることが示されており^{30),31)}、EVaR の算出においては次式 (13) を用いることができる。

$$\text{EVaR}_{1-\alpha}(X(t)) = \inf_{z>0} \{z^{-1} \ln(M_{X(t)}(z)/\alpha)\} \quad (13)$$

ここで、 $M_{X(t)}$ は $X(t)$ の積率母関数である。

EVaR の有効性を検証するため、これまでと同様に、予算が変化した場合と点検誤差幅が変化した場合の計 9 ケースを $\text{EVaR}_{0.99}$ で評価し、その結果を参照値と比べた結果を図-9、図-10 に示す。各ケースについて、横軸に参照値、縦軸に $\text{EVaR}_{0.99}$ による評価値を示す。

図-9、図-10 より、EVaR は参照値と同様の順序で、状態が悪化した構造物の発生可能性を評価できている。これより、重大事象の発生可能性まで考慮したリスクの評価においては、EVaR は VaR や CVaR よりも、リスクの Tail 部の変化に対してロバストなリスク評価指標として用いることができることを示している。

4. 維持管理計画のリスク評価への適用

ここまで、管理者の維持管理戦略に応じて、リスクの Tail 部の厚みが変化することを指摘し、その変化を踏まえて、重大事象の発生を考慮したリスク評価指標について検討した。ここでは、多くの計画手法で用いられる、リスクの期待値に基づく評価^{9),13),14)}に加えて、本稿で検討した、重大事象の発生の考慮という観点でのリスク評価指標である EVaR による評価値とを併用することの有用性を示す。

対象として、維持管理にかかるコスト等の条件は同じで、リスクのみが異なる複数の計画から 1 つの計画を管理者が選択する場合を想定する。数値シミュレーションモデルにおける構造物の劣化や管理者の行動など基本的な条件は 2. に従う。簡単のため、管理者は以下の 2 つの施策を選択肢として持つものとする。

- ・ 施策 a : $(C_L, \beta) = (90, 0.15)$
- ・ 施策 b : $(C_L, \beta) = (60, 0.10)$

施策 a は通常の維持管理、施策 b はコストをかけて（つまり補修予算を減じて）点検精度を向上させる場合をそれぞれ想定したものである。

この条件の下で、管理者が実施する施策を変化させた複数の仮想的な計画を作成する。初期の 5 期間は施策 a を実施、それ以降の $t = 6, 7$ 時点において取りう

図-12 計画のリスク $X(6, 7)$ の超過確率分布

図-13 EVaR ならびに期待値を用いた維持管理計画のリスク評価

る施策を選べるものとする。 $t = 6$ で施策 a、 $t = 7$ で施策 b を実行する計画を a-b と記せば、a-a、a-b、b-a、b-b の 4 つの計画が有りうる。計画を実施した時の、インフラの劣化損傷発生リスクは、 $t = 6, 7$ 時点での状態値の最大値 $X(6), X(7)$ のうち大きいほうの値 $X(6, 7) = \max(X(6), X(7))$ とする。各計画について、試行回数 10^5 回のモンテカルロ・シミュレーションを実施し、計画のリスク $X(6, 7)$ の分布関数 $F_{X(6, 7)}(X(6, 7))$ を算出する。

上記 4 つの計画について、横軸を計画のリスク $X(6, 7)$ 、縦軸を超過確率 $1 - F_{X(6, 7)}(X(6, 7))$ とし、片対数グラフにプロットしたものを図-12 に示す。

図-12から、リスクのTail部の傾きの絶対値が最も小さいのは計画b-bであることが示される。しかし、リスクの期待値が最も小さいのは計画a-bであり、両者は一致しない。そこで、3.で検討したリスク評価指標のうち、 $EVaR_{0.99}$ を用いて重大事象の発生可能性を評価する。これと各計画のリスクの期待値とを比較したものを図-13に示す。ここでは、縦軸にリスクの期待値、横軸にリスクの $EVaR_{0.99}$ による評価値とを示してある。

管理者は、維持管理にかかるコスト等は同一で、リスクのみが異なる計画を選択する場合には、 $EVaR$ などで評価される重大事象の発生可能性がリスクの制約値 R_e 以下となるという制約条件の下で、リスクの期待値の最小化を目指す次式(14)に従い、計画を決定することができる。

$$\min E[X(6, 7)] \quad s.t. \quad EVaR_{0.99}(X(6, 7)) \leq R_e \quad (14)$$

このとき、図-13の結果をふまえると、 $R_e > 0.45$ の時、管理者はリスクの期待値が最小となるような計画a-bを選択することとなる一方、 $R_e \leq 0.45$ のとき、計画b-bが選択されることになる。後者においては、計画a-bではなく計画b-bを選択することで、リスクの期待値は2.1%上昇するが、状態が悪化した構造物の発生する可能性を評価した、リスクの $EVaR_{0.99}$ 値は2.9%低減することとなる。

このように、リスクのTail部の形状の変化を捉えて評価する $EVaR$ を用いることで、重大事象の発生を考慮した計画の有用性を合理的に説明することが出来ると考えられる。

5. まとめ

本稿では、劣化損傷に伴う事故などの重大事象の発生を考慮した、インフラ維持管理の計画策定時などに用いるリスク評価指標について検討した。

まず、管理者の戦略がリスクカーブに影響するという経験的な指摘に着目し、インフラ維持管理の数値シミュレーションを行った。その結果、予算制約値が減少する場合、リスクカーブは対数グラフ上で平行移動する形で危険性が増すがTail部の厚みは変化しないのに対して、点検誤差幅が増加する場合、その影響が蓄積しリスクのTail部の厚みが増すという形で重大事象の発生可能性が増大することが明らかとなった。従来のリスクの期待値による評価では、こうしたTail部の変化を捉えて、重大事象の発生可能性を考慮した評価はできない。そこで、数値例を用いた評価指標の検討を行い、リスクのTail部の形状の変化に対して、Tail部の形状を情報エントロピーを用いて精緻に評価する $EVaR$ を用いることで、ロバストに重大事象の影響の大きさを評価出来ることを示した。

また、通常考慮されるリスクの期待値に加えて、重大事象の影響の大きさを $EVaR$ を用いて評価することで、稀で深刻な事象の発生を避ける維持管理計画の有用性を合理的に評価出来ることを示した。

今後の課題として、インフラの劣化過程を複数時点での意思決定が介在する動学的な問題として捉え、本稿で提案したようなリスク評価指標を構築していくことが挙げられる。そのためには、インフラ維持管理に適用する方法についての検討や、期待LCC最小化等の現在幅広く利用されている考え方との関係を明確化し、これらを合理的に併用した手法の開発につなげる事が求められる。

謝辞: 本研究はJSPS 科研費 26630237 の助成を受けたものである。

参考文献

- 1) 社団法人 土木学会: アセットマネジメント導入への挑戦, 技報堂出版, 2005.
- 2) Camahan, J. V., Davis, W. J., Shahin, M. Y., Keane, P. L. and Wu, M. I.: Optimal maintenance decisions for pavement management, *Journal of Transportation Engineering*, Vol.113, Issue 5, pp.554-572, 1987.
- 3) Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.27, Issue 6, pp.425-438, 1993.
- 4) Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.
- 5) 織田澤利守, 石原克治, 小林潔司, 近藤佳史: 経済的寿命を考慮した最適修繕政策, 土木学会論文集, No.772/IV-65, pp.169-184, 2004.
- 6) 田村謙介, 小林潔司: 不確実性下における道路舗装の修繕ルールに関する研究, 土木計画学研究 論文集, No.18, pp.97-107, 2001.
- 7) 慈道充, 小林潔司: 不確実性下における最適点検・修繕ルール, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.39-50, 2003.
- 8) Golabi, K., Kulkarni, R. B. and Way, G. B.: A statewide pavement management system, *Interfaces*, Vol.12, Issue 6, pp.5-21, 1982.
- 9) Smilowitz, K. and Madanat, S.: Optimal inspection and maintenance policies for infrastructure networks, *Computer - Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol.15, pp.5-13, 2000.
- 10) Frangopol, D. M. and Liu, M.: Maintenance and management of civil infrastructure based on condition, safety, optimization, and life-cycle cost, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.3, pp.29-41, 2007.
- 11) Kuhn, K. D.: Network-level infrastructure management using approximate dynamic programming, *Journal of Infrastructure Systems*, Vol.16, Issue 2, pp.103-111, 2009.
- 12) 日経コンストラクション(編): インフラ事故 笹子だけではない老朽化の災禍, 日経 BP 社, 2013.
- 13) 小池武: リスクマネジメント手法によるパイプラインの維持管理戦略について, 土木学会論文集, No.794/I-72, pp.189-202, 2005.
- 14) 佐藤忠信, 吉田郁政, 増田みどり, 金治英貞: ライフサイクルコストを考慮した道路橋の補強戦略, 土木学会論文集, No.784/VI-66, pp.125-138, 2005.
- 15) 坂井康人, 慈道充, 貝戸清之: 都市高速道路のアセットマ

- ネジメント-リスク評価と財務分析, 建設マネジメント研究論文集, 土木学会, Vol.16, pp.71-82, 2009.
- 16) 阿部允, 野中賢: インタビュー BMC 社長 阿部允氏 全て点検で事故はなくせない: 重大な損傷に集中して予防保全する仕組みづくりを, 日経コンストラクション, 第 560 号, pp.40-42, 2013.
 - 17) 土木学会: コンクリート標準示方書 維持管理編, pp.101-120, 2007.
 - 18) 伊庭孝充, 松島学, 関博, 川田秀夫: 塩害を受ける RC 構造物のライフサイクルコスト算定手法に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.704/V-55, pp.1-11, 2002.
 - 19) 土木学会: コンクリート標準示方書 施工編, pp.37, 2007.
 - 20) 吉田郁政, 秋山充良, 鈴木修一, 山上雅人: Sequential Monte Carlo Simulation を用いた維持管理のための信頼性評価手法, 土木学会論文集 A, Vol.65, No.3, pp.758-775, 2009.
 - 21) Phares, B. M., Washer, G. A., Rolander, D. D., Graybeal, B. A. and Moore, M.: Routine highway bridge inspection condition documentation accuracy and reliability, *Journal of Bridge Engineering*, Vol.9, pp.403-413, 2004.
 - 22) 田村謙介, 慈道充, 小林潔司: 予算制約を考慮した道路舗装の修繕ルール, 土木計画学研究・論文集, Vol.19, pp.71-82, 2002.
 - 23) Seyedshohadaie, S.R., Damjanovic, I. and Butenko, S.: Risk-based maintenance and rehabilitation decisions for transportation infrastructure networks, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.44, pp.236-248, 2010.
 - 24) 杉浦聡志, 金森吉信, 高木朗義, 倉内文孝, 森本博昭: リスク評価に基づいた道路施設の総合維持管理手法の開発, 土木学会論文集 F4 (建設マネジメント) 特集号, Vol.67, pp.103-112, 2011.
 - 25) Ogryczak, W. and Ruszczyński, A.: From stochastic dominance to mean-risk models: Semideviations as Risk Measures, *European Journal of Operational Research*, Vol.116, pp.33-50, 1999.
 - 26) Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. and Heath, D.: Coherent measures of risk, *Mathematical Finance*, Vol.9, pp.203-228, 1999.
 - 27) 山井康浩, 吉羽要直: リスク指標の性質に関する理論的整理 — VaR と期待ショートフォールの比較分析 —, 金融研究, No.20, pp.95-131, 2001.
 - 28) Rockafellar, R. T. and Uryasev, S.: Optimization of conditional value-at-risk, *Journal of Risk*, Vol.2, pp.21-42, 2000.
 - 29) 堀部安一: 情報エントロピー論, 森北出版, 1989.
 - 30) Ahmadi-Javid, A.: An information-theoretic approach to constructing coherent risk measures, *Information Theory Proceedings (ISIT), IEEE International Symposium on IEEE*, pp.2125-2127, 2011.
 - 31) Ahmadi-Javid, A.: Entropic value-at-risk: A new coherent risk measure, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol.155, pp.1105-1123, 2012.

(2015. 2. 27 受付)

RISK EVALUATION OF INFRASTRUCTURE MANAGEMENT CONSIDERING THE EFFECT OF MAINTENANCE BEHAVIOR

Ryoichi OSAWA and Riki HONDA

Maintenance strategy of infrastructure is often discussed as an efficiency optimization problem to minimize the expected LCC over the long term. However, risk management to prevent accidents is also an important issue, because the number of aging infrastructure has been increasing rapidly.

In this paper, we discuss risk evaluation method to evaluate the probability of critical events, which can be used when we decide a management plan of infrastructures. The effect of maintenance strategy on the risk was simulated considering the effect of maintenance behavior and decay of structures. It was found that due to the inaccuracy of the monitoring, the tail of risk can grow fat, causing the change in the shape of PDF. Therefore, it is proposed to use EVaR as risk measure because it can quantify the risk considering the shape of the tail of risk by the concept of information entropy. Numerical simulation shows that by combining both LCC-optimization approach and presented EVaR-based scheme, we can rationally evaluate the performance of the strategies which can reduce the probability of occurrence of critical states.