非線形分散波方程式における異なる 砕波減衰モデルによる流れ場の推定特性

田島 芳満¹・Siddique MOHSIN²

¹正会員 東京大学大学院 工学系研究科准教授 (〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)

E-mail:yoshitaji@coastal.t.u-tokyo.ac.jp

² Lecturer, University of Engineering and Technology, Lahore, Pakistan

E-mail:yourmohsin@hotmail.com

本論文では、数値波動モデルにおける砕波帯周辺での流れ場の再現特性を卓越的に規定する砕波減衰モデルに着目し、異なるモデルによる流れ場再現結果の比較を通じてその特性を把握することを目的とする。波動モデルには修正ブシネスク方程式を用い、砕波減衰モデルには、一般的に良く用いられる抵抗型および拡散型の砕波減衰項に加え、砕波する波峰の前面に形成される大規模渦へのエネルギー輸送をモデル化したSurface Rollerモデルを導入し、それぞれ波高や底面軌道流速、さらには波谷下における戻り流を比較した。その結果、いずれのモデルも波高や平均水位の変化を妥当に再現するものの、軌道流速の非対称波形や戻り流れの再現性はモデルにより大きく異なり、大規模渦へのエネルギー輸送と質量輸送を考慮することにより再現性が向上することが分かった。

Key Words : surf zone, undertow, breaking wave model, surface roller, near-bottom orbital current

1. はじめに

修正ブシネスク方程式に代表されるように、沿岸域における波の非線形性や分散特性を考慮した時間発展型非線形分散波モデルの発展は目覚ましく、砕波帯内を含む沿岸域の波高や波向の分布については実用上十分な精度で予測することが可能である。しかしながら、波浪の伝搬、変形に伴う二次的な現象である沿岸海浜流や戻り流れ、また底面付近における非対称な軌道流速波形の予測精度については未だ課題が残されていると考えられる。例えばJohnson et al.¹⁾は位相平均型の海浜流モデルや修正ブシネスク方程式を開口部を有する潜堤周辺の波・流れ場の再現に適用し、海浜流場や砕波に伴うsetupについては修正ブシネスク方程式よりも位相平均型モデルの方が良い再現性が得られたことを報告している。また、田島ら²⁾は修正ブシネスク方程式を、また田島³⁾は位相平均型準三次元海浜流モデルをそれぞれ潜堤背後に発達する循環海浜流場の再現計算に適用し、ブシネスク方程式では、砕波モデルによって循環流場の再現性が大きく異なること、また、最も良い再現性を示した異方拡散型の砕波減衰項を用いても計算された海浜流場は過小評価傾向となること、また潜堤上での砕波に伴う岸向質量輸送が、循

環流場の形成に大きく寄与しており、位相平均型モデルにおいては、準三次元モデルに基づき砕波やその全面に形成されるSurface Rollerに伴う岸向質量輸送をモデルに組み込むことによって妥当な再現性が得られることなどを論じている。

これらの先行研究を受け本研究では、砕波帯周辺における流れ場再現特性の卓越的な支配因子であると考えられる砕波減衰モデルに着目し、異なる砕波減衰モデルによる流れ場の計算結果と実測結果との比較・検証することにより、時間発展型の平面波動モデルにおける砕波帯内流れ場の予測精度向上に資する知見を得ることを目的とする。また本研究では、砕波モデルの違いによる流れ場への影響が現れやすいと考えられる、潜堤周辺の波・流れ場特性を詳細に把握するため、室内実験も新たに実施した。

2. 実験の概要

実験ケースの概要を表-1に示す。本研究では砕波形態や潜堤による波・流れ場の違いを定量的に捉えることに焦点をあてて、実験条件を選定した。ここで h_{SB} は潜堤

波高水深比, $\bar{d}$ は平均水深, γ_s および γ_r は碎波した波がそれぞれ一様水深上および一様勾配斜面上を伝搬するときに漸近する γ の値である⁶⁾. 碎波減衰項の導入開始地点を決定するための, 碎波限界点の指標には流速波速比を用いた⁷⁾.

(2) 拡散型碎波減衰項

拡散型の碎波減衰項は一般的に次式で表される.

$$F_{br} = -(\varepsilon_B P_x)_x \quad (5)$$

拡散係数 ε_B については, 前述の抵抗型モデルと同様に拡散型減衰項を導入した運動方程式から導出したエネルギー平衡方程式において表現されるエネルギー減衰率が既往の碎波減衰モデルと一致するように決定するモデル⁸⁾や, 碎波により波エネルギーの一部が乱れエネルギーへと供給されると仮定して, 乱れ場の運動方程式を計算し, 相当する渦動粘性係数 ν_t を拡散係数として与えるモデル⁹⁾などが提案されており, 本研究では後者を用いた. すなわち, 乱れに伴う運動エネルギー k の時間変化を次の k -方程式を用いて算定し,

$$k_t + u_s \frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial^2 k}{\partial x^2} + B_r \nu_t \left[\frac{\partial^2 hu}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]^2 - C_D \frac{k^{3/2}}{l_t} \quad (6)$$

k に相応する渦動粘性係数 ν_t を次式で算定した.

$$\nu_t = \sqrt{k} l_t \quad (7)$$

ここで u_s は表層での水平流速, u は断面平均流速, $C_D (=0.08)$ および $\sigma_k (=1.0)$ はそれぞれ減衰, 拡散係数である. 式(6)の右辺第二項は碎波に伴うエネルギー供給率を表し, 係数 B_r は碎波指標に基づき碎波条件では1, 非碎波条件では0となる. 乱れ運動の長さスケールを表す l_t は, 先行研究にならい沖波波高として与えた.

(3) Surface Rollerモデル

Svendsen¹⁰⁾は碎波前面に形成される大規模渦(Surface Roller, 以下SR)を導入し, 碎波帯内で増大する戻り流れの再現に成功した. その後Dally and Brown¹¹⁾やTajima and Madsen¹²⁾, 田島¹³⁾はSRの生成, 消失過程をエネルギー平衡方程式に組み込み, SRが戻り流れ流速だけでなく, 位相平均型モデルにおけるsetupや海浜流場の再現精度の向上にも寄与することを示している.

またSchäffer, et al.¹⁴⁾は時間発展型の非線形分散波モデルにおける運動方程式中にSRによる余剰な運動量フラックスとして次式を導入し, 碎波に伴う波高減衰の再現に成功している.

$$F_{br} = \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\delta}{1 - \delta/d} \left(c - \frac{P}{d} \right)^2 \right) \quad (8)$$

ここで c は波速, δ はSRの厚さであり, SRの中における水粒子は波速と同じ速さで移動しているという仮定に基づき, 波動運動に対する余剰な運動量を式(8)で与えている.

ここでSchäffer, et al.¹⁴⁾はSRの厚さ δ を時々刻々の空間波形から直接算定する手法を提案しているが, これでは各計算時間ステップ毎に空間波形を参照する必要がある, 特に部分重複波を含む複雑な波浪場への適用は困難である. これに対してSorensen et al.¹⁵⁾は, 空間波形の代わりに個々の地点における水位変動 η の履歴を用いることによって δ を算定する次式を提案している.

$$\delta_{ot} = (\eta_t - c \tan \phi(t)) \quad \delta_o \geq 0 \quad (9)$$

ここで δ_{ot} は δ の増加率, $\tan \phi(t)$ は次式で定義される時刻 t におけるSRと波峰との境界面の勾配であり,

$\tan \phi = \tan \phi_o + (\tan \phi_B - \tan \phi_o) \exp[\ln 2(t - t_o)/t_s]$ (10)
 $\tan \phi_o$ はSRの生成開始時($t = t_o$)における波峰とSRとの境界面の勾配, $\tan \phi_B$ はその波峰先端周辺での最大値, t_s はSR波峰前面を通過するSRの時間スケールである. 数値計算上は, 波谷から波峰に向けて水位が上昇する際, その加速度 η が閾値($\eta > c \tan \phi_o$)を超えてから δ が増加し, その後減少してゼロに戻るまでの過程を式(9)を用いて計算する.

(4) 戻り流れ流速の算定

修正ブシネスク方程式では, 時々刻々の線流量と水面変動が計算されるため, 波の質量輸送に伴う戻り流れの断面平均流速 U_r もこれらの諸量から求めた時々刻々の断面平均流速を数値的に時間平均することによって次式で算定することができる.

$$U_r = \overline{\left(\frac{P}{h + \eta - \delta} \right)} - \overline{\left(\frac{c\delta}{h + \eta - \delta} \right)} \quad (11)$$

ここで左辺式上の $\bar{}$ は時間平均を表し, 左辺第二項はSRによる影響項であり, SRモデル以外の碎波モデルではゼロとなる. また第二項は, 断面二次元条件では岸沖方向の正味の質量輸送量がゼロとなるため, SRによって波面上で岸向に輸送された質量輸送が, そのまま沖向に戻されることを仮定して定式化されている.

4. 計算結果および実験結果の比較

以上の異なる碎波モデルを導入した修正ブシネスク方程式を本研究で実施した実験条件に適用し, その再現性を比較・検証した. また岸側の遡上境界での計算方法については, Madsen et al.¹⁶⁾と同様の透水層モデルを用いた. 潜堤にも透水層を用いたが, Ranasinghe et al.¹⁷⁾と同様に急

激に水深が変化する潜堤天端縁部では、運動方程式中に急拡大に伴うエネルギー減衰項を強制的に付加した。

(1) 波高、平均水位、および戻り流れ

図-3に各実験条件に対する波高、平均水位、戻り流れの断面平均流速の岸沖方向分布を示す。図より、波高の岸沖方向分布については碎波モデルによる大きな違いは見られず、いずれのモデルにおいても、碎波形態によらず潜堤上での急激な波高減衰や、潜堤岸側での碎波の回復(波高の安定化)を含む波高変化を良好に再現できている。潜堤を設置したケースでは、碎波点の沖側において部分重複波が形成されているが、その腹節の位置がモデル間でやや異なっている。碎波点の位置もモデルによりややずれていることから、部分重複波を形成する反射波は急激な碎波による影響を受けていると推察される。抵抗型モデルでは、碎波点で急激な抵抗が生じるためより大きな反射波が形成されると予想されたが、部分重複波による水位の変動幅はモデル間での顕著な違いは見られず、いずれのモデルにおいても同等の反射波が形成されたものと考えられる。

次に平均水位の岸沖方向分布に着目する。SRモデルおよび拡散型モデルでは、ほぼ同等の計算結果を与え実測値を妥当に再現できているのに対して、抵抗型モデルでは碎波帯内における平均水位の上昇量が過小評価されており、田島ら²⁾にも同様の傾向が見られた。後述する戻り流れや流速波形の比較において抵抗型モデルでは、流速値が過小評価される傾向があり、碎波帯内における運動エネルギーが他のモデルに比べて小さくなっていることなどが原因の一つとして推察されるが、その場合は碎波点近傍において他のモデルよりも急激な運動量の低

図-3 波高、平均水位、戻り流れ断面平均流速 U_r の岸沖方向分布の比較(Case 1A, 1B, 2A, 2B)
(実線：計算結果(赤：SRモデル、緑：拡散型モデル、青：抵抗型モデル)、黒点：実験値)

図-4 水位および流速波形の比較(上段: Case 1A, 下段: Case 1B)

下に伴う急激な水位上昇があるはずであり、結果に矛盾が生じる。今後さらに詳細を分析する必要がある。

最後に戻り流れの断面平均流速に着目すると、SRによる質量輸送量を考慮したSRモデルでは、潜堤設置時も含め、砕波帯内における戻り流れ流速の増大を妥当に再現できているのに対し、他の2つのモデルでは過小評価となった。特に抵抗型モデルでは、以下の比較でも考察するように波高が同程度でも流速が過小評価される傾向があり、結果として戻り流れ流速についても抵抗型が最も過小評価した。

(2) 底面軌道流速波形

最後に図-4に時々刻々の水面波形と底面軌道流速波形について、case 1Aおよび1Bの結果を実測値と比較した。case 2については図示していないが、case 1とほぼ同等の傾向が見られた。また実測値では、参考のために表層および底層における水平流速の波形を一緒に図示した。図

より、抵抗型モデルでは水位や流速が位相に関係なく低減させるため、特に波峰以外の位相における流速値や水位を過大に減衰させ、結果として流速値および水位を過小評価してしまっていることがわかる。これに対して拡散型モデルやSRモデルでは、運動方程式中での減衰が波峰周辺に集中する特性があるため、このような問題が生じにくく、結果として波谷周辺での再現性が比較的良い。SRモデルの波形に着目すると、本研究で用いたSRモデルでは、波峰前面(岸側)のみに生成するSRの運動に波エネルギーの一部が供給されるため、運動方程式中における波エネルギーの減衰は、波峰前面の位相でのみ生じることになる。SRの波形は波峰の沖側(図中の波峰ピークの右側)においてやや過大評価される傾向がみられ、このことは、砕波に伴うエネルギー減衰はSRへのエネルギー供給だけではなく、波峰沖側においても乱れ等に伴う何らかのエネルギー減衰が生じていることを示唆していると考えられる。また、特に砕波帯内における流速

波形のピークは実測値に比べて過大となる傾向が見られた。これは、本研究で用いた修正ブシネスク方程式が強非線形性を考慮できていないことが理由の一つとして考えられるが、実測値における表層と底層の流速値の違いはそれほど大きくないことや、両者の位相に違いが見られることなどを勘案すると、ブシネスク方程式では評価できていない、底面境界層を含む戻り流れの鉛直分布による影響なども考えられる。

5. おわりに

修正ブシネスク方程式に基づき、異なる砕波モデルによる波・流れ場の再現特性を比較検証した。位相平均型モデルと同様にSRモデルでは、砕波帯内における戻り流れ流速の増大を妥当に再現することができたが、軌道流速波形の再現については未だ課題が残されている。

謝辞：本研究の成果の一部は科研費(若手研究(A)，課題番号23686070，研究代表者：田島芳満)の助成を受けました。記して深甚なる謝意を表します。

参考文献

- 1) Johnson, H. K., Karambas, T. V. and Avgeris, I. : Modeling of waves and currents around submerged breakwaters, *Coastal Engineering*, 52 (10-11), pp. 949-969, 2005.
- 2) 田島芳満, 佐藤慎司, 鈴木淳也, 下園武範, 磯部雅彦 : 潜堤周辺の砕波・乱流特性を考慮した海浜流場予測モデルに関する一考察, *海岸工学論文誌*, 第 53 巻, pp.106-110, 2006.
- 3) 田島芳満 : 波および Surface Roller による質量輸送を考慮した準三次元海浜流モデルの構築, *土木学会論文誌 B2(海岸工学)*, pp.106-110, 2010.
- 4) Madsen, P. A., Sørensen, O. R., Schäffer, H. A. : Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model. Part I. Model description and cross-shore motion of regular waves. *Coastal Engineering*, 32 (4), pp. 255-287, 1997.
- 5) Watanabe, A. and Dibajnia, M. : A Numerical Model of Wave Deformation in Surf Zone. *Proceedings of the 21st Int. Conf. on Coast. Eng.*, pp. 578-587, ASCE, 1988.
- 6) 田島芳満, O. S. Madsen : Surface Roller による影響を考慮した戻り流れの鉛直分布のモデリング, *土木学会論文誌 No.803/II-73*, pp.133-144, 2005.
- 7) Tajima, Y. and O.S. Madsen : Shoaling, breaking, and broken wave characteristics, *Proc. 28th Int. Conf. on Coast. Eng.*, pp.222-234, 2002.
- 8) 佐藤慎司・鈴木秀典 : 砕波帯における底面流速変動波形の評価法, *海工論文誌*, 第 37 巻, pp.51-55, 1990.
- 9) Nwogu, O.G.: Numerical prediction of breaking waves and currents with a Boussinesq model, 25th ICCE, pp.4807-4820, 1996.
- 10) Svendsen, I.A. : Wave heights and set-up in a surf zone. *Coastal Eng.* 8 (4), pp. 303-329, 1984.
- 11) Dally, W. R. and C. A. Brown : A modeling investigation of the breaking wave roller with application to cross-shore currents, *JGR.*, 100(C12), pp.24873- 24883, 1995.
- 12) Tajima, Y., and O.S. Madsen : Modeling near-shore waves and surface rollers, 2nd Int. Conf. on Asian and Pacific Coasts, CD-ROM published by World Scientific, 2003.
- 13) 田島芳満 : 波および Surface Roller による質量輸送を考慮した準三次元海浜流モデルの構築, *土木学会論文誌 B2(海岸工学)*, pp.106-110, 2010.
- 14) Schäffer, H. A.; Madsen, P. A.; Deigaard, R. : A Boussinesq model for waves breaking in shallow water. In: *Coastal Engineering*, 20 (3-4), pp. 185-202, 1993.
- 15) Sørensen, O.R., Schäffer, H.A., Sørensen, L.S. : Boussinesq type modelling using an unstructured finite element technique. *Coastal Eng.* 50, 181-198, 2004.
- 16) Madsen, P. A., Sørensen, O. R., Schäffer, H. A. : Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model. Part I. Model description and cross-shore motion of regular waves. *Coastal Engineering*, 32 (4), pp. 255-287, 1997.
- 17) Ranasinghe, R. S., Sato, S., Tajima, Y.: Boussinesq modelling of waves and currents over submerged breakwaters. *Proc. of the 5th Int. Conf. on APAC*, pp. 58-64, 2009.

COMPARISONS OF BREAKING WAVE MODELS IN PREDICTIONS OF CURRENT FIELD BASED ON NON-LINEAR DISPERSIVE WAVE MODEL

Yoshimitsu TAJIMA and Siddique MOHSIN

This paper focuses on difference of breaking wave models especially in terms of their different predictive skills of the current field around the surf zone. Widely-used modified Boussinesq equations were applied to the newly conducted experimental conditions with different breaking wave models, i.e., dispersion type, friction type and surface roller-type models. Predicted oscillating current velocity and depth-averaged undertow velocity were compared to the measured data. Comparisons clearly demonstrated the advantages of the surface roller-type model in that the model successfully explains the increase of the undertow velocity inside the surf zone. While all the models showed excellent predictive skills of the wave heights, none of these models successfully represent the profiles of near-bottom orbital velocity.