建設時点の不完全性と橋梁劣化予測: ベトナムを対象として

小林 潔司¹・中谷 昌一²・Nam Toan TO³・大迫 湧歩⁴・青木 一也⁵・安部倉 完⁶・
Dinh Thao NGUYEN⁷

¹フェロー会員 京都大学大学院特任教授 経営管理大学院 (〒 606-8501 京都府京都市左京区吉田本町)

E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.jp

²正会員 京都大学大学院特命教授 経営管理大学院 (〒 606-8501 京都府京都市左京区吉田本町)

E-mail: nakatani.shouichi.6z@kyoto-u.jp

³非会員 Science Technology, Environment & International Cooperation Department, Directorate for Roads of
Vietnam (D20 Ton That Thuyet, Cay Giay, Hanoi, Vietnam)

E-mail: namtoan@drvn.gov.vn

⁴正会員 東海旅客鉄道株式会社 新幹線鉄道事業本部 三島保線所 (〒 411-0035 静岡県三島市大宮町 3-21)

E-mail: gerberauf28@gmail.com

⁵正会員 京都大学大学院客員准教授 経営管理大学院 (〒 606-8501 京都府京都市左京区吉田本町)

E-mail: aoki.kazuya.7m@kyoto-u.ac.jp

⁶正会員 株式会社パスコ 関西事業部 (〒 556-0017 大阪府大阪市浪速区湊町 1-2-3)

E-mail: kaarnu7441@pasco.co.jp

⁷非会員 University of Transport and Communications (3-Cau Giay, Lang Thuong, Dong Da, Hanoi, Vietnam)

E-mail: dinhthao200277@yahoo.com

開発途上国に橋梁マネジメントを導入する場合、1) 既存インフラに関するインベントリーデータが整備されていない、2) 目視点検に関するデータが蓄積されていない、という問題がある。橋梁マネジメントを導入するにあたり、橋梁の建設時点に関するデータが入手可能であれば、目視点検を1度実施することにより劣化過程のモデル化が可能である。しかしながら、開発途上国では橋梁の建設時点にする情報が欠損することが少なくない。本研究では、一部の橋梁の建設時点に関するデータが欠損しているような不完全なデータベースを用いて、橋梁の劣化予測モデルを推計する方法論を提案する。さらに、ベトナムの橋梁を対象とした実証分析を通じて、本研究で提案した方法論の有効性について考察する。

Key Words : BMS, imperfect information, inauguration timing, Markov chain model, Vietnam

1. はじめに

世界銀行やアジア開発銀行等の地域開発銀行等によるイニシアティブにより、開発途上国においても舗装や橋梁に関するアセットマネジメントの導入が進められている。たとえば、本研究の対象とするベトナムにおいては、橋梁の目視点検の結果をデータベース化するとともに、橋梁のレーティング評価を実施し、橋梁の大規模更新・補修の優先順位を決定している。しかしながら、目視点検データの蓄積が十分ではなく、劣化速度や劣化要因に関する分析は実施されていない。また、劣化曲線に関する情報がないために、ライフサイクル費用評価に基づいた橋梁マネジメント計画を立案する段階に到達していないのが実情である。

橋梁マネジメントでは、目視点検データ等に基づいて橋梁の劣化予測を行い、ライフサイクル費用を最小にするような補修政策を分析することが重要な課題の1つである。近年、マルコフ劣化ハザードモデル等の統

計的劣化予測手法が発展し、劣化予測モデルの推計精度や実データへの適応性が飛躍的に向上した。さらに、マルコフ劣化ハザードモデルを搭載したアセットマネジメントシステムが構築され、アセットマネジメントの戦略レベルの意思決定に有用な情報の提供が可能であることが実証的に示されている¹⁾。

開発途上国において橋梁マネジメントを導入するにあたり、橋梁データベースを整備することが重要な課題である。しかし、橋梁データベースを整備するにあたり、1) 既存インフラに関するインベントリーデータが整備されていない、2) 目視点検に関するデータが蓄積されていない、3) 橋梁マネジメントを実施するための技術者が圧倒的に不足している等の様々な問題がある²⁾⁻⁴⁾。多くの場合、過去に目視点検が実施されておらず、橋梁マネジメントの導入時に初回の目視点検を実施する場合が少なくない。ただし、橋梁の建設時点や補修時点に関するデータが入手可能であれば、それらの時点のレーティングを仮定することにより、統計

的劣化予測モデルを用いて劣化速度を推定することが可能である。しかしながら、本研究の対象とするベトナムのように、一部の橋梁については建設時点に関する情報が欠落している場合も少なくない。

以上の問題意識に基づいて、本研究では、1回の目視点検結果と建設時点に関する情報を用いて橋梁の劣化予測モデルを推計する方法論を提案する。その際、一部の橋梁の建設時点に関する情報が欠損しているものの、これらの橋梁の年次別建設総数など集計的なレベルにおける補完的な情報が利用可能な状況を想定する。そのうえで、このような不完全な目視点検情報を用いて劣化予測モデルを推計する方法を提案する。以下、**2.**では、本研究の基本的な考え方を説明する。**3.**では、建設時点データの欠損を考慮したマルコフ劣化ハザードモデルを、**4.**ではモデルのベイズ推定方法について記述する。**5.**では、ベトナムの橋梁を対象とした分析結果について考察する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 既往研究の概要

アセットマネジメントにおいて蓄積された目視点検データから劣化過程をモデル化する統計的劣化モデルが発展している^{5)~11)}。PONTIS¹²⁾に代表される橋梁マネジメントソフトウェアでは、劣化予測のためにマルコフ連鎖モデルが採用されている。しかし、目視点検データに基づいたマルコフ連鎖モデルの推計方法に多くの課題が残されていた。これに対して、津田等は2つ以上の任意のレーティング間における推移状態を表現する多段階指数ハザードモデル（マルコフ劣化ハザードモデル）を開発し、マルコフ推移確率を推計する一般的な方法論を提案した⁵⁾。マルコフ劣化ハザードモデルでは、劣化速度を表すハザード率を構造特性・使用・環境条件等を用いて記述できる。さらに、小濱等は管理対象となる橋梁群に固有な劣化速度の異質性を表現する混合マルコフ劣化ハザードモデル¹⁰⁾を提案した。例えば、劣化速度に影響をもたらす因子として、初期施工状態、材料の質等のように代表的な劣化要因を表す説明変数では表現できない施設グループ固有の要因が挙げられる。混合マルコフ劣化ハザードモデルでは、これらの説明変数では記述できない個別的な要因に基づく劣化速度の変動を異質性パラメータを用いて表現する。すなわち、個別ハザード率を、異質性パラメータと標準ハザード率を用いて、

レーティング別劣化速度（個別ハザード率）

= 異質性パラメータ×レーティング別標準ハザード率と定義する。異質性パラメータは評価単位となる施設グループに固有な要因を表すパラメータであり、施設

グループ内では共通の値を有すると考える。混合マルコフ劣化ハザードモデルは、高度な非線形性を有しており、最尤法による推計が困難であった。しかし、マルコフ連鎖モンテカルロ法（以下、MCMC法）の発展に伴い、ハザードモデルを用いた各種の劣化予測モデルを推計することが可能になった。混合マルコフ劣化ハザードモデルに対しても、階層ベイズ推計手法を用いた推計方法¹¹⁾が提案され、モデルの未知パラメータと異質性パラメータを同時に推計できるようになった。

混合マルコフ劣化ハザードモデルは、さまざまなデータベースに対して適用可能な汎用性の高い統計的劣化予測モデルであり、目視点検が1回しか実施されていないような開発途上国においても導入することが可能である。しかしながら、本研究の実証分析の対象であるベトナム国においては、過去の植民地時代を通じて様々なタイプの橋梁が建設されており、正確な建設時点が不明な橋梁も少なくない。ただし、年次別の国・地域別の橋梁建設数等の集計的な情報が入手可能であれば、これらの情報を活用することにより、混合マルコフ劣化ハザードモデルを推計精度を向上することが可能である。このような観点から、本研究では建設時点に関する情報が一部欠損しているような不完全データベースを用いて、混合マルコフ劣化ハザードモデルを推計する方法論を提案する。本研究ではベトナムを対象とする実証分析を実施するが、本研究で提案した手法は、建設時点に関する情報が一部欠損しているような不完全データベースしか利用可能でない開発途上国において利用可能であると考えられる。

(2) ベトナムにおける橋梁マネジメント

インフラ整備を進める開発途上国では、世界銀行や地域開発銀行等の支援を受けてアセットマネジメントの導入を進めている。本研究の実証分析の対象とするベトナムも例外ではなく、1990年代後半から橋梁マネジメントの導入の検討を開始した。2004年には、英国で開発された橋梁マネジメントソフトウェア「BridgeMan」の導入が決定され、翌年、JBICハイウェイセクターローン『国道・省道橋梁改修事業フェーズI』のComponent-Bにおいて、Bridgeman¹³⁾を中核とするVietnam Bridge Management System（以下、VBMSと呼ぶ）の開発に着手した^{2),3)}。そして、2014年にはVBMSの運用を開始した。ベトナム国の運輸交通省道路総局（DRVN: Directorate for Roads of Vietnam）が開発したVBMSは、表-1に示すように、4つのモジュールで構成されている。これらの4つのモジュールの中で、橋梁補修計画作成モジュールはDRVN職員のみアクセス可能となっているが、その他のモジュールはインターネットを利用したウェブ運用システムを用いることにより、地

表-1 VBMS のモジュール構成

橋梁インベントリ データモジュール (Inventory Module)	橋梁点検 モジュール (Inspection Module)	橋梁補修計画作成 モジュール (Planning Module)	管理モジュール (Administration Module)
<ul style="list-style-type: none"> ・橋梁アセットデータの保存, 編集, 更新機能 ・データ統計処理機能 ・データ検索機能 ・報告書作成機能 ・DRVN 組織間での情報交換機能 	<ul style="list-style-type: none"> ・橋梁点検データの登録, 編集, 更新機能, 補修工事数量算定機能 	<ul style="list-style-type: none"> ・補修・架替優先順位の算定 ・Bridge Condition Index (BCI) に基づく Probability of failure P の評価 ・費用算定・平準化機能 ・優先順位リストの作成 	<ul style="list-style-type: none"> ・システム管理 ・アクセス管理

方管理局や管理事務所からもアクセスが可能である。

ベトナムの歴史を反映し、ベトナムでは多様な形式の橋梁が整備されており、橋梁の中には建設時点や設計図が不明なものも多い。また、目視点検データが蓄積されておらず、VBMS が導入された当時、劣化予測モデルが困難であると判断された。VBMS では劣化予測に代わって、橋梁レーティング指数や対策必要性確率をスコア方式で算定し、補修・架替の優先順位を算出する方式を採用している。橋梁レーティングの指数化にあたっては、BCI (Bridge Condition Index) を採用している¹⁴⁾。BCI 指標は橋梁定期点検データを基に100点満点で評価され、損傷が大きいほど指標値が小さくなる。また、橋梁ごとに補修・架替が必要となる確率を計算する点に特徴がある。橋梁劣化の影響要素ごとに対策が必要となる確率を算定し、評価項目別の重み係数を掛け合わせ、総合確率(P)を算定する。この総合確率に基づいて橋梁の補修の優先順位を決定している。DRVN は管理する直轄国道の橋梁に関する目視点検を2014年度から実施した。現状では、橋梁補修の優先度評価にとどまっており、橋梁マネジメントの高度化が課題となっている⁴⁾。

ベトナムにおける橋梁アセットマネジメントは、目視点検を過去1回のみ実施した段階であり、ライフサイクル費用評価等に必要となる劣化予測モデルが作成できていない。このため、ライフサイクル費用評価に基づいた補修戦略の最適化や中長期的な橋梁の維持補修、大規模更新計画の策定が重要な課題になっている。ただし、筆者らが開発したマルコフ劣化ハザードモデルを用いた場合、直近の点検時点におけるレーティングと建設時点からの経過年数に関する情報があれば、劣化予測モデルを推計することが可能である。

ベトナムをはじめ、多くの開発途上国においては、過去の植民地支配の影響もあり、多様な設計標準に基づいた橋梁が混在しているという問題がある。とりわけ、ベトナムでは、地域や建設時点により、橋梁の設計標準や施工方法が多様に異なることが考えられる。しかし、残念ながら、個別橋梁の設計図書や設計仕様に関する

情報が残されておらず、いくつかの橋梁を地域や年代等でグループ化し、グループごとに橋梁の劣化特性や維持・補修上の課題を検討せざるを得ない。本研究では、このようなグループごとの劣化特性を検討するにあたり、グループごとの劣化速度の異質性をモデル化できる混合マルコフ劣化ハザードモデルの適用を試みる。これにより、グループごとの劣化速度の相対比較が可能となる。さらに、同国の橋梁データベースが有する問題点として、橋梁の建設に関する情報が欠損している点が挙げられる。筆者らのDRVNにおけるヒアリング調査に基づけば、建設時点に関するデータの欠損は、必ずしもある特定の期間を対象としたシステムの欠損ではなく、**2.(3)**で言及するように、過去に建設された橋梁だけでなく、最近に建設された橋梁を含む多様なメカニズムにより発生していることが判明した。このような建設時点に関するデータの欠損は、多くの開発途上国でも起こりうる課題である。

さらに、モデルの推計を通して得られる劣化予測結果が点検結果と乖離することが起こり得る。その1つの原因として、建設時点から直近の点検の間に補修が行われたために劣化予測値が過大評価されている可能性が考えられる。橋梁の補修は開発途上国においても実施されており、同国も例外ではない。ベトナムの場合は補修・架替は海外ODA等により比較的近年実施された場合が多いことが分かっている。本研究においては補修時点をDRVN各地方局にヒアリング調査を実施し、補修時期に関する欠損データを補正することが可能であった。データ欠損のメカニズムは、対象国によって多様に異なるが、本研究で提案する枠組みを拡張することにより、多様なデータ欠損の問題に対応できることを付記しておく。

(3) データ欠損問題

本研究においては、建設時点のデータが一部欠損しているデータベースを用いて劣化予測モデルを推計する。このように、本来観測・記録されるべき値の一部が欠損しているようなデータベースを不完全データベ

スと呼ぶこととする。不完全データベースであっても、データの欠損が完全にランダムに発生している場合には、欠損データを除外し、観測された値のみを用いてモデルを推計する方法が最も直截な方法となる。しかし、データの欠損がシステム的な理由により発生している場合には、「欠損バイアス」、「推定精度の低下」という2つの問題が発生する。

不完全データベースは、データベースに含まれる標本設計において意図された目標母集団の代表性が損なわれている可能性があるため、データベースをそのままモデル推計に用いた場合、推計バイアスを伴う可能性がある。たとえば、分析対象とする目標母集団をある特性に従って分割した時に、各分割集合で欠損率が異なる場合に欠損バイアスの問題が発生する。ベトナムの場合、植民地時代に整備された橋梁が現在も利用されている場合が多いが、橋梁の建設時点が不明な橋梁が少なくない。さらに、国土の南北分断、ベトナム戦争後の時代的背景と対応して、橋梁の管理体制も多様に異なっている。このため、建設時点に関する情報の欠損メカニズムが、建設時点、地域や管理者に依存するという問題が発生する。

不完全データに基づく推定において欠損バイアスを緩和する手法について研究が蓄積されてきた¹⁵⁾。データ欠損メカニズムとしては、1) 完全にランダムな欠損 (missing completely at random: MCAR)、2) ランダムな欠損 (missing at random: MAR)、3) ランダムでない欠損 (missing not at random: MNAR) の3つのケースが存在する。前述したように、データ欠損が完全にランダムに発生する場合、推計バイアスの問題は発生しない。MARはある変数のデータが欠損する確率が、他の観測されている変数の値には依存するが、欠損となった変数の値自体には依存しない場合である。一方、MNARは変数の欠損する確率が、その変数自体の値に依存する場合を意味する。MNARとMARの違いは、データの欠損メカニズムが、欠損する変数の値に依存するか否かという点にある。アセットマネジメントの分野でも、欠損値による推計バイアスの補正方法に関する研究が実施されている。たとえば、小林等¹⁶⁾は、舗装の劣化速度が速くなるほど補修が早期に実施されることを指摘し、舗装劣化度が大きくなるほど観測値が欠損するというMNAR型の欠損メカニズムを考慮した劣化予測モデルの推計方法を提案している。

本研究で対象とする橋梁の建設時点に関する情報の欠損メカニズムは、欠損率が建設後からの経過年数自体に依存するため、基本的にはMNAR型欠損メカニズムに該当する。それと同時に、データ欠損率が橋梁が建設された時代や橋梁が位置する地域や管理者に依存するというMAR型の欠損メカニズムも併存する。この

ような複合的な欠損メカニズムに対処するために、まず欠損メカニズムの異質性の代理変数とみなせる地域、管理者等の変数を用いて、橋梁サンプル群をグルーピングすることによりMAR型欠損メカニズムに対応することとする。それと併せて、建設後経過年数というMNAR型欠損データに対しては、グループごとに建設後経過年数の頻度分布というマクロ情報を用いて、欠損データに関する情報を補完することにより劣化予想モデルの推計効率を向上させることを試みる。

3. マルコフ劣化ハザードモデル

(1) モデル化の前提条件

1年を基本単位間隔とする離散的なカレンダー時間軸を考える。時間軸上の任意の時点を τ で表す。いま、ある橋梁部材に着目し、その部材のレーティングをレーティング i ($i = 1, \dots, J$) で表現する。レーティング i の値が大きくなるほど劣化が進行している。 J は、使用限界を意味する。カレンダー時間軸上の2つの時点 τ_A, τ_B ($\tau_A < \tau_B$) の間におけるレーティング間の推移状態をマルコフ推移確率モデルを用いて記述する。時点 τ_A と τ_B の間隔は、1年間に限らず任意の複数年の値をとれる。任意の時点 τ におけるレーティングを状態変数 $h(\tau)$ を用いて表す。このとき、マルコフ推移確率は、時点 τ_A で観測されたレーティング $h(\tau_A) = i$ を与件とし、将来時点(例えば τ_B)においてレーティング $h(\tau_B) = j$ が生起する条件付確率

$$\text{Prob}[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i] = \pi_{ij} \quad (1)$$

として定義できる。当然のことながら、対象とする検査間隔が異なれば、推移確率の値は異なる。さらに、マルコフ推移確率に関して、

$$\left. \begin{aligned} \pi_{ij} &\geq 0 \quad (i, j = 1, \dots, J) \\ \pi_{ij} &= 0 \quad (i > j \text{ の時}) \\ \sum_{j=1}^J \pi_{ij} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

が成立する。状態 J は、補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $\pi_{JJ} = 1$ が成立する。時点 τ_A から時点 τ_B の間に推移する確率は時点 τ_A におけるレーティングのみに依存するという性質(マルコフ性)を満足すると仮定する。

(2) 混合マルコフ劣化ハザードモデル

本研究では、貝戸等¹¹⁾が提案した混合マルコフ劣化ハザードモデルを劣化予測モデルとして用いる。混合マルコフ劣化ハザードモデルの詳細は参考文献¹¹⁾に譲るが、以下では読者の便宜を図るためにモデルの概要について説明する。いま、分析対象とする橋梁群を K 個のグループに分割する。グループ k ($k = 1, \dots, K$) には、合計 L^k 個の橋梁が存在する。グループ k ($k = 1, \dots, K$)

に固有なハザード率の特性を表すパラメータ（以下、異質性パラメータと呼ぶ） ε^k を導入する。このとき、グループ k の橋梁 l^k ($l^k = 1, \dots, L^k$) のレーティング i ($i = 1, \dots, J-1$) のハザード率^{17)–21)}を、以下の混合指数ハザード率^{22),23)}を用いて表現する。

$$\lambda_i^{l^k} = \tilde{\lambda}_i^{l^k} \varepsilon^k \quad (3)$$

$$(i = 1, \dots, J-1; k = 1, \dots, K; l^k = 1, \dots, L^k)$$

ここに、 $\tilde{\lambda}_i^{l^k}$ はグループ k の橋梁 l^k が有するレーティング i の平均的ハザード率（以下、標準ハザード率と呼ぶ）である。異質性パラメータ ε^k は、標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l^k}$ からの乖離の程度を表す確率変数であり、 $\varepsilon^k \geq 0$ が成立すると仮定する。異質性パラメータ ε^k の値が 1 より大きくなるほど、当該グループ k に含まれる橋梁の劣化速度が、標準ハザード率に対して速いことを表す。異質性パラメータ ε^k が、異質性パラメータが平均 1、分散 $1/\phi$ のガンマ分布

$$f(\varepsilon^k|\phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon^k)^{\phi-1} \exp(-\phi\varepsilon^k) \quad (4)$$

から抽出された確率標本であると考え、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。

いま、グループ k ($k = 1, \dots, K$) の異質性パラメータ ε^k の値を $\bar{\varepsilon}^k$ に固定する。このとき、グループ k に属する橋梁 l^k のレーティング i の寿命が z 以上となる確率は、指数ハザード関数を用いて、

$$\tilde{F}_i(z) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l^k} \bar{\varepsilon}^k z) \quad (5)$$

と表せる。さらに、時点 τ_A においてレーティングが i と判定され、次の時点 $\tau_B = \tau_A + z$ においてもレーティングが i と判定される確率 $\pi_{ii}^{l^k}(z, \bar{\varepsilon}^k)$ は、

$$\pi_{ii}^{l^k}(z, \bar{\varepsilon}^k) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l^k} \bar{\varepsilon}^k z) \quad (6)$$

となる⁵⁾。また、時点 τ_A と $\tau_B = \tau_A + z$ の間で、レーティングが i から j ($j > i$) に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij}^{l^k}(z, \bar{\varepsilon}^k)$ は、

$$\begin{aligned} \pi_{ij}^{l^k}(z, \bar{\varepsilon}^k) &= \sum_{s=i}^j \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^{l^k}}{\tilde{\lambda}_m^{l^k} - \tilde{\lambda}_s^{l^k}} \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \bar{\varepsilon}^k z) \\ &= \sum_{s=i}^j \psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \bar{\varepsilon}^k z) \end{aligned} \quad (7)$$

$$(i = 1, \dots, J-1; j = i, \dots, J; k = 1, \dots, K; l^k = 1, \dots, L^k)$$

と表すことができる⁵⁾。ただし、 $\tilde{\lambda}^{l^k} = (\tilde{\lambda}_1^{l^k}, \dots, \tilde{\lambda}_{J-1}^{l^k})$ である。また、 $\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l^k})$ は、

$$\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) = \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^{l^k}}{\tilde{\lambda}_m^{l^k} - \tilde{\lambda}_s^{l^k}} \quad (8)$$

となり、標準ハザード率のみの関数で表される。ここで、異質性パラメータ ε^k が、式 (4) に従って確率分布

する場合、平均的なマルコフ推移確率は

$$\tilde{\pi}_{ii}^{l^k}(z) = \int_0^\infty \pi_{ii}^{l^k}(z, \varepsilon^k) f(\varepsilon^k|\phi) d\varepsilon^k \quad (9a)$$

$$\tilde{\pi}_{ij}^{l^k}(z) = \int_0^\infty \pi_{ij}^{l^k}(z, \varepsilon^k) f(\varepsilon^k|\phi) d\varepsilon^k \quad (9b)$$

と表すことができる。上記の積分を行うことにより、点検間隔 z の下でレーティング i からレーティング j へ推移する平均マルコフ推移確率は、

$$\tilde{\pi}_{ii}^{l^k}(z) = \frac{\phi^\phi}{(\tilde{\lambda}_i^{l^k} z + \phi)^\phi} \quad (10a)$$

$$\tilde{\pi}_{ij}^{l^k}(z) = \sum_{s=i}^j \frac{\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \phi^\phi}{(\tilde{\lambda}_s^{l^k} z + \phi)^\phi} \quad (10b)$$

と表される。

(3) 単一点検データとマルコフ推移確率

a) 橋梁サンプルの分類

本研究では、橋梁を劣化特性の異質性に着目して K 個のグループ k ($k = 1, \dots, K$) に分類している。さらに、各グループにそれぞれ L^k 個の橋梁が存在している。このような異質性に基づいたグループは、橋梁の劣化特性に基づくものであり、同一グループに属する橋梁は同一の劣化特性を有すると考える。ただし、開発途上国において橋梁アセットマネジメントを導入する場合、はじめて目視点検を実施する場合が多く、さらに、建設時点が不明な橋梁も少なくない。そこで、対象とする橋梁を建設時点に関する情報の有無によりカテゴリ分類する。具体的には、建設時点が既知なグループ群（カテゴリ κ_1 ）と建設時点が未知なグループ群（カテゴリ κ_2 ）という 2 つのカテゴリに分類する。カテゴリ κ_1 に含まれる橋梁は、建設時点 $\tau_0^{l^k}$ に関するデータが入手可能である。一方、カテゴリ κ_2 に含まれる橋梁は、建設された時点が不明である。この時、グループ k ($k = 1, \dots, K$) に属する任意の橋梁 l^k ($l^k = 1, \dots, L^k$) は、カテゴリ κ_1 、もしくは κ_2 のいずれかに属する。カテゴリ κ_1, κ_2 に属する橋梁の集合を、それぞれ $\{\kappa_1\}, \{\kappa_2\}$ と表すことにする。しかしながら、橋梁のタイプやそれが敷設されている地域属性から、それが建設された時間的範囲と、その期間中の各時点ごとの建設数の分布に関する部分的情報が入手可能であると考え、このような橋梁タイプや地域属性のサブカテゴリを o ($o = 1, \dots, O$) と表す。すべての橋梁は、カテゴリ κ_1 と κ_2 のいずれかに属し、さらに、それぞれのカテゴリごとに O 個の排他的なサブカテゴリ κ_1^o 、もしくは κ_2^o ($o = 1, \dots, O$) のいずれか 1 つに属することになる。サブカテゴリ κ_1^o と κ_2^o に属する橋梁の集合を、それぞれ $\{\kappa_1^o\}, \{\kappa_2^o\}$ と表す。サブカテゴリ κ_1^o に含まれる橋梁は、建設時点が判明しているが、サブカテゴリ κ_2^o に含まれる橋梁は、

期間 $\omega^o = [\tau_{\omega_A}^o, \tau_{\omega_B}^o]$ の範囲内で建設され、その期間中の各時点 $\tau \in [\tau_{\omega_A}^o, \tau_{\omega_B}^o]$ に建設された頻度分布が判明していると考えられる。そこで、橋梁 l_k がカテゴリー κ_1 に属するかどうかを表すダミー変数

$$\bar{v}_{\kappa_1}^{l_k} = \begin{cases} 1 & l_k \in \{\kappa_1\} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (11)$$

を定義する。同様に、橋梁 l_k がカテゴリー κ_2^o に属するかどうかを表すダミー変数

$$\bar{v}_{\kappa_2^o}^{l_k} = \begin{cases} 1 & l_k \in \{\kappa_2^o\} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (12)$$

で表す。記号「 $\bar{\cdot}$ 」は観測値であることを意味する。

b) 建設時点が既知の場合

カテゴリー κ_1 に含まれる橋梁は、建設時点 $\tau_0^{l_k}$ に関するデータが入手可能であり、時点 τ において目視点検が実施されたと考える。建設後経過年数（供用期間長と呼ぶ）を $\bar{z}^{l_k} = \tau - \tau_0^{l_k}$ と表す。さらに、目視点検で観測された施設のレーティングを $\bar{h}^{l_k}(\tau) = j$ と表記する。目視点検により観測されたレーティングに基づいて、ダミー変数 $\bar{\delta}_j^{l_k}$ ($j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K; l^k = 1, \dots, L^k$) を、

$$\bar{\delta}_j^{l_k} = \begin{cases} 1 & (\bar{h}^{l_k}(\tau) = j \text{ の時}) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (13)$$

と定義する。さらに、ダミー変数ベクトルを $\bar{\delta}^{l_k} = (\bar{\delta}_1^{l_k}, \dots, \bar{\delta}_J^{l_k})$ 、橋梁の劣化特性や環境条件を表す特性ベクトルを $\bar{x}^{l_k} = (\bar{x}_1^{l_k}, \dots, \bar{x}_M^{l_k})$ と表す。ただし、 $\bar{x}_m^{l_k}$ ($m = 1, \dots, M$) はグループ k の橋梁 l^k に関する m 番目の説明変数の観測値を表す。また、第 1 番目の説明変数は定数項に該当する変数であり、恒等的に $\bar{x}_1^{l_k} = 1$ であると定義する。カテゴリー κ_1 の橋梁 l^k の点検サンプルの事前情報を $\bar{\xi}_1^{l_k} = (\bar{\delta}^{l_k}, \bar{z}^{l_k}, \bar{x}^{l_k})$ と、目視点検データ全体を $\Xi_1 = \{\bar{\xi}_1^{l_k}, (l_k \in \{\kappa_1\})\}$ と表す。さらに、橋梁 l^k の供用期間長 $[\tau_0^{l_k}, \tau]$ における劣化過程を混合指数ハザード率 $\lambda_i^{l_k} = \tilde{\lambda}_i^{l_k} \varepsilon^k$ ($i = 1, \dots, J-1$) を用いて表現する。標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ ($i = 1, \dots, J-1; k = 1, \dots, K; l^k = 1, \dots, L^k$) を特性ベクトル $\bar{x}^{l_k}$ を用いて次式で表現する。

$$\tilde{\lambda}_i^{l_k} = \exp(\bar{x}^{l_k} \beta'_i) \quad (14)$$

ここで、 $\beta_i = (\beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,M})$ は未知パラメータ $\beta_{i,m}$ ($m = 1, \dots, M$) による行ベクトル、記号「 $'$ 」は転置操作を表す。いま、 ε^k を与件とする。このとき、建設後に期間 $\bar{z}^{l_k}$ が経過した時点で点検した結果、レーティングが $\bar{h}^{l_k}(\tau) = j$ と判定される確率 $\pi_{1j}^{l_k}(\bar{z}^{l_k}, \varepsilon^k)$ は次式で表される。ただし、建設後の橋梁の事前レーティングを $\bar{h}^{l_k}(\tau_0) = 1$ としている。

$$\pi_{1j}^{l_k}(\bar{z}^{l_k}, \varepsilon^k) = \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l_k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l_k} \varepsilon^k \bar{z}^{l_k}) \quad (15)$$

$$(j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K; l^k \in \{\kappa_1\})$$

c) 建設時点が不明の場合

開発途上国の橋梁では、橋梁が建設された時点が不明な場合も少なくない。このような橋梁に対しては、事前情報 $\bar{\xi}_2^{l_k} = (\bar{\delta}^{l_k}, \bar{x}^{l_k})$ のみが得られている。前述したように、カテゴリー κ_2 内のサブカテゴリー κ_2^o に含まれる橋梁は、期間 $\omega^o = [\tau_{\omega_A}^o, \tau_{\omega_B}^o]$ の範囲内で建設され、その期間中の各時点 $\tau \in [\tau_{\omega_A}^o, \tau_{\omega_B}^o]$ に建設された確率分布が判明していると考えられる。目視点検時点を τ とすれば、グループ o の橋梁の供用期間長は集合 $\eta^o = \{\bar{z}^o, \bar{z}^o+1, \dots, \bar{z}^o\}$ において、確率分布 $g^o(z)$ に従って分布することになる。ただし、 $\bar{z}^o = \tau - \tau_{\omega_A}^o$ 、 $\bar{z}^o = \tau - \tau_{\omega_B}^o$ である。期間 ω^o の期間長 T^o は、 $T^o = \bar{z}^o - \bar{z}^o$ で表される。ここで、式 (15) の供用期間長 $\bar{z}^{l_k}$ ($l^k \in \{\kappa_2^o\}$) が、集合 η^o で定義された事前分布 $g^o(z)$ ($z \in \eta^o$)

$$g^o(z) = \alpha_z^o (z = \{\bar{z}^o, \dots, \bar{z}^o\}) \quad (16)$$

に従って分布すると考える。ただし、 $\alpha_z^o \geq 0$ 、 $\sum_{z=\bar{z}^o}^{\bar{z}^o} \alpha_z^o = 1$ が成立する。表記の便宜上、グループ o ($o = 1, \dots, O$) の離散確率ベクトルを $\alpha^o = (\alpha_{\bar{z}^o}^o, \dots, \alpha_{\bar{z}^o}^o)$ と記述する。また、 $\alpha = (\alpha^1, \dots, \alpha^O)$ と表す。いま、 ε^k を与件とする。このとき、橋梁 $l^k \in \{\kappa_2^o\}$ に関して、カレンダー時間軸上の時点 τ におけるレーティングが $\bar{h}^{l_k}(\tau) = j$ ($j = 1, \dots, J$) となる条件付き平均的確率 $\tilde{\pi}_{1j}^{l_k}(\varepsilon^k)$ は次式で表される。

$$\tilde{\pi}_{1j}^{l_k}(\varepsilon^k) = \sum_{z=\bar{z}^o}^{\bar{z}^o} \alpha_z^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l_k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l_k} \varepsilon^k z) \quad (17)$$

$$(j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K; o = 1, \dots, O; l^k \in \{\kappa_2^o\})$$

(4) 完備化尤度関数の定式化

対象とする橋梁群のうち、建設時点が判明しているカテゴリー κ_1 に含まれる橋梁 l^k ($l^k \in \{\kappa_1\}$) に対して、事前情報 $\bar{\xi}_1^{l_k} = (\bar{\delta}^{l_k}, \bar{z}^{l_k}, \bar{x}^{l_k})$ が得られている。一方、建設時点が不明なカテゴリー κ_2 に含まれる橋梁 l^k ($l^k \in \{\kappa_2\}$) に関しては、それぞれ事前情報 $\bar{\xi}_2^{l_k} = (\bar{\delta}^{l_k}, \bar{x}^{l_k})$ のみが得られている。ただし、グループ o ($o = 1, \dots, O$) の橋梁が建設された時点に関する確率分布 $g^o(z)$ に関する情報が得られたと考える。カテゴリー κ_1 に関する目視点検情報の集合を Ξ_1 、カテゴリー κ_2 の目視点検情報集合を Ξ_2 と表す。さらに、これまで与件とってきた異質性パラメータ ε^k ($k = 1, \dots, K$) を、以下では確率変数と考える。

まず、カテゴリー κ_1 の橋梁に着目する。一般的なベイズ推計手法では、パラメータの事前分布と、観測情報に基づいて定義される尤度関数を用いて、パラメータの事後分布を推計する。未知パラメータベクトルを $\theta_1 = (\beta, \phi, \varepsilon)$ と表した時、目視点検情報集合 Ξ_1 が観

測される同時生起確率（尤度） $\mathcal{L}^1(\Xi_1|\theta_1)$ は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^1(\Xi_1|\theta_1) &= \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \prod_{j=1}^J \left\{ \pi_{1j}^{l^k}(\tilde{z}^{l^k}|\varepsilon^k, \beta) \right\}^{\delta_j^{l^k} \bar{v}_{\kappa_1}^{l^k}} \\ &= \prod_{k=1}^{K_1} \prod_{l^k=1}^{L^k} \prod_{j=1}^J \left\{ \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \varepsilon^k \tilde{z}^{l^k}) \right\}^{\delta_j^{l^k} \bar{v}_{\kappa_1}^{l^k}} \end{aligned} \quad (18)$$

と表される。

つぎに、建設時点が不明なカテゴリー κ_2^o に属する橋梁 l^k ($l^k \in \{\kappa_2^o\}$) に対して、事前情報 $\tilde{\xi}_2^{l^k} = (\delta^{l^k}, \bar{x}^{l^k})$ が得られていると考える。建設時点からの経過年数 $z_o^{l^k}$ は確率変数であるが、建設後経過年数を表す潜在変数 $\zeta_o^{l^k}$ ($\zeta_o^{l^k} = z_o^o, \dots, \bar{z}^o$) を導入する。これらの潜在変数は、本来測定不可能な変数であるが、議論の便宜上、ひとまず潜在変数 $\zeta_o^{l^k}$ が仮に測定でき、その値が $\tilde{\zeta}_o^{l^k}$ であると判明したと考える。潜在変数値ベクトル $\tilde{\zeta} = \{\tilde{\zeta}_o^{l^k}; o = 1, \dots, O, l^k \in \{\kappa_2^o\}\}$ と表す。また、未知パラメータベクトルを $\theta_2 = (\beta, \alpha, \phi, \varepsilon, \tilde{\zeta})$ と表す。この時、目視点検情報集合 Ξ_2 が観測される尤度 $\mathcal{L}^2(\Xi_2|\theta_2)$ は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^2(\Xi_2|\theta_2) &= \prod_{o=1}^O \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \prod_{j=1}^J \left\{ \alpha_{\zeta_o^{l^k}}^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \right. \\ &\quad \left. \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \varepsilon^k \tilde{\zeta}_o^{l^k}) \right\}^{\delta_j^{l^k} \bar{v}_{\kappa_2^o}^{l^k}} \end{aligned} \quad (19)$$

と表すことができる。以上の操作を完備化 (completion) と言う。完備化された尤度関数 (以下、完備化尤度関数と呼ぶ) は、通常の尤度関数と比較して簡略化されていることが理解できる。ただし、完備化尤度関数の中に含まれる潜在変数 $\tilde{\zeta}_o^{l^k}$ は測定できない変数である。そこで、完備化尤度関数を用いて、これらの潜在変数の確率分布を推計することを考える。完備化尤度関数を用いた場合、目視点検情報 $\Xi = \Xi_1 \cup \Xi_2$ が観察される完備化尤度関数は

$$\mathcal{L}(\Xi|\theta) = \mathcal{L}^1(\Xi_1|\theta_1) \mathcal{L}^2(\Xi_2|\theta_2) \quad (20)$$

と表される。ただし、定義より $\theta = \theta_2$ が成立する。

4. 推定手法

(1) 推定手法の概要

混合マルコフ劣化ハザードモデルでは異質性パラメータ ε^k が平均 1、分散 $1/\phi$ のガンマ分布で表される事前分布に従うことを仮定している。また、カテゴリー κ_2 のサブカテゴリー κ_2^o に含まれる橋梁に関しては、建設後の経過年数 $z_o^{l^k}$ も離散確率分布 $g^o(z_o^{l^k})$ に従うと考える。このように、本研究で提案する劣化予測モデルで

は、劣化予測モデルに含まれる未知パラメータベクトル β だけでなく、異質性パラメータベクトル ε 、その確率分布を規定するパラメータ ϕ と建設時点の確率分布を表すパラメータ α という 4 つの種類の未知パラメータを含んでいる。さらに、供用期間長を表す潜在変数ベクトル $\zeta = \{\zeta_o^{l^k} (o = 1, \dots, O; l^k \in \{\kappa_2^o\})\}$ も未知パラメータである。

本研究では、混合マルコフ劣化ハザードモデルを階層ベイズモデル²⁴⁾を用いて推計する。目視点検データ Ξ が与件であるとき、未知パラメータベクトル θ の同時事後確率密度関数 $\rho(\theta|\Xi)$ はベイズの定理より、

$$\rho(\theta|\Xi) \propto \mathcal{L}(\Xi|\theta) \pi(\theta) \quad (21)$$

と近似できる。さらに、事前確率密度関数 $\pi(\theta)$ を

$$\begin{aligned} \pi(\theta) &= \pi(\beta, \alpha, \phi, \varepsilon, \zeta) \\ &= \pi(\beta) \pi(\alpha) \pi(\varepsilon|\phi) \pi(\phi) \pi(\zeta) \end{aligned} \quad (22)$$

と展開する。混合マルコフ劣化ハザードモデルの異質性パラメータ ε の確率分布とその確率分布のハイパーパラメータ ϕ の事前分布が階層構造になっている。

(2) 事後確率密度関数の定式化

未知パラメータ $\beta, \alpha, \phi, \varepsilon$ の事前確率密度関数をそれぞれ以下のように設定する。まず、 $\beta_i (i = 1, \dots, J-1)$ の事前確率密度関数 $\pi(\beta_i)$ として M 次元多次元正規分布 $N_M(\mu_i, \Sigma_i)$ を用いる。ただし、 μ_i は平均値ベクトル、 Σ_i は分散共分散行列である。サブカテゴリー o に属する橋梁の供用期間長の分布を表す離散確率 α^o の事前確率分布 $\pi(\alpha^o)$ を、ディリクレ分布

$$\pi(\alpha^o) = \frac{\Gamma(\nu_{z^o}^o + \dots + \nu_{\bar{z}^o}^o)}{\Gamma(\nu_{z^o}^o) \dots \Gamma(\nu_{\bar{z}^o}^o)} \prod_{z=z^o}^{\bar{z}^o} (\alpha_z^o)^{\nu_z^o - 1} \quad (23)$$

を用いて表現する。ただし、 $\nu^o = (\nu_{z^o}^o, \dots, \nu_{\bar{z}^o}^o)$ は、パラメータであり外生的に与えられる。パラメーター $\nu^o (o = 1, \dots, O)$ として、サブカテゴリー o に属している橋梁が建設された年次に関する相対頻度分布を採用する。これらの相対頻度はマクロな情報であり、カテゴリー κ_1, κ_2 のいずれに属する橋梁がマクロ情報の中に計上されているかは判別できない場合が少なくない。また、マクロ情報として与えられる頻度分布の信頼性に問題が残る場合もあり得る。このため、建設時点次分布を表す離散確率 α^o の真の値を知ることができない。このため、本研究では、建設時点の離散確率 α^o の事前分布を、式 (23) に示すディリクレ分布として与えることとした。また、 $\varepsilon^k (k = 1, \dots, K)$ の事前確率密度関数はガンマ分布 $h(\varepsilon^k|\phi, 1)$ で与えられる。ガンマ分布のハイパーパラメーター ϕ の事前確率密度関数 $\pi(\phi)$ としてガンマ分布 $h(\phi|\gamma_0, \gamma_1)$ を設定する。したがって、潜

変数 $\tilde{\zeta}$ を与件とした完備化同時事後確率密度関数は、

$$\begin{aligned}
 & \rho(\theta|\tilde{\zeta}, \Xi) \propto \mathcal{L}(\Xi|\theta)\pi(\beta)\pi(\alpha)\pi(\varepsilon|\phi)\pi(\phi) \\
 & \propto \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \left\{ \left[\sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \varepsilon^k \tilde{z}^{l^k}) \right]^{\delta_j^{l^k} \bar{v}_{\kappa_2}^{l^k}} \right. \\
 & \quad \left. \prod_{o=1}^O \left[\alpha_{\tilde{\zeta}_o^{l^k}}^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \varepsilon^k \tilde{\zeta}_o^{l^k}) \right]^{\delta_j^{l^k} \bar{v}_{\kappa_2}^{l^k}} \right\} \\
 & \quad \cdot \prod_{i=1}^{J-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta_i - \mu_i) \Sigma_i^{-1} (\beta_i - \mu_i)' \right\} \\
 & \quad \cdot \prod_{o=1}^O \left\{ \prod_{z=\tilde{z}^o}^{\bar{z}^o} (\alpha_z^o)^{\nu_z^o - 1} \right\} \\
 & \quad \cdot \prod_{k=1}^K \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon^k)^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon^k) \\
 & \quad \cdot \frac{1}{\gamma_1^{\gamma_0} \Gamma(\gamma_0)} \phi^{\gamma_0-1} \exp \left(-\frac{\phi}{\gamma_1} \right) \quad (24)
 \end{aligned}$$

と定式化できる。

混合マルコフ劣化モデルでは、条件付き事後確率密度関数を直接解析的に求めることができない。そこで、代表的な MCMC (Markov Chain Monte Carlo) 法^{25), 26)}であるギブスサンプリング法^{27), 28)}を用いて、未知パラメータ θ の標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する。式 (24) は未知パラメータの同時生起確率密度関数を表したものであるが、式から未知パラメータを直接サンプリングすることは困難である。そこで、本研究では、MH (Metropolis-Hastings) 法を組み込んだギブスサンプリング法^{27), 28)}の方法を用いて、各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて未知パラメータの推計値をサンプリングする。まず、潜在変数 $\tilde{\zeta}$ を与件とした混合マルコフ劣化モデルの未知パラメータ $\beta, \alpha, \phi, \varepsilon$ の条件付き完備化事後確率密度関数を求める。未知パラメータの部分ベクトル β_i から β_{i, e_1} ($e_1 = 1, \dots, M$) を除いた未知パラメータベクトルの部分ベクトルを β_{-i, e_1} と表す。つぎに、未知パラメータベクトル α からベクトル α^o を除いた未知パラメータベクトルを α^{-o} と表す。未知パラメータベクトル α に関しては、のちに議論するように式 (23) に示すディリクレ分布から未知パラメータベクトル α^o を一括発生させるため、条件付き完備化事後確率密度関数は α^o の関数として表現されていることを断っておく。

まず、パラメータベクトル $\beta_{i, -e_1}, \alpha, \phi, \varepsilon$ と潜在変数 $\tilde{\zeta}$ を既知としたときの β_{i, e_1} の条件付き完備化事後確率密度関数 $\rho(\beta_{i, e_1} | \beta_{-i, e_1}, \alpha, \phi, \varepsilon, \tilde{\zeta})$ は、

$$\begin{aligned}
 & \rho(\beta_{i, e_1} | \beta_{-i, e_1}, \alpha, \phi, \varepsilon, \tilde{\zeta}) \\
 & \propto \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \left\{ \left[\sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \varepsilon^k \tilde{z}^{l^k}) \right]^{\delta_j^{l^k} \bar{v}_{\kappa_2}^{l^k}} \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \prod_{o=1}^O \left[\alpha_{\tilde{\zeta}_o^{l^k}}^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \varepsilon^k \tilde{\zeta}_o^{l^k}) \right]^{\delta_j^{l^k} \bar{v}_{\kappa_2}^{l^k}} \right\} \\
 & \cdot \prod_{i=1}^{J-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta_i - \mu_i) \Sigma_i^{-1} (\beta_i - \mu_i)' \right\} \quad (25)
 \end{aligned}$$

と表される。

つぎに、 $\beta, \alpha^{-o}, \phi, \varepsilon$ と潜在変数 $\tilde{\zeta}$ を既知とした α^o ($o = 1, \dots, O$) の条件付き完備化事後確率密度関数 $\rho(\alpha^o | \beta, \alpha^{-o}, \phi, \varepsilon, \tilde{\zeta})$ は、

$$\begin{aligned}
 & \rho(\alpha^o | \beta, \alpha^{-o}, \phi, \varepsilon, \tilde{\zeta}) \\
 & \propto \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K \prod_{l^k=1}^{L^k} \prod_{z=\tilde{z}^o}^{\bar{z}^o} \left[\alpha_z^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \right. \\
 & \quad \left. \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \varepsilon^k z) \right]^{\delta_j^{l^k} \bar{v}_{\kappa_2}^{l^k} \eta_z^{\tilde{\zeta}_o^{l^k}}} \prod_{z=\tilde{z}^o}^{\bar{z}^o} (\alpha_z^o)^{\nu_z^o - 1} \quad (26)
 \end{aligned}$$

ただし、 $\eta_z^{\tilde{\zeta}_o^{l^k}}$ はダミー変数であり、

$$\eta_z^{\tilde{\zeta}_o^{l^k}} = \begin{cases} 1 & \tilde{\zeta}_o^{l^k} = z \text{ の時} \\ 0 & \text{その他の時} \end{cases} \quad (27)$$

$(k = 1, \dots, K; l^k = 1, \dots, L^k; o = 1, \dots, O; z = \tilde{z}^o, \dots, \bar{z}^o)$

と表される。

つぎに、異質性パラメータベクトル ε から、パラメータ ε^{e_2} を除いた残りのパラメータベクトル ε^{-e_2} を定義する。異質性パラメータ ε^{e_2} の条件付き完備化事後確率分布 $\rho(\varepsilon^{e_2} | \beta, \alpha, \phi, \varepsilon^{-e_2}, \tilde{\zeta})$ は、

$$\begin{aligned}
 & \rho(\varepsilon^{e_2} | \beta, \alpha, \phi, \varepsilon^{-e_2}, \tilde{\zeta}) \\
 & \propto \prod_{j=1}^J \prod_{l^{e_2}=1}^{L^{e_2}} \left\{ \left[\sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^{e_2}}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^{e_2}} \varepsilon^{e_2} \tilde{z}^{l^{e_2}}) \right]^{\delta_j^{l^{e_2}} \bar{v}_{\kappa_2}^{l^{e_2}}} \right. \\
 & \quad \left. \prod_{o=1}^O \left[\alpha_{\tilde{\zeta}_o^{l^{e_2}}}^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^{e_2}}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^{e_2}} \varepsilon^{e_2} \tilde{\zeta}_o^{l^{e_2}}) \right]^{\delta_j^{l^{e_2}} \bar{v}_{\kappa_2}^{l^{e_2}}} \right\} \\
 & \quad \cdot (\varepsilon^{e_2})^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon^{e_2}) \quad (28)
 \end{aligned}$$

と表すことができる。

さらに、ハイパーパラメータ ϕ の条件付き完備化事後確率密度関数は

$$\begin{aligned}
 & \rho(\phi | \beta, \alpha, \varepsilon, \tilde{\zeta}) \propto \prod_{k=1}^K \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon^k)^{\phi-1} \\
 & \quad \cdot \exp(-\phi \varepsilon^k) \phi^{\gamma_0-1} \exp \left(-\frac{\phi}{\gamma_1} \right) \quad (29)
 \end{aligned}$$

と表せる。

式 (25)–(28) に示した完備化事後確率密度関数に含まれる潜在変数 $\tilde{\zeta}_o^{l^k}$ は本来観測できない変数である。階層ベイズ法を用いた場合、これらの潜在変数の事後確率密度関数を用いて潜在変数値を確率サンプリングすることが必要となる。まず、潜在変数 $\tilde{\zeta}_o^{l^k}$ に関して、潜在変数ベクトル ζ から、潜在変数 ζ_o^3 を除いた残りのパ

ラメータベクトル ζ_o^{-e3} を定義する. この時, グループ $o = 1, \dots, O$ に属する橋梁 $l^k (l^k \in \{\kappa_2\})$ の供用期間長の潜在変数が $\zeta_o^{e3} (\zeta_o^{e3} = \underline{z}^o, \dots, \bar{z}^o)$ となる全条件付き事後確率分布 $\text{Prob}(\zeta_o^{e3} | \beta, \alpha, \phi, \varepsilon, \zeta_o^{-e3})$ は,

$$\begin{aligned} & \text{Prob}(\zeta_o^{e3} | \beta, \alpha, \phi, \varepsilon, \zeta_o^{-e3}) \\ &= \frac{H(\zeta_o^{e3} | \beta, \alpha, \phi, \varepsilon, \zeta_o^{-e3})}{\sum_{\zeta_o^{e3'} = \underline{z}^o}^{\bar{z}^o} H(\zeta_o^{e3'} | \beta, \alpha, \phi, \varepsilon, \zeta_o^{-e3'})} \end{aligned} \quad (30)$$

と表される. ただし,

$$\begin{aligned} & H(\zeta_o^{e3} | \beta, \alpha, \phi, \varepsilon, \zeta_o^{-e3}) \\ &= \prod_{j=1}^J \left\{ \alpha_{\zeta_o^{e3}}^o \sum_{s=1}^j \psi_{1j}^s(\tilde{\lambda}^{l^k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k} \varepsilon^k \zeta_o^{e3}) \right\}^{\delta_j^{l^k} \bar{v}_{\kappa_2}^{l^k}} \\ & \quad \cdot (\alpha_{\zeta_o^{e3}}^o)^{\nu_{\zeta_o^{e3}}^o - 1} \end{aligned} \quad (31)$$

である. これらの条件付き完備化事後確率密度関数, 全条件付き事後確率分布を用いて, 未知パラメータの標本をギブスサンプリング法により発生させる.

(3) 未知パラメータのギブスサンプリング

本研究ではギブスサンプリング法^{27), 28)}を用いて, 未知パラメータ θ の標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する. その際, $\rho(\beta^{e1} | \beta^{-e1}, \alpha, \phi, \varepsilon, \tilde{\zeta})$ からのサンプリングに対しては, ランダムウォーク MH 法²⁵⁾を, その他の条件付き確率密度関数からのサンプリングに対しては, 独立 MH 法²⁶⁾をそれぞれ適用する. MH 法自体に新規性がないが, 読者の便宜を図るために付録に MH 法を用いたサンプリング手法について簡単に説明する.

a) ステップ 1 初期値設定

事前分布 $\pi(\beta), \pi(\alpha), \pi(\phi)$ のパラメータベクトル (行列) $\mu_i (i = 1, \dots, J-1), \Sigma_i (i = 1, \dots, J-1), \nu^o (o = 1, \dots, O), \gamma_0, \gamma_1$ の値を設定する. さらに, パラメータ推計量の初期値 $\beta^{(0)}, \alpha^{(0)}, \phi^{(0)}, \varepsilon^{(0)}, \tilde{\zeta}^{(0)}$ を任意に設定する. これらの初期値の影響は, MCMC 法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ, 次第に薄れていく. MCMC のサンプル標本回数 n を $n = 1$ とする.

b) ステップ 2 未知パラメータ $\beta^{(n+1)}$ の標本抽出

ステップ 2 では, マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータ標本を抽出する. 本研究では条件付き事後確率密度関数 $\rho(\beta_{i,e1}^{(n+1)} | \beta_{-i,e1}^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \tilde{\zeta}^{(n)})$ を用いて, ランダムウォーク MH 法により未知パラメータ $\beta^{(n+1)}$ を標本抽出する. このとき, 付録で説明するように, ランダムウォークにより $n+1$ 回目の候補 $\beta_{i,e1}'$ を発生させる. この候補が $n+1$ 回目の標本 $\beta_{i,e1}^{(n+1)}$ として受容される確率は,

$$\Theta_{\beta}(\beta_{i,e1}' | \beta_{i,e1}^{(n)})$$

$$= \min \left[\frac{\rho(\beta_{i,e1}' | \beta_{-i,e1}^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \tilde{\zeta}^{(n)})}{\rho(\beta_{i,e1}^{(n)} | \beta_{-i,e1}^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \tilde{\zeta}^{(n)})}, 1 \right] \quad (32)$$

と表される. 数値計算では区間 $[0, 1]$ で定義される一様分布 $U(0, 1)$ から, 一様乱数 $u \approx U(0, 1)$ を発生させ, $\beta_{i,e1}^{(n+1)}$ を以下のルールに従い決定する.

$$\beta_{i,e1}^{(n+1)} = \begin{cases} \beta_{i,e1}^{(n)} & u > \Theta_{\beta} \\ \beta_{i,e1}' & u \leq \Theta_{\beta} \end{cases} \quad (33)$$

c) ステップ 3 未知パラメータ $\alpha^{(n+1)}$ の標本抽出

供用期間長の確率パラメータ $\alpha^{o(n+1)} = (\alpha_{\underline{z}^o}^{o(n+1)}, \dots, \alpha_{\bar{z}^o}^{o(n+1)})$ ($o = 1, \dots, O$) に関するパラメータ標本を, 付録で示す独立 MH 法により発生させる. その際, 提案分布として式 (23) で表されるディリクレ分布 $\pi(\alpha^o)$ を用いる. 提案分布 $\pi(\alpha^o)$ より一括発生させたパラメータベクトル α^o の $n+1$ 回目の候補 $\alpha^{o'}$ が受容される確率は,

$$\begin{aligned} & \Theta_{\alpha}(\alpha^{o'} | \alpha^{o(n)}) \\ &= \min \left[\frac{\rho(\alpha^{o'} | \beta^{(n)}, \alpha^{-o(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \tilde{\zeta}^{(n)})}{\rho(\alpha^{o(n)} | \beta^{(n)}, \alpha^{-o(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \tilde{\zeta}^{(n)})}, 1 \right] \end{aligned} \quad (34)$$

と表される.

d) ステップ 4 未知パラメータ $\phi^{(n+1)}$ の標本抽出

未知パラメータ ϕ の条件付き事後確率密度関数 $\rho(\phi^{(n+1)} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \tilde{\zeta}^{(n)})$ は定義域が 0 以上という制約を有している. 本研究ではこれを満たす提案分布としてガンマ分布 $h(\gamma_0, \gamma_1)$ を採用する. 提案分布 $h(\phi' | \gamma_0, \gamma_1)$ より発生させた $n+1$ 回目の候補 ϕ' が受容される確率は,

$$\begin{aligned} & \Theta_{\phi}(\phi' | \phi^{(n)}) \\ &= \min \left[\frac{\rho(\phi' | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \tilde{\zeta}^{(n)})}{\rho(\phi^{(n)} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \tilde{\zeta}^{(n)})}, 1 \right] \end{aligned} \quad (35)$$

と表される.

e) ステップ 5 未知パラメータ $\varepsilon^{(n+1)}$ の標本抽出

未知パラメータ $\varepsilon^{e2(n+1)} (e_2 = 1, \dots, K)$ の条件付き事後確率密度関数 $\rho(\varepsilon^{e2(n+1)} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{-e2(n)}, \tilde{\zeta}^{(n)})$ は定義域が 0 以上という制約を有している. 本研究ではこれを満たす提案分布としてガンマ分布 $h(\phi, 1/\phi)$ を採用する. 提案分布より発生させた $n+1$ 回目の候補 $\varepsilon^{e2'}$ が受容される確率は,

$$\begin{aligned} & \Theta_{\varepsilon}(\varepsilon^{e2'} | \varepsilon^{e2(n)}) \\ &= \min \left[\frac{\rho(\varepsilon^{e2'} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{-e2(n)}, \tilde{\zeta}^{(n)})}{\rho(\varepsilon^{e2(n)} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{-e2(n)}, \tilde{\zeta}^{(n)})}, 1 \right] \end{aligned} \quad (36)$$

と表される.

f) ステップ6 潜在変数 $\zeta^{(n+1)}$ の標本抽出

全条件付き事後確率分布 (30) に基づいて, 新しい潜在変数 $\zeta^{(n+1)}$ を標本抽出する. この時, 潜在変数 $\zeta_o^{e_3}$ ($\zeta_o^{e_3} = \underline{z}^o, \dots, \bar{z}^o; e_3 \in \{\kappa_2^o\}$) の全条件付き事後確率 $\text{Prob}(\zeta_o^{e_3} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \zeta_o^{-e_3(n)})$ は,

$$\begin{aligned} & \text{Prob}(\zeta_o^{e_3} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \zeta_o^{-e_3(n)}) \\ &= \frac{H(\zeta_o^{e_3} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \zeta_o^{-e_3(n)})}{\sum_{\zeta_o^{e_3'} = \underline{z}^o}^{\bar{z}^o} H(\zeta_o^{e_3'} | \beta^{(n)}, \alpha^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \zeta_o^{-e_3'(n)})} \end{aligned} \quad (37)$$

と表される. 式 (37) を用いて, モンテカルロシミュレーションにより潜在変数値 $\zeta_o^{e_3(n+1)}$ を確定する. すべての $e_3 \in \{\kappa_2^o\}$ に対して, 潜在変数 $\zeta_o^{e_3(n+1)}$ を求める.

g) ステップ7 アルゴリズムの終了判定

以上で求めたパラメータ推計量の更新値 $\beta^{(n+1)}$, $\alpha^{(n+1)}$, $\phi^{(n+1)}$, $\varepsilon^{(n+1)}$, 潜在変数の更新値 $\zeta^{(n+1)}$ を記録する. $n \leq \bar{n}$ の場合, $n = n+1$ として, ステップ2へ戻る. そうでない場合, アルゴリズムを終了する.

なお, 以上のアルゴリズムの初期段階においては, パラメータの初期値設定の影響が残存している. このため, シミュレーション回数 n が十分大きな値になるまでは, パラメータ標本の発生過程が定常過程に到達していないと考え, 発生したパラメータ標本を除去することが望ましい. ここで, パラメータ標本として採用するシミュレーション回数 n の最小値を $\underline{n}$ と表そう. すなわち, ギブスサンプリングで求めたサンプル $\theta^{(n)}$ ($n = \underline{n}+1, \underline{n}+2, \dots, \bar{n}$) を, 事後確率密度関数 $\rho(\theta | \Xi)$ からの標本と見なすこととする.

(4) 事後分布に関する検定統計量

MCMC 法を用いた場合, パラメータの事後確率密度関数 $\rho(\theta | \Xi)$ は解析的な関数として表現できない. 得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計する事となる. ギブスサンプリングのうち, 最初の $\underline{n}$ 個を事後分布への収束過程からの標本と考え, 標本集合から除外する. パラメータの標本添字集合 $\Lambda = \{\underline{n}+1, \dots, \bar{n}\}$ を定義する. このとき, パラメータ θ の同時確率分布関数 $G(\theta)$ は,

$$G(\theta) = \frac{\#(\theta^{(n)} \leq \theta, n \in \Lambda)}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (38)$$

と表すことができる. ただし, $\#(\theta^{(n)} \leq \theta, n \in \Lambda)$ は論理式 $\theta^{(n)} \leq \theta, n \in \Lambda$ が成立するサンプルの総数である. 記述の便宜を図るために, 未知パラメータベクトル θ を $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_{K_\theta})$ と表現する. K_θ は潜在変数を含めた未知パラメータの総数である. さらに, 未知パラメータ θ の事後分布の期待値ベクトル $\bar{\mu}(\theta)$, 分散・共分散行列 $\bar{\Sigma}(\theta)$ はそれぞれ

$$\bar{\mu}(\theta) = (\bar{\mu}(\theta_1), \dots, \bar{\mu}(\theta_{K_\theta}))'$$

$$= \left(\sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\theta_1^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}}, \dots, \frac{\theta_{K_\theta}^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}} \right)' \quad (39a)$$

$$\bar{\Sigma}(\theta) = \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}^2(\theta_1) & \dots & \bar{\sigma}(\theta_1 \theta_{K_\theta}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\sigma}(\theta_{K_\theta} \theta_1) & \dots & \bar{\sigma}^2(\theta_{K_\theta}) \end{Bmatrix} \quad (39b)$$

と表される. また, ギブスサンプリングで抽出したパラメータ標本を用いて, パラメータ θ の信用区間を定義できる. $100(1-2\nu) \%$ 信用区間は, 標本順序統計量 $(\theta_{k_\theta}, \bar{\theta}_{k_\theta})(k_\theta = 1, \dots, K_\theta)$ は,

$$\begin{aligned} \theta_{k_\theta} &= \arg \max_{\theta_{k_\theta}^*} \left\{ \frac{\#(\theta_{k_\theta}^{(n)} \leq \theta_{k_\theta}^*), n \in \Lambda}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \nu \right\} \end{aligned} \quad (40a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_{k_\theta} &= \arg \min_{\theta_{k_\theta}^{**}} \left\{ \frac{\#(\theta_{k_\theta}^{(n)} \geq \theta_{k_\theta}^{**}), n \in \Lambda}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \nu \right\} \end{aligned} \quad (40b)$$

を用いて $\theta_{k_\theta} \leq \theta_{k_\theta} \leq \bar{\theta}_{k_\theta}$ と定義できる. MCMC 法では, 初期パラメータ値 θ^0 が不変分布である事後分布からの標本である保証はない. ギブスサンプリングで発生させた $\bar{n}$ 個のサンプルの内, 最初の $\underline{n}$ 個の標本 $\theta^{(n)} (n = 1, \dots, \underline{n})$ を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える. そのうえで, 第 $\underline{n}+1$ 回目以降の標本をとりあげる. $\underline{n}+1$ 以降の標本が, 普遍分布である事後分布からの標本であるかどうかを Geweke の方法²⁹⁾を用いて仮説検定を試みる. いま, パラメータ $\theta_{k_\theta} (\kappa_\theta = 1, \dots, K_\theta)$ のギブス標本 $\theta_{k_\theta}^{(n)} (n = \underline{n}, \dots, \bar{n})$ の中から, 最初の n_1 個と最後の n_2 個のデータを取り上げる. Geweke は $n_1 = 0.1(\bar{n} - \underline{n})$, $n_2 = 0.5(\bar{n} - \underline{n})$ を推奨している²⁹⁾. このとき, パラメータ θ_{k_θ} の不変分布への収束を判断するための Geweke 検定統計量²⁹⁾は,

$$Z_{\theta_{k_\theta}} = \frac{1\bar{\theta}_{k_\theta} - 2\bar{\theta}_{k_\theta}}{\sqrt{v_1^2(\theta_{k_\theta}) + v_2^2(\theta_{k_\theta})}} N(0, 1) \quad (41)$$

$$\begin{aligned} 1\bar{\theta}_{k_\theta} &= \frac{\sum_{k=\underline{n}+1}^{n_1+n_1} \theta_{k_\theta}^{(k)}}{n_1} & 2\bar{\theta}_{k_\theta} &= \frac{\sum_{k=\bar{n}-n_2+1}^{\bar{n}} \theta_{k_\theta}^{(k)}}{n_2} \\ v_1^2(\theta_{k_\theta}) &= \frac{2\pi \hat{f}_{\theta_{k_\theta}}^1(0)}{n_1} & v_2^2(\theta_{k_\theta}) &= \frac{2\pi \hat{f}_{\theta_{k_\theta}}^2(0)}{n_2} \end{aligned}$$

と定義できる. ただし, $f_{\theta_{k_\theta}}^l(x) (l = 1, 2)$ はスペクトル密度関数であり, $2\pi f_{\theta_{k_\theta}}^l(0)$ の推計値は,

$$2\pi \hat{f}_{\theta_{k_\theta}}^l(0) = {}_l\hat{w}_0 + 2 \sum_{s=1}^q w(s, q) {}_l\hat{w}_m^s \quad (42)$$

$${}_1\hat{w}_0 = n_1^{-1} \sum_{n=\bar{n}-n_2+1}^{\bar{n}} (\theta_{k_\theta}^{(n)} - {}_1\bar{\theta}_{k_\theta})^2$$

$${}_2\hat{w}_0 = n_2^{-1} \sum_{n=\underline{n}+1}^{\underline{n}+n_1} (\theta_{k_\theta}^{(n)} - {}_2\bar{\theta}_{k_\theta})^2$$

$$\begin{aligned}
{}_1\hat{w}_m^i &= n_1^{-1} \sum_{n=\underline{n}+s+1}^{\underline{n}+n_1} (\theta_{k_\theta}^{(n)} - {}_1\bar{\theta}_{k_\theta})(\theta_{k_\theta}^{(n-s)} - {}_1\bar{\theta}_{k_\theta}) \\
{}_2\hat{w}_m^i &= n_2^{-1} \sum_{n=\bar{n}-n_2+s+1}^{\bar{n}} (\theta_{k_\theta}^{(n)} - {}_2\bar{\theta}_{k_\theta})(\theta_{k_\theta}^{(n-s)} - {}_2\bar{\theta}_{k_\theta}) \\
w(s, q) &= 1 - \frac{s}{q+1}
\end{aligned}$$

として求まる． q はスペクトル密度の近似度を表すパラメータであるが⁵，Geweke に従って 20 を採用する．ここで， θ_{k_θ} の不変分布への収束性に関する帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を

$$\begin{cases} H_0 : |Z_{\theta_{k_\theta}}| \leq \psi_{\alpha/2} \\ H_1 : |Z_{\theta_{k_\theta}}| > \psi_{\alpha/2} \end{cases} \quad (43)$$

と設定する．ただし， $\psi_{\alpha/2}$ は帰無仮説を棄却するための臨界的な値である．有意水準 $\alpha \cdot 100\%$ で帰無仮説を仮説検定する場合， $\psi_{\alpha/2}$ は $\alpha/2 = 1 - \Phi(\psi_{\alpha/2})$ を満足する値として定義できる．ただし， $\Phi(\psi)$ は標準正規分布の分布関数である．

5. 適用事例

(1) データベースの概要

ベトナムが管理する橋梁の目視点検データベースを対象として，本研究で提案した方法論の有効性を検討する．本適用事例では，2014 年以降に実施された目視点検データをもとにしたデータベースを用いて混合マルコフ劣化ハザードモデルを推計した．記録されている橋梁は全て国道に属しており，その大部分が DRVN 傘下の道路維持管理局 (Road Management Bureau : RMB)，人民委員会道路局 (Provincial Level Department of Transport : PDOTs) により管理されている．表-2 に，データベース上に記録されている橋梁情報を示している．データベースには各橋梁の設計仕様の詳細や構造条件・環境条件に関する記載が少なく，現時点では構造条件・環境条件等をハザードモデルの説明変数としてとりあげることは断念せざるを得ない．一方で，国道番号や管理地域などの情報が記載されており，管理地域に関しては，所属省の情報が利用可能である．

ベトナムは省レベルの第 1 級行政区，県レベルの第 2 級行政区，町村レベルの第 3 級行政区の 3 級制の地方行政区画制度を採用しており，58 の省と 5 つの中央直轄市 (ハノイ市，ホーチミン市，ダナン市，ハイフォン市，カンター市) から構成されている．本研究では，管理地域ごとに管理水準，構造条件・環境条件が大きく異なると考え，これらの情報を用いて橋梁ごとの劣化特性の異質性を表現することとした．図-1 ではベトナムにおける一般的な地域分類及び各地域に属している省・中央直轄市の数を示している．ベトナムでは地

表-2 データベースに記載されている橋梁情報

項目	主な内容
構造形式	計 15 種類
所属省	計 58 省 5 中央直轄市
管理団体	RMBI~IV, PDOTs, etc
緯度・経度	緯度 [9.10°, 22.4°], 経度 [103.3°, 110.2°]
橋長・横幅	橋長 [1.5m, 1421m], 横幅 [3.7m, 36m]
設計荷重	H30-XB80, HL93, etc
橋梁下構造物	河川, 道路, 鉄道, etc
路線番号	計 137 路線

図-1 ベトナム地域分類

理的・歴史的・行政的要因に基づいて国土を，西南部，東北部，紅河デルタ地方，中北部，中南部，中部高原，東南部，メコンデルタ地方の 8 地方に大別し比較を行うことが多い．本研究においては，劣化速度の異質性は省・中央直轄市ごとに定義するが，これらのより広域な地域区分における劣化特性の差異についても後に検証する．ベトナムの橋梁データベースでは，損傷が橋梁の強度の低下に直結するような重要部材の健全性の平均値を表す BCI-critical 値と，部材ごとに重みづけを行った上で橋梁全体の健全性を計算した指標である BCI-average の 2 種類のレーティング指標を用いて橋梁のレーティング評価を行った結果が記載されている．どちらも定義域を [0, 100] とする連続指標を用いて記述されており，これらの指標値が大きい値をとるほど橋梁の健全性が高いことを意味している．ただし，実際のマネジメントにおいては橋梁全体の健全性指標である BCI-average を用いて補修等の優先順位の意思決定を行っているため，本研究では BCI-average 値を用いて劣化予測モデルを推計することとした．DRVN が管

表-3 BCI のレーティング変換

レーティング変換		カテゴリー分類		総推計サンプル ($\kappa_1 + \kappa_2$)
BCI	レーティング	建設時点既知 橋梁 (κ_1)	建設時点未知 橋梁 (κ_2)	
100~95	1	895	79	974
94~90	2	965	59	1024
89~85	3	983	49	1032
84~80	4	606	46	652
79~75	5	337	43	380
74~70	6	178	41	219
69~	7	91	11	102
総数		4055	328	4383

各レーティングは、以下のように解釈できる。1. Very Good (主な損傷なし), 2. Very small damages (ごく小さな損傷), 3. (2-4 の中間), 4. Small damages on some elements (小さな損傷 (複数部材)), 5. (4-6 の中間), 6. Large damages on some elements (重大な損傷 (複数部材)), 7. Serious damages (深刻な損傷 (通行止め))

図-2 建設時点の頻度分布

建設時点次が 1975 年となっている橋梁は、本文中に記載した理由により、それ以前の年次に建設された可能性が極めて大きい、ここでは便宜的に 1975 年を建設時点として取り扱っている。

図-3 BCI と建設時点の関係

理するデータベースには合計で 5870 橋の橋梁に関する情報が記録されている。しかしながら、1487 橋に関してはレーティング指標が記載されていないため、これらの橋梁を除外して劣化予測モデルの推計のための作業用データベースを作成した。その結果、最終的に 4383 橋を分析対象としてとりあげた。また、BCI の定義域は $[0, 100]$ の連続の値を取るが、マルコフ劣化ハザードモデルを適用するため、DRVN の技術者等との協議によりレーティング評価を 7 段階に離散化することとした。その結果、レーティングごとの橋梁数を表-3 に示している。各レーティングの解釈に関しては、同表の脚注に表すとおりである。図-2 は、ベトナムの橋梁の建設時点の頻度分布を示している。この図から橋梁の建設が 1975 年に集中し、2000 年以降に急増していることが読み取れる。1975 年はベトナム戦争が終結し、ベトナムが南北統一された年であるが、戦争終了直後の混乱期に橋梁が整備されたとは考えにくい。また、南北ベトナムが統一される以前、ベトナム全土を包括的にカバーするようなデータベースは存在しなかった。さ

らに、戦争直後の時点で、橋梁データベースを整備する余裕がなかったことを考慮すれば、その後の過程においてデータベースから漏れており、ベトナム戦争以前に建設された橋梁群を一括して 1975 年に建設されたものと追記したものとする。したがって、これらの橋梁も建設年度が不明な橋梁として位置づける。

ベトナムでは 1986 年から経済発展のため、社会主義経済から資本主義経済への転換を目指してドイモイ政策を打ち出した。この政策の中には国際社会への協調が柱の 1 つとして掲げられており、日本も 1992 年にベトナム国への ODA を復活させる等、外国資本によるインフラ整備が進んだ。さらに 2000 年に外国投資法を改正したことにより、海外の投資機関や外資系企業によるインフラ整備の直接投資を行いやすくなったことも橋

梁建設数が急増した一因になっている。しかし、2006年になるとインフレによりベトナム経済が悪化したため、インフレ対策として公共投資が縮小された結果、建設数が激減している。このようにベトナムにおける橋梁建設分布はその時代背景や経済状況に大きく左右されていることが分かる。時代背景や社会状況により建設橋梁・補修工法の特性も変化している。

表-3に示すように、混合マルコフ劣化ハザードモデルの推計のために、合計4383橋のサンプルを利用した。そのうち建設時点が不明である橋梁は328橋であり、サンプル総数に占める割合は8.1%程度であった。

(2) 補修履歴によるデータ補正

図-3に、最新の点検記録によるレーティング(BCI)とこの橋梁の建設時点の関係を示している。全ての橋梁について補修が行われていないと仮定するならば、建設時点が古くなるにつれ、健全性の低い橋梁は増加していくはずである。しかし、建設時点が古い橋梁に対しても一定数高いレーティングを維持する橋梁が存在する。これは、新たな橋梁を建設するのと並行して、建設時点から現在に至るまでに補修が行われ、レーティングが回復した可能性が考えられる。推計精度の向上を目指した場合、建設時点と最新の点検時点のレーティングの情報のみを用いてモデルの推計を行うと補修による健全性の向上の可能性を考慮に入れていないため、橋梁の寿命を過大評価してしまう危険性がある。よって補修が行われた橋梁に対しては補正操作を行わなければならない。本来はデータベースに補修時期、補修箇所、補修工法等の補修履歴が紐づけされ、それを用いてサンプルの事前レーティング及び回復レーティングを正確に修正していくことが望ましいが、開発途上国においては補修履歴があることの方が稀である。ただし、筆者のヒアリングによると、ベトナムにおいて橋梁の補修は海外国によるODA事業として実施される場合がほとんどであることが分かっている。日本も例外ではなく、2000年頃から本格的にJICAプロジェクトにより橋梁の架替・補修を実施している。そこで、本研究では、表-4で示すプロジェクト対象となる橋梁に対して補修が行われたとし、建設時点プロジェクト実施年へ変更する補正操作を行った。

なお、図-3に示すように補正操作を行った後も依然として、建設時点がベトナム南北統一以前であるのものに関わらず、BCIが高く健全と評価された橋梁が存在している。同図にはBCIが90以上になる橋梁を黄色く着色している。ベトナム戦争以前の当時の技術で建設された橋梁が現在に至るまで全く劣化をしないということは考えにくい。表-5ではベトナム南北統一(1975年)以前に建設され、かつBCIが90以上の橋梁の所属

表-4 橋梁補修プロジェクト一覧

実施年度	プロジェクト名	対象橋梁数
2000年	国道18号線改良計画	6橋
2000年	国道10号線改良計画	2橋
2008年	国道10号線改良計画	51橋
2009年	国道1号線橋梁復旧計画	9橋
2013年	国道改修計画	81橋

地域を示した。この表から当該橋梁は一部の地域に集中的に存在することが分かった。さらに、同一省内の対象橋梁はそのほとんどが同一路線に属していた。先の日本の橋梁補修プロジェクトからも分かるように、橋梁補修は橋梁単体で行われる場合よりも路線を整備するタイミングで一括で実施される場合が多い。よって、対象とする橋梁も日本以外のODA等により路線単位で一括で補修されている可能性が高いと考えることができる。しかし、他国のODAによる補修実績に関しては入手が困難であり、これらの橋梁を多く含んでいる省・中央直轄市における推計結果は期待寿命を過大評価している可能性を考慮に入れる必要がある。

(3) 推定結果

5.(1)で示した建設時点不明橋梁を含むデータベース($\{\kappa_1\} \cup \{\kappa_2\}$)を用いて、混合マルコフ劣化ハザードモデルを推計した。橋梁のレーティングは7段階で表されるため、レーティング7の状態を除く合計6つのレーティングに対して、式(14)に示す標準ハザード率を定義できる。表-2に記載しているように、現行のデータベースには、個々の橋梁の劣化特性に影響を及ぼすような情報は格納されていない。このため、標準ハザード率の説明変数は定数項のみで表した。また、橋梁を管理する省・中央直轄市区分ごとに橋梁をグループ化し、異質性パラメータを設定した。その結果、総グループ数は63となった。

図-4に、グループごとに供用期間長と推計したBCI値の関係を示している。全てを記載すると膨大な量となるため、代表してサンプル数の多かった5つの省を取り上げる。この図を見ると現在のBCI値と供用期間長の特徴が省ごとに異なることが分かる。現行の橋梁データベースでは、個別橋梁の劣化速度の違いを説明できるような説明変数に関する情報は整備されていない。しかし、橋梁を地域ごとにグループ化することにより、それぞれの地域ごとの事前的・社会的環境、歴史的背景、管理実態が橋梁の劣化速度の違いに影響を及ぼしていることを示唆できる。このような地域的ベンチマーキングを行うことにより、課題のある地域を抽出することが可能であり、地域ごとの橋梁アセットマネジメントを検討するための契機を与えるこ

表-5 1975 年以前に建設され、BCI が 90 以上を記録した橋梁

省・中央直轄市名	地域	所属路線番号	対象橋梁数	省・市内全体橋梁数
イエンバイ省	東北部	国道 114 号線	14 橋	76 橋
ランソン省	東北部	国道 77 号線	5 橋	130 橋
タインホア省	中北部	国道 57 号線	5 橋	171 橋
ビンディン省	中南部	国道 1 号線	11 橋	98 橋
カインホア省	中南部	国道 1 号線	13 橋	71 橋
ビントゥアン省	中南部	国道 1 号線	5 橋	61 橋
ザーライ省	中部高原	国道 50 号線	14 橋	74 橋
ニントゥアン省	東南部	国道 67 号線	4 橋	93 橋
カントー市	東南部	国道 118 号線	11 橋	54 橋

上記であげた省・中央直轄市以外にも 1975 年以前に建設され、BCI が 90 以上を記録した橋梁は存在したが、各省でそれぞれ 1 橋であり、合計で 13 橋であった。

図-4 グループごとの建設時点と BCI 値の関係

とができる。

また、橋梁は路線の整備時にまとめて建設・補修が行われることが多い。そこで、路線ごとに建設時点の分布に異質性が生じる可能性が高いと考え、路線を対象として建設時点分布を設定するサブカテゴリーを設定した。ただし、ベトナム全土を南北に縦断する全長 2300km の道路である国道 1 号線に関しては 4 つに分割し、それぞれに対して確率分布を与えた。結果として設定した総カテゴリー数は 137 であった。表-6 に、混合マルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータおよび異質性パラメータの確率分布を与える形状パラメータの推計結果を示す。各パラメータにおいて、事後分布の期待値 (以下、推計値と呼ぶ) $\hat{\beta}$, $\hat{\phi}$, 90 %信頼区間

$(\theta_{k\theta}^{\kappa}, \bar{\theta}_{k\theta}^{\kappa})(k_{\theta} = 1, \dots, K_{\theta})$, および Geweke 検定統計量が算出される。ギブスサンプリングによるサンプル発生数に関しては、 $\underline{n} = 5000$, $\bar{n} = 50000$ とした。Geweke 検定統計量は $\hat{\beta}_{1,1}$ から $\hat{\beta}_{5,1}$ においてはいずれも有意水準 5 % である 1.96 を下回っており、事後分布に収束しているが、 $\hat{\beta}_{6,1}$ では有意水準 5 % 値を満たさなかった。これは非常に劣化した状態に該当するレーティングを記録したサンプルの絶対数が少ないためと考えられる。議論の都合上、便宜的にレーティング $i = 6$ の推計結果を用いて劣化曲線を作成するが、劣化が極度に進行した橋梁に対して本研究で作成した劣化曲線を適用するときには推計精度について留意することが必要である。なお、未知パラメータ $\hat{\alpha}, \hat{\varepsilon}$ の推計結果は膨大な量に及

表-6 ベイズ推計の結果

事後分布 統計量	レーティング	定数項 $\hat{\beta}_{i,1}$
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	1	-1.9455 (-1.8574, -2.0368) -0.9155
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	2	-1.8064 (-1.7139, -1.9049) -0.4981
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	3	-1.9600 (-1.8567, -2.0653) -0.7728
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	4	-1.9808 (-1.8649, -2.0945) -0.4150
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	5	-1.7312 (-1.6000, -1.8605) 0.9335
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	6	-2.4321 (-2.2608, -2.6075) 4.0610
期待値 (下限 5 %, 上限 5 %) Geweke 検定統計量	ϕ	3.9189 (3.7941, 4.0483) -0.1786

図-5 グループ別期待値パス

ぶので数値情報として記述することは割愛するが、未知パラメータ $\hat{\alpha}$ の一部は図-6 に、 $\hat{\varepsilon}$ に関しては図-5 の傾きの差異として表現されていることを断っておく。

表-6 の推計結果を用いて、混合マルコフ劣化ハザードモデルの期待劣化パスを算出する。レーティング i のマルコフ劣化ハザードモデルのパラメータ $\hat{\beta}$ の推計値 ($\hat{\beta}_{i,1}$ ($i = 1, \dots, 6$) の推計値) と異質性パラメータ $\hat{\varepsilon}$ の推計値を用いれば、当該橋梁グループに関するレーティ

ング i のハザード率の推計値は、

$$\hat{\lambda}_i^k = \exp(\hat{\beta}_{i,1}) \hat{\varepsilon}^k \quad (44)$$

と定義できる。さらに、ハザード率の推計値を用いれば、当該橋梁グループの各レーティングにおける期待寿命 (任意のレーティングにおける滞在時間) ET_i^k は、式 (5) を用いて、

$$ET_i^k = \int_0^\infty d\tilde{F}_i(y_i^k) = \frac{1}{\hat{\lambda}_i^k} \quad (45)$$

と表される。また、初期時点から、レーティング i ($i = 2, \dots, J$) に進展するまでに要する平均的所要時間 $E[T](i)$ は、

$$E[T](i) = \sum_{j=1}^i \frac{1}{\hat{\lambda}_j^k} \quad (46)$$

と定義でき、これを期待劣化パスと呼ぶ。ここで、ベイズ推計を用いて算出した期待劣化パスを図-5 に示す。図中の曲線は、それぞれ、各省・中央直轄市に属する橋梁群の期待劣化パスを示している。また、図-1 で示した、より広域な地域区分となる 8 地方間の劣化速度の差異を検証するため、同一地方内の省・中央直轄市の期待値パスには同一色を採用した。なお、図-1 と図-5 における配色は対応している。

各省ごとに異質性パラメータを定義し、MCMC 法によりマルコフ劣化ハザードモデルのパラメータ値と異質性パラメータ値を推計した。式 (44) において、 $\varepsilon^k = 1$ に設定したハザード率は、全橋梁の平均的なハザード率 (以下、ベンチマーキングハザード率と呼ぶ) である。すべてのレーティングに対して、ベンチマーキングハザード率を用いて導出した期待値パス (ベンチマーキング期待値パス) を図-5 に示している。

全橋梁の平均的な期待寿命 (ベンチマーキング期待値パスでレーティング 7 に到達するまでの期待寿命) はベイズ推計の結果から 44.46 年と算出された。ただし、各省ごとに期待寿命はばらつきがあり、最も劣化が速いグループは東北部に属するフート省であり、異質性パラメータ値 $\hat{\varepsilon}^{\text{フート省}} = 1.7748$ で期待寿命は 25.70 年であった。一方、最も劣化が遅いグループは東南部に属するビンズオン省であり、異質性パラメータ値 $\hat{\varepsilon}^{\text{ビンズオン省}} = 0.3675$ で期待寿命が 120.98 年であった。

つぎに、8 地方間で比較した場合、北部 (西北部、東北部、紅河デルタ地方、中北部) と南部 (中南部、中部高原、東南部、メコンデルタ地方) でその劣化速度に顕著な差異が生じていることが見受けられる。全体の傾向として、南部地域の橋梁が劣化が遅く、北部地域の橋梁は劣化が速い。ベトナムは 1975 年に南北が統一され、ベトナム社会主義共和国が成立する以前は、北部は社会主義体制、南部は資本主義体制の政治経済体制がとられていた。また、南ベトナムには市場経済体制

図-6 建設時点事後分布

導入基盤が整備されていたため外国資本の流入が活発であり、インフラ整備も北部と比較すると相対的に進んでいた。このような歴史的経緯を踏まえれば、今回の分析結果の妥当性は高いと考えられる。ただし、本研究で扱ったデータベースには、詳細かつ正確な橋梁の環境条件・構造条件が含まれていないため、現段階ではグループ間、地域間の劣化速度の差異が直接的に何に起因しているのかについて詳細な分析をすることができない。このことが、ベトナム橋梁マネジメントシステム (VBMS) のバージョンアップ活動における大きな検討課題になっている。

建設時点が不明な橋梁に関しては、潜在変数を用いて建設時点の確率分布を推計した。このような潜在変数の確率分布は、建設時点が不明な各橋梁ごとに求めることとなる。したがって、計算過程の中で、膨大な数の潜在変数の確率分布が得られている。ここでは1例として、3橋を抽出し、図-6にMCMC法で求めた建設時点の事後分布を示している。図-1に、抽出した3橋の位置を併記している。これらの3橋は、初回点検時に記録されたレーティングがそれぞれ「2」、「3」、「5」となっており、点検時における橋梁の劣化水準に大きな違いがみられる。同図には、当該の橋梁が位置する路線において建設時点が判明している橋梁の建設時点の頻度分布に基づいて設定した事前分布とギブスサンプリングにより抽出された供用期間長に関する潜在変数サンプルを集計し、その頻度分布を求めた結果を対比して示している。事前分布は建設時点が既知の橋梁グループの建設時点を集計し、路線ごとに得られる分布であるが、サブカテゴリー（路線）に含まれる橋梁数が多くない。つまり、事前分布は必ずしも年次に対して稠密に頻度が分布しているわけではなく、ある離散的な年次に橋梁建設時点が集中している結果となっている。それぞれのケースに対して事前分布と事後分布

を比べると事後分布の形状が滑らかな形状をしていることが特徴的である。潜在変数は式 (30)、式 (31) に基づいて更新されるが、事前分布から得られる建設時点の発生確率と建設時点を与えた時のマルコフ推移確率の両値を考慮した上で確率的に発生させているためである。ただし、サンプリング回数を増やすことで事前分布の影響は小さくなっている。

(4) 欠損バイアスの検証

最後に、本研究で開発したモデルによる推計値がどの程度の欠損バイアスを改善しているかについて考察する。具体的には5.(1)で示した建設時点不明橋梁を含むデータベース ($\{\kappa_1\} \cup \{\kappa_2\}$) を用いた推計結果 (case 1) と建設時点が不明な橋梁を削除したデータベース κ_1 のみを用いた推計結果 (case 2) を比較する。データ概要は表-3に示す通りである。2.(3)で考察したように、データの欠損メカニズムがMNAR型、またはMAR型だった場合、つまり変数の欠損する確率がランダムではなかった場合、欠損値による推計バイアスが生じる可能性がある。case 1とcase 2のマルコフ劣化ハザードモデルの推計結果を表-7に示している。さらに、2つのcaseの異質性パラメータの推計結果を表-8に示している。異質性パラメータ数が多いので、すべての推計結果を掲載することはできないが、異質性パラメータの推計結果に大きな違いが見られた5つの省（ソラ省（西北部）、クアンニン省（東北部）、ナムディン省（紅河デルタ地域）、ヴィンフック省（紅河デルタ地域）、ヴィンロン省（メコンデルタ地方））を取り上げた。また、事後分布の分散値も併記している。

case 1とcase 2を比較すると、未知パラメータ $\hat{\beta}_{i,1}$ の値と異質性パラメータ ε^k の双方で差異が見られる。表-7に示すように、case 1とcase 2におけるベンチマーク期待寿命はそれぞれ44.46年と46.12年となる。

表-7 データ欠損が推計結果に及ぼす影響 1

		case 1		case 2	
パラメータ		平均	分散	平均	分散
$\hat{\beta}_{i,1}$	$\hat{\beta}_{1,1}$	-1.9455	0.0036	-1.7167	0.0032
	$\hat{\beta}_{2,1}$	-1.8064	0.0040	-1.8528	0.0034
	$\hat{\beta}_{3,1}$	-1.9600	0.0042	-2.0682	0.0037
	$\hat{\beta}_{4,1}$	-1.9808	0.0047	-2.1819	0.0045
	$\hat{\beta}_{5,1}$	-1.7312	0.0070	-1.9048	0.0066
	$\hat{\beta}_{6,1}$	-2.4321	0.0120	-2.3694	0.0111
$\hat{\phi}$		3.9189	0.0001	3.9143	0.0002
ベンチマーク期待寿命		44.46 年		46.12 年	

表-8 データ欠損が推計結果に及ぼす影響 2

		case 1			case 2			サンプル数	
パラメータ		平均	分散	期待寿命	平均	分散	期待寿命	建設時点不明橋梁数	総橋梁数
$\hat{\varepsilon}^k$	$\hat{\varepsilon}^{\text{ソラ省}}$	1.0631	0.0107	41.82 年	1.0638	0.0111	43.36 年	1 橋	95 橋
	$\hat{\varepsilon}^{\text{クアンニン省}}$	0.8709	0.1107	51.05 年	0.8729	0.1106	52.84 年	4 橋	119 橋
	$\hat{\varepsilon}^{\text{ナムディン省}}$	1.4256	0.0161	31.19 年	0.7334	0.0045	62.89 年	21 橋	44 橋
	$\hat{\varepsilon}^{\text{ヴィンフック省}}$	0.6400	0.0156	69.47 年	1.0256	0.0115	44.97 年	12 橋	28 橋
	$\hat{\varepsilon}^{\text{ヴィンロン省}}$	0.9305	0.0746	47.78 年	0.8936	0.0590	51.61 年	17 橋	61 橋

すなわち、建設時点が不明な橋梁を削除してマルコフ劣化ハザードモデルを推計した場合 (case 2)、橋梁の期待寿命を過大推計する危険性がある。建設時点に関する情報が記録されており、建設管理体制が比較的確立されているような橋梁は、建設時点における橋梁の品質が相対的に良好である。このため、case 2 の推計結果は、橋梁寿命を過大評価する危険性がある。一方、相対的な劣化速度を示す指標となる異質性パラメータの値は地域ごとにばらついていることが分かる。case 1 と case 2 を比較すれば、多くの省において、case 1 の方が期待寿命が短くなる結果となっている。特に、両 case の違いが顕著な地域はナムディン省であり、case 1 の期待寿命が 31.19 年と、case 2 の 62.89 年より、大きく期待寿命が減少している。ヴィンフック省は例外であり、case 1 の方が期待寿命が長くなる場合も存在する。

case 1 と case 2 における異質性パラメータの分散 $\hat{\phi}$ の推計結果を比較した場合、case 1 の方が大きな値を示している。このことは異質性パラメータの確率分布が case 1 と case 2 で異なることを意味する。その結果、ソラ省は建設時点のデータが欠損している橋梁数が 1 つであるが、橋梁の期待寿命が異なった結果になっている。ベトナムの橋梁データベースに関しては、建設時点が不明な橋梁数が全橋梁数に占める割合が比較的小ないため、欠損データによる推計バイアスは未知パラメータ $\hat{\beta}_{i,1}$ より、異質性パラメータの方により多く現れる結果となっている。事後分布の分散値はパラメータ推計値の不確実性を示している。具体的には分散が大きいほど推計値の不確実性が大きいということを意

味している。case 1 と case 2 を比較すると、case 1 では未知パラメータ $\hat{\beta}_{i,1}$ 、異質性パラメータ $\hat{\varepsilon}^k$ ともに分散が大きくなっている場合が多い。これは、case 1 においては一定数の橋梁の建設時点を潜在変数として毎回サンプリングし、その値を変化させているため、サンプリング回数ごとにばらつきが発生した結果として分散が大きくなっている。しかし、このことは case 2 の方が、パラメータ値の推計精度が高いということの意味していない。むしろ、case 2 の推計結果には、システムのバイアスが存在すると思われるべきである。

(5) 本研究の実践的意義

ベトナム国の運輸交通省道路総局 (DRVN) では、JICA の支援²⁾⁻⁴⁾により初回の橋梁の目視点検を行うとともに、英国で開発された橋梁マネジメントソフトウェア「BridgeMan」を用いて、ベトナム橋梁マネジメントシステム (VBMS: Vietnamese Bridge Management System) を開発している。過去の植民地支配、南北ベトナムの分断、ベトナム戦争、南北統一後の経済混乱という歴史的背景を反映し、DRVN が橋梁データベースを整備することは困難を極めた。

一方、筆者らの研究グループは、ベトナム交通通信大学を拠点として橋梁を含むインフラのアセットマネジメントに関する教育トレーニング、舗装マネジメントシステム (Kyoto Model) の開発と DRVN における実装化を行った¹⁾。現在、DRVN が導入している VBMS は、橋梁レーティング指数や対策必要性確率をスコア方式で算定し、補修・架替の優先順位を決定すること

が目的である。VBMS では橋梁の劣化曲線に関する情報が皆無であるため、橋梁の劣化予測が不可能である。このため橋梁マネジメントに要するライフサイクル費用を算定できず、橋梁の維持補修のために必要となる中長期的な予算額を算定できないという問題がある。

DRVN は VBMS のバージョンアップの課題として、橋梁維持補修計画の最適化を掲げている。すでに、DRVN は Kyoto Model を用いた舗装マネジメントの経験により、劣化モデルを推計することの重要性を理解している。Kyoto Model の劣化予測技術であるマルコフ劣化ハザードモデルは、橋梁の建設時点、あるいは直近の補修時点に関する情報と、直近の点検結果に関する情報が入手できれば、橋梁の劣化予測モデルを推計することができるという利点がある。このような背景の中から、ベトナム橋梁の劣化予測モデルを作成し、VBMS の高度化を達成する機運が生まれた。

関係各位の努力により、ベトナム国道の橋梁データベースの構築が試みられたが、データの欠損という深刻な問題が存在する。とりわけ、橋梁の整備時点や直近の補修時点に関するデータの欠損は、マルコフ劣化ハザードモデルを用いた劣化予測モデルを推計する上で、重要な課題であることが認識された。現地におけるインタビュー調査を通じて欠損データの回復を試みたものの、データの欠損問題を完全に克服することは不可能であった。ベトナム橋梁の劣化機構は、建設経緯の複雑性や地域性を反映し、路線ごとに大きな差異が見られる。さらに、データの欠損もランダムなメカニズムで生起していないという限界がある。個別橋梁の整備時点に情報を獲得することは不可能であるが、幸いにして、国や地域全体における時代別の橋梁建設数に関する集計的な情報は入手可能である。本研究は、このような集計的な情報を活用することにより、橋梁劣化予測モデルの作成を試みたものである。

現在、DRVN は本劣化予測モデルを用いて、中長期的な橋梁の維持補修戦略に関わる検討を試行している段階である。現時点では、DRVN は複数回の点検の重要性を認識しつつも、予算難のため2度目の点検の実施計画は具体化されていない。しかし、2度目の点検が実施されれば、本研究で推計した劣化曲線の大幅な精度向上が期待できると考える。さらに、本研究はベトナム国の特殊事情を反映した方法論を開発したものであるが、本研究で開発した方法論は類似の問題を抱える他の開発途上国においても応用可能であると考えている。

6. おわりに

本研究では、ベトナム国における橋梁マネジメントシステム (VBMS) の高度化をめざして、橋梁劣化予測

モデルの作成とその実装化のための実践的な検討を試みたものである。具体的には、ベトナム国における橋梁マネジメントシステムの高度化という現実的な要請にこたえるために、ベトナム国における1回の目視点検結果と建設時点に関する情報を用いて橋梁の劣化予測モデルの実証的な推計を行なった。その際、一部の橋梁の建設時点に関する情報が欠損しているというデータベースの不完全性に対応するために、橋梁が建設された年次に関するマクロな補完情報を用いて、データの欠損による推計バイアスとモデルの推計効率を向上させる方法論を提案し、現実のデータに対する適用を試みたものである。

ベトナム橋梁マネジメントシステムの改善にあたっては、5. (5) で述べたように数多くの課題が残されているが、本研究で対象とする劣化予測モデルの推計結果に関しても以下の課題が残されている。第1に、本研究では補修によりレーティングが最善の値に回復すると仮定したが、実際に実施された補修内容について詳細な情報を得ることができていない。不十分な補修内容であれば、本劣化予測モデルで推計された橋梁寿命が過大推計される危険性がある。ベトナムにおける補修技術の向上と併せて、データベース上に補修内容を記載する努力が必要である。第2に、目視点検データの精度について向上を図る必要がある。分析対象としたデータベースの情報は、JICA プロジェクトの一環として実施されたものであるが、目視点検の結果すべてに対して品質を保証できていないわけではない。点検技術者の技術力向上と併せてデータベースの重要性に対する組織的認識を醸成することが必要である。第3に、欠損データに関しては、それとかわりのある副次的データを用いて補完することが可能である。現場サイドに対するインタビュー調査を継続することにより、劣化推計モデルの推計精度の向上を図ることが必要である。理想的には、第2回目の点検を実施することにより、劣化予測モデルの推計精度を向上させることが理想的である。しかし、本研究で提案した方法論を用いて劣化予測モデルを推計する段階で得られたデータベースに関する知見は、第2回目の点検を実施する上で貴重な実践的情報を提供すると考える。さらに、推計した劣化曲線を用いて、暫定的にも中長期的な維持補修計画を策定する努力を行うことにより、VBMS の高度化に寄与しうると考える。

本研究は、ベトナム運輸交通省 (MOT)、同道路総局 (DRVN)、およびベトナム交通通信大学 (UTC) 日越研究開発センター (ViJARD) との共同研究として実施しているものである。本研究の遂行にあたり、MOT 副大臣 Nguyen Ngoc Dong 氏、道路総局長 Nguyen Van Huyen 氏、UTC 日越研究開発センター長 Pham Hoang

Kien 氏をはじめとして多くの協力を得た。ここに感謝の意を表します。

付録 MH 法

直接サンプリングできない条件付き事後確率密度関数からの標本を得るために MH 法を用いる。具体的には、 $\pi(\beta^{e1}|\beta^{-e1}, \alpha, \phi, \varepsilon, \zeta)$ からのサンプリングに対しては、ランダムウォーク MH 法を、その他の条件付き確率密度関数からのサンプリングに対しては、独立 MH 法をそれぞれ適用する。MH 法自体に新規性がないが、読者の便宜を図るためにサンプリング手法について若干の説明を加える。MH 法では事後分布（目標分布）からのサンプリングが難しい場合に、これを近似するような分布（提案分布）からサンプリングを行う。これと同時に目標分布と提案分布の差異を修正する。これらの操作をギブスサンプリングに従い繰り返したとき、十分に大きな繰り返し回数においてサンプリングされた標本は、目標分布からランダムサンプリングされた標本とみなすことができる。いま、観測値集合 $\dot{\Xi}$ の下であるパラメータ $\dot{\theta}$ の目標分布を $\rho(\dot{\theta}|\dot{\Xi})$ と表す。提案分布の確率密度関数を $q(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n-1)})$ と表す。提案分布を用いて n 回目のサンプリングで事後分布からの標本の候補として $q(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n-1)})$ に従う標本 $\dot{\theta}'$ を発生させる。提案された標本 $\dot{\theta}'$ は目標分布 $\rho(\dot{\theta}|\dot{\Xi})$ からの標本ではないために、その差異を修正するために、確率

$$\Theta(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n)}) = \min \left[\frac{\rho(\dot{\theta}'|\dot{\Xi})\rho(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n)})}{\rho(\dot{\theta}^{(n)}|\dot{\theta}')}, 1 \right] \quad (47)$$

に従って受容し、 $\dot{\theta}^{(n+1)} = \dot{\theta}'$ とする。また、棄却された場合には、 $\dot{\theta}^{(n+1)} = \dot{\theta}^{(n)}$ とする。

選択する提案分布により、様々な MH 法が考案されている。1 つの基本的な方法は、 $n+1$ 回目の候補を

$$\dot{\theta}' = \dot{\theta}^{(n)} + N(0, I_v) \quad (48)$$

で表されるランダムウォークにより発生させる。なお、 $N(0, I_v)$ は 0 ベクトルを平均、 I_v を分散共分散行列とした多次元正規分布であり、 I は単位行列を表す。 $v = (v_1, v_2, \dots)$ はステップ幅を定めるパラメータベクトルである。このとき、提案分布の確率密度 q は $(\dot{\theta}', \dot{\theta}^{(n)})$ に関して対称となるために、ランダムウォークにより発生させた候補 $\dot{\theta}'$ は確率

$$\Theta_r(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n)}) = \min \left[\frac{\pi(\dot{\theta}'|\dot{\Xi})}{\pi(\dot{\theta}^{(n)}|\dot{\Xi})}, 1 \right] \quad (49)$$

で受容される。一方で、事後分布の制約を考慮して提案分布を選択することも考えられる。特に、 $n+1$ 回目の候補について $q(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n)}) = q(\dot{\theta}')$ のような確率密度を有する提案分布を用いる方法は独立 MH 法と呼ばれる。このとき、独立 MH 法の提案分布により発生させた候

補 $\dot{\theta}'$ が受容される確率は次式で定義できる。

$$\Theta(\dot{\theta}'|\dot{\theta}^{(n)}) = \min \left[\frac{\pi(\dot{\theta}'|\dot{\Xi})q(\dot{\theta}^{(n)})}{\pi(\dot{\theta}^{(n)}|\dot{\Xi})q(\dot{\theta}')}, 1 \right] \quad (50)$$

参考文献

- 1) Thao, N. G., Aoki, K., Kato, T., Toan, T. N., Kobayashi, K., Kaito, K.: Practical process to introduce a customized pavement management system in Vietnam, *Journal of JSCE*, Vol. 3, No. 1, pp. 246-258, 2015.
- 2) Directorate for Roads of Vietnam: Report of Special Assistance for Project Implementation Phase 2 (SAPI 2) for Transport Sector Loan for National Road Network Improvement, 2009.
- 3) Directorate for Roads of Vietnam: Report on Comprehensive Renovation in Management, Maintenance of National Highway System, 2012 (in Vietnamese).
- 4) Directorate for Roads of Vietnam: Final Report of JICA Project for Capacity Enhancement in Road Maintenance, 2014.
- 5) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 6) Shin, H. C. and Madanat, S.: Development of a stochastic model of pavement distress initiation, *Journal of Infrastructure Planning & Management*, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- 7) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 8) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 9) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 10) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 11) 貝戸清之, 小林潔司, 青木一也, 松岡弘大: 混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計, 土木学会論文集 D3, Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
- 12) Robert, W. E., Marshall, A., Shepard, R. W. and Aldayuz, J.: PONTIS Bridge Management System: State of the Practice in Implementation and Development, Transportation Research Board, 2003.
- 13) Lark, R. and Flaig, K. D.: The development of UK bridge management, *Transport*, Vol.141, No.2, pp.99-106, 2000.
- 14) Blakelock, R., Day, W. and Chadwick, R.: Management of Highway Structures, Bridge Condition Index, Institution of Civil Engineers, 1999. (<https://www.icevirtualibrary.com/doi/abs/10.1680/mohs.27756.0016>, 2015.)
- 15) Allison, P. D.: *Missing Data*, Sage, 2002.
- 16) 小林潔司, 熊田一彦, 佐藤正和, 岩崎洋一郎, 青木一也: サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル, 土木学会論文集, Vol.63, No.1, pp. 1-15, 2007.
- 17) Klein, J. P. and Moeschberger, M. L.: *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data (Statistics for Biology and Health)*, Springer-Verlag, 1997.
- 18) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

- 19) Gouriéroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 20) Lee, E. T. and Wang, J. W.: *Statistical Methods for Survival Data Analysis*, John Wiley & Sons, 2003.
- 21) Cox, D. R. and Oakes, D.: *Analysis of Survival Data*, Chapman & Hall/CRC, 1998.
- 22) Celeux, G., Hurn, M. and Robert, C. P.: Computational and inferential difficulties with mixture posterior distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, pp.957-970, 2000.
- 23) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.
- 24) 水谷大二郎, 貝戸清之, 小林潔司: 階層ベイズ法による補修効果の事後評価, 土木学会論文集(建設マネジメント), Vol.69, No.3, pp.204-221, 2013.
- 25) Berg A. B.: *Markov Chain Monte Carlo Simulations and Their Statistical Analysis*, World Scientific, 2004.
- 26) Chib, S. and Greenberg, E.: Understanding the Metropolis-Hastings Algorithm, *American Statistician*, Vol.49, No.4, pp.327-335, 1995.
- 27) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images, *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.6, pp.721-741, 1984.
- 28) Gilks, W. R. and Wild, P.: Adaptive rejection sampling for Gibbs sampling, *Applied Statistics*, Vol.41, pp.337-348, 1992.
- 29) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to calculating posterior moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, 1992.

(2019. 1. 24 受付)

ESTIMATING BRIDGE DETERIORATION MODELS WITH IMPERFECT INFORMATION ON INAUGURATION TIMING: A CASE IN VIETNAM

Kiyoshi KOBAYASHI, Shoichi NAKATANI, Nam Toan TO, Yuho OSAKO, Kazuya AOKI,
Kan ABEKURA and Dihn Thao NGUYEN

In practice of introducing bridge management in developing countries, it is the case that 1) inventory data of existing infrastructure facilities is not validated, and 2) visual inspection data is not stored. It is possible to estimate the stochastic deterioration prediction models by using the information about construction or repair timing and one time inspection data in bridge management. However, they are quite often the cases that the data about construction timing of part of bridges are missing in developing countries. In this study, a methodology to estimate the deterioration prediction model of bridge using the imperfect data base in which information on inauguration time of some bridges are missing is proposed. The applicable of the methodology presented in this paper is examined against the bridge data in Vietnam.