長期記憶性を考慮した 時系列データによる構造物劣化過程のモデル化

小林 潔司¹・貝戸 清之²・水谷 大二郎³・坂井 康人⁴

¹フェロー会員 京都大学特任教授 経営管理大学院 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

²正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

³正会員 東北大学助教 災害科学国際研究所 (〒 980-0845 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

E-mail: mizutani@irides.tohoku.ac.jp

⁴正会員 阪神高速道路株式会社 建設事業本部 (〒 552-0007 大阪市港区弁天 1-2-1-1900 大阪ペイタワオフィス 19 階)

E-mail: yasuhito-sakai@hanshin-exp.co.jp

土木構造物の劣化過程において、外的要因の作用が直ちに構造物の劣化現象として顕在化することはそれほど多くない。むしろ、外的要因の作用が蓄積されることにより、タイムラグを経て劣化現象として発現することが多い。本研究では、リアルタイムの計測値に基づいて、構造物の長期的な劣化過程をモデリングし、予防的に異常検知を行うための方法論を提案する。具体的には、モニタリングデータに基づいて、構造物に作用する外的要因がもたらす影響に関する長期的記憶を考慮した ARFIMAX-FIGARCH モデルを提案し、タイムラグを伴う構造物の劣化過程のモデル化を試みる。さらに、提案した方法論を実際の高速道路高架橋のジョイントに対するモニタリングデータに適用し、その有用性を議論する。

Key Words : ARFIMAX-FIGARCH, long memory, monitoring, asset management, expansion joint

1. はじめに

現在の土木構造物のアセットマネジメントにおいて、補修や更新などの意思決定を行うための判断材料として、主に目視点検結果が用いられている（舗装に対する路面性状調査や橋梁に対する打音検査などは、厳密に言えば目視のみによる点検結果ではないが、本研究では常時モニタリングと対比させる目的でこれらの現行の意思決定に用いられる点検結果を目視点検結果とみなすこととする）。しかしながら、目視点検は土木構造物の供用期間中の限られた時点でのみしか行うことができず、目視点検結果に基づく劣化予測技術がいくら向上しようとも、「常時監視による劣化・損傷の早期検知」という課題に対しては、目視点検を基軸とした方法論には限界があることを否定できない。これらの課題に対する解決策の1つとして、常時モニタリングデータに基づくアセットマネジメントの開発が考えられる。

常時モニタリングデータを用いたアセットマネジメントに関する研究は緒についたばかりであり、現時点では現行の目視点検を主体とする方法との代替可能性や補完可能性を入念に検討し、モニタリングデータを用いたアセットマネジメントの実務への導入を段階的に実施せざるを得ないのが実情である。モニタリング

データの活用領域は多様でありうるが、本研究では、モニタリングデータを構造物の常時監視のための手段と位置づける。そのうえで、劣化が一定程度進行した構造物に対してモニタリング技術を導入し、構造物の異常発生の早期検知や補修、更新が必要となる時期を想定するための方法論を提案する。

近年のセンサーおよび通信技術の開発により、常時モニタリングのハードウェア面が飛躍的に発展したことを考えると、土木構造物に対する長期的なモニタリングデータが今後ますます蓄積されていくものと予想される。その一方で、得られたモニタリングデータに基づき劣化・損傷の予防的な異常検知や補修・補強時期の予測を行う方法論は十分に整備されていない。すなわち、モニタリングを通してデータを収集することができたとしても、それを維持管理の意思決定問題に応用する手段がないという現状がある。とりわけ、土木構造物の劣化過程では、外的要因の作用が直ちに構造物の劣化現象として顕在化することはそれほど多くなく、外的要因の作用が蓄積されることにより、タイムラグを経て劣化現象として発現することが多い。このような外的要因がもたらす影響に関する長期記憶性が土木構造物の劣化過程のモデル化では無視できない。しかし、土木構造物に対するモニタリングデータの長期記憶性に関する検証はこれまでほとんどなされてい

ないのが現状である。

以上の問題意識のもとで、本研究では長期記憶性を考慮した時系列モデルを開発し、土木構造物のモニタリングデータに適用することにより劣化の進行状況の常時監視や将来予測を行うための方法論を開発する。具体的には、劣化の進行過程を外生的な特性変数を考慮した実数分自己回帰移動平均モデル (AutoRegressive Fractional Integrated Moving Average model with exogenous variables model, 以下, ARFIMAX モデル) で表現するとともに、その誤差項の分散の変動を FIGARCH (Fractional Integrated Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) 過程で表現した ARFIMAX-FIGARCH モデルに基づく方法論を提案する。以下、2. では本研究の基本的な考え方を述べる。3. では ARFIMAX-FIGARCH モデルを定式化し、4. でモデルの推定方法について述べる。5. では高速道路高架橋のジョイントを対象として蓄積したモニタリングデータに対して ARFIMAX-FIGARCH モデルを適用し、本研究の有効性を実証的に検証する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) アセットマネジメントにおけるモニタリング

現在のアセットマネジメントは、目視点検データを中心とした方法論によって構成されている。そこでは、マルコフ連鎖モデルによる劣化予測¹⁾や、マルコフ決定モデルを援用したライフサイクル費用最小化に基づく最適補修戦略の決定²⁾など、各要素技術の有機的な体系化がなされており、目視点検がアセットマネジメントの実用化に大きく貢献している。一方で、1) 常時監視による劣化・損傷の早期検知、2) 力学的性能の定量的評価に基づく安全性の確保といった実務的要請の極めて高いニーズに対しては、目視点検の限界が指摘されている。具体的には、1) 点検の実施頻度が数年に一度と低いこと、2) 点検の実施時点のみにおいて部分的な情報しか獲得できないこと、3) 判断が主観的であることに起因して、目視点検データには不確実性や観測誤差が介在することがあげられる。しかしながら、管理対象となる全ての土木構造物の適切な維持管理を目的としたアセットマネジメントにおいては、全数から画一的に健全度情報を獲得することが重要であり、多くの構造物において、現状では目視点検が唯一の情報獲得手段である。今後、老朽化した構造物に対するより重点的な維持管理の必要性が増すにあたって、これらの課題に対する解決策の1つとしてモニタリングデータに基づくアセットマネジメントの開発が考え得る。

従来から、劣化・損傷の程度を定量的に評価し、構造物を効率的に維持管理することを目的として、モニ

タリングが数多く実施されており、目視点検の代替技術として、学術面のみならず、実用面からも検討がなされている。モニタリングは目的に応じて、1) 1回の詳細な計測データから構造物の劣化・損傷状況を絶対的に評価する手法と、2) 継続的な計測を通してそれらを相対的に評価する手法に大別できる。このうち、従来の土木工学分野では前者のモニタリングデータを用いた逆解析による構造性能調査等に主眼がおかれることが多かった。一方で、後者のモニタリング (以下、継続的モニタリング) は、老朽化が進む膨大な土木構造物を効率的に管理していくための方法論として実用化が期待されている。継続的モニタリングの特徴は、保有性能の低下や劣化・損傷の発生・進展とともに変動すると考えられる周辺情報 (本研究で対象とする振動モニタリングでは固有振動数などの振動特性) を継続的に計測することによって、それらの日常の変動範囲から逸脱する変化を捉えようとする点にある。このような周辺情報の相対的な変化を捉えることにより、現場点検員の初動体制の効率的な確保が可能となる。さらに、センサーからの定量的データを常時計測することが可能なモニタリング技術は、上述した目視点検の欠点を克服し、アセットマネジメントの根幹となる基礎データの質的、量的な向上を図ることができるものと期待されている。

モニタリングを目視点検の代替手段とする場合、理想的な目標は目視点検で既定されている健全度と計測データの特徴とを対応させたうえで、常時健全度を把握し、補修や更新が必要となる時期を早期に検知可能とすることである。この場合には、様々な健全度の構造物に膨大な数のセンサーを設置し、かつ長期に亘って計測することによって、構造物の構造特性や使用・環境条件がモニタリングデータに及ぼす影響や各構造物のモニタリングデータが有する異質性を把握する必要がある。一方で、モニタリングを目視点検を補完する手段とすれば、モニタリングは劣化の進行が早い一部の構造物を管理するための技術として位置づけられる。劣化の進行が早い構造物に対しては、膨大な数のモニタリングによる全体的な特徴の把握よりも、設置された個々の構造物に対して補修や補強が必要となる前にその時期をそれぞれ検知することが重要となる。

現状の目視点検を中心として展開されるアセットマネジメントにおいてモニタリングに期待される役割は、常時監視による劣化・損傷の進行の予防的検知である。また、実際の維持管理状況を踏まえたモニタリングの導入を考えると、老朽化が進む構造物を対象とした重点管理を目的とした導入が現実的である。この場合、モニタリングデータやその特徴量と構造物の劣化状態に、(健全度との明確な対応関係とまでは言わずとも) 有意

な相関関係が存在することが前提条件となる。本研究では、このような前提条件を満足する構造物とモニタリングデータに対して汎用的に用いることのできる方法論として、モニタリングデータのモデル化により劣化過程をモデル化するための方法論を提案する。ここでは、既往の研究事例として、すでに継続的な長期モニタリングの実施を見据え、実構造物を対象としたモニタリング手法の有効性が確認されている^{3),4)} 高速道路高架橋のジョイントを対象とする（ただし、本研究の事例では、5.(4)で言及するように、モニタリングデータの特徴量とジョイントの劣化状態の相関性は見られるものの、その度合いに関しては継続的な検討課題である点には留意されたい）。その上で、ジョイントのモニタリングデータに基づいて、ジョイントの長期劣化過程を長期記憶性を考慮した ARFIMA-FIGARCH モデルを用いてモデル化するとともに、ジョイントの劣化の傾向や将来時点における劣化の進行過程を予測する方法論を提案する。

(2) 既往研究のレビュー

モニタリングデータの維持管理業務への応用に関する研究事例として、長期モニタリングにより取得した時系列データの統計的特徴に基づく劣化予測手法が開発されている（本研究では、モニタリング装置による計測値の原系列をモニタリングデータと、時系列モデルの分析対象となる計測値の系列を時系列データと呼んでいる）。小林等³⁾は、高速道路高架橋のジョイントの時系列データに対して ARIMAX-GARCH モデルを適用し、モニタリングデータによる劣化過程のモデリング可能性に関する示唆を行っている。Chen and Durango-Cohen⁵⁾は、橋梁ヘルスモニタリングデータに対する多変量分析を行うためのフレームワーク構築の際に、ARIMA-GARCH モデルによる分析を行っている。これらの既往研究では構造物の平均的な長期劣化特性をトレンド項を用いて表現している点に特徴がある。しかしながら、例えば構造物に作用する外力による影響が蓄積され、構造物の長期的な劣化特性となって現れることも想定できる。さらに、モニタリングデータがこれらの長期記憶性を有する場合、既往研究のように短期記憶性を想定した方法論を適用すると、モデル推定結果にバイアスが生じ、モデリングの精度が担保されない可能性がある。

長期記憶性を考慮した時系列データの分析手法として、Granger and Joyeux⁶⁾ および Hosking⁷⁾ は、伝統的な ARIMA モデルにおいて自然数として定義されていた和分次数を実数次数に拡張した ARFIMA モデルを提案した。ARFIMA モデルにおいて、実数和分された時系列データは、実数和分次数が 0.5 未満であれば

長期記憶性と同時に定常性を有するという優れた性質を持つ⁹⁾。ARFIMA モデルに関しては、計量経済学の分野での適用事例が多く存在するが、土木工学の分野においても、越境ヘイズ災害に関する時系列データへの適用事例が存在する¹⁰⁾。ARFIMA モデルに外生的な特性変数を内包したモデルは ARFIMAX モデルと呼ばれ¹¹⁾、土木工学の分野に限って見ても社会資本の生産性測定に利用された研究¹²⁾が存在する。上述の既往研究^{3),5)}は、計測された時系列データの分散の不均一性に着目した GARCH モデルを用いている。GARCH モデルは時系列データの誤差項の 2 乗の ARMA 過程と捉えることができ、その ARMA 過程を ARFIMA 過程に拡張した FIGARCH モデルが提案されている¹³⁾。FIGARCH モデルの適用事例に関しては、土木工学の分野では著者らの知る限り存在しないものの、例えば、株式市場の分析において、本研究でも用いる ARFIMAX-FIGARCH モデルが適用された事例も存在する¹⁴⁾。すでに述べたように、これらの長期記憶性を考慮した時系列モデルを土木構造物のモニタリングデータの分析に適用した事例は著者らの知る限り過去には存在しない。本研究では、長期記憶性を考慮したモデル（具体的には ARFIMAX-FIGARCH モデル）の土木構造物のモニタリングデータへの適用可能性の検証を目的とする点に新規性がある。

(3) モニタリングデータの長期記憶性

土木構造物に対して外的に作用する劣化因子に着目する。例えば、交通荷重や降雨、気温の変化などが土木構造物の劣化現象に及ぼす影響を考えた場合、それらの因子が土木構造物自体に作用するのは劣化因子の作用時点であるが、作用時点から具体的な劣化現象が発現するまでにタイムラグがある可能性がある。このような劣化現象の発現までの過程を長期記憶性を考慮した時系列モデルで表現する。土木構造物の劣化は、供用開始時から受けてきた劣化因子（経時劣化、大型車交通荷重、降雨、凍結防止剤散布量など）が蓄積されていくことにより徐々に進展していく。さらには、個々の土木構造物で固有の初期不良や施工品質の偏りの影響も供用開始直後ではなく、ある程度の時間が経過してから劣化現象として発現する可能性もある。このように、土木構造物の劣化に関する任意時点におけるモニタリングデータは、遠い過去の履歴と高い相関性を有する場合が少なくないと考えられる。遠い過去の履歴との相関関係をモデル内で表現するためには、長期記憶モデルを用いる必要がある。

また、個別のモニタリングデータが長期記憶性を持たなくとも、集計化された時系列データに長期記憶性が現れることが指摘されている。Davidson and

Sibbertsen¹⁵⁾ は、データ発生メカニズムが時系列データの長期記憶性に及ぼす影響に関してシミュレーション実験を試みている。例えば、ホワイトノイズのようにある期待値の周りで時間的に無相関な確率過程を考える。さらに、ある一定期間を経ると、系列の期待値がランダムにスイッチするような確率過程を考える。このような確率過程は、それぞれの期間において長期記憶性を持たない。しかし、互いに独立な無数の確率過程を集計したシステム全体の集計的確率過程が、長期記憶性を持つ実数次元ブラウン過程となることがシミュレーション実験により明らかにされている。土木構造物のモニタリングデータに関しても、個々の劣化因子による劣化・損傷の発現過程は長期記憶性を持たなくとも、複数の劣化因子により劣化・損傷が発現するような過程においては、上記のようなメカニズムで計測された時系列データが長期記憶性を有する可能性がある。

従来、時系列モデルを用いてモニタリングデータを記述する場合、劣化現象の長期的な変化傾向を時間経過に依存したトレンド項を用いて表現する場合が多かった³⁾。そこでは、トレンド項は外生的パラメータとして推定されることになる。これに対して、本研究では劣化現象の長期的な変化傾向が、長期に亘る過去のモニタリングデータや外的要因の効果として表現される点に特徴がある。3. で説明するように、本研究で用いる実数差分（差分）モデルを用いて、減衰効果が弱く、劣化現象の長期に亘るトレンドを表現することができるが、その実数差分（差分）作用素は現時点からのラグの増加に対して単調減少となる点に留意する必要がある。このことは、現時点においてトレンドに発生した変化は、直近におけるモニタリングのデータや外的要因の値により大きな影響を受けることを意味している。このように長期記憶を考慮した ARFIMAX-FIGARCH モデルを用いることにより、劣化現象の長期的トレンドに発生する時系列的な変化を表現することが可能となるという利点がある。

3. ARFIMAX-FIGARCH モデル

(1) 実数差分（差分）モデル

ARFIMAX モデルの詳細については Granger and Joyeux⁶⁾ や Hosking⁷⁾ を、FIGARCH モデルの詳細については Baillie *et al.*¹³⁾ をそれぞれ参照されたい。ARFIMAX モデル、FIGARCH モデルは、それぞれ時系列データに含まれる長期記憶性を表現するために、ARMAX モデル、GARCH モデルで用いられる和分（差分）パラメータを実数次元に拡張したモデルである。ここでは、ARFIMAX-FIGARCH モデルを定式化するのに先立って、読者の便宜をはかるために実数差分（差

分）モデルを簡単に説明しておく。

離散的時間軸 $t = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, T$ を考える。 T は現在時刻である。 L をタイムラグ作用素 ($Lx_t \equiv x_{t-1}$, $L^d x_t \equiv x_{t-d}$) とすれば、実数差分（差分）作用素 $(1-L)^d$ ($d < 0$ のとき実数和分, $d > 0$ のとき実数差分を表す。本研究では主に $d > 0$ の場合を対象とするため以下では「差分」の用語を統一的に用いる。) は、

$$(1-L)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{d}{j} (-L)^j \quad (1)$$

と表される。ここに、 d は任意の実数、 j は非負の実数であり、式 (1) は一般化された 2 項係数として、

$$\begin{aligned} \binom{d}{j} &= \frac{d(d-1)\cdots(d-j+1)}{j(j-1)\cdots 1} \\ &= \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(d-j+1)} \end{aligned} \quad (2)$$

と表現できる。 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。ガンマ関数の定義より、 $\Gamma(a) = a\Gamma(a-1)$ が成立する。また、 a が整数であれば、 $\Gamma(a) = (a-1)!$ が成立する。 $\Gamma(a)$ は a が負の実数（負の整数を除く）の場合も定義される。このとき、式 (1) は、

$$(1-L)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(d-j+1)} (-L)^j \quad (3)$$

と表現できる。

実数差分の意味を説明するために、以下のような簡単な確率過程をとりあげる。

$$(1-L)^d y_t = \varepsilon_t \quad (4)$$

ただし、 $\{\varepsilon_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ は互いに独立で同一の平均 0、分散 σ^2 を持つ正規分布に従うホワイトノイズ過程である。上式において、実数差分パラメータ d が $|d| < 1/2$ を満足する時、以下の性質が成立する⁷⁾。

- (a) 確率過程 $\{y_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ は定常過程であり、 ε_t のラグ係数多項式を $\xi(L) \equiv 1 + \xi_1 L + \xi_2 L^2 + \dots$ とすれば、無限次元の移動平均表現

$$y_t = \xi(L)\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} \xi_j \varepsilon_{t-j} \quad (5)$$

が可能である。ただし、

$$\xi_j = \frac{\Gamma(j+d)}{\Gamma(d)\Gamma(j+1)} \quad (6)$$

である。 $j \rightarrow \infty$ の極限において、 $\xi_j \sim j^{d-1}/(d-1)!$ が成立する。

- (b) 確率過程 $\{y_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ は反転可能であり、 y_t のラグ係数多項式を $\chi(L) \equiv 1 - \chi_1 L - \chi_2 L^2 - \dots$ とすれば、無限次元の自己回帰表現

$$\chi(L)y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \chi_j y_{t-j} = \varepsilon_t \quad (7)$$

が可能である。ただし,

$$\chi_j = \frac{\Gamma(j-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(j+1)} \quad (8)$$

であり, $j \rightarrow \infty$ の極限で $\chi_j \sim j^{-d-1}/(-d-1)!$ が成立する。

以上の性質より, 実数差分パラメータ d が $-1/2 < d < 1/2$ を満足する時, 確率過程 $\{y_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ は, 定常かつ反転可能である。通常の AR 次数 P , MA 次数 Q を持つ ARMA (AutoRegressive Moving Average) 過程のラグ効果の収束速度は指数関数のオーダーを持つが, 実数差分パラメータのラグ効果は多項式のオーダーで減衰する。すなわち, 実数差分過程のパラメータの減衰は AR 過程, MA 過程と比較して緩慢であり, 大きなラグの過去から現在への影響が無視できない。このような確率過程 $\{y_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ は, $d = 0$ のとき定常 ARMA 過程となり, $0 < d < |1/2|$ のとき自己相関関数列 $\rho(j)$ ($j = 0, 1, \dots$) が長期記憶過程の定義である

$$\sum_{j=0}^{\infty} |\rho(j)| = \infty \quad (9)$$

を満たすことが知られている⁸⁾。なお, モデル推定においては, d の定義域 (あるいは台) を先験的に与えず d を推定し, その絶対値が $1/2$ 以下となるか否かにより定常性と反転可能性を判断し, $d = 0$ となるか否かにより長期記憶性の有無を判断する。

(2) ARFIMA-FIGARCH モデル

AR 過程のラグ次元 P , MA 過程のラグ次元 Q を持つ ARMA モデルは,

$$\phi(L)y_t = \psi(L)\varepsilon_t \quad (10)$$

を考える。ただし, ラグ作用素は $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_P L^P$, $\psi(L) = 1 + \psi_1 L + \psi_2 L^2 + \dots + \psi_Q L^Q$ と表される。このモデルを拡張し, 実数差分パラメータ $0 < d < 1/2$ を有する ARFIMA (AutoRegressive Fractionally Integrated Moving Average) 過程

$$\phi(L)(1-L)^d y_t = \psi(L)\varepsilon_t \quad (11)$$

を考える。このような実数差分次元を持つ確率過程を ARFIMA(P,Q) と表す。実数差分パラメータ d が整数の場合, ARFIMA(P,Q) は通常の ARIMA(P,Q) に一致する。次に, 式 (11) の誤差項が $\varepsilon_t = \sigma_t u_t$ と表現できるとする。ただし u_t は平均が 0, 分散が 1 の確率変数である。 σ_t は条件付きボラティリティであり, 時刻 $t-1$ までの情報で確定している。しかし, u_t は, 時刻 t で確率変数 u_t の値が判明するまでは確定しない。ここで, 条件付きボラティリティ σ_t を GARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedastic) モデル

を用いて,

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{r=1}^R \alpha_r \varepsilon_{t-r}^2 + \sum_{s=1}^S \beta_s (\varepsilon_{t-s}^2 - \sigma_{t-s}^2) \quad (12)$$

と表現する。ただし, R, S はラグ次元である。式 (12) を GARCH(R,S) モデルと呼ぶ。すなわち, 現在の条件付ボラティリティは R 期までの誤差項の 2 乗和と S 期までの条件付ボラティリティの予測誤差の 2 乗和により決定される。式 (12) を

$$\{1 - \alpha(L)\} \varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \beta(L) \nu_t \quad (13)$$

と書き換える。ただし, $\nu_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ はボラティリティの予測誤差であり, $\alpha(L) \equiv \alpha_1 L + \dots + \alpha_R L^R$, $\beta(L) \equiv 1 + \beta_1 L + \dots + \beta_S L^S$ である。すなわち, GARCH(R,S) は, 誤差項 ε_t^2 に関する ARMA 過程と解釈することができる。ここで, 式 (11) と同様に, 長期ラグオペレータ $(1-L)^{d_\ell}$ を導入することにより, FIGARCH(R,S) モデル

$$\{1 - \alpha(L)\} (1-L)^{d_\ell} \varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \beta(L) \nu_t \quad (14)$$

を得る。ただし, d_ℓ は実数差分パラメータである。 σ_t^2 に関しても, 定常性と反転可能性を仮定すると, 式 (14) は,

$$\sigma_t^2 = \mu_2 + \left\{ 1 - \frac{1 - \alpha(L)}{\beta(L)} (1-L)^{d_\ell} \right\} \varepsilon_t^2 \quad (15)$$

と書き換えることができる。ここに, $\mu_2 = \alpha_0 / \beta(L)$ であり, μ_2 を定数項として取り扱う。

(3) ARFIMAX-FIGARCH モデル

時点 t において計測された構造物の性能特性に関するモニタリング値を y_t と表す。本研究の実証分析では, モニタリング値として橋梁部材の固有振動数を用いる。各時点において計測されるモニタリング値は, その時点において作用するさまざまな外力に影響を受けるだけでなく, 過去に構造物に作用した外力の履歴にも影響を受ける。一方で, 各時点において計測されるモニタリング値の変動特性は, 構造物が長期的に劣化することにより生じる性能特性自体にも影響を受けることになる。例えば, 本研究の実証分析の対象とする橋梁部材の固有振動数は, 各時点における降水量や温度, 大型車交通量等の外力に影響を受ける。一方で, これらの外力は橋梁の劣化過程に累積的な影響を及ぼす。その結果, 橋梁の劣化状態が, 各時点で計測される固有振動数やその変動にも影響を及ぼすことになる。このように固有振動数に影響を及ぼす外力による累積的な影響を表現するために, **3.(2)** で定式化した ARFIMA(P,Q) モデルに外力 (外生的な特性変数) がもたらす累積的な効果を付加したような ARFIMAX(P,Q) モデルを定式化する。ARFIMAX(P,Q) モデルは,

$$\phi(L)(1-L)^d y_t - \rho - \left\{ \sum_{j=1}^J (1-L)^{d_{G,j}} \gamma_j x_{t,j} \right\}$$

$$= \psi(L)\varepsilon_t \quad (16)$$

と表すことができる。ただし、 $x_{t,j}$ は時点 t で作用する j 番目の外生的な特性変数、 γ_j ($j = 1, \dots, J$) は特性変数 j のパラメータ、 ρ は定数項を表す。本研究では、外力の種類により構造物に及ぼす長期的なラグ効果が異なると考え、実数差分パラメータ $d_{G,j}$ を外力のタイプ j ごとに定義する。 y_t の定常性と反転可能性を仮定すれば、式 (16) を、

$$\begin{aligned} \phi(L)y_t - \mu_1 - \left\{ \sum_{j=1}^J (1-L)^{d_{x,j}} \gamma_j x_{t,j} \right\} \\ = \psi(L)(1-L)^{d_\varepsilon} \varepsilon_t \end{aligned} \quad (17)$$

と書き換えることができる。ここに、 $d_{x,j} = d_{G,j} - d$ 、 $d_\varepsilon = -d$ である。 $\mu = \rho/(1-L^d)$ であり、定数と考える。次に、構造物に作用した累積的な外力により構造物の性能特性が変化したことにより、構造物の特性値の変動特性が変化する時系列過程を式 (15) に示す FIGARCH(R,S) で表現する。このとき、モニタリングデータの時系列過程を以下に示す ARFIMAX-FIGARCH モデルで表現することとする。

$$\begin{aligned} \phi(L)y_t - \mu_1 - \left\{ \sum_{j=1}^J (1-L)^{d_{x,j}} \gamma_j x_{t,j} \right\} \\ = \psi(L)(1-L)^{d_\varepsilon} \varepsilon_t \end{aligned} \quad (18a)$$

$$\sigma_t^2 = \mu_2 + \left\{ 1 - \frac{1 - \alpha(L)}{\beta(L)} (1-L)^{d_\ell} \right\} \varepsilon_t^2 \quad (18b)$$

ここに、式 (18a)、(18b) で定式化した ARFIMAX-FIGARCH モデルに用いた記号、パラメータ、作用素を一括して以下に整理しておく。

ε_t : t での確率誤差項 ($\varepsilon_t \sim \text{i.i.d. } \mathcal{N}(0, \sigma_t^2)$)

σ_t^2 : ε_t のボラティリティ

$x_{t,j}$: t での j ($j = 1, \dots, J$) 番目の特性変数

γ_j : $x_{t,j}$ に対応するパラメータ

μ_1 : y_t の期待値

μ_2 : σ_t^2 の期待値

L : ラグ作用素

$\phi(L)$: ARFIMAX 過程の AR 作用素 ($\phi(L) \equiv 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_P L^P$)

P : ARFIMAX 過程の AR 次数

ϕ_p : ARFIMAX 過程の p ($p = 1, \dots, P$) 次の AR 係数

$\psi(L)$: ARFIMAX 過程の MA 作用素 ($\psi(L) \equiv 1 + \psi_1 L + \psi_2 L^2 + \dots + \psi_Q L^Q$)

Q : ARFIMAX 過程の MA 次数

ψ_q : ARFIMAX 過程の q ($q = 1, \dots, Q$) 次の MA 係数

$\alpha(L)$: FIGARCH 過程の ARCH 作用素 ($\alpha(L) \equiv \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots + \alpha_R L^R$)

R : FIGARCH 過程の ARCH 次数

α_r : FIGARCH 過程の r ($r = 1, \dots, R$) 次の ARCH 係数

$\beta(L)$: FIGARCH 過程の GARCH 作用素 ($\beta(L) \equiv 1 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_S L^S$)

S : FIGARCH 過程の GARCH 次数

β_s : FIGARCH 過程の s ($s = 1, \dots, S$) 次の GARCH 係数

d_ε : ε_t の差分パラメータ

$(1-L)^{d_\varepsilon}$: ε_t の実数差分作用素

$d_{x,j}$: $x_{t,j}$ の差分パラメータ

$(1-L)^{d_{x,j}}$: $x_{t,j}$ の実数差分作用素

d_ℓ : ε_t^2 の差分パラメータ

$(1-L)^{d_\ell}$: ε_t^2 の実数差分作用素

特性変数 $x_{t,j}$ に実数差分作用素 $(1-L)^{d_{x,j}}$ を適用することにより、大型車交通量や降水量といったそれぞれの劣化因子が計測値 y_t に与える影響の長期記憶性をモデル内で表現する。一方で、対象部材の劣化因子すべてを取り上げ、特性変数に加えることは、劣化因子の計測による実務での負担やモデル推定時の収束性、計算負荷を考えると現実的ではない。そこで、説明変数として考慮できない劣化因子は確率誤差項 ε_t が受けもつと仮定し、その長期記憶性を実数差分作用素 $(1-L)^{d_\varepsilon}$ 、 $(1-L)^{d_\ell}$ を用いることにより表現する。既往研究³⁾において確定的に考慮されていた計測値 y_t のトレンド、確率誤差項の分散のトレンドは、実数差分作用素 $(1-L)^{d_\varepsilon}$ または $(1-L)^{d_{x,j}}$ 、実数差分作用素 $(1-L)^{d_\ell}$ を用いて、それぞれ長期記憶項として表現される。

4. モデルのベイズ推定

(1) 長期記憶モデルの推定手法

長期記憶モデルの差分パラメータと AR, MA, ARCH, GARCH 係数の推定手法に関しては、段階的推定法^{16),17)}、最尤推定法に基づく推定手法¹⁸⁾⁻²³⁾などが提案されている。実数差分作用素を持つ長期記憶モデルにおいて、差分パラメータと AR 係数, MA 係数, ARCH 係数, GARCH 係数が相関を持つことが知られている²⁴⁾。そのため、推定値にバイアスを生じさせないためには、差分パラメータと AR, MA, ARCH, GARCH 係数を同時に推定する、あるいは、パラメータ間の相関性に起因したバイアスを補正する必要がある。最尤推定法に基づく ARFIMA モデルの推定手法に関して、Sowell は差分パラメータと AR, MA 係数を同時に推定する方法を提案し²¹⁾、Chung は差分パラメータと AR, MA 係数の相関性に起因する推定バイアスを補正する方法として Conditional Sum-of-Squared 法を提案している²³⁾。また、GARCH モデルの推定のため

に Quasi maximum likelihood estimation²⁵⁾ も提案されている。しかしながら、本研究で用いる ARFIMAX-FIGARCH モデルは多数の未知パラメータを含みかつ非線形性が強いいため、最尤法を用いた推定は困難である。そこで、MCMC (Markov Chain Monte Carlo) 法を利用したベイズ推定法によってパラメータの同時推定を行う。

(2) 尤度関数

計測値時系列を $\bar{\mathbf{Y}} = (\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_T)$, $\bar{x}_{t,j}$ ($t = 1, \dots, T$) を $t \times j$ 要素とする特性変数行列を $\bar{\mathbf{X}}$ とする。記号「 $\cdot$ 」は外生変数を表す。未知パラメータ集合を $\Theta = (\gamma, \phi, \psi, d, \alpha, \beta, \mu)$ と表す。なお、 $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_J)$, $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_{\bar{P}})$, $\psi = (\psi_1, \dots, \psi_{\bar{Q}})$, $d = (d_\varepsilon, d_{x,1}, \dots, d_{x,J}, d_\ell)$, $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_{\bar{R}})$, $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_{\bar{S}})$, $\mu = (\mu_1, \mu_2)$ である。本研究では、ARFIMAX 過程の AR 次数 $\bar{P}$, MA 次数 $\bar{Q}$, FIGARCH 過程の ARCH 次数 $\bar{R}$, GARCH 次数 $\bar{S}$ を外生的に与え、異なる次数の組み合わせを持つモデル間での相対比較により、それぞれの次数を事後的に決定する。外生変数集合を $\Xi = (\bar{\mathbf{Y}}, \bar{\mathbf{X}}, \bar{P}, \bar{Q}, \bar{R}, \bar{S})$ と整理する。

ARFIMAX($\bar{P}, \bar{Q}$)-FIGARCH($\bar{R}, \bar{S}$) モデルの尤度関数 $\mathcal{L}(\Xi, \Theta)$ は、

$$\mathcal{L}(\Xi, \Theta) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\hat{\varepsilon}_t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (19a)$$

$$\hat{\varepsilon}_t = \frac{\phi(L)}{\psi(L)}(1-L)^{-d_\varepsilon} \bar{y}_t - \mu_1 - \left\{ \sum_{j=1}^J \frac{(1-L)^{d_{x,j}-d_\varepsilon}}{\psi(L)} \gamma_j \bar{x}_{t,j} \right\} \quad (19b)$$

$$\sigma_t^2 = \mu_2 + \left\{ 1 - \frac{1-\alpha(L)}{\beta(L)}(1-L)^{d_\ell} \right\} \hat{\varepsilon}_t^2 \quad (19c)$$

と定義できる。計測開始時点以前の $\bar{\mathbf{Y}}$, $\bar{\mathbf{X}}$ に関して、 $\bar{y}_t = 0, \bar{x}_{t,j} = 0$ ($t \leq 0$) と仮定する。

(3) 事後確率密度関数

MCMC 法による統計モデルの推定手法に関しては、近年研究が重ねられており、本研究でも既往研究³⁾に従い、メトロポリス・ヘイスティングス (MH) 法とギブスサンプリングを組合せたアルゴリズムにより、パラメータの事後分布をサンプリングする。これらの方法論はすでに既往研究³⁾で説明されているために、ここでは ARFIMAX-FIGARCH モデル推定のための事後確率密度を特定化するに留める。まず、ARFIMAX-FIGARCH モデルの未知パラメータ集合 Θ のそれぞれの要素に対して事前確率密度関数を定義する。本研究では、未知パラメータの分布形状に関する事前情報が利用可能でなく、未知パラメータの不確実性には多様な要因が混在す

ると考えられるため、 Θ の要素それぞれに対して正規分布を事前分布として仮定する。ただし、本研究では検討の対象外とするが、5.(2) で用いる WAIC を用いることにより、事前分布の妥当性も含めて判断が可能であり、事前分布の妥当性についても別途検討する必要がある点には留意されたい。パラメータ γ_j ($j = 1, \dots, J$), ϕ_p ($p = 1, \dots, \bar{P}$), ψ_q ($q = 1, \dots, \bar{Q}$), d_ε , $d_{x,j}$ ($j = 1, \dots, J$), d_ℓ , α_r ($r = 1, \dots, \bar{R}$), β_s ($s = 1, \dots, \bar{S}$), μ_h ($h = 1, 2$) の事前分布として用いる正規分布の期待値を e_{γ_j} , e_{ϕ_p} , e_{ψ_q} , e_{d_ε} , $e_{d_{x,j}}$, e_{d_ℓ} , e_{α_r} , e_{β_s} , e_{μ_h} , 分散を $s_{\gamma_j}^2$, $s_{\phi_p}^2$, $s_{\psi_q}^2$, $s_{d_\varepsilon}^2$, $s_{d_{x,j}}^2$, $s_{d_\ell}^2$, $s_{\alpha_r}^2$, $s_{\beta_s}^2$, $s_{\mu_h}^2$ とする。このとき、パラメータ集合 Θ の事前確率密度関数 $\pi(\Theta)$ は、

$$\begin{aligned} \pi(\Theta) &= \sum_{j=1}^J \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{\gamma_j}^2}} \exp\left\{-\frac{(\gamma_j - e_{\gamma_j})^2}{2s_{\gamma_j}^2}\right\} \\ &\cdot \sum_{p=1}^{\bar{P}} \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{\phi_p}^2}} \exp\left\{-\frac{(\phi_p - e_{\phi_p})^2}{2s_{\phi_p}^2}\right\} \\ &\cdot \sum_{q=1}^{\bar{Q}} \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{\psi_q}^2}} \exp\left\{-\frac{(\psi_q - e_{\psi_q})^2}{2s_{\psi_q}^2}\right\} \\ &\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{d_\varepsilon}^2}} \exp\left\{-\frac{(d_\varepsilon - e_{d_\varepsilon})^2}{2s_{d_\varepsilon}^2}\right\} \\ &\cdot \sum_{j=1}^J \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{d_{x,j}}^2}} \exp\left\{-\frac{(d_{x,j} - e_{d_{x,j}})^2}{2s_{d_{x,j}}^2}\right\} \\ &\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{d_\ell}^2}} \exp\left\{-\frac{(d_\ell - e_{d_\ell})^2}{2s_{d_\ell}^2}\right\} \\ &\cdot \sum_{r=1}^{\bar{R}} \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{\alpha_r}^2}} \exp\left\{-\frac{(\alpha_r - e_{\alpha_r})^2}{2s_{\alpha_r}^2}\right\} \\ &\cdot \sum_{s=1}^{\bar{S}} \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{\beta_s}^2}} \exp\left\{-\frac{(\beta_s - e_{\beta_s})^2}{2s_{\beta_s}^2}\right\} \\ &\cdot \sum_{h=1}^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{\mu_h}^2}} \exp\left\{-\frac{(\mu_h - e_{\mu_h})^2}{2s_{\mu_h}^2}\right\} \end{aligned} \quad (20)$$

となる。尤度関数 $\mathcal{L}(\Xi, \Theta)$ と事前確率密度関数 $\pi(\Theta)$ から、事後確率密度関数 $\pi(\Xi, \Theta)$ は、

$$\pi(\Xi, \Theta) \propto \mathcal{L}(\Xi, \Theta) \pi(\Theta) \quad (21)$$

と定式化できる。本研究では、上記の事後確率密度関数を用いて、既往研究³⁾と同一の方法でランダムウォーク MH 法によりパラメータをサンプリングし、その統計量を用いてパラメータの推定値を求める。

図-1 ゴムジョイントとセンサー設置位置

(a) 加速度応答

(b) スペクトル

図-2 加速度応答とスペクトル

5. モニタリングデータへの適用

(1) ジョイントの長期モニタリングデータ

a) モニタリングデータの概要

阪神高速道路の同一路線内に設置された6箇所のゴム製ジョイントを対象として加速度応答の長期モニタリングを行い、獲得されたモニタリングデータに対して本研究で提案する方法論を適用する。6箇所のジョイントに関しては目視点検データを用いた統計的劣化予測²⁷⁾により、劣化の進展が相対的に速いジョイント4箇所、平均的なジョイント2箇所に対して、ジョイントや橋梁の構造特性に応じたモニタリングシステムの設置可能性を勘案しながら選定した。センサーの設置状況を図-1に示す。モニタリングシステムおよびセンサーの設置方法の詳細は文献^{4),28)}を参照されたい。また、6箇所のジョイントについては便宜的にJ1からJ6と呼

称する。事前の路上点検を通して、J1はジョイント本体中央にき裂が、J2は本体中央の浮きと磨耗が、J3はコンクリートとの間にすきまが、J4は本体中央にき裂が、J5は本体中央にき裂と内部の鉄板に腐食がそれぞれ確認されている。J6は損傷が確認されていない。なお、これ以降、特に顕著な統計的特徴が確認されたJ1の600Hz付近のモニタリングデータに焦点を当てて議論する。

筆者らによる点検者に対するヒアリング調査の結果、高架橋のゴム製ジョイントの劣化は車両通過時の「音」の変化により判断できるという経験的知見を得ている。このような音の変化は、ジョイント部における加速度応答を計測することにより把握できる。さらに、ジョイント部の局所的振動に関する情報を用いることにより、全体振動に関する情報よりも当該部分の損傷や劣化に関する感度の高い情報が得られるという指摘もある²⁹⁾。ただし、車両通過音や異音の直接計測に関しては、マイクロフォンによる計測は指向性を有するため、損傷や劣化が顕在化していないジョイントのように音源を特定できない場合には計測が困難になることが想定されるので断念した。

以上の判断に基づいて、本研究ではこれら6箇所のゴム製ジョイントに対して、2012年2月28日から2013年10月12日までに得られた約600日分の加速度応答を用いて固有振動数を同定し分析を行った。モニタリングデータに関して、各ジョイントの加速度応答は各日特定時刻から5分間、サンプリング周波数4kHzで計測されている。事前処理として、得られた加速度応答から最大値を記録した時点を開始時点として、1秒間分の加速度応答を切り出し（図-2(a)）、ARモデルを用いてスペクトル密度を推定し（図-2(b)）、3つの固有振動数をその日のモニタリングデータの代表値として蓄積した。なお、本研究では、固有振動数以外にも、加速度応答の最大値や平均値、減衰比など、複数の物理量に対しても検討を行ったが、最終的に固有振動数に着目したことを断っておく。以上の事前処理により得られたJ1の固有振動数の時系列を図-3に示す。

本研究では、ジョイントの劣化の進展とモニタリングデータの関連性を分析するために、モニタリング開始直前、モニタリング開始から350日から370日の間、モニタリング終了直前の3つのタイミングでジョイントの目視点検を実施した。また、2番目の点検タイミングであるモニタリング開始から350日から370日の間において、モニタリング機器を一度取り外し、動作確認を行い、一部のジョイントについてはモニタリング機器の取替を行った。図-3に示すように、2番目の点検タイミングにおいて固有振動数が一時的に低下し、その後、再度上昇するといった傾向が全てのジョイン

図-3 分析対象期間全体のモニタリングデータ (J1: 600Hz 付近)

図-4 期間 1 のモニタリングデータと特性変数

トにおいて確認された。そのため、本研究では、モニタリング開始から 350 日経過するまでの期間を期間 1、モニタリング開始から 370 日経過後からモニタリング終了時点までを期間 2 とし、モニタリング期間全体に亘るモニタリングデータを単一のモデルで表現するのではなく、期間 1、期間 2 におけるモニタリングデータをそれぞれ異なるモデルで表現することとした。

なお、モニタリング機器の再設置により、固有振動数に関するモニタリングデータの系列的特性に変化が生じることに留意する必要がある。残念ながら、本研究で用いたモニタリング装置を用いて獲得したモニタリングデータに関しては、モニタリング装置固有の誤差が無視できない系列的な影響を及ぼしていると言わざるを得ない。モニタリングデータの精度を向上させるためには、モニタリング装置の計測精度の改善努力が必要であることは言うまでもない。そこで、本研究では、モニタリングデータの絶対値に着目してジョイントの劣化を検知するのではなく、モニタリングデータの経時的な相対的変動によりジョイントの劣化を検知することに重点を置き、点検タイミングを検討するための方法論を提案することに主眼を置くこととした。図-4 には、期間 1 における J1 の 600Hz 付近のモニタリングデータと降水量をそれぞれ示しており、5.(2) では同

図に示した計測結果を用いた分析の結果を詳述する。

b) 長期記憶性の検定

上記のモニタリングシステムにより獲得された J1 の 600Hz 付近のモニタリングデータに対する一次分析として、モニタリングデータそのものの長期記憶性の検定を行う。長期記憶性を検定する方法として、ハースト数を用いる方法、ウェーブレット解析を用いる方法などがあげられるが、本研究では、時系列のトレンド成分の影響を除去したうえで長期記憶性の検定が可能である DFA (Detrended Fluctuation Analysis) 法³⁰⁾を用いて長期記憶性の検定を行う。

はじめに、時系列データ y_t ($t = 1, \dots, T$) を用いて、新たな時系列 $Y(t)$ を

$$Y_t = \sum_{i=1}^t y_i \quad (22)$$

と定義する。次に、 Y_t を等間隔 m の区間で分割後、各区間内において最小二乗法を用いることにより近似曲線 $y_{m,t} = a + bt$ を導出し、

$$F_m = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Y_t - y_{m,t}^2} \quad (23)$$

を定義する。さらに得られた値 F_m に次のようにスケー

リング則を当てはめ、 α の値を求める。

$$F_m = cm^\alpha \quad (24)$$

ここで、 α はスケーリング指数、 c は m と独立な定数である。対象とする時系列は $\alpha = 0.5$ の場合に無相関性、 $\alpha > 0.5$ の場合に長期記憶性を有することが知られており、この値によって長期記憶性の検定を行う。また、ARFIMA 過程における実数差分パラメータ d は、 $d = \alpha - 0.5$ によって推定できる。今回の場合、 $\alpha = 0.606$ であり、 α の値が 0.5 より大きいことから、図-4(a) に示す卓越振動数の時系列は長期記憶性を有しているといえる。そのため、当該モニタリングデータに対して短期記憶モデルによりモデリングを行うことは望ましくなく、長期記憶性を明示的に考慮したモデルを用いることが望ましいと考えられる。ただし、上記の d はあくまでもモニタリングデータの原系列を直接分析した場合の推定値であり、以下で示す ARFIMAX-FIGARCH モデルは特性変数と FIGARCH 過程を含むため、両者の d の推定値は一致しない。

(2) ARFIMAX-FIGARCH モデルの推定結果

モデルの特性変数の候補として、降水量 x_1 と気温 x_2 を採用した。対象とした 6 つのジョイントはすべて近接していることから、それらのジョイントを代表する 1 つの地方気象台で獲得されたデータのみを用い、6 つのジョイントで共通の x_1 と x_2 を利用した。MCMC 法による推定において、サンプリング回数を 5,000 回とし、最初の 2,000 回是不変分布に収束するまでの回数（バーンイン）と考え、後半の 3,000 回のサンプリングで得られた標本から事後分布の統計量を算出した。不変分布への収束は Geweke 検定統計量³¹⁾により検定した。モデルの実データに対する当てはまり具合を評価するために、WAIC (Widely applicable information criterion)²⁶⁾を用いた。WAIC は、統計モデルが正則でない場合にも、漸近的に汎化損失と等しい期待値と分散を持つため、本研究で用いる ARFIMAX-FIGARCH モデルのように複雑な構造を持つモデルの評価指標に適している。なお、WAIC は経験損失 S と汎関数分散 V を用いて、

$$\text{WAIC} = S + \frac{V}{T} \quad (25)$$

と表される。ただし、 T はサンプルサイズであり、 S 、 V はそれぞれ、

$$S = -\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \log E_{\Theta} [p(\bar{y}_t | \Theta)] \quad (26)$$

$$V = \sum_{t=1}^T \left\{ E_{\Theta} [(\log p(\bar{y}_t | \Theta))^2] - E_{\Theta} [\log p(\bar{y}_t | \Theta)]^2 \right\} \quad (27)$$

である。また、 $p(\bar{y}_t | \Theta)$ はパラメータ Θ が与えられたときに観測データ $\bar{y}_t$ を得る同時確率密度関数であり、式 (18) を利用して計算することができる。 $E_{\Theta}[\cdot]$ は事後分布による期待値であり、例えば、 $E_{\Theta}[p(\bar{y}_t | \Theta)]$ は、MCMC 法によって得られたパラメータの標本 (MCMC 法のループ) ごとに $p(\bar{y}_t | \Theta)$ を算出し、それらの期待値を取ることににより計算することができる。本来であれば、AR 次数 P 、MA 次数 Q 、ARCH 次数 R 、GARCH 次数 S とそれぞれの特性変数の係数となるパラメータの有無は WAIC を最小化するように同時決定されることが望ましいが、その組み合わせ数は膨大となる。そこで、本研究では、i) 特性変数に関するパラメータを持たないモデルの内、全てのパラメータの Geweke 検定統計量の絶対値が 1.96 以下となるモデルの中から WAIC を最小とするモデルの AR 次数 P 、MA 次数 Q 、ARCH 次数 R 、GARCH 次数 S を選択し、ii) それらの次数を持つモデルにおいて特性変数に関するパラメータの有無の全ての組合せから WAIC を最小とするモデルを本研究での最適モデルとして選択する、という工程を採用した。なお、その際、特性変数に関するパラメータをサンプリングした事後分布の 90% ベイズ信用区間に 0 が含まれる場合、その変数の有意性に対する帰無仮説を棄却できないために、変数として採用しないこととした。また、事前分布として、定数項 μ_1 は平均が 600、分散が 10、 $\sigma(t)^2$ は平均が 40、分散が 5、その他のパラメータは平均が 0、分散が 2 となる正規分布をそれぞれ設定した。

J1 の 600Hz 付近のモニタリングデータに対する ARFIMAX-FIGARCH モデルのパラメータ推定結果を表-1 に示す。なお、WAIC は、AR 次数 $P = 1$ 、MA 次数 $Q = 1$ 、ARCH 次数 $R = 1$ 、GARCH 次数 $S = 0$ で最小となった。また、モニタリングデータに影響を及ぼす特性変数として、降水量のみが選択された。さらに、各未知パラメータの Geweke 検定統計量はすべて絶対値で 1.96 を下回っており、有意水準 5% で事後分布に収束していると判断できる。事後分布統計量のうち、期待値をそれぞれのパラメータの推定値として用いる。定数項 μ_1 の推定値が 594.5 となっていることから、モニタリングデータが 594.5Hz を基準として変動し、その変動過程が ARFIMAX-FIGARCH 過程により表される。 γ_1 で示される降水量に対応するパラメータの推定値は、降水量が 1mm 上昇するごとに同時点のモニタリングデータが 6.466/74.0 = 0.874 Hz 上昇することを示している。本研究では、ランダムウォーク MH 法によりパラメータの事後分布からの標本を獲得しており、パラメータは $[-\infty, \infty]$ の範囲で値を取り得る。そのため、パラメータの推定結果に基づき、特性変数の有意性や、定常性、反転可能性、長期記憶性の有無を判断

表-1 パラメータ推定結果 (J1, 600Hz 付近: ARFIMAX(1,1)-FIGARCH(1,0) モデル)

	事後分布統計量		Geweke 検定統計量
	期待値	90%信用区間	
μ_1 : 定数項	594.5	(588.1, 603.5)	0.043
γ_1 : 降水量	6.466	(4.375, 9.100)	0.1041
γ_2 : 気温	—	—	—
ϕ_1 : 1 次の AR 係数	0.9128	(0.8714, 0.9401)	-0.1915
ψ_1 : 1 次の MA 係数	-0.9070	(-0.9606, -0.8523)	0.0945
μ_2 : $\sigma(t)^2$ の定数項	34.23	(13.06, 71.74)	-0.2174
α_1 : 1 次の ARCH 係数	0.1725	(0.0772, 0.2794)	-0.1212
β_1 : 1 次の GARCH 係数	—	—	—
d_ε : 原系列の差分パラメータ	0.0673	(0.0390, 0.1536)	-0.0873
$d_{x,1}$: 降水量の差分パラメータ	0.2513	(0.0829, 0.3818)	0.2501
$d_{x,2}$: 気温の差分パラメータ	—	—	—
d_σ : 誤差項の差分パラメータ	0.1664	(0.0363, 0.3023)	-0.095
WAIC	3.8171

図-5 実数差分作用素 $(1 - L)^{0.2513}$

できる。差分パラメータに関しては、気温以外の差分パラメータの推定値がその 90%ベイズ信用区間も含めて 0 から 1/2 の間の値となっているため、定常性および反転可能性の条件が満足されている。降水量の差分パラメータ $d_{x,1}$ の推定値が 0.2513 となり 90%ベイズ信用区間にも 0 が含まれていないことより、J1 においては、降水量の変動がジョイントのモニタリングデータに与える影響は短期記憶モデルでは表現できないような長期的なタイムラグののちに発現することが考察される。図-5 には、差分パラメータを 0.2513 としたときの実数差分作用素のラグに対する変動を示している。同図から、過去の降水量の影響が長期に亘りモニタリングデータに影響を与えることが確認できる。また、原系列の差分パラメータ d の推定値が 0.0673 となり 90%ベイズ信用区間にも 0 が含まれていないことから、降水量の影響に関する長期記憶性を排除したのちの原系列においても長期記憶性が残存することが示唆される。また、誤差項の差分パラメータ d_ε の推定値が 0.1664 となり 90%ベイズ信用区間にも 0 が含まれていないため、誤差項の分散の変動に関しても長期記憶性が確認できる。長期記憶性を考慮することの有効性を検討するた

めに、同一のデータベースに対して長期記憶を考慮しない時系列モデルである ARMAX-GARCH モデルを推定した結果を表-2 に示している。同表の結果に関しても、WAIC の比較の結果に基づき、AR 次数、MA 次数、ARCH 次数、GARCH 次数を決定している。表-1 に示した ARFIMAX-FIGARCH モデルの WAIC の方が ARMAX-GARCH モデルの WAIC より小さい値を取っており、今回のモニタリングデータをモデル化するには、長期記憶性を考慮した ARFIMAX-FIGARCH モデルを用いることにより推定精度が向上していることが理解できる。

推定された ARFIMAX-FIGARCH モデルを用いて再現されたモニタリングデータの期待値パスとモニタリングデータを図-6 に併記している。図中にはモニタリングデータを青線で、ARFIMAX-FIGARCH モデルの期待値を赤線で、ARFIMAX-FIGARCH モデルの 90%信頼区間（事後分布の信用区間ではなく、誤差項の確率的変動に起因した信頼区間）を赤色破線でそれぞれ示している。同図より、モニタリングデータの全体的な傾向が推定した ARFIMAX-FIGARCH モデルの 90%信頼区間の中で表現されていることが見て取れる。また、破線で示した 90%信頼区間についても、短期的な増減を伴いながら、時間の経過とともに徐々に大きくなっている。この点を詳細に確認するために、図-7 には、誤差項の標準偏差の時間的な変動を示している。同図から、時間の経過とともに誤差項の分散が増加していく様子が確認でき、この点は既往研究³⁾で得られた知見と整合的である。本研究で用いた ARFIMAX-FIGARCH モデルでは、このような誤差項の分散の時間的変動はトレンド項ではなく、実数差分作用素により表現される。すなわち、誤差項の時間的変動の累積の結果として、分散の時間的トレンドが増加していく過程が記述されている。

表-2 パラメータ推定結果 (J1, 600Hz 付近: ARMAX(1,0)-GARCH(1,0) モデル)

	事後分布統計量		Geweke 検定統計量
	期待値	90%信用区間	
μ_1 : 定数項	595.1	(593.0, 597.4)	0.012
γ_0 : 時間トレンド	0.2313	(0.2179, 0.2439)	-0.049
γ_1 : 降水量	10.70	(5.922, 17.260)	0.149
γ_2 : 気温	—	—	—
ϕ_1 : 1 次の AR 係数	0.2165	(0.1152, 0.3200)	-0.040
ψ_1 : 1 次の MA 係数	—	—	—
$a: \sigma(t)^2$ の定数項	64.22	(42.60, 94.04)	-0.204
$b: \sigma(t)^2$ の時間トレンド	0.2465	(0.071, 0.4161)	-0.138
α_1 : 1 次の ARCH 係数	0.0936	(0.016, 0.1894)	0.208
β_1 : 1 次の GARCH 係数	—	—	—
WAIC	3.9021

図-6 ARFIMAX-FIGARCH モデルとモニタリングデータ (J1 : 600Hz 付近)

図-7 誤差項の標準偏差

図-8 損失関数の値の比較

うに表現できる.

(3) モデルの予測力の比較

計測値と予測値との乖離の程度を表す損失関数を用いて, モデルの予測力について考察する. 損失関数は, 平均二乗誤差の平方根 (Root Mean Squared Error: 以下, RMSE), 平均絶対誤差 (Mean Absolute Error: 以下, MAE) の 2 種類を用いる. 計測値 y_t の n 日先予測値を $\hat{y}_{t|t-n}$ (ただし, $\hat{y}_{1|0} \equiv y_1$) とし, 予測期間を $t = n+1, \dots, T$ とすると, 2 種類の損失関数は次のよ

$$RMSE(n) = \sqrt{\frac{1}{T-n+1} \sum_{t=n}^T (y_t - \hat{y}_{t|t-1})^2} \quad (28)$$

$$MAE(n) = \frac{1}{T-n+1} \sum_{t=n}^T |y_t - \hat{y}_{t|t-1}| \quad (29)$$

期間 1 の 350 日間で得られたモニタリングデータを 1 つの標本として, 標本内予測値の予測力について検討する. 表-1, 表-2 それぞれに示した ARFIMAX-FIGARCH モデルと ARMAX-GARCH モデルのパラメータ推定結果を利用し, それぞれのモデルにおいて, $t = 1, \dots, 350$ 時点における計測値 y_t の 1 日先予測値 $\hat{y}_{t|t-1}$ を計算す

図-9 ARFIMAX-FIGARCH モデルにおける予測

ることにより $n = 1$ の場合の損失関数を求める。次に、日付を 1 日ずらして $t = 2, \dots, 350$ 時点における計測値 y_t の 1 日先予測値 $\hat{y}_{t|t-1}$ から $n = 2$ の場合の損失関数を求める。これを繰り返すことで、各モデルにおける n ($n = 1, \dots, 100$) 日先予測値に対応する損失関数の値が得られる。

それぞれのモデルにおいて求めた損失関数を図-8 に示す。縦軸はそれぞれの損失関数の値、横軸は予測期間の開始時点までの長さ n である。同図において、RMSE, MAE それぞれの損失関数に関して、例外的に $n = 5$ [日] あたりに短期記憶モデルである ARMAX-GARCH モデルの損失関数の値 (図中青線) が長期記憶モデルである ARFIMAX-FIGARCH モデルの損失関数の値 (図中赤線) よりも低く (予測力が高く) なっているケースが見いだせる。しかし、それ以外の n に関しては、ARFIMAX-FIGARCH モデルの損失関数の値が小さくなっており、5 日以上先の長期的な予測を行う際には長期記憶性を考慮した ARFIMAX-FIGARCH モデルを用いることが望ましいことが示唆できる。通常、予測期間として $n = 5$ 程度の短期を採用することは実用的には考えにくい。この点を考慮すれば、長期モデルの優位性は明らかであると考えられる。

図-9 には、J1 のモニタリングデータにおける期間 1 終了後の 200 日間の予測値を示している。同図に示すように、モニタリングデータの期待値や分散の将来的な変動を ARFIMAX-FIGARCH モデルを用いて定量化することができる。現時点では、モニタリング装置の計測精度に課題が残されているため、計測結果の絶対値をもって直ちに異常値であるかどうかを判断することには、課題が残されている。モニタリングデータのどのような統計量を異常の判断基準 (具体的には、ジョイントの点検実施判断基準) とするかは今後の適用事例の蓄積ののちに判断することが望ましい。しかし、図-9 に示す結果は、これらの課題が克服されれば、ARFIMAX-FIGARCH モデルによる将来予測結果が有用であることを示唆している。

表-3 ジョイント部材の損傷状況 (J1)

損傷番号	損傷内容	第 1 回の点検 損傷程度 *	第 2 回の点検 損傷程度	第 3 回の点検 損傷程度
1	き裂	550mm	750mm	750mm
2	き裂	400mm	500mm	500mm
3	き裂	530mm	530mm	800mm
4	き裂	400mm	480mm	500mm
5	浮き	44,000mm ²	87,000mm ²	87,000mm ²
6	浮き	—	45,000mm ²	45,000mm ²
7	き裂	—	—	100mm
8	き裂	—	—	100mm
9	摩耗	—	—	25,000mm ²
10	き裂	—	—	100mm
合計	き裂	1,880mm	2,260mm	2,850mm
合計	浮き	44,000mm ²	132,000mm ²	132,000mm ²
合計	摩耗	—	—	25,000mm ²

* き裂の場合は損傷長さ、浮き、摩耗の場合は損傷面積

図-9 では、例として、既往研究³⁾においても用いたモニタリングデータの期待値における閾値 (697Hz) を併せて示している。同図の場合には、モニタリング開始から約 500 日後にジョイントの点検実施が望まれることが示唆できる。このような将来時点における異常検知や点検時期の予測においては、その精度の観点から、既往の ARIMA-GARCH モデル³⁾ よりも予測力の高い ARFIMAX-FIGARCH モデルを用いることが望ましいと考えられる。

(4) モデル推定結果とジョイントの劣化の関連性

表-3 に例として、J1 の目視点検結果を示している。以下では、モニタリングデータあるいは ARFIMAX-FIGARCH モデルの推定結果と目視点検において獲得されたジョイントの劣化状態あるいは劣化進展量を比較することにより、モニタリングデータとジョイントの劣化の関連性に対する考察を加える。

ジョイントの劣化指標として、ジョイント部材のき裂、浮き、摩耗の 3 種類を取り上げる。これらの劣化状態は、道路規制を伴うジョイントの目視点検 (路上点検) によって獲得される。本研究では、モニタリン

(a) 固有振動数ごとのプロット

(b) 基準化後

図-10 降水量の差分パラメータとき裂期待値

(a) 固有振動数ごとのプロット

(b) 基準化後

図-11 誤差項の分散の差分パラメータと摩耗進展量

グを行った J1 から J6 のすべてのジョイント部材に対し、2012 年 2 月 23 日（第 1 回，モニタリング開始の 5 日前），2013 年 2 月 14 日（第 2 回，モニタリング開始から 356 日後），そして 2013 年 10 月 11 日（第 3 回，モニタリング終了 1 日前）に，路上規制を伴う目視点検を実施しており，これらの目視点検データを活用することができる。

表-1 で示したように，J1 の期間 1 のモニタリングデータの経時的変化を表す ARFIMAX-FIGARCH モデルでは，降水量に関する差分パラメータが 0.2513 となっており，降水量のモニタリングデータに対する影響の長期記憶性が存在している。また，表-3 に示すよう

に，J1 にはモニタリング開始時点ですでにき裂が発生していた。これらの点を踏まえると，J1 のような，き裂が発生しているジョイントにおいては，i) き裂からジョイント内部に侵入した雨水が滞留しモニタリングデータに長期的に影響を与えている可能性，ii) き裂からジョイント内部に侵入した雨水によりジョイント内部の鋼板に錆が発生しモニタリングデータにその影響が時間遅れを伴い現れている可能性がある。

次に，ジョイント部材のき裂，浮き，磨耗の進展状況とモデルパラメータの性質の関係を把握するため，特殊な損傷状況を示す J3，J5，J6 を除いた 3 つのジョイント部材について考察していく。表-3 に示すように，

第1回, 第2回, 第3回のそれぞれの点検結果がJ1, J2, J4について記録されている。また, 期間1, 期間2のそれぞれにおいて, 当該期間のモニタリングデータの変動を表すARFIMAX-FIGARCHモデルが推定されている。なお, 個々のモデル推定においてWAICによる特性変数の選択を行ったのちの結果を用いるため, ジョイント, 振動数によっては差分パラメータが推定されていないあるいはある種類の損傷が発生していない場合もある。ここでは, 相関関係が確認できた, き裂期待値と降水量の差分パラメータ, 摩耗進展量と誤差項の分散の差分パラメータに着目する。例えば, 期間1の場合には, 第1回の点検時のき裂長ささと第2回の点検時のき裂長さの期待値を取りき裂期待値を算出する。また, 第2回の点検時の摩耗面積から第1回の点検時の摩耗面積を差し引いた値を期間1の長さで割った値を期間1の摩耗進展量とする。

図-10(a)には, き裂期待値と降水量の差分パラメータの固有振動数, ジョイント, 期間ごとのペアをプロットしている。また, 図-10(b)には, 最大値を差分パラメータと同様0.5となるように基準化したき裂期待値と降水量の差分パラメータをプロットしている。同図より, き裂の長ささと降水量の差分パラメータには若干ではあるが正の相関関係が確認できる。この点に関しては, ジョイントのき裂長さが長い程, 雨水の侵入度合いが大きく, 降水量のモニタリングデータに対する影響がより長期に亘り残存する可能性が示唆できる。また, 図-11(a)には, 摩耗進展量と誤差項の分散の差分パラメータの固有振動数, ジョイント, 期間ごとのペアをプロットしている。また, 図-11(b)には, 最大値を0.5となるように基準化した摩耗進展量と誤差項の分散の差分パラメータをプロットしている。同図より, 摩耗進展量と誤差項の分散の差分パラメータには若干ではあるが正の相関関係が確認できる。ARFIMAX-FIGARCHモデルでは, 誤差項の分散の時間的な変動がその差分パラメータにより表されているために, 摩耗の進展に伴い, 誤差項の分散が増加していく可能性が示唆できる。この点に関しては, ジョイントの劣化とモニタリングデータの誤差項の分散との関連性を主張している既往研究³⁾と整合的である。これらの図においては, それぞれ正の相関関係が確認でき, モニタリングデータを直接的に用いるのではなく, モニタリングデータにARFIMAX-FIGARCHモデルを適用し特性変数の差分パラメータを推定することによって, 損傷の進展量の傾向が検知できる可能性があることが示唆できる。なお, これらの損傷と特性変数以外の組み合わせでは有意な傾向は確認できなかった。当然のことながら, 現段階では, それぞれの損傷に対してサンプルサイズが小さいため, 上記の知見はあくまでも本研究で提案す

る方法論の利用方法への1つの示唆であり, 今後, 継続的な検証を行い, より信頼性の高い知見を獲得すべきであることは論を待たない。

6. おわりに

本研究では, 土木構造物のモニタリングデータに, 長期記憶性を考慮した時系列モデルを適用し, モニタリングデータの時間的推移をモデリングするとともに, モデルの推定結果を用いて土木構造物の劣化因子の作用時点と劣化・損傷の発現時点のタイムラグを検知し, モデル推定結果と土木構造物の劣化事象との関連性を把握するための方法論を提案した。具体的には, モニタリングデータの期待値の変動の長期記憶性とモニタリングデータの誤差項の分散の変動の長期記憶性を考慮したARFIMAX-FIGARCHモデルを定式化し, MCMC法による推定手法を提案した。実在の高速道路のジョイントに対して, 提案方法論を適用し, ジョイントのモニタリングデータの長期記憶性をモデリングするとともに, 降水量の作用から劣化・損傷の発現までの時間的な遅れを定量化した。

一方で, 本研究で提案した方法論に関して, いくつかの研究課題が残されている。第1に, 適用事例の拡大があげられる。本研究で提案した方法論を他の区間のジョイントや他の種類の土木構造物に適用することにより, 土木構造物のモニタリングデータの長期記憶性に関する知見を蓄積することが望ましい。第2に, ジョイントの劣化と, モデルパラメータの因果関係を工学的な観点から考察することが重要である。そのためにはジョイントに対する荷重載荷試験を実施するとともに, その際の加速度応答を計測することが必要である。このような工学的な因果関係の検討は, 長期モニタリングデータを用いた早期異常検知システムの信頼性を向上する上で, 極めて重要な検討課題である。第3に, モニタリング装置の計測精度の向上は不可避である。それと併せて, モニタリング機器の設置箇所の選定, 導入方法に関する動学的最適化手法の開発が必要となる。モニタリングにより取得されたデータの価値を, 将来予測精度の向上という観点からも定量化し, 計画的にモニタリング機器の導入を行うための理論的な方法論の構築が必要となる。第4に, 本研究で提案する方法論に関する時間的あるいは技術的負荷の低減に関する研究が必要となる。例えば, 本研究の適用事例においてジョイントJ1のARFIMAX-FIGARCHモデルのパラメータ推定に必要な計算時間は, 標準的なPC(OS: Windows 10 Pro (64-bit), プロセッサ: Intel(R) Core(TM) i7-7Y75 CPU @ 1.30GHz 1.61 GHz, メモリ(RAM): 16.0GB.)でMATLAB R2018aにより実装し, 1回あ

たり約 24,600 秒 (6.83 時間) であった。今後、時系列モデルの推定、更新頻度などの制度設計が重要な検討課題となるが、その際、モデル推定時間が制約とならないよう、計算時間の短縮が望まれ、例えば、準乱数と MCMC 法を組み合わせた方法 (Markov chain quasi Monte Carlo 法)³²⁾ が有用となろう。また、5.(2) で言及したような、モデルのパラメータ選択に関しては、SSVS (Stochastic Search Variable Selection) 法³³⁾ などの確率的な変数選択法により MCMC 法を用いて省力化が可能となる。このようにモデル推定手法を工夫する際には、WAIC を用いて、事前分布の妥当性も含めてモデルを評価することがより一層重要となり、検討結果の蓄積が望まれる。

最後に、本研究を実施するにあたり、ジョイントのモニタリングデータの計測・分析に関しては、阪神高速技術株式会社・塚本成昭氏にご協力を頂いた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 2) 貝戸清之, 保田敬一, 小林潔司, 大和田慶: 平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.83-96, 2005.
- 3) 小林潔司, 貝戸清之, 松岡弘大, 坂井康人: 時系列モニタリングデータ活用のための長期劣化進行モデリング, 土木学会論文集 F4 (建設マネジメント), Vol.70, No.3, pp.91-108, 2014.
- 4) 坂井康人, 塚本成昭, 水谷大二郎, 松岡弘大, 貝戸清之, 小林潔司: アドホック無線通信モニタリングシステムの開発と高速道路ジョイント部材への適用, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.69, No.2 (応用力学論文集 Vol.16), pp.I.605-I.614, 2013.
- 5) Chen, Y. and Durango-Cohen, P. L.: Development and field application of a multivariate statistical process control framework for health-monitoring of transportation infrastructure, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.81, Part 1, pp.78-102, 2015.
- 6) Granger, C. W. J. and Joyeux, R.: An introduction to long-range time series models and fractional differencing, *Journal of Time Series Analysis*, Vol.1, Issue 1, pp.15-30, 1980.
- 7) Hosking, J. R. M.: Fractional differencing, *Biometrika*, Vol.68, pp.165-176, 1981.
- 8) Beran, J.: *Statistic for Long-Memory Process*, Chapman and Hall, 1994.
- 9) Baillie, R. T.: Long memory processes and fractional integration in econometrics, *Journal of Econometrics*, Vol.73, Issue 1, pp.5-59, 1996.
- 10) 小林潔司, Jaafar, M. N. B., 尾形誠一郎, 塚井誠人: 越境ヘイズ災害のための危険予告情報: レジーム変化と長期記憶性, 土木学会論文集 D, Vol.63, No.4, pp.478-497, 2007.
- 11) Bos, C. S., Franses, P. H. and Ooms, M.: Inflation, forecast intervals and long memory regression models, *International Journal of Forecasting*, Vol.18, Issue 2, pp.243-264, 2002.
- 12) 塚井誠人, 小林潔司: 長期記憶性を考慮した社会資本の生産性測定, 土木学会論文集 D, Vol.63, No.3, pp.255-274, 2007.
- 13) Baillie, R. T., Bollerslev, T. and Mikkelsen, H. O.: Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, Vol.74, Issue 1, pp.3-30, 1996.
- 14) Kang, S. H. and Yoon, S. M.: Long memory properties in return and volatility: Evidence from the Korean stock market, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol.385, Issue 2, pp.591-600, 2007.
- 15) Davidson, J. and Sibbertsen, P.: Generating schemes for long memory processes: regimes, aggregation and linearity, *Journal of Econometrics*, Vol.128, Issue 2, pp.253-282, 2005.
- 16) Geweke, J. and Porter-Hudak, S.: The estimation and application of long memory time series models, *Journal of Time Series Analysis*, Vol.4, No.4, pp.221-238, 1983.
- 17) Fillo, J. and Tripi, F.: The scaling function-based estimator of long memory in the presence of a short-term component, *Econometrics Letters*, Vol.84, pp.49-54, 2004.
- 18) 矢島美寛: Long-Memory モデルとその統計的性質, 日本統計学会誌, Vol.19, pp.219-236, 1989.
- 19) Robinson, P. M.: *Time Series with Long Memory*, Oxford University Press, 2003.
- 20) Robinson, P. M. and Yajima, Y.: Determination of cointegrating rank in fractional system, *Journal of Econometrics*, Vol.106, Issue 2, pp.217-241, 2002.
- 21) Sowell, F.: Maximum likelihood estimation of stationary univariate fractionally integrated time series models, *Journal of Econometrics*, Vol.53, pp.165-188, 1992.
- 22) Li, W. K. and McLeod, A. I.: Fractional time series modelling, *Biometrika*, Vol.73, No.1, pp.217-221, 1986.
- 23) Chung, C.-F.: A generalized fractionally integrated autoregressive moving-average process, *Journal of Time Series Analysis*, Vol.17, No.2, pp.111-140, 1996.
- 24) Beran, J.: Statistical methods for data with long-range dependence, *Statistical Science*, Vol.7, pp.404-427, 1992.
- 25) Bollerslev, T. and Wooldridge, J. M.: Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances, *Econometric Reviews*, Vol.11, Issue 2, pp.143-172, 1992.
- 26) Watanabe, S.: Asymptotic equivalence of Bayes cross validation and widely applicable information criterion in singular learning theory, *Journal of Machine Learning Research*, Vol.11, pp.3571-3594, 2010.
- 27) 貝戸清之, 坂井康人, 塚本成昭, 水谷大二郎, 小林潔司: 多階層混合マルコフ劣化ハザードモデル: ジョイント劣化評価への適用, 土木学会論文集 F4 (建設マネジメント), Vol.71, No.1, pp.1-18, 2015.
- 28) 貝戸清之, 松岡弘大, 坂井康人, 川上順子, 荒川貴之, 金川昌弘, 小林潔司: アセットマネジメントへの適用を見据えた路車間無線通信モニタリング, 応用力学論文集, Vol.13, pp.1017-1028, 2010.
- 29) 古川愛子, 大塚久哲, 梅林福太郎, 構造物の損傷に伴う振動特性の変化に関する実験的考察, 地震工学論文集, Vol.28, 2005.
- 30) Peng, C. K., Buldyrev, S. V., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H. E. and Goldberger, A. L.: Mosaic organi-

- zation of DNA nucleotides, *Physical Review E*, Vol.49, No.2, pp.1685-1689, 1994.
- 31) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.
- 32) Chen, S., Dick, J. and Owen, A. B.: Consistency of Markov chain quasi-Monte Carlo on continuous state spaces, *The Annals of Statistics*, Vol.39, No.2, pp.673-701, 2011.
- 33) George, E. I. and McCulloch, R. E.: Variable Selection via Gibbs sampling, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.88, Issue 423, pp.881-889, 1993.

(Received February 14, 2019)
(Accepted September 3, 2019)

INFRASTRUCTURE DETERIORATION PROCESS MODELING BY TIME-SERIES DATA WITH LONG MEMORY

Kiyoshi KOBAYASHI, Kiyoyuki KAITO, Daijiro MIZUTANI and Yasuhito SAKAI

The number of cases where the deterioration of an infrastructure is caused by an external factor immediately is not so large. The effects of such external factors tend to accumulate and then cause deterioration after a while. In this study, the authors monitor the progress of deterioration of a structure based on the measurements obtained on a real-time basis for a long period of time, and proposes a methodology for detecting abnormalities in a preventive manner. In detail, the authors propose an ARFIMAX-FIGARCH model considering long-term memories regarding the effects of external factors on structures to model deterioration of a structure with a time lag. Furthermore, the proposed methodology is applied to the monitoring data of the expansion joints of actual expressways, in order to discuss its effectiveness.