耐震設計における動的解析のための 免震用積層ゴム支承の拡張バイリニアモデル

吉田 純司¹・杉山 俊幸²

¹正会員 山梨大学准教授 大学院医学工学総合研究部 (〒400-8511 山梨県甲府市武田 4-3-11)
E-mail: jyoshida@yamanashi.ac.jp

²フェロー会員 山梨大学教授 大学院医学工学総合研究部 (〒400-8511 山梨県甲府市武田 4-3-11)
E-mail: t-sugiyama@yamanashi.ac.jp

実務における免震構造物の動的解析では、高精度で利用しやすい免震デバイスの力学モデルが必要とされている。本研究では、バイリニアモデルを拡張し、免震用積層ゴム支承が大変位時に示すハードニングや最大経験ひずみ依存性を精度よくかつ簡易にモデル化する手法を提案する。まず、ハードニングについては、バイリニアモデルを完全弾塑性バネと弾性バネに分離し、それぞれにせん断ひずみの関数を乗じることで再現する。次に最大変形量依存性については、ゴムの準弾性構成モデルを1次元に縮退して弾性バネに導入する。最後に、免震橋梁を簡易的に表す2質点系モデルを用いて、提案した復元力モデルの地震応答解析を実施し、大地震時においてハードニングおよび最大経験ひずみ依存性は最大応答の予測に有意な影響を及ぼすことを示す。

Key Words : *base-isolation, bilinear model, hardening, maximum strain dependency, restoring force, lead-rubber bearings, high damping rubber bearings, tangent modulus, seismic response*

1. はじめに

1995年の兵庫県南部地震における社会基盤施設の甚大な被害を受け、鉛プラグ入り積層ゴム支承(Lead-Rubber Bearing: LRB)や高減衰積層ゴム支承(High Damping Rubber bearing: HDR)などの積層ゴム支承を採用する免震構造物が増加している¹⁾。免震用積層ゴム支承は水平方向に高い柔軟性と減衰性能を有していることから、構造物を長周期化し地震による慣性力を低減するとともに、支承に生じる変位応答を抑えることが可能になる。このように免震構造物では、支承の動力学特性を積極的に利用していることから、支承の復元力特性が構造物全体の地震時の挙動に大きく影響することになる。従って構造物の挙動を精度よく予測するためには、積層ゴム支承の精緻な力学モデルが必要となる。

積層ゴム支承の復元力特性は、ゴムの材料レベルでの力学特性が強く反映されており、支承に生じる変形量や、過去に経験した最大変形量により変化することが知られている^{2),3)}。また、建築免震用の支承などで硬度の低いゴムを利用する場合には、支承

の復元力特性が温度や载荷速度により変化することも報告されている³⁾。既往の研究では、支承の载荷実験結果をベースに、これらの性質を近似する様々な復元力モデルが提案されている。最も広く利用されている復元力モデルはバイリニア型の弾塑性モデル(以後、バイリニアモデルと呼ぶ)である⁴⁾。バイリニアモデルは、簡易で利用しやすい反面、上述した様々な依存性を無視した復元力モデルであり近似精度は低い。このことから精度の向上を目的として、動的解析での最大変形量によりパラメータを変化させてバイリニアモデルを用いる手法^{5),6)}が提案されているものの、最大変位の推定に繰り返し計算を要するという欠点を有している。

一方、高精度な復元力モデルとしては、弾塑性モデルをベースに履歴ルールを改良するモデルや^{7),8)}、パラメータを変位あるいは最大変位の関数とするモデル^{9),10),11)}が知られている。また、分数次導関数を用いた粘弾性モデルにより復元力を近似している事例もある¹²⁾。これらのモデルは、その適用範囲内においていずれも積層ゴム支承の復元力特性を高精度に近似可能であるが、複雑な履歴ルールを実装する、

図-1 積層ゴム支承の変位-荷重関係に見られるハードニングと最大変形量依存性

あるいは微分方程式を解く、などの手続きが含まれ、実務で利用するには困難が伴う。適用範囲が広く高精度なモデルほどパラメータ数が増大する点も大きな弊害になっている。また、モデルの接線剛性を提示している事例は希少であり、これらのモデルは、構造物全体の動的解析に組み込むことが困難である場合が多い。

以上より、最小限のパラメータで支承の復元力特性の特徴を再現でき、かつ動的解析に利用しやすい復元力モデルの構築が望まれている。

本研究では、バイリニアモデルを拡張し、積層ゴム支承の復元力特性が示す変形量および最大変形量への依存性を精度よくかつ簡易に再現できる力学モデルの構築を目的とする。ただし、実務での動的解析への応用性の観点から、本拡張では、バイリニアモデルの履歴を生成するルールには改良等を加えずそのまま用いることを基本構想とする。

具体的には、まず、大振幅域で現れるハードニング現象（変形量への依存性）を表現する拡張手法を提案する。このモデルではバイリニアモデルを完全弾塑性モデルと弾性モデルに分離し、それぞれに履歴面積、剛性を変形レベルにより変化させる関数を導入する。次に、上述したモデルの弾性バネに過去に経験した最大変形量に依存する関数を付加することで、最大変形への依存性をモデル化する。最後に免震橋梁を想定した簡易なモデルにより地震応答解析を行い、積層ゴム支承のハードニング現象や最大経験ひずみ依存性のモデル化が、桁および橋脚の応答に及ぼす影響についても検討する。

2. ハードニングのモデル化

(1) 積層ゴム支承の復元力特性

LRB や HDR に代表される免震用の積層ゴム支承

は、用いているゴムの力学特性に起因して複雑な履歴ループを描く。具体的には、変位が大きくなると剛性が急激に硬化しかつ履歴面積も増大する性質を有しており「ハードニング」と呼ばれる。ハードニングにおいて剛性の硬化や履歴面積の増加するレベルは、用いているゴムにより異なる。一方、履歴ループ全体の傾き（剛性）は、ゴムが有する Mullins 効果¹³⁾の影響により、過去に経験した最大変形量に依存して小さくなっていくことが知られている。本研究ではこの依存性を「最大経験ひずみ依存性」と呼ぶ。ハードニングならびに最大経験ひずみ依存性の概念図を図-1 に示す。図において最大経験ひずみ依存性とは、ハードニング部分を除き赤線の履歴ループの方が青線の履歴ループよりも全体的な傾き（剛性）が小さくなっていることを指している。ここでは、バイリニアモデルに簡易な拡張を行うことにより上述した2つの性質をモデル化する。

なお、積層ゴム支承の水平変位を u 、荷重を F とすると、一般には u と F の関係を復元力特性と呼ぶことが多い。しかし、ゴム層厚の総計 H および支承の有効断面積（水平方向にゴム層を切断した際のゴムが占める面積） A を用いて u 、 F を以下のように基準化する。

$$\gamma := \frac{u}{H}, \quad \tau := \frac{F}{A} \quad (1)$$

ただし「 $:=$ 」は定義を表す。上式を用いると、サイズの異なる積層ゴム支承間でも似通った性質が現れることから、 u 、 F に代わり γ 、 τ を用いる。以後、本論文では、 γ および τ を、それぞれせん断ひずみ、せん断応力と呼び、さらに両者の関係を復元力特性、それを近似するモデルを復元力モデルと呼ぶ。

(2) ハードニング導入のための拡張方法

以下では、バイリニアモデルを拡張し、簡易にハードニング現象をモデル化する手法を提案する。ただし本モデルの数値計算への応用を想定し、式展開はすべて第 n ステップ目の時刻 t_n から $(n+1)$ ステップ目の時刻 $t_{n+1} := t_n + \Delta t$ への更新を対象として行う。

a) バイリニアモデル

時刻 t ($t_n < t \leq t_{n+1}$) におけるせん断ひずみを γ_t とおく。支承の復元力特性をバイリニアモデルで近似した場合の、時刻 t でのせん断応力 $\hat{\tau}_t$ は、一般に次式のような関数として表すことができる。

$$\hat{\tau}_t = f(\gamma_t, \mathbf{s}_n, \mathbf{p}) \quad (2)$$

ただし $\mathbf{s}_n := \mathbf{s}(t_n)$ は、 $\hat{\tau}_t$ の算出に必要な状態量を並べたベクトル $\mathbf{s}$ の時刻 t_n での値を表し、一般には時刻 t_n でのせん断ひずみ、せん断応力、履歴を規定するルール番号、除荷発生時のせん断ひずみやせん断応

図-2 バイリニアモデルの完全弾塑性バネと弾性バネへの分離

力などが含まれる．また， $\mathbf{p}$ はバイリニアモデルのパラメータを並べたベクトルであり，1 次剛性（弾性剛性）を G_1 ，2 次剛性（降伏後の剛性）を G_2 ，降伏せん断ひずみを γ_y として $\mathbf{p} := \{G_1, G_2, \gamma_y\}$ とする．

式(2)の両辺を時間 t で微分すると，

$$\frac{d\hat{\tau}_t}{dt} = \frac{\partial f(\gamma_t, \mathbf{s}_n, \mathbf{p})}{\partial \gamma_t} \dot{\gamma}_t \quad (3)$$

となることより，

$$\frac{d\hat{\tau}_t}{d\gamma_t} = \frac{\partial f(\gamma_t, \mathbf{s}_n, \mathbf{p})}{\partial \gamma_t} \quad (4)$$

を得る．上式のように単位せん断ひずみ当りのせん断応力の増分は接線係数と呼ばれ，モデルから得られる変位・荷重関係での接線剛性を算出するための基になる．接線係数の値は，バイリニアモデルでは G_1 or G_2 のいずれかになる．

b) 2 次剛性を表す弾性バネの分離

せん断応力の進展方向と，履歴特性を別々に拡張することを目的として，式(2)で表されるバイリニアモデルを，完全弾塑性バネと剛性 G_2 の弾性バネに分離して以下のように表す．

$$\hat{\tau}_t = f(\gamma_t, \tilde{\mathbf{s}}_n, \tilde{\mathbf{p}}) + G_2 \gamma_t \quad (5)$$

ただし， $\tilde{\mathbf{p}} := \{\tilde{G}_1, 0, \gamma_y\}$ は，1 次剛性が $\tilde{G}_1 := G_1 - G_2$ ，2 次剛性がゼロ，降伏せん断ひずみが γ_y の完全弾塑性バネを表すパラメータである．また， $\tilde{\mathbf{s}}_n$ は $\tilde{\mathbf{p}}$ を用いた際の時刻 t_n での状態量を表す．式(5)で表される分離の様子を図-2 に示す．

なお，以下では，関数 $f(\gamma_t, \tilde{\mathbf{s}}_n, \tilde{\mathbf{p}})$ の引数のうち時間 t に依存するのは γ_t のみであることから，表記を簡単にするため，

$$\tilde{f}(\gamma_t) := f(\gamma_t, \tilde{\mathbf{s}}_n, \tilde{\mathbf{p}}) \quad (6)$$

とおく．また，完全弾塑性バネでのせん断応力 $\tilde{f}(\gamma_t)$ と接線係数 $\partial \tilde{f}(\gamma_t) / \partial \gamma_t$ を算出するシステム（プログラム）がすでにあることを前提として，モデルを拡張していく．

c) 振幅依存性を表す関数の導入

次にハードニングを表現するために，式(5)で示した分離型のバイリニアモデルを拡張する．具体的に

図-3 ハードニングモデルにおける 2 つの構成要素の復元力特性の概要

は，拡張したモデルでの時刻 t でのせん断応力 $\hat{\tau}_t$ を

$$\hat{\tau}_t = g_1(\gamma_t) \cdot \tilde{f}(\gamma_t) + g_2(\gamma_t) \cdot G_2 \gamma_t \quad (7)$$

のように表すモデルを提案する．上式において $g_1(\gamma)$ ， $g_2(\gamma)$ はともに無次元のスカラー関数であり，それぞれ履歴面積および応力進展方向がせん断ひずみ γ に依存して変化する場合の割合を表す．関数 $g_1(\gamma)$ ， $g_2(\gamma)$ の具体例としては，

$$g_1(\gamma) := 1 + \left| \frac{\gamma}{h} \right|^m, \quad g_2(\gamma) := 1 + \left| \frac{\gamma}{h} \right|^n \quad (8)$$

のような形が考えられる．ただし， m ， n ， h は正の実定数である．物理的には， h はハードニングを開始するせん断ひずみを調節するパラメータ， m は履歴面積の増加を調節するパラメータ， n は剛性の硬化を調節するパラメータ，を表す．また， $h \rightarrow \infty$ の場合には， $g_1 = g_2 = 1$ となり，従来のバイリニアモデルに一致する．

式(7)，(8)を用いた復元力モデルの概要を図-3 に示す．なお，この復元力モデルを本論文では「ハードニングモデル（Hモデル）」と呼ぶことにする．

d) 接線係数の導出

式(7)の両辺を時間 t で微分すると，

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\tau}_t}{dt} &= \frac{dg_1(\gamma_t)}{d\gamma_t} \dot{\gamma}_t \cdot \tilde{f}(\gamma_t) + g_1(\gamma_t) \cdot \frac{d\tilde{f}(\gamma_t)}{d\gamma_t} \dot{\gamma}_t \\ &\quad + G_2 \left[\gamma_t \cdot \frac{dg_2(\gamma_t)}{d\gamma_t} + g_2(\gamma_t) \right] \dot{\gamma}_t \end{aligned} \quad (9)$$

となる．従って接線係数は，

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\tau}_t}{d\gamma_t} &= \frac{dg_1(\gamma_t)}{d\gamma_t} \cdot \tilde{f}(\gamma_t) + g_1(\gamma_t) \cdot \frac{d\tilde{f}(\gamma_t)}{d\gamma_t} \\ &\quad + G_2 \left[\gamma_t \cdot \frac{dg_2(\gamma_t)}{d\gamma_t} + g_2(\gamma_t) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

となる．すなわち，Hモデルの接線係数は，完全弾塑性モデルでの復元力 $\tilde{f}(\gamma_t)$ と，その接線係数 $d\tilde{f}(\gamma_t)/d\gamma_t$ が既知であれば，容易に求められることがわかる．なお，式(8)を用いる場合には，

$$\frac{dg_1(\gamma)}{d\gamma} = m \left| \frac{\gamma}{h} \right|^{m-1} \frac{\text{sgn}(\gamma)}{h} \quad (11)$$

表-1 時刻 t_n から $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ への更新におけるハードニングモデルの計算手順

前提条件:	
1) 時刻 t_{n+1} でのせん断ひずみ: γ_{n+1} が既知である.	
2) 完全弾塑性パネのせん断応力: $\tilde{f}(\gamma_{n+1})$ と接線係数: $d\tilde{f}(\gamma_{n+1})/d\gamma_{n+1}$ を算出するシステムがある	
Step.1: 時刻 t_{n+1} での関数 g_1 , g_2 の値とそれらの導関数を計算	
$g_1(\gamma_{n+1}) = 1 + \left \frac{\gamma_{n+1}}{h} \right ^m, \quad g_2(\gamma_{n+1}) = 1 + \left \frac{\gamma_{n+1}}{h} \right ^n, \quad \frac{dg_1(\gamma_{n+1})}{d\gamma_{n+1}} = m \left \frac{\gamma_{n+1}}{h} \right ^{m-1} \frac{\text{sgn}(\gamma_{n+1})}{h}, \quad \frac{dg_2(\gamma_{n+1})}{d\gamma_{n+1}} = n \left \frac{\gamma_{n+1}}{h} \right ^{n-1} \frac{\text{sgn}(\gamma_{n+1})}{h}$	
Step.2: 時刻 t_{n+1} でのモデルの荷重: $\tilde{F}_{n+1}$ を計算 (A: 支承の断面積)	
時刻 t_{n+1} でのせん断応力: $\tilde{\tau}_{n+1} := g_1(\gamma_{n+1}) \cdot \tilde{f}(\gamma_{n+1}) + g_2(\gamma_{n+1}) \cdot G_2 \gamma_{n+1} \rightarrow \tilde{F}_{n+1} := A \cdot \tilde{\tau}_{n+1}$	
Step.3: 時刻 t_{n+1} での接線係数を計算	
$\frac{d\tilde{\tau}_{n+1}}{d\gamma_{n+1}} := \frac{dg_1(\gamma_{n+1})}{d\gamma_{n+1}} \cdot \tilde{f}(\gamma_{n+1}) + g_1(\gamma_{n+1}) \cdot \frac{d\tilde{f}(\gamma_{n+1})}{d\gamma_{n+1}} + G_2 \left[\gamma_{n+1} \cdot \frac{dg_2(\gamma_{n+1})}{d\gamma_{n+1}} + g_2(\gamma_{n+1}) \right]$	
Step.4: 時刻 t_{n+1} での接線剛性: $\tilde{K}_{n+1}$ を計算 (H: 支承のゴム層厚の総計)	
$\tilde{K}_{n+1} := \frac{A}{H} \frac{d\tilde{\tau}_{n+1}}{d\gamma_{n+1}}$	
Step.5: 動的解析システムへ $\tilde{F}_{n+1}$ と $\tilde{K}_{n+1}$ を渡し、次ステップの支承の変位を算出 → 次ステップでの支承のせん断ひずみを計算	

表-2 モデル化の対象とした積層ゴム支承の構造諸元と載荷実験時の条件

本文での名称	LRB10	LRB12	HDR12-A	HDR12-B
支承の種類	鉛プラグ入り積層ゴム支承 (正方形型)		高減衰積層ゴム支承 (正方形型)	
せん断弾性係数 [N/mm ²]	10	12	12	12
平面寸法 [mm]	400×400		600×600	
ゴム層厚	10 mm×5 層		15 mm×5 層	
鉛プラグ	直径: 57.5mm × 4 本		—	
有効断面積 [mm ²]	149,610		360,000	
試験時の面圧 [N/mm ²]	6		6	
載荷方法	準静的 (正弦波)		準静的 (正弦波)	

$$\frac{dg_2(\gamma)}{d\gamma} = n \left| \frac{\gamma}{h} \right|^{n-1} \frac{\text{sgn}(\gamma)}{h} \quad (12)$$

である. ただし $\text{sgn}(\gamma)$ は γ の符号関数である.

最後に, H モデルでの時刻 t における接線剛性 $\tilde{K}_t$ は, 式(1)より,

$$\tilde{K}_t := \frac{A}{H} \frac{d\tilde{\tau}_t}{d\gamma_t} \quad (13)$$

のように表され, 上式の右辺を式(10), (11), (12)に従って計算する際に, γ_t に代わって γ_{n+1} を用いると動的応答解析で必要となる時刻 t_{n+1} での接線剛性が得られる.

e) まとめ

以上の a)~d)では, バイリニアモデルを拡張し, 新たなパラメータを 3 つ付加することでハードニングを近似する手法について述べた. 実用性を考慮して, 本モデルを用いる際の計算手順を表-1 にまとめておく.

なお, 本拡張方法は, 式(7)の $\tilde{f}$ がバイリニアモデル以外の, 例えば弾性域から塑性域に滑らかに遷移する履歴モデル¹⁷⁾などにも適用可能という意味に

おいて汎用性を有している.

(3) モデルでのパラメータの同定

a) 対象とする復元力特性

H モデルを用いて, 積層ゴム支承の載荷実験から得られた復元力特性の近似を行った. 対象とした積層ゴム支承は, 硬度の異なる同種の天然ゴムを用いた 2 つの LRB と, 2 つの異なる配合の高減衰ゴムを用いた HDR である. これらの支承の構造諸元と実験での載荷条件を表-2 に示す.

b) パラメータの同定

上述した H モデルには, $\tilde{G}_1$, G_2 , γ_Y , h , m , n の 6 つがパラメータとして含まれている. これらは, 次式で定義する評価関数 $\tilde{E}$ が最小となるよう実数値 GA(real-coded Genetic Algorithm)¹⁴⁾を用いて同定した.

$$\tilde{E} := \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\tilde{\tau}(t_i) - \tau_{\text{exp}}(t_i)]^2} \quad (14)$$

ただし, $\tau_{\text{exp}}(t_i)$ は載荷実験において時刻 t_i に計測し

表-3 各支承について同定したハードニングモデルのパラメータと同定時の評価関数値

	LRB10	LRB12	HDR12-A	HDR12-B
$\tilde{G}_1$ [N/mm ²]	6.87	8.46	5.24	7.26
G_2 [N/mm ²]	0.667	0.729	0.665	0.596
γ_y	0.0595	0.0704	0.135	0.0732
h	3.46	3.26	4.59	3.35
m	0.393	1.61	2.67	1.52
n	4.58	4.42	2.39	5.10
$\tilde{E}$ [N/mm ²]	0.184	0.241	0.156	0.181

図-4 LRBの載荷実験結果とハードニングモデルによる計算結果との比較

図-5 HDRの載荷実験結果とハードニングモデルによる計算結果との比較

た支承のせん断応力, $\tilde{\tau}(t_i)$ は時刻 t_i での H モデルによるせん断応力, N は実験でのデータの総数を表す. 各支承におけるパラメータの同定結果を表-3に示す.

LRB および HDR の載荷実験での復元力特性と同定したパラメータによるモデルでの計算結果との比較を, それぞれ図-4, 図-5 に示す. これらの図より, いずれの支承についてもハードニングが比較的良好に再現できていることがわかる. 一方, 各振幅でのピーク付近をみると, 最大経歴ひずみ依存性の影響で, 実験と H モデルによる計算結果に差が見られる.

また, 本節でのモデルによる復元力は, 弾性域から塑性域への剛性の遷移が急激になっており, 積層ゴム支承の復元力が示す滑らかな遷移を表現できていないことがわかる. このことは, 式(7)においてバイリニアモデルを基にしていることに起因している. この点を改善するためには, 式(7)の $\tilde{f}$ に, 例えば滑らかな骨格曲線を用いた Masing 則に従う弾塑性モデル¹⁵⁾や, 微分方程式で記述される弾塑性モデル^{16,17)}などを用いることが考えられる. しかし, モデルの使い易さ, 計算の手間, パラメータ数などを考慮し, 本研究では対象としないこととする.

図-6 ダメージを導入した弾性バネの復元力特性の例

3. 最大経験ひずみ依存性のモデル化

(1) 最大経験ひずみ依存性の導入

積層ゴムが有する最大経験ひずみ依存性を復元力モデルに導入するために、式(7)の弾性バネにダメージを導入し、それにより得られる時刻 t ($t_n < t \leq t_{n+1}$) でのせん断応力を $\bar{\tau}_t$ とする。

$$\bar{\tau}_t = g_1(\gamma_t) \cdot \tilde{f}(\gamma_t) + g_3(t) \cdot g_2(\gamma_t) \cdot G_2 \gamma_t \quad (15)$$

ここに、 $g_3(t)$ はダメージによる弾性バネの低下率を表すスカラー関数であり、これまで様々な形が提案されているが^{18),19),20)}、本研究では、文献 20)で提案されているゴムの準弾性構成モデル(Pseudo-elastic model)を 1 次元に縮退して用いる。具体的には、弾性バネが過去に経験した最大せん断ひずみレベルに応じてダメージを負うモデルであり、数学的には以下のように記述される。

$$g_3(t) := 1 - r_d \tanh \left[\frac{W_{\max}(t) - W(\gamma_t)}{m_d} \right] \quad (16)$$

$$\begin{aligned} W(\gamma) &:= \int_0^\gamma g_2(\gamma) \cdot G_2 \gamma \, d\gamma \\ &= \frac{1}{2} G_2 \left(\gamma^2 + \frac{2h^2}{n+2} \left| \frac{\gamma}{h} \right|^{n+2} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

$$W_{\max}(t) := \max_{0 \leq s \leq t} W(\gamma(s)) \quad (18)$$

ここに、 r_d および m_d は、 $0 \leq r_d \leq 1$ 、 $m_d > 0$ を満たす実定数である。物理的には、 r_d はダメージの割合を調節するパラメータ、 m_d は除荷時の復元力特性の傾きを調節するパラメータである。また、 $W(\gamma)$ は非線形の弾性バネ $g_2(\gamma) \cdot G_2 \gamma$ に蓄えられる弾性エネルギーを表す。 $W_{\max}(t)$ は時刻 t までに経験した W の最大値を表しており、ダメージの指標となる。

上述した準弾性モデルは、式のみでは概要が分りにくいため、ダメージ関数 $g_3(t)$ の導入による弾性バネの復元力特性の変化を図-6 に示す。ただし、図-6 (a)のせん断ひずみの経路における線の色・種類は、図-6 (b)の線の性質と対応している。また、

図の赤線のように、はじめて経験するせん断ひずみレベルでの復元力は、ダメージ導入前の弾性バネの復元力と一致する。

なお、以下では、式(15)の復元力モデルを「ハードニングダメージモデル (HD モデル)」と呼ぶことにする。

(2) モデルの接線係数

拡張したモデルについて、両辺を時間 t で微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\tau}_t}{dt} &= \tilde{f}(\gamma_t) \cdot \frac{dg_1(\gamma_t)}{d\gamma_t} \dot{\gamma}_t + g_1(\gamma_t) \cdot \frac{d\tilde{f}(\gamma_t)}{d\gamma_t} \dot{\gamma}_t \\ &+ g_3(t) \cdot G_2 \left[\gamma_t \frac{dg_2(\gamma_t)}{d\gamma_t} + g_2(\gamma_t) \right] \dot{\gamma}_t + g_2(\gamma_t) \cdot G_2 \gamma_t \frac{dg_3(t)}{dt} \end{aligned} \quad (19)$$

を得る。ただし、上式に含まれる dg_3/dt については、離散計算での $t_n \rightarrow t$ の更新において、

$$W_{\max}(t_n) < W(\gamma_t) \Rightarrow W_{\max}(t) = W(\gamma_t) \quad (20)$$

が成立することから、

$$\frac{dg_3(t)}{dt} = 0 \quad \text{if } W_{\max}(t_n) < W(\gamma_t) \quad (21)$$

となる。また、 $W_{\max}(t_n) \geq W(\gamma_t)$ のとき、 $W_{\max}(t)$ は $W_{\max}(t_n)$ に一致することから、時刻 t では定数とみなすことができ、

$$\frac{dg_3(t)}{dt} = \frac{dg_3}{d\gamma_t} \dot{\gamma}_t \quad \text{if } W_{\max}(t_n) \geq W(\gamma_t) \quad (22)$$

の関係をj得る。ただし、

$$\frac{dg_3}{d\gamma_t} = \left[1 - \tanh^2 \left(\frac{W_{\max}(t) - W(\gamma_t)}{m_d} \right) \right] \cdot r_d \frac{g_2(\gamma_t)}{m_d} G_2 \gamma_t \quad (23)$$

である。以上の式(21)、(22)の関係を式(19)に代入すると、時刻 t での HD モデルの接線係数は、

・ $W_{\max}(t_n) < W(\gamma_t)$ のとき：

$$\frac{d\bar{\tau}_t}{d\gamma_t} = \tilde{f}(\gamma_t) \cdot \frac{dg_1(\gamma_t)}{d\gamma_t} + g_1(\gamma_t) \cdot \frac{d\tilde{f}(\gamma_t)}{d\gamma_t}$$

表-4 時刻 t_n から $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ への更新におけるハードニングダメージモデルの計算手順

前提条件： 1) 時刻 t_{n+1} でのせん断ひずみ: γ_{n+1} が既知である。 2) 時刻 t_n での弾性エネルギーの最大値: $W_{\max}(t_n)$ が既知である。 3) 完全弾塑性バネのせん断応力: $\tilde{f}(\gamma_{n+1})$ と接線係数: $d\tilde{f}(\gamma_{n+1})/d\gamma_{n+1}$ を算出するシステムがある
Step.1: 表-1 の Step.1 と同一
Step.2: 時刻 t_{n+1} での弾性エネルギー: W_{n+1} の計算 $W_{n+1} := W(\gamma_{n+1}) = \frac{1}{2} G_2 \left(\gamma_{n+1}^2 + \frac{2h^2}{n+2} \left \frac{\gamma_{n+1}}{h} \right ^{n+2} \right)$
Step.3: 時刻 t_{n+1} での弾性エネルギーの最大値: $W_{\max}(t_{n+1})$ を計算 $\rightarrow W_{\max}(t_{n+1})$ を記憶しておく $\bullet W_{\max}(t_n) < W_{n+1}$ の場合には, $W_{\max}(t_{n+1}) = W_{n+1}$ $\bullet W_{\max}(t_n) \geq W_{n+1}$ の場合には, $W_{\max}(t_{n+1}) = W_{\max}(t_n)$
Step.4: 時刻 t_{n+1} でのダメージ関数: $g_3(t_{n+1})$ を算出 $g_3(t_{n+1}) = 1 - r_d \tanh \left[\frac{W_{\max}(t_{n+1}) - W_{n+1}}{m_d} \right]$
Step.5: 時刻 t_{n+1} でのモデルの荷重: $\bar{F}_{n+1}$ を計算 (A: 支承の有効断面積) 時刻 t_{n+1} でのせん断応力: $\bar{\tau}_{n+1} := g_1(\gamma_{n+1}) \cdot \tilde{f}(\gamma_{n+1}) + g_3(t_{n+1}) \cdot g_2(\gamma_{n+1}) \cdot G_2 \gamma_{n+1} \rightarrow \bar{F}_{n+1} := A \cdot \bar{\tau}_{n+1}$
Step.6a: $W_{\max}(t_n) < W_{n+1}$ の場合での, 時刻 t_{n+1} の接線係数を計算 $\frac{d\bar{\tau}_{n+1}}{d\gamma_{n+1}} := \frac{dg_1(\gamma_{n+1})}{d\gamma_{n+1}} \cdot \tilde{f}(\gamma_{n+1}) + g_1(\gamma_{n+1}) \cdot \frac{d\tilde{f}(\gamma_{n+1})}{d\gamma_{n+1}} + g_3(t_{n+1}) \cdot G_2 \left[\gamma_{n+1} \frac{dg_2(\gamma_{n+1})}{d\gamma_{n+1}} + g_2(\gamma_{n+1}) \right]$
Step.6b: $W_{\max}(t_n) \geq W_{n+1}$ の場合での, 時刻 t_{n+1} の接線係数を計算 $\frac{d\bar{\tau}_{n+1}}{d\gamma_{n+1}} := \frac{dg_1(\gamma_{n+1})}{d\gamma_{n+1}} \tilde{f}(\gamma_{n+1}) + g_1(\gamma_{n+1}) \frac{d\tilde{f}(\gamma_{n+1})}{d\gamma_{n+1}} + g_3(t_{n+1}) \cdot G_2 \left[\gamma_{n+1} \frac{dg_2(\gamma_{n+1})}{d\gamma_{n+1}} + g_2(\gamma_{n+1}) \right] + \frac{r_d}{m_d} [g_2(\gamma_{n+1}) \cdot G_2 \gamma_{n+1}]^2 \left[1 - \tanh^2 \left(\frac{W_{\max}(t_{n+1}) - W_{n+1}}{m_d} \right) \right]$
Step.7: 時刻 t_{n+1} での接線剛性: $\bar{K}_{n+1}$ を計算 (H: 支承のゴム層厚の総計) $\bar{K}_{n+1} := \frac{A}{H} \frac{d\bar{\tau}_{n+1}}{d\gamma_{n+1}}$
Step.8: 動的解析システムへ $\bar{F}_{n+1}$ と $\bar{K}_{n+1}$ を渡し, 次ステップの支承の変位を算出 $\rightarrow$ 次ステップでの支承のせん断ひずみを計算

$$+ g_3(t) \cdot G_2 \left[\gamma_t \frac{dg_2(\gamma_t)}{d\gamma_t} + g_2(\gamma_t) \right] \quad (24)$$

• $W_{\max}(t_n) \geq W(\gamma_t)$ のとき:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\tau}_t}{d\gamma_t} &= \tilde{f}(\gamma_t) \cdot \frac{dg_1(\gamma_t)}{d\gamma_t} + g_1(\gamma_t) \cdot \frac{d\tilde{f}(\gamma_t)}{d\gamma_t} \\ &+ g_3(t) \cdot G_2 \left[\gamma_t \cdot \frac{dg_2(\gamma_t)}{d\gamma_t} + g_2(\gamma_t) \right] \\ &+ \frac{r_d}{m_d} [g_2(\gamma_t) \cdot G_2 \gamma_t]^2 \cdot \left[1 - \tanh^2 \left(\frac{W_{\max}(t) - W(\gamma_t)}{m_d} \right) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

となる。

最後に本モデルから得られる変位-荷重関係での接線剛性 $\bar{K}_t$ については, 式(13)と同様に

$$\bar{K}_t := \frac{A}{H} \frac{d\bar{\tau}_t}{d\gamma_t} \quad (26)$$

と表される。上式の右边を式(24), (25)に従って計算する際に, γ_t に代わって γ_{n+1} を用いると動的応答解析で必要となる時刻 t_{n+1} での接線剛性が得られる。

以上の(1), (2)では, H モデルをさらに拡張し, 最大経歴ひずみ依存性を導入した復元力モデルについて述べた。本モデルについても実用性を考慮して, 計算手順を表-4 にまとめておく。

(3) モデルのパラメータの同定

上述した HD モデルを用いて, 表-2 に示した支承の載荷実験結果を近似する。具体的には, H モデルの場合と同様に, 次式で定義される評価関数 $\bar{E}$ を最小にする 8 個のパラメータ: $\tilde{G}_1$, G_2 , γ_y , h , m , n , r_d , m_d を実数値 GA¹⁴⁾により同定した。

$$\bar{E} := \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\bar{\tau}(t_i) - \tau_{\exp}(t_i)]^2} \quad (27)$$

ここに $\bar{\tau}(t_i)$ は, HD モデルでの時刻 t_i のせん断応力を表す。

各支承でのパラメータの同定結果を表-5 に示す。

表-5 の評価関数値 $\bar{E}$ を, 表-3 の $\tilde{E}$ と比較すると, 1 ~ 2 割程度は小さくなっていることから, ダメージを導入することにより近似精度が向上していることがわかる。

表-5 各支承について同定したハードニングダメージモデルのパラメータと同定時の評価関数値

	LRB10	LRB12	HDR12-A	HDR12-B
$\tilde{G}_1$ [N/mm ²]	30.9	22.5	8.21	13.5
G_2 [N/mm ²]	0.817	0.910	0.817	0.732
γ_y	0.0185	0.0271	0.0845	0.0382
h	4.16	3.74	5.17	3.73
m	3.78	2.46	4.71	1.41
n	3.08	3.04	2.80	4.71
r_d	0.314	0.372	0.855	0.544
m_d	1.40	1.73	9.58	2.65
$\bar{E}$	0.161	0.202	0.128	0.140

(a) LRB10 の復元力特性

(b) LRB12 の復元力特性

図-7 LRB の荷重実験結果とハードニングダメージモデルによる計算結果との比較

(a) HDR12-A の復元力特性

(b) HDR12-B の復元力特性

図-8 HDR の荷重実験結果とハードニングダメージモデルによる計算結果との比較

図-9 モデルの接線剛性の収束性を確認するための地震応答解析に用いた1質点系モデル

荷重実験結果と同定したパラメータを用いたモデルによる復元力との比較を、LRB、HDR についてそれぞれ図-7、図-8 に示す。これらの図より、HD モデルではダメージを表す関数 g_3 を導入したことにより、H モデルと比較して荷重ピーク付近や除荷時の降伏点付近の復元力特性を、より精緻に再現できていることがわかる。

(4) モデルの接線剛性の整合性

a) 確認方法

最後に、式(26)で導出した HD モデルに関する接

表-6 HDモデルを用いた1質点系モデルの地震応答解析における収束状況 (HDR12-B)

	545 ステップ	592 ステップ	597 ステップ	1373 ステップ
支承のせん断ひずみ	2.06	2.50	3.12	1.27
1回目の変位ノルムの比	9.33×10^{-7}	2.05×10^{-6}	1.35×10^{-5}	5.72×10^{-4}
2回目の変位ノルムの比	1.01×10^{-12}	7.27×10^{-12}	2.53×10^{-10}	9.03×10^{-18}

図-10 免震橋梁の模擬した2質点系モデル

表-7 2質点系の免震橋モデルでのパラメータ²⁴⁾

桁の重量 [kN]	16284
支承 (6基)	LRB12 or HDR12-B
橋脚の重量 [kN]	650
橋脚の1次剛性 [kN/mm]	75.9
橋脚の2次剛性 [kN/mm]	2.56
橋脚の降伏変位 [mm]	109
橋脚の減衰係数 [N/mm/sec]	43.9

(a) 橋梁全体の概要

(b) 橋脚の断面図

図-11 モデル化の対象とした免震橋梁の概要

線剛性の妥当性を検討する。式(26)の接線剛性は、 $r_d=0$ とすれば式(13)で示したHモデルの接線剛性と一致する。従ってHDモデルでの接線剛性が荷重増分に対して整合であることを示せば、Hモデルの接線剛性の整合性も併せて示したことになる。

具体的には、図-9に示す1質点系モデルが地震動を受ける場合を想定して動的解析を実施し、その際の各時刻での繰り返し計算における解の収束性を確認した。ただし動的解析では、Newmarkの β 法²¹⁾を用い、各時刻での応答の更新の際には変位ノルム、荷重残差ノルム、エネルギーノルム²²⁾がいずれも 10^{-6} 以下に収束するまで繰り返し計算を実施している。

b) モデル化の詳細

図-9において積層ゴム支承は、ハードニング、最

大変形量への依存性がともに大きいHDR12-Bを想定し、HDモデルでモデル化した。質点の質量は支承の面圧が $6[\text{N}/\text{mm}^2]$ となるよう値を設定した。また、入力地震動は、1995年兵庫県南部地震時にJR鷹取駅で観測された地震加速度記録のNS成分を用いた。

c) 応答解析における解の収束

時間ステップを0.01 [sec]として地震応答解析を実施した結果、全時刻における繰り返し計算の最大回数は2回（最大で修正過程が2回）であった。代表的な時刻での変位ノルム²²⁾の収束状況を表-6に示す。表-6より各時刻の変位ノルムは、二次収束を示しており、式(26)が整合接線剛性^{22),23)}となっていると言える。

図-12 LRB12 と HDR12-B の復元力特性とバイリニアモデルによる計算結果との比較

表-8 2 質点系モデルによる免震橋梁を想定した地震応答解析に用いた入力地震動

地震名	発生年	観測地点	観測方向	最大加速度 [mm/sec ²]	卓越周波数 [Hz]	定数倍率		本論文での名称
						LRB12	HDR12-B	
兵庫県南部地震	1995	神戸海洋気象台	NS	8,180	1.44	2.0	1.2	神戸-NS
兵庫県南部地震	1995	JR 鷹取駅	NS	6,060	0.806	1.2	0.80	鷹取-NS
Sanfernando 地震	1971	California	NS	11,500	4.79	1.8	1.0	CA-NS
Northridge 地震	1995	Sylmar Parking Lot	NS	8,270	0.635	1.2	0.80	Sylmar-NS
釧路沖地震	1993	釧路気象台	NS	8,150	2.36	2.4	1.7	釧路-NS
東北地方太平洋沖地震	2011	築館	NS	26,700	6.01	2.0	2.0	築館-NS

4. 提案したモデルを用いた免震橋梁の地震応答解析

(1) 地震応答解析の概要

ここでは、図-10 に示すように免震橋梁を簡易な 2 質点系モデルでモデル化し、それが水平方向に地震動を受ける場合を想定して地震応答解析を行う。得られた結果から、支承の復元力特性が有するハードニングや最大変形量への依存性が、桁および橋脚の応答に及ぼす影響について検討する。

ただし、本地震応答解析では本文 3. (4)と同様に Newmark の β 法²¹⁾を用い、各時刻での繰り返し計算も同様の条件で実施した。

(2) 解析モデルと解析条件

a) 橋脚のモデル化

解析対象とした免震橋梁は、図-11 に示すように単柱式鋼製橋脚を有している。この橋脚の変位-荷重関係については、文献 24)に従いバイリニアモデルでモデル化する。モデル化に必要な橋脚の構造諸

元を表-7 に示す。

b) 支承部のモデル化

支承の載荷実験から得られている復元力特性をみると、LRB12 および HDR12-B は、ハードニングや最大経歴ひずみ依存性が復元力特性に特に大きく表れていた。本解析では、支承のこれらの力学特性が桁や橋脚の応答に与える影響を検討することから、支承に LRB12 および HDR12-B が用いられている場合を対象とする。支承のサイズについては、各 1 桁の下に面圧 6 [N/mm²]で 6 基設置されている状況を想定し、表-2 の寸法を線形的に拡大した。

これらの支承の復元力特性は、本研究で提案した H モデルおよび HD モデルにより近似する。また比較のため、実務で広く利用されているバイリニアモデルにより近似した場合についても地震応答解析を実施する。ただしバイリニアモデルで近似する場合には、支承のせん断ひずみが 175%の際の実験でのせん断応力-せん断ひずみの関係を最も良く再現できるパラメータを用いている。これは実務において、せん断ひずみ 175%が地震時の有効せん断

表-9 免震橋梁を対象とした2自由度モデルでの地震応答解析結果の比較 (LRB12)

入力地震動	応答の代表値	バイリニアモデル	Hモデル	HDモデル
神戸-NS	橋脚の塑性率	2.88	3.77	4.15
	支承の最大せん断ひずみ	3.43	2.80	2.52
鷹取-NS	橋脚の塑性率	6.24	6.37	7.11
	支承の最大せん断ひずみ	3.60	2.97	2.60
CA-NS	橋脚の塑性率	2.95	3.31	3.37
	支承の最大せん断ひずみ	3.35	2.92	2.52
Sylmar-NS	橋脚の塑性率	3.16	3.12	3.34
	支承の最大せん断ひずみ	3.26	2.74	2.39
釧路-NS	橋脚の塑性率	1.72	1.79	1.82
	支承の最大せん断ひずみ	2.92	2.65	2.49
築館-NS	橋脚の塑性率	0.995	1.33	1.42
	支承の最大せん断ひずみ	2.73	2.53	2.59

表-10 免震橋梁を対象とした2自由度モデルでの地震応答解析結果の比較 (HDR12-B)

入力地震動	応答の代表値	バイリニアモデル	Hモデル	HDモデル
神戸-NS	橋脚の塑性率	1.11	1.31	1.75
	支承の最大せん断ひずみ	3.56	2.79	2.57
鷹取-NS	橋脚の塑性率	2.71	3.51	3.49
	支承の最大せん断ひずみ	3.99	2.85	2.79
CA-NS	橋脚の塑性率	1.44	2.15	2.11
	支承の最大せん断ひずみ	3.68	2.84	2.79
Sylmar-NS	橋脚の塑性率	0.964	1.03	1.10
	支承の最大せん断ひずみ	2.98	2.71	2.66
釧路-NS	橋脚の塑性率	0.779	0.801	0.879
	支承の最大せん断ひずみ	2.53	2.56	2.47
築館-NS	橋脚の塑性率	1.13	1.08	1.31
	支承の最大せん断ひずみ	3.21	2.81	2.69

ひずみ（大地震時のせん断ひずみ応答の二乗平均値）として定義されており⁵⁾、このことから積層ゴム支承の出荷時における性能確認試験ではせん断ひずみ 175%での復元力特性を記録している場合が多いためである。ここで用いたバイリニアモデルと、支承の載荷実験から得られるせん断応力-せん断ひずみの関係を図-12に示す。

c) 入力地震動

解析モデルに入力する地震動は、これまでに観測されている代表的な実地震での加速度記録を対象に、HDモデルでの支承の最大せん断ひずみが250%程度となるよう定数倍して用いた。表-8に本研究で用いた入力地震動の詳細を示す。

(3) 解析結果と考察

表-9、表-10に、それぞれLRB12、HDR12-Bを想定した場合の橋脚の塑性率および支承の最大せん断ひずみを示す。また、表-9、表-10では、各モデルでの差異が読み取り難いため、支承の最大せん断ひずみおよび橋脚の塑性率について、各復元力モデルでの「相対誤差」の6個の入力地震動に対する平均値と最大値を表-11にまとめておく。ただし、ここ

でのAに対するBの相対誤差 ε とは、

$$\varepsilon := \frac{|A-B|}{|A|} \quad (28)$$

と定義する。

また、時刻歴応答の一例として、HDR12-Bを想定した場合の橋脚の変位応答、支承の変位応答、橋脚の変位-荷重関係および支承のせん断応力-せん断ひずみの関係を図-13に示す。

まず、表-9、表-10より、A)バイリニアモデル、B)Hモデル、C)HDモデルを用いた結果比較すると、大半の入力地震動に対し、橋脚の塑性率はA)→B)→C)の順で大きくなり、逆に支承の最大せん断ひずみはC)→B)→A)の順で大きくなっている。ただし、入力地震動の性質により、一部この順序が逆転している箇所（表-9、表-10の赤字の箇所）があるものの、それらの値自体は概ね同程度となっている。また、全体的な傾向として、橋脚の応答が塑性域に大きく入っている場合（LRB12の神戸-NS、鷹取-NS、CA-NSおよびHDR12-Bの鷹取-NSなど）には、3つの復元力モデルのなかで支承の最大せん断ひずみや橋脚の塑性率に有意な差が表れている場合が多い。

表-11 地震応答解析における支承の最大せん断ひずみおよび橋脚の塑性率の誤差

項目	誤差を比較するモデル	LRB12	HDR12-B
橋脚の塑性率 の相対誤差の最大値 [%]	Hモデルに対するバイリニアモデルの誤差	25.3	22.7
	HDモデルに対するバイリニアモデルの誤差	30.5	36.6
	HDモデルに対するHモデルの誤差	10.45	25.1
橋脚の塑性率 の相対誤差の平均値 [%]	Hモデルに対するバイリニアモデルの誤差	11.2	10.4
	HDモデルに対するバイリニアモデルの誤差	16.0	18.3
	HDモデルに対するHモデルの誤差	5.92	10.0
支承の最大せん断ひずみ の相対誤差の最大値 [%]	Hモデルに対するバイリニアモデルの誤差	22.2	39.9
	HDモデルに対するバイリニアモデルの誤差	38.4	43.1
	HDモデルに対するHモデルの誤差	15.9	8.56
支承の最大せん断ひずみ の相対誤差の平均値 [%]	Hモデルに対するバイリニアモデルの誤差	15.9	20.4
	HDモデルに対するバイリニアモデルの誤差	27.8	24.5
	HDモデルに対するHモデルの誤差	10.84	3.82

(a) 橋脚の変位応答

(b) 支承の変位応答

(c) 橋脚の変位-荷重関係

(d) 支承のせん断応力-せん断ひずみ関係

図-13 鷹取-NSを入力した場合の2質点系モデルによる免震橋梁の地震応答解析結果 (HDR12-B)

逆に橋脚の応答が弾性範囲である場合 (LRB12 での釧路-NS および HDR12-B の Sylmar-NS, 釧路-NS など) には, バイリニアモデルを用いた場合の塑性率および最大せん断ひずみが H モデルおよび HD モデルでの値に比較的近い値となっていることがわかる。

以上より, 支承の最大せん断ひずみが 250%前後となるような大地震時において, 橋脚の応答が弾性範囲であれば, 積層ゴム支承が有するハードニングや最大経験ひずみ依存性の応答に対する影響は小さいといえる。すなわち, 橋脚の応答が弾性範囲であれば, 既往のバイリニアモデルを用いても応答に大

きな差が生じないといえる。逆に橋脚の応答が塑性域に入っている場合には, ハードニングや最大経験ひずみ依存性が応答に大きく影響する場合が多い。このことは図-13 に示した応答解析結果の一例からも見て取れる。具体的な差を LRB12 を例にとり表-11 の「相対誤差」でみると, 以下のことがわかる。

・H モデルの結果とバイリニアモデルの結果とを比較すると, ハードニングを導入することにより, 橋脚の塑性率が最大で約 25%, 平均で約 6%, 支承の最大せん断ひずみが最大で約 22%, 平均で約 16%の差を生じる。

- ・Hモデルの結果とHDモデルの結果とを比較すると、最大経験ひずみ依存性を導入することにより、橋脚の塑性率が最大で約10%、平均で約6%、支承の最大せん断ひずみが最大で約16%、平均で約11%の差を生じる。
- ・HDモデルの結果とバイリニアモデルの結果とを比較すると、ハードニングおよび最大経験ひずみ依存性をともに導入することにより、橋脚の塑性率が最大で約31%、平均で約16%、支承の最大せん断ひずみが最大で約38%、平均で約28%の差を生じる。

同様にして表-11より、HDR12-Bの場合についてもハードニングおよび最大経験ひずみ依存性がともに橋脚の塑性率や支承の最大せん断ひずみに大きく影響していることがわかる。

以上の考察より、免震橋において支承の最大せん断ひずみが250%前後となるような大地震時には、支承の復元力特性が有するハードニングおよび最大経験ひずみ依存性は、橋脚の塑性率や支承の最大せん断ひずみに有意な影響を及ぼすことがわかった。このことから大地震時における免震橋の最大応答を予測する場合においては、これらを考慮した復元力モデルを利用すると大きく精度が向上するといえる。

5. まとめ

本研究では、バイリニアモデルを基に積層ゴム支承のハードニングおよび最大経験ひずみ依存性を簡易に表現する復元力モデルの構築を目的とした。得られた主たる知見は以下の通りである。

- 1) バイリニアモデルを拡張し、ハードニングを簡易に表現できる復元力モデルを提案し、免震橋梁で広く利用されている積層ゴム支承のパラメータを提示した。また、本モデルの接線剛性を示した。
- 2) ハードニングに加え、最大経験ひずみ依存性を表現することが可能な復元力モデルを構築し、そのパラメータを提示した。また、併せてこのモデルの接線剛性を導出した。本研究で提案した2つの復元力モデルは、パラメータの物理的意味が明確で、かつバイリニアモデルの履歴ルールをそのまま利用できる点に特徴があり、実装が非常に容易であることから、汎用構造解析ソフトなどへの導入が期待できる。
- 3) 1質点系モデルによる地震応答解析での繰り返し計算において各時刻で解が2次収束を示していることから、提案した2つの復元力モデルの接線剛性が整合接線剛性であることを確認した。

- 4) 2質点系の簡易なモデルにより免震橋梁を想定した地震応答解析を行った。その結果、支承のせん断ひずみが250%前後となるような大地震時において橋脚の応答が塑性域に入ると、積層ゴム支承の復元力特性が有するハードニングおよび最大経験ひずみ依存性は、ともに橋脚の塑性率や支承の最大せん断ひずみに有意な影響を及ぼすことがわかった。特に、既存のバイリニアモデルで支承部の復元力をモデル化した場合には、橋脚の最大変位応答(塑性率)を過小評価し、逆に支承の最大せん断ひずみを過大評価していることになる。このことから、大地震時において免震橋梁の応答を精緻に予測するためには、ハードニングや最大経験ひずみ依存性を考慮したモデルの利用が望ましいといえる。

謝辞：本研究で用いている積層ゴム支承の復元力特性の載荷実験データは、オイレス工業(株)、(株)ブリヂストンおよびHDR研究会に提供して頂きました。ここに記して謝辞を表します。

参考文献

- 1) (財)土木研究センター：道路橋の免震構造研究委員会平成17・18年度報告書，2007。
- 2) R. I. スキナー，W. H. ロビンソン，G. H. マックベリー著，川島一彦，北川良和監訳：免震設計入門，鹿島出版会，1996。
- 3) 日本ゴム協会 免震用積層ゴム委員会（編）：設計者のための免震用積層ゴムハンドブック，理工図書，2000。
- 4) (財)土木研究センター：橋の動的耐震設計法マニュアル，2007。
- 5) (社)日本道路協会：道路橋支承便覧，丸善，2004。
- 6) 吉田純司，杉山俊幸，藤野陽三：地震応答解析・耐震設計のための超高減衰ゴム支承のバイリニアモデルの提案，土木学会論文集A，Vol.62，No.2，pp.454-466，2006。
- 7) 菊池優，猿田正明，田村和夫：建築免震用積層ゴムの復元力特性に関する研究，構造工学論文集，日本建築学会，Vol.40B，pp.177-188，1994。
- 8) 大島靖樹，石田勝彦：高減衰積層ゴムの最大経験ひずみ依存性が免震構造物の地震時応答に与える影響に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第472号，pp.75-84，1995。
- 9) 藤田隆史，鈴木重信，藤田聡：建物免震用の高減衰積層ゴムに関する研究（第1報，履歴復元力の基本特性と解析モデル），日本機会学会論文集（C編），56巻523号，1990。
- 10) 阿部雅人，吉田純司，藤野陽三：免震用積層ゴム支承の水平2方向を含む復元力特性とそのモデル化，土木学会論文集，No.696/I-58，pp.125-144，2002。
- 11) Constantinou, M. C., Mokha, A. and Reinhorn, A.: Teflon bearings in base isolation. II: Modeling, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 116, No. 2, pp. 455-474,

- 1990.
- 12) Hwang, J. S. and Ku, S. W.: Analytical modeling of high damping rubber bearings, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 8, pp. 1029-1036, 1997.
- 13) Treloar, L. R. G.: *The Physics of Rubber Elasticity*, 3rd ed., Oxford University Press, 1975.
- 14) 樋口隆英, 筒井茂義, 山村雅幸: 実数値 GA におけるシンプレクス交叉の提案, 人工知能学会論文誌, Vol.16, No.1, pp.147-155, 2001.
- 15) 大崎順彦: 建築振動理論, 彰国社, 1996.
- 16) Wen, Y. K.: Method for random vibration of hysteretic systems, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 102, No. EM2, pp. 249-263, 1976.
- 17) Ozdemir, H.: *Nonlinear transient dynamic analysis of yielding structures*, Ph.D Dissertation, University of California, Berkeley, 1973.
- 18) Simo, J. C.: On a fully three-dimensional finite-strain viscoelastic damage model: formulation and computational aspects, *Computer methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 60, pp.153-173, 1987.
- 19) Miehe, C.: Discontinuous and continuous damage evolution in Ogden-type large-strain elastic materials, *European Journal of Mechanics, A/Solids*, Vol. 14, pp. 697-720, 1995.
- 20) Ogden, R. W. and Roxburgh, D. G.: A pseudo-elastic model for the Mullins effect in filled rubber, *The Royal Society of London, A*, pp. 2861-2877, 1999.
- 21) Newmark, N. M.: A method of computation for structural dynamics, *Proc. of ASCE*, EM3, pp. 67-94, 1959.
- 22) 久田俊明, 野口裕久: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 1995.
- 23) Simo, J. C. and Hughes, T. J. R.: *Computational Inelasticity*, Springer, 1997.
- 24) 宇佐美勉 編: 鋼橋の耐震・制震設計ガイドライン, pp.277-284, 技報堂出版, 2008.

(2013. 12. 17 受付)

EXTENDED BILINEAR HYSTERETIC MODELS FOR LAMINATED RUBBER BEARINGS

Junji YOSHIDA and Toshiyuki SUGIYAMA

Two hysteretic models for reproducing restoring forces of laminated rubber bearings are proposed. One is including only hardening effects in large deformation range and the other is modeling experienced shear strain dependency in addition to the hardening effect. Tangent modulus of those models are also derived. The key point of those models is that they are extended directly from bilinear hysteretic model, and the restoring forces of them could be computed easily by using the bilinear model. Then, their accuracy in predicting seismic responses is evaluated. From the seismic response analysis, it is found that modeling of the hardening and the experienced shear strain dependency are important factors in order to accurately predict responses of the piers and bearings in base-isolation bridges.