高濃度の浮遊砂を含有した 流体の粘度の測定とその評価

中村 友昭¹・鈴木 愛美²・水谷 法美³

¹ 正会員 名古屋大学准教授 大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)
E-mail: tnakamura@nagoya-u.jp

² 学生会員 名古屋大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)
E-mail: suzuki.manami@c.mbox.nagoya-u.ac.jp

³ フェロー 名古屋大学教授 大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)
E-mail: mizutani@civil.nagoya-u.ac.jp

濁水状態の津波・海岸保全施設本体の挙動・基礎地盤の洗掘等の地形変化・基礎地盤の支持力の4者間の相互作用を解析できる数値計算モデルの構築に向けた基礎的な研究として、本研究では浮遊砂を含むことによる粘度の変化を取り扱い、その評価式のパラメータの同定を、粘度計を用いた実験により行った。その結果、浮遊砂を含まない清水状態のときは、粘度がせん断応力によらないニュートン流体であった一方で、浮遊砂を含んだ濁水状態のときには、粘度はせん断応力の増加とともに減少し、非ニュートン流体となることを確認した。また、浮遊砂濃度が与えられれば第1ニュートン領域での低せん断ニュートン粘度が推定でき、さらにその低せん断ニュートン粘度を用いることでせん断応力が与えられれば浮遊砂を含む流体の粘度が推定できることを示した。

Key Words : viscosity, suspended sediment, shear stress, non-Newtonian fluid, viscometer

1. 緒言

東北地方太平洋沖地震津波による被災地の復興や、南海トラフ等の巨大地震に伴う津波に対する減災のために、海岸保全施設の津波による被災機構とその効果を粘り強く発揮できる構造についての検討が行われてきている。しかし、津波・海岸保全施設本体の挙動・基礎地盤の洗掘等の地形変化・基礎地盤の支持力の相互作用を解析できる数値計算モデルは限られており、上述した研究の多くは水理実験による検討に留まっている。

一方、東北地方太平洋沖地震時に見られたように、遡上津波は底質を多く巻き込んだ濁水状態となっていると推測される。このように浮遊砂を含んだ流れの構造は清水流のそれとは異なるとVanoni¹⁾によって指摘され、定常流に対して主にKármán定数の減少²⁾やDarcy-Weisbachの抵抗係数の減少³⁾の観点から検討が行われてきた。これについては、中川・辻本⁴⁾が詳しい。ただし、上述した海岸保全施設に対する既往の検討では浮遊砂を含まない清水状態の津波を作用させていると思われ、津波力等に対する評価が適切に行えていない可能性が考えられる。また、濁水状態であることがその評価に与える影響を検討する際には、非定常な現象である津波に対しては数値解析による検討が有用と考えられる。

そこで、濁水状態の津波・海岸保全施設本体の挙動・基礎地盤の洗掘等の地形変化・基礎地盤の支持力の相互作用を解析できる数値計算モデルの構築に向けて、浮遊砂を含むことによる流れの構造の変化、すなわち密度と粘度の変化を考慮できるように、本研究ではそのうち粘度の変化に着目し、数値計算モデルに組み込むための粘度の評価式に含まれるパラメータの同定を行う。

2. 粘度のモデル化

浮遊砂のような微粒子が懸濁している流体（以下、懸濁液と呼ぶ）は非ニュートン特性を示し、粘度（粘性率、粘性係数） μ は浮遊砂濃度、せん断応力、温度、微粒子を構成する鉱物等の影響を受ける⁵⁾。

粘度 μ の粒子濃度依存性に関して、粒子濃度として懸濁液の体積に対する粒子の体積（体積比）を ϕ 、溶媒の粘度を μ_w としたとき、Einstein⁶⁾は理論解

$$\mu = \mu_w (1 + 2.5\phi) \quad (1)$$

を導出している。また、より高濃度まで適用できるように上式を一般化した式として、Bathchelor⁷⁾は2粒子間の相互作用から次に示す理論解を導いている。

$$\mu = \mu_w (1 + 2.5\phi + 6.2\phi^2) \quad (2)$$

さらに高濃度領域まで適用できる式として, Krieger・Dougherty⁸⁾は次に示す半理論式を導いている.

$$\mu = \mu_w \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{[\mu]\phi_m} \quad (3)$$

ここで, $[\mu]$ は固有粘度, ϕ_m は懸濁液の流動が可能な最大濃度であり, 均一径の剛体球粒子の懸濁液のとき $[\mu] = 2.5$, $\phi_m \approx 0.6$ となる. ただし, この式は精度が良くないことから⁹⁾, 実験式として以下が提案されている.

$$\mu = \mu_w \left(1 - \frac{\phi}{k}\right)^{-2} \quad (4)$$

ここで k は定数であり, 直径 76 ± 2 nmのシリカを含むシクロヘキサンの懸濁液の場合, 後述する低せん断ニュートン粘度 μ_L に対して $k = 0.63$, 高せん断ニュートン粘度 μ_H に対して $k = 0.71$ が求められている¹⁰⁾.

続いて, 図-1に粘度 μ のせん断応力依存性の概念図⁹⁾を示す. ここで, τ はせん断応力である. 図-1に示すように, せん断応力が小さい方から順に, まず領域Iの第1ニュートン領域では, 懸濁液中の粒子構造がほとんど破壊されないため, 粘度が高く一定値となるニュートン流体の性質を示す. 次の領域IIの擬塑性領域では, せん断応力による力と粒子の構造形成力が釣り合うところまで構造が破壊されるため, 粘度が低下する擬塑性流体 (指数関数流体) の性質を示す. 続いて, 領域IIIの第2ニュートン領域では, 破壊できる構造はすべて破壊され層状構造で流動するため, 粘度が変化しなくなるニュートン流体の性質を示す. 最後に, 領域IVのダイラタント領域では, 層状構造で安定に流れることができなくなり, 粘度が増加するダイラタント流体の性質を示す. ここで, 低せん断ニュートン粘度と呼ばれる第1ニュートン領域での粘度を μ_L , 高せん断ニュートン粘度と呼ばれる第2ニュートン領域での粘度を μ_H としたとき, 上記の領域のうち第1ニュートン領域から第2ニュートン領域に対して

$$\frac{\mu - \mu_H}{\mu_L - \mu_H} = \left[1 + \left(\frac{\tau}{\tau_c}\right)^n\right]^{-1} \quad (5)$$

図-1 粘度 μ のせん断応力依存性⁹⁾

が提案されている¹¹⁾. ただし, n は $1 \leq n \leq 2$ なるパラメータであり, Krieger・Dougherty⁸⁾は $n = 1$ としている. また, a を粒子の半径, k_b をBoltzmann定数($= 1.38054 \times 10^{-23}$ J/K), T を絶対温度, β を $0.05 \leq \beta \leq 0.35$ なるパラメータとしたとき, τ_c は $\tau_c = k_b T / (\beta a^3)$ と表される.

粒子として浮遊砂を対象とした研究に関して, 浮遊砂濃度として懸濁液の体積に対する浮遊砂の質量(質量比)を $C (= \phi / \rho_s)$ としたとき, Krone¹²⁾は

$$\mu = \mu_w \exp(k_f C) \quad (6)$$

に対して毛细管粘度計による実験結果からパラメータ k_f の同定を行っている. ここで, ρ_s は浮遊砂粒子の密度である. このように, 粘度 μ の浮遊砂濃度依存性を検討した研究は行われてきているものの, Krone¹²⁾が非ニュートン流体の測定に適していない毛细管粘度計を用いているように, せん断応力依存性を検討した研究は見受けられない. そこで, 粘度 μ の浮遊砂濃度依存性だけではなくせん断応力依存性も考慮した評価式の提案を行うために, 以下では式(4)のより一般的な形である式(3)の ϕ_m および $[\mu]$ と, 式(5)の μ_L , μ_H , τ_c , n の同定を行う.

3. 実験装置および実験条件

写真-1に示すTVB-15型粘度計, 低粘度アダプタ, 高精度低温循環恒温槽ビスコメイトVM-150F (東機産業製)を用いて粘度の測定を行った.

写真-1 TVB-15 型粘度計

表-1 実験条件

浮遊砂濃度 ϕ	回転速度 [rpm]	温度 [°C]	測定回数
0	12, 30, 60	20	3
0.03	12, 30, 60	20	3
0.05	6, 12, 30, 60	20	3
0.08	3, 6, 12, 30, 60	20	3
0.10	3, 6, 12, 30, 60	20	3
0.15	3, 6, 12, 30, 60	20	3
0.20	3, 6, 12, 30	20	3

図-2 粘度 μ の計測例 (浮遊砂濃度 $\phi=0.10$, 回転速度 60 rpm)

濁水状態を想定した測定液として、溶媒が水、溶質が粘土（カオリン）の懸濁液を用いた。そして、表-1に示す条件下で計測を行った。具体的には、測定液の温度を恒温槽により20℃の一定とし、浮遊砂濃度（体積比） ϕ を0.0, 0.03, 0.05, 0.08, 0.10, 0.15, 0.20の清水状態($\phi=0$)を含む7パターン、粘度計の回転速度を3, 6, 12, 30, 60 rpmの5パターン変化させた計29ケースの実験を行った。なお、回転速度が遅い60 rpm以外のケースでは、粘土の沈殿を抑えるために最初の30秒間を60 rpmにし、その後所定の回転速度にした。各ケースでは、粘度の値を5秒間隔でパソコンに取り込んだ。また、再現性を確認するために、各ケースとも3回の測定を行った。

図-2に浮遊砂濃度 $\phi=0.10$, 回転速度60 rpmのときの予備実験の結果を例示する。ここで、■印は5秒間隔の計測値を表す。図-2より、計測開始直後の粘度 μ は5秒後以降のそれと比較して大きく、異常な値を示していることが分かる。また、その後しばらくは粘度 μ が比較的安定した値となっているものの、時間の経過とともに緩やかに減少し、20℃のときの水の粘度(1.00 mPa·s)に漸近している。これは、粘土が沈降し清水状態に近づいたためと考えられる。そこで、異常値後の15秒間の平均値をその回の粘度とし、さらに3回分の粘度のデータを平均した値をその測定液の粘度 μ とした。

4. 実験結果および考察

図-3に粘度 μ と回転速度の関係を示す。同図より、粘土を含まない清水状態($\phi=0$)のとき、粘度 μ は回転速度によらずほぼ一定値となっており、ニュートン流体となっていることが分かる。一方、粘土を含んだ濁水状態($\phi>0$)のとき、浮遊砂濃度 ϕ が等しい条件では、回転速度の増加とともに粘度 μ が減少する傾向が確認でき、粘土を含んだことで非ニュートン流体となったことが分かる。さらに、回転速度が等しい条件では、浮遊砂濃度 ϕ の増加とともに粘度 μ が増加する傾向も確認できる。

続いて、粘度 μ のせん断応力依存性を調べるため、次式により回転速度 N をせん断応力 τ に変換する。

$$\tau = \mu D = \mu K_2 N \quad (7)$$

ここで、 D はざり速度（せん断速度）、 K_2 はざり速度係数であり、今回使用した粘度計および低粘度アダプタの場合は $K_2=1.193 \text{ s}^{-1}$ である。

図-4から図-9に各浮遊砂濃度 ϕ に対する粘度 μ とせん断応力 τ の関係を示す。ここで、■印は実験結果を表す。なお、実線の説明は後述する。図-4から図-9より、浮遊砂濃度 ϕ に関わらずせん断応力 τ の増加とともに粘度 μ が減少しており、図-3と類似した傾向が確認できる。

図-3 粘度 μ と回転速度の関係

図-4 粘度 μ とせん断応力 τ の関係 (浮遊砂濃度 $\phi=0.03$)

 図-5 粘度 μ とせん断応力 τ の関係 (浮遊砂濃度 $\phi=0.05$)

 図-8 粘度 μ とせん断応力 τ の関係 (浮遊砂濃度 $\phi=0.15$)

 図-6 粘度 μ とせん断応力 τ の関係 (浮遊砂濃度 $\phi=0.08$)

 図-9 粘度 μ とせん断応力 τ の関係 (浮遊砂濃度 $\phi=0.20$)

 図-7 粘度 μ とせん断応力 τ の関係 (浮遊砂濃度 $\phi=0.10$)

 表-2 浮遊砂濃度 ϕ と低せん断ニュートン粘度 μ_L の関係

ϕ	μ_L [mPa·s]
0.03	2.20
0.05	3.41
0.08	1.59×10
0.10	3.49×10
0.15	1.53×10^2
0.20	1.83×10^3

図-4から図-9に示したデータに基づいて、式(5)の μ_L , μ_H , τ_c , n の同定を行う。今回使用した粘度計では回転速度を60 rpmより大きい値に設定できず、図-4から図-9より分かるように、高せん断領域で粘度 μ が一定になる領域、つまり第2ニュートン領域の計測まではできず、高せん断ニュートン粘度 μ_H を決定できなかった。そこで、せん断応力 τ の増加とともに粘度 μ が減少する傾向が確認できていることから、高せん断領域では水の粘度に漸近するものと考え、高せん断ニュートン粘度 μ_H を1.00 mPa·sと仮定した。次に、 $\mu_H=1.00$ mPa·sとしたとき、 $1 \leq n \leq 2$ の範囲で μ_L , τ_c , n をMathematicaを用いて最小自乗法により求めた。その結果、 n が小さいと浮遊砂濃度 ϕ が

高い場合に解が収束しないことが分かった。そのため、ここでは n として上限値の2を採用することとした。続いて、 $\mu_H=1.00$ mPa·s, $n=2$ としたとき、上記と同様に μ_L と τ_c を最小自乗法により求めたところ、浮遊砂濃度 ϕ ごとに μ_L や τ_c が異なる結果を得た。ここで、上述した $\tau_c=k_b T/(\beta a^3)$ より τ_c は粒子の半径 a と絶対温度 T の関数であり、浮遊砂濃度 ϕ の関数ではないことから、ここでは得られた τ_c の値を平均し80 mPaとすることとした。なお、Metha⁵⁾よりカオリンの半径 a は0.05~2 μm であることから、例えば $a=1$ μm とすると、 $\beta=0.0506$ となり上述した $0.05 \leq \beta \leq 0.35$ の範囲内に収まる。最後に、 $\mu_H=1.00$ mPa·s, $n=2$, $\tau_c=80$ mPaとしたとき、低せん断ニュートン粘度 μ_L を最小自乗法により求めた。

以上の結果を図-4から図-9の実線と表-2に示す。図-4から図-9より、浮遊砂濃度 ϕ が高い条件では実験結果との若干のずれが確認できるものの、実験結果を概ね評価できていることが分かる。また、表-2に示すように、浮遊

図-10 浮遊砂濃度 ϕ と粘度 μ の関係

砂濃度 ϕ とともに μ も増加しており、既往の式(1)から式(4)との対応も確認できる。

最後に、以上の結果に基づいて式(3)の ϕ_n と $[\mu]$ の同定を行う。表-2に示した浮遊砂濃度 ϕ と低せん断ニュートン粘度 μ_L の値に対して最小自乗法を適用したところ、

$$\mu_L = \mu_w \left(1 - \frac{\phi}{0.379} \right)^{-10.0} \quad (8)$$

を得た。この結果を図-10に示す。ただし、■印は表-2を、実線は式(8)を表す。また、シリカを含むシクロヘキサンの懸濁液に対するde Kruifら¹⁰⁾の結果も参考のために破線で示した。ここで、 $k=0.71$ は低せん断ニュートン粘度 μ_L に対する結果、 $k=0.63$ は高せん断ニュートン粘度 μ_H に対する結果である。図-10より、表-2で同定した低せん断ニュートン粘度 μ_L からの若干のずれが認められるものの、式(8)で概ね評価できていることが分かる。また、同じ粒子濃度 ϕ であったとしても、シクロヘキサンとシリカの懸濁液の μ （橙破線）と比較して水と粘土の懸濁液の μ の方が極めて大きいことが分かる。

以上より、浮遊砂濃度 ϕ が与えられれば式(8)より低せん断ニュートン粘度 μ_L が求められ、せん断応力 τ が与えられれば μ 、 μ_H ($= 1.00 \text{ mPa} \cdot \text{s}$)、 n ($= 2$)、 τ_c ($= 80 \text{ mPa}$)を代入した式(5)より粘度 μ が求められることから、浮遊砂濃度 ϕ とせん断応力 τ が与えられれば粘度 μ が決定できることが分かる。したがって、従来のように浮遊砂濃度依存性だけではなく、せん断応力依存性も考慮した上で粘度 μ の評価を行えるようになったと言える。また、図-4から図-9より浮遊砂を含む懸濁液の粘度 μ はせん断応力 τ の大小によらず水の粘度よりも大きく、濁水状態の津波の流動場は清水状態のそれとは異なる可能性が示唆される。さらに、 μ 、 μ_H 、 n 、 τ_c はスケールの影響を受けない一方で、せん断応力 τ は $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ の次元を有し、スケールの影響を受けることが分かる。つまり、例えば実現象とそれをFroudeの相似則に基づいて L の次元を $1/N_L$ した水理実験を考えると、水理実験のせん断応力は実現象と比較して $1/N_L$ と小さく、水理実験の浮遊砂濃度として実現

象と同じ値を用いると、粘度の増加の影響を過大評価してしまうと言える。したがって、津波の流動場に与える浮遊砂濃度の影響を実験的に検討する際における浮遊砂濃度の設定の重要性が示唆される。

5. 結論

濁水状態の津波・海岸保全施設本体の挙動・基礎地盤の洗掘等の地形変化・基礎地盤の支持力の4者間の相互作用を解析できる数値計算モデルの構築に向けた基礎的な研究として、本研究では浮遊砂を含むことによる粘度の変化を取り扱い、その評価式のパラメータの同定を粘度計を用いた実験により行った。その結果、浮遊砂を含まない清水状態のとき、粘度 μ はせん断応力 τ によらずほぼ一定値をとっており、ニュートン流体であることを確認した。その一方で、浮遊砂を含んだ濁水状態のとき、粘度 μ はせん断応力 τ の増加とともに減少し、非ニュートン流体となることを確認した。また、浮遊砂濃度 ϕ とせん断応力 τ が与えられれば、式(8)と高せん断ニュートン粘度 μ_H ($= 1.00 \text{ mPa} \cdot \text{s}$)、 n ($= 2$)、 τ_c ($= 80 \text{ mPa}$)を代入した式(5)により粘度 μ が推定できることを示した。

ただし、第2ニュートン領域の計測ができなかったことから高せん断ニュートン粘度 μ_H の同定に、 τ_c は粒子の粒径 a と絶対温度 T の関数であるものの、カオリンを含む 20°C の懸濁液に限られた条件であることから τ_c の同定に、また第2章の冒頭で述べたように粘度は粒子を構成する鉱物に依存することから、鉱物種が粘度に与える影響に対する検討に課題を残している。また、実際の津波においてどの程度の浮遊砂濃度 ϕ やせん断応力 τ が生じるのか情報がなく、またそれに対する数値解析等も行っていないことから、浮遊砂を含むことで津波の流動場や津波による波圧や波力がどの程度変化するかを検討するまでには到っていない。以上を含め数多くの課題を残していることから、今後も継続して検討していく所存である。

謝辞: 本研究は、科学研究費補助金若手研究(B) (代表者：中村友昭；課題番号：26820200) の補助を受けたことを付記し、謝意を表する。

参考文献

- 1) Vanoni, V. A.: Transportation of suspended sediment by water, *Trans. ASCE*, Vol. 111, pp. 67-133, 1946.
- 2) 日野幹雄: 固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化, 土木学会論文集, 第92巻, pp. 11-20, 1963.
- 3) Itakura, T. and Kishi, T.: Open channel flow with suspended sediments, *Proc. ASCE*, Vol. 106, HY8, pp. 1325-1343, 1980.
- 4) 中川博次, 辻本哲郎: 移動床流れの水理, 技報堂出版,

- 310 p., 1986.
- 5) Mehta, A. J.: *An Introduction to Hydraulics of Fine Sediment Transport*, Advanced Series on Ocean Eng. Vol. 38, World Scientific, 1060 p., 2013.
 - 6) Einstein, A.: Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen, *Ann. Physik*, Vol. 17, pp. 549-560, 1905.
 - 7) Batchelor, G. K.: The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles, *J. Fluid Mech.*, Vol. 83, No. 1, pp. 97-117, 1977.
 - 8) Krieger, I. M. and Dougherty, T. J.: A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres, *Trans. Soc. Rheology*, Vol. 3, pp. 137-152, 1959.
 - 9) 粉体工学会：液相中の粒子分散・凝集と分離操作，粉体工学叢書第4巻，日刊工業新聞社，240 p., 2010.
 - 10) de Kruif, C. G., van Iersel, E. M. F., Vrij, A., and Russel, W. B.: Hard sphere colloidal dispersions: viscosity as a function of shear rate and volume fraction, *J. Chem. Phys.*, Vol. 83, No. 9, pp. 4717-4725, 1985.
 - 11) Russel, W. B., Saville, D. A., and Schowalter, W. R.: *Colloidal Dispersions*, Cambridge Univ. Press, 544 p., 1992.
 - 12) Krone, R. B.: *A study of rheological properties of estuarial sediments*, Technical Bulletin No. 7, Committee on Tidal Hydraulics, U. S. Army Corps of Engineers, 91 p., 1963.

MEASUREMENT AND EVALUATION OF VISCOSITY OF FLUID CONTAINING HIGHLY-CONCENTRATED SUSPENDED SEDIMENT

Tomoaki NAKAMURA, Manami SUZUKI and Norimi MIZUTANI

As a fundamental study for establishing numerical analysis technology that can compute dynamic interactions between tsunamis containing suspended sediment, behavior of coastal protection facilities, seabed profile change such as local scouring, and seabed response, parameters of an evaluation equation for the viscosity of a fluid containing suspended sediment were identified from laboratory experiments using a viscometer. It was confirmed that while clear water was a Newtonian fluid because its viscosity was independent on the shear stress, muddy water containing suspended sediment was a non-Newtonian fluid because its viscosity decreased with an increase in the shear stress. Furthermore, it was found that once suspended sediment concentration and shear stress are given, the viscosity of the muddy water can be determined from the evaluation equation using the identified parameters.