トラスの部材破断時の衝撃と非弾性挙動を 考慮したエネルギーによるリダンダンシー評価

後藤 芳顕¹・水野 剛規²・山田 忠信³

¹フェロー会員 名古屋工業大学プロジェクト教授 次世代耐震工学研究所
(〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町)

E-mail: goto.yoshiaki@nitech.ac.jp

²正会員 岐阜工業高等専門学校講師 環境都市工学科 (〒501-0495 岐阜県本巣市上真桑2236-2)

E-mail: mizuno-y@gifu-nct.ac.jp

³正会員 日本車輛製造(株) 技術部長 輸機・インフラ本部 (〒456-8691 名古屋市熱田区三本松町1-1)

E-mail: YAMADAT@cm.n-sharyo.co.jp

トラスのリダンダンシー評価では、死荷重などの常時荷重に加え、部材破断時に作用する衝撃力を破断後の構造系が支えうることを弾性解析により静的に照査する手法が通常用いられる。しかし、弾性解析では衝撃力が大きく評価されるので、照査を満足する構造系は過大になりがちである。これを防ぐには、部材破断後の構造系の変形能とエネルギー吸収能を高めることで衝撃を緩和できる照査法が必要である。ここでは、より合理的で実用的なものとして、部材破断後の構造系のエネルギー吸収能がその運動エネルギーを上回ることを照査するエネルギー照査法を提示した。本照査法では、静的複合非線形解析に基づくPushover解析で各エネルギーが近似的に評価できるので、動的解析は一切用いる必要がない。照査法の妥当性は精緻な動的複合非線形解析で検証した。

Key Words : redundancy, FCM, ductility, energy dissipation capacity, impact, pushover analysis

1. まえがき

米国のI-35Wでの落橋事故や国内でのトラス橋斜材の破断事故などにより、部材の破壊が構造全体の大規模な崩壊につながるか否かの評価やその破壊が大規模崩壊をもたらすFCMの同定が近年重要視されている^{1,2)}。このような評価や同定を行うための手段としていわゆるリダンダンシー解析³⁻⁵⁾が実施される。

部材破壊から構造系の大規模崩壊への進展はいわゆる動的な進行性破壊現象であるので、これを扱う正確なリダンダンシー解析として最も厳密な手法は部材の破壊から構造系の崩壊に至る現象を忠実にモデル化し、複合非線形動的解析により直接予測する方法^{6,7)}である。この手法は理屈上、動的な進行性破壊現象を正確に再現できると考えられるが、現実には、破壊を対象とする場合、衝撃や極端な大変形を伴う材料非線形動的の問題が対象となるので数値解析が不安定になりやすく、収束解を得るのは容易でない。さらに、対象とする動的な進行性破壊挙動そのものに未知の部分が多く、そのモデル化に妥当性が検証されていない多くの仮定を導入せざるを得な

い。したがって、少なくとも現段階では、このような手法に基づくリダンダンシー評価法を実務に導入することは時期尚早ではないかと考えられる。

現在用いられている一般的なリダンダンシー評価法では死荷重や活荷重などの常時荷重に加え、部材破断時の動的な衝撃を衝撃力として評価し、これらを部材破断後の構造系が直接支持しうることを静的な弾性微小変位解析でチェックする耐力照査法が用いられる³⁻⁵⁾。この静的な手法では衝撃力を算定するために適正な衝撃係数を設定することが重要である。米国のURS Corporation⁴⁾は脆性的な部材破断を仮定して、減衰5%を考慮した1自由度系弾性モデルにより求めた衝撃係数1.854を提案した。この衝撃係数はかなり大きい。我が国ではこの値を用いた検討例が多い⁸⁾。実際のトラス橋では部材破断が生じた場合、複数のモードが連成した振動が生じるため、衝撃係数が1.2~1.8に低減することが報告されている^{8,9)}。しかしながら、弾性系であると構造の種類や部材の破断位置によっては依然として衝撃係数は大きな値になることは避けられない。このように、静的な耐力照査による一般的なリダンダンシー評価では部材破断時の

衝撃を力として扱うので、リダンダンシーを高める場合には構造強度を高める以外手立てがない。その結果、構造系は過度に補強されることになりやすく、施工コストも上昇する。さらに、このような構造系の場合、部材破断時に作用する衝撃力が大きくなるので、接合部などの応力集中部では大きな局部応力が作用し脆性破壊につながる恐れもある。

一方、部材破断後の構造系が優れた塑性変形性能を持つ場合には、破断系の構造強度を高めることなくその運動エネルギーを吸収できることから、破断系に作用する衝撃的な力はかなり低減することが知られている¹⁰⁾。したがって、構造系のリダンダンシーを高める場合に過度に補強されるのを防ぐには、部材破断後の構造系の耐力のみならず塑性変形能を高め、衝撃を構造系のエネルギー吸収能で緩和するような設計ができる照査枠組みを構築することが必須である。もちろん先に述べた複合非線形動的解析による厳密な照査法では構造系のエネルギー吸収能を考慮した設計は原理的には可能であるが、このような高度な解析を実務では用いることは困難である。現状の商用ソフトのレベルを考慮すると、実務でのリダンダンシー評価には、高々、静的な複合非線形解析用が受け入れ可能な限界であると考えられる。しかし、静的な複合非線形解析の場合、衝撃の影響は線形の微小変位弾性解析の場合のように単純な衝撃係数を用いて評価することはできない。これは構造系の動的応答が大変形塑性挙動により強非線形となるためである。

そこで、ここでは、実務に適用できる照査手法として、部材破断により構造系に作用する衝撃の原因である運動エネルギーを部材破断後の構造系のエネルギー吸収能に対して照査するエネルギー基準による枠組みを提示する。この手法ではエネルギーを評価指標として用いるので、部材破断後の構造系の応答を知るために高度な動的複合非線形解析を用いる必要がない。すなわち、エネルギー吸収能は静的複合非線形解析に基づく Pushover 解析で近似的に評価できる。このとき、多自由度系では、固有振動解析で算定した固有振動モードに基づき近似的に評価した慣性力の分布モードを用いるいわゆる Modal Pushover 解析による。この手法で部材破断後の構造系のつり合い経路を静的に算定し、エネルギー吸収能を近似的に評価する。また、運動エネルギーは、Pushover 解析による部材破断前後の質点位置の変化から算定される位置エネルギーの減少分として評価できる。以上のようなエネルギーに基づく照査法によると、構造系の強度・剛性を過度に高めることなく塑性変形能を大きくすることでリダンダンシーを高める設計も可能になる。

本論文では、まず 1 質点系モデルを用いて提案するエネルギー照査法のコンセプトの説明を行うとともに妥当性を詳細に検討する。つぎに、一般的な多質点系への拡張

図-1 1質点系トラスモデル

図-2 質点*i*に関する力のつり合い

張を行う。提案手法の妥当性の検証には、はり理論の範囲ではあるが部材破断とその後の構造全体系の動的崩壊挙動を再現できる高精度の複合非線形動的解析を用いる。

2. 1 質点系トラスモデルを対象としたリダンダンシー評価のためのエネルギー基準の定式化

(1) エネルギー評価式の誘導

図-1 に示す格点*i*=3に集中質量 m_i を配置した 1 質点系で 2 パネルのトラスモデルの斜材 4-7 が突然破断する場合を例としてエネルギーに基づく照査法の概念を説明する。なお、トラスの格点は剛結とする。

引張り部材破断時、実際のトラス部材には分布質量が存在するので、これにより引張り部材の破断時の縦振動によりいわゆる 1 次衝撃が生じる。しかし、1 次衝撃は新たなつり合い状態への動的な移行で発生する 2 次衝撃に比べ十分小さい^{8),9)}ので、図-1 のモデルでは簡単のためトラス部材の分布質量を無視している。

トラス構造の斜材 4-7 の破断後の質点 m_i に関する動的なつり合いは図-2 から以下になる。

$$m_i(g - \ddot{v}_{ix}) - F_{ix} - c_{ixx}\dot{v}_{ix} - c_{ixy}\dot{v}_{iy} = 0 \quad (1)$$

$$-m_i\ddot{v}_{iy} - F_{iy} - c_{iyy}\dot{v}_{iy} - c_{iyx}\dot{v}_{ix} = 0 \quad (2)$$

ここに、 m_i = 質点の質量、 g = 重力加速度、 (v_{ix}, v_{iy}) = 質点の変位成分、 (F_{ix}, F_{iy}) = 破断したトラス構造(破断系トラス構造)から質点に作用する反力成分(復元力成分)(図-3 参照)、 $c_{ixx}, c_{ixy}, c_{iyx}, c_{iyy}$ は粘性減衰

図-3 破断系トラスモデルと復元力成分

係数である。

式(1)と式(2)のつり合い式にそれぞれ変位成分の増分 dv_{ix} と dv_{iy} を乗じて部材破断前の健全系における質点の静的つり合い位置 B から破断後の任意の質点位置 A まで積分すると

$$\begin{aligned} & \int_B^A \left\{ m_i (g - \ddot{v}_{ix}) - F_{ix} - c_{ixx} \dot{v}_{ix} - c_{ixy} \dot{v}_{iy} \right\} dv_{ix} \\ & + \int_B^A \left\{ m_i (-\ddot{v}_{iy}) - F_{iy} - c_{iyy} \dot{v}_{ix} - c_{iyx} \dot{v}_{iy} \right\} dv_{iy} \\ & = m_i g (v_{Aix} - v_{Bix}) - \frac{1}{2} m_i (\dot{v}_{Ai}^2 - \dot{v}_{Bi}^2) \\ & - \left(\int_B^A F_{ix} dv_{ix} + \int_B^A F_{iy} dv_{iy} \right) - \int_{TB}^{TA} (\dot{v}_{ix}, \dot{v}_{iy}) [C_i] \begin{Bmatrix} \dot{v}_{ix} \\ \dot{v}_{iy} \end{Bmatrix} dt = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

ここに

$$\dot{v}_i^2 = \dot{v}_{ix}^2 + \dot{v}_{iy}^2 \quad (4)$$

$$[C_i] = \begin{bmatrix} c_{ixx} & c_{ixy} \\ c_{iyx} & c_{iyy} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式(3)において $m_i g (v_{Aix} - v_{Bix})$ と $-\frac{1}{2} m_i (\dot{v}_{Ai}^2 - \dot{v}_{Bi}^2)$ は、それぞれ質点が点 B から点 A まで移動することによる位置エネルギーの減少と運動エネルギーの増加を表している。

また $\left(\int_B^A F_{ix} dv_{ix} + \int_B^A F_{iy} dv_{iy} \right)$ と $\int_{TB}^{TA} (\dot{v}_{ix}, \dot{v}_{iy}) [C_i] \begin{Bmatrix} \dot{v}_{ix} \\ \dot{v}_{iy} \end{Bmatrix} dt$

は、それぞれ、破断したトラス構造の塑性変形+弾性変形による吸収エネルギーと粘性減衰による吸収エネルギーである。

破断前の健全系の静的つり合い点 B では質点の速度 $\dot{v}_{Bi}$ は零であるので、式(3)は最終的に次のようになる。

$$\begin{aligned} & m_i g (v_{Aix} - v_{Bix}) - \frac{1}{2} m_i \dot{v}_{Ai}^2 \\ & - \left(\int_B^A F_{ix} dv_{ix} + \int_B^A F_{iy} dv_{iy} \right) - \int_{TB}^{TA} (\dot{v}_{ix}, \dot{v}_{iy}) [C_i] \begin{Bmatrix} \dot{v}_{ix} \\ \dot{v}_{iy} \end{Bmatrix} dt = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

(2) 部材破断後の構造系による安全性評価のためのエネルギー基準

破断後の構造系(破断系)の質点のたわみが v_{Aix} となる点 A を許容限界点とした場合、破断系の安全性を確保するには質点が点 A を超えないことが必要である。このためには、点 A に到達するまでに質点の運動エネルギー $m_i \dot{v}_{Ai}^2 / 2$ が破断系の塑性変形と粘性減衰で完全に吸収されることが必要である。したがって、安全性の確保に必要な条件は式(6)より次のエネルギー基準で表される。

$$\begin{aligned} m_i g (v_{Aix} - v_{Bix}) \leq & \left(\int_B^A F_{ix} dv_{ix} + \int_B^A F_{iy} dv_{iy} \right) \\ & + \int_{TB}^{TA} (\dot{v}_{ix}, \dot{v}_{iy}) [C_i] \begin{Bmatrix} \dot{v}_{ix} \\ \dot{v}_{iy} \end{Bmatrix} dt \end{aligned} \quad (7)$$

上記のエネルギー基準を次のように表現する。

$$K_i \leq W_{Fi} + W_{Di} \quad (8)$$

ここに

$$K_i = m_i g (v_{Aix} - v_{Bix}) \quad (9)$$

$$W_{Fi} = W_{Fix} + W_{Fiy} = \int_B^A F_{ix} dv_{ix} + \int_B^A F_{iy} dv_{iy} \quad (10)$$

$$W_{Di} = \int_{TB}^{TA} (\dot{v}_{ix}, \dot{v}_{iy}) [C_i] \begin{Bmatrix} \dot{v}_{ix} \\ \dot{v}_{iy} \end{Bmatrix} dt \quad (11)$$

式(8)のエネルギー基準の意味としては、破断系の質点の応答変位が許容限界点 A を越えないためには質点が部材破断前の点 B から点 A まで自由落下した場合に生じる運動エネルギー K_i (式(9)) に比べ、破断系が点 B から点 A までに吸収するエネルギー $W_{Fi} + W_{Di}$ (式(10), (11)) が大きければ良いことを示している。なお、 W_{Fi} と W_{Di} はそれぞれトラスの部材破断後、構造系が点 B から点 A まで移動することで生じる塑性変形+弾性変形による吸収エネルギー(弾塑性吸収エネルギー)と粘性減衰による吸収エネルギーである。以上のことから次のエネルギーに基づく指標 I_i (リダンダンシー指標)を用いると構造全体のリダンダンシー性能を定量的に評価することができる。

$$I_i = (W_{Fi} + W_{Di}) / K_i \quad (12)$$

すなわち、 $I_i \geq 1.0$ では I_i が大きな値ほどリダンダンシーに優れている。 $I_i < 1.0$ では破断系の応答は許容限界点を越えリダンダンシーは不十分である。

各エネルギー K_i , W_{Fi} と W_{Di} は厳密には複合非線形動的解析結果により算定されるものであるが、ここでは実用的な手法を提案することが目的であるので、 K_i , W_{Fi} について、動的解析によらず、静的な複合非線形解

析で近似的に評価する方法を次節で検討する。一方、 W_{Di} を評価するには、質点の速度が必要であり静的な方法で算定するのは困難である。しかし、塑性化の生じる鋼構造の粘性減衰定数が 1%程度¹¹⁾であるので W_{Di} は弾塑性吸収エネルギーと比較して非常に小さい値となる。加えて W_{Di} を 0 として考えた場合、式(8)は安全側に評価されるので実用上は粘性減衰による吸収エネルギーは無視しても差し支えないと考えられる。この扱いの妥当性は後で複合非線形動的解析結果により検証する。粘性減衰による吸収エネルギーを無視した場合の近似的なりダンダンシー指標 $\tilde{I}_i$ は以下のように定義される。

$$\tilde{I}_i = W_{Fi} / K_i \quad (13)$$

(3) Pushover 解析による質点の運動エネルギー K_i と破断系の弾塑性吸収エネルギー W_{Fi} の算定

静的複合非線形解析に基づく Pushover 解析で部材破断前の健全系の静的つり合い点 B から部材破断後の破断系の許容限界点 A までのトラスの復元力成分(F_{ix} , F_{iy})と変位成分(v_{ix} , v_{iy})の関係を求めてこれに基づき質点の運動エネルギー K_i と破断系の吸収エネルギー W_{Fi} を近似的に評価する。静的解析による Pushover 解析は耐震性能の実用的な評価方法として多く用いられている。以下 Pushover 解析による破断系のトラスの復元力成分(F_{ix} , F_{iy})と変位成分(v_{ix} , v_{iy})の関係が図-4 のように得られたと想定して Pushover 解析の手順を説明する。なお、この図には部材破断が生じないトラス構造(健全系)に対して節点 i の鉛直変位を単調に増加させる通常の Pushover 解析により得られる関係も示している。

まず、健全系に対して死荷重 $m_i g$ を作用させることで破断前の健全系のつり合い点 B での変位(v_{Bix} , 0)を求める。ここで、構造系が質点を通る鉛直軸に関して対称であるので点 B では水平変位は生じない。つぎに、この変位を破断部材を除いた破断系の質点位置に与えることで部材破断直後の点 B^* における質点位置 i に作用する復元力(F_{B^*ix} , F_{B^*iy})を求める。部材破断後、質点が落下して到達する破断系の静的つり合い点 S では復元力は重力に対応する($m_i g$, 0)となるので、ここでは、点 B^* から点 S 間では荷重モードが(F_{B^*ix} , F_{B^*iy})から($m_i g$, 0)に線形的に移行すると仮定する。すなわち、

$$\begin{Bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \end{Bmatrix} = (1-\lambda) \begin{Bmatrix} F_{B^*ix} \\ F_{B^*iy} \end{Bmatrix} + \lambda \begin{Bmatrix} m_i g \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

ここに λ は荷重係数である。Pushover 解析では 0→1 と増加させて点 S までの応答を静的複合非線形解析で求める。荷重制御による解析が難しくなる極限点近傍では弧長制御に切り替えて解析する。

破断系の静的つり合い点 S 以降の Pushover 解析は質点 i の位置に作用する死荷重に加えて質点の運動に起因し

図-4 Pushover解析による復元力 - 変位関係

図-5 崩壊点(F)

た慣性力を考慮した荷重モードを用いるいわゆる Modal Pushover 解析による。ここでは、質点の運動を表す応答変位(v_{ix} , v_{iy})を、破断系の静的つり合い点 S での除荷剛性にに基づく微小振動での卓越振動モードで次のように近似する。

$$\begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} v_{Six} \\ v_{Siy} \end{Bmatrix} \approx \Delta q_j \vec{\Phi}_j \sin \omega_j t \quad (15)$$

ここに

$$0 \leq t \leq \pi / (2\omega_j) \quad (16)$$

ω_j と $\vec{\Phi}_j$ は破断系の点 S での弾性除荷剛性行列 [K_T] (2×2)を用いた固有振動解析により得られる 1 次と 2 次の固有角振動数と基準化した固有振動モードのうち卓越する振動 j に関するものである。 Δq_j は振幅、 t は点 S 到達後の時間である。

以上から、点 S 以降の Modal Pushover 解析で破断系の質点位置に作用させる荷重モードは重力と式(15)から算定される慣性力を加えて次式で表す。

$$\begin{Bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_i g \\ 0 \end{Bmatrix} - \lambda' m_i \begin{Bmatrix} \ddot{v}_{ix} \\ \ddot{v}_{iy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_i g \\ 0 \end{Bmatrix} + (\lambda' m_i \Delta q_j \omega_j^2 \sin \omega_j t) \vec{\Phi}_j = \begin{Bmatrix} m_i g \\ 0 \end{Bmatrix} + f' \vec{\Phi}_j \quad (17)$$

ここに λ' は荷重係数、 f' は荷重である。

Modal Pushover 解析では荷重 f' を 0 から増加させて解析するが、単調増加の荷重制御で解析すると高々極限点までしか解析できない。極限点以降に許容限界点 A が

図-6 数値解析に用いた1質点系トラスモデル

設定される場合には、極限点の位置を正確に同定するために、先に述べた弧長制御によって解析する必要がある。なお、上記荷重モードは x , y の2成分があるので通常の Pushover 解析のように変位制御で解析するのは複雑であるとともに、変位制御ではいわゆるスナップバック挙動が解析できない問題点もある。

Pushover 解析で得られる部材破断後の質点位置でのつり合い曲線から、質点の運動エネルギー K_i は質点が点 B から点 A まで落下することによる位置エネルギーの減少分として式(9)で算定される。破断系の弾塑性吸収エネルギー W_{Fi} は式(10)より復元力がなす仕事として、点 B から点 A まで積分して求める。このとき、点 B から点 B^* までの仕事は零であるので、図-4 のつり合い経路に沿って点 B^* から点 A まで積分すればよい。

$$W_{Fix} = \int_B^A F_{ix} dv_{ix} = \int_{B^*}^A F_{ix} dv_{ix} \quad (18)$$

$$W_{Fiy} = \int_B^A F_{iy} dv_{iy} = \int_{B^*}^A F_{iy} dv_{iy} \quad (19)$$

(4) 崩壊限界点の設定

部材破断後、破断系が崩壊するか否かの照査ではエネルギーによる照査式 (7)において点 A を崩壊限界点 A_F に設定する。ここでは A_F をつり合い経路上に設定する方法について説明する。

図-5 に静的解析による代表的なつりあい経路を2種類示す。ひとつは図-5(a)のように鉛直成分である x 方向のつり合い経路が極限点挙動を示す場合である。この場合、極限点を越えた軟化領域で復元力成分 F_{ix} が死荷重 $m_i g$ と等しくなる崩壊点 F が崩壊限界点 A_F となる。崩壊点を越えると破断系は死荷重を支えきれなくなり崩壊する。いま一つの場合として図-5(b)のようにつり合い経路がスナップバック挙動を示す場合である。ただし、現実の動的な崩壊挙動ではスナップバック挙動は観察されない。スナップバック挙動では弾性エネルギーの解放があるので蓄積した弾性エネルギーが減少する。その結

表-1 1質点系トラスモデルの部材諸元と材料定数

部材番号	断面形状	web(mm)	U-flg(mm)	L-flg(mm)	σ_y (MPa)
上弦材1-5	BOX	600×25	580×26	500×26	355
下弦材6-8	BOX	440×28	500×28	500×28	355
斜材2-6,4-8	BOX	466×10	500×16	500×16	235
斜材2-7,4-7	H	500×16	466×10	-	235
垂直材	H	400×14	470×14	-	235

注) ヤング係数 $E=206 \times 10^5$ MPa

果、軟化領域で $F_{ix} = m_i g$ となる崩壊点 F までの弾塑性吸収エネルギーがスナップバック挙動の開始点 F^* までの弾塑性吸収エネルギーより小さくなる可能性がある。小さくなる場合には吸収エネルギーが最大となる点 F^* を崩壊限界点 A_F とするのが妥当である。このとき、崩壊点 F を崩壊限界点 A_F として用いると安全側の評価になる。なお、スナップバックのつり合い経路を求めることが必ずしも容易でない場合もあるので、スナップバック挙動の開始点 F^* を崩壊限界点 A_F とする数値解析上の理由も存在する。

なお、リダンダンシー評価で用いる部材破断後の構造系の安全性の照査では許容限界点 A は適切な安全率を見込んで崩壊限界点 A_F の手前に設定することになる。

3. エネルギー基準によるリダンダンシー評価手法の1質点系トラスモデルへの適用性の検討

(1) 数値モデル

2.では1質点系トラス構造の引張り斜材破断による質点の位置エネルギー低下に起因して生じる運動エネルギーと破断系構造の弾塑性挙動によるエネルギー吸収を考慮してリダンダンシーを評価するためのエネルギー基準に基づく方法の定式化を示した。ここでは、この方法を具体的な構造を対象とした数値解析により検証する。対象とする図-1 のトラス構造に数値を設定したものを図-6 に、部材の材料と諸元を表-1 に示す。これは、実在の上路式トラス橋の中央付近の2パネルを取り出したものである。構造の弾塑性挙動の解析には非線形汎用ソフト ABAQUS¹²⁾を用いる。トラス構造は格点で剛結されると仮定し、部材は材料構成則としてバイリニア移動硬化則(2次勾配 $E/100$)を導入した平面はり要素 B21 で離散化する。各部材の格点間の要素分割は座屈を伴う大変形時の解の収束性を考慮して上弦材 15, 下弦材 30, 斜材 30, 垂直材 30 とする。

部材破断の想定として、重力下(重力加速度 g)において図-6 の質量 m を載荷したトラス構造の引張り斜材 4-7 が突然破断した場合を考える。質量 m はトラス橋の設計で用いた死荷重 $m_0 g = 232.6$ kN をもとに $m = k m_0$ と表し、各種の k 値に対する部材破断後のトラス構造の挙動

図-7 動的解析による部材破断後の質点の鉛直変位の時刻歴応答 (1質点系トラスモデル)

を検討する。ここで、 k を荷重質量比と呼ぶ。なお、動的応答解析では数値計算を安定させるためにトラス部材には崩壊挙動に影響を与えない範囲の分布質量として鋼の $1/10$ の微小な密度 $0.785t/m^3$ を考慮する。この値より算定される鋼トラス構造体の総質量はここで検討する最小荷重質量 ($m = 13.0m_0$) の 1% 程度である。

(2) 複合非線形動的解析による部材破断後の挙動特性

a) 複合非線形動的解析

エネルギー基準による照査方法の精度を検討するために、ここでは引張り斜材 4-7 の破断後の正解と見なすトラス構造の挙動を複合非線形動的解析で求める。トラス構造は粘性減衰を無視した場合と実構造を想定して 1% の粘性減衰定数¹¹⁾を考慮した場合を対象とした。減衰モデルはレーリー減衰とし、その 2 つの減衰係数 α, β は破断系の固有振動解析の 1 次と 2 次の固有振動モードの減衰定数が $h_j = 0.01$ ($j=1,2$) として決定する。破断系の固有振動解析は後の(3) a)で示す Pushover 解析で求めた静的つり合い点 S における弾性除荷剛性を用いる。荷重質量 m は斜材破断後において破断系が崩壊しないケースから崩壊するケースまでをカバーするように荷重質量比 $k = m/m_0$ の値を $k = 13.00 \sim 23.00$ の範囲で変化させた複数のケースについて解析を行った。

トラス構造の斜材破断時の動的挙動の解析では次のような方法を用いた。すなわち、リダゲンダンシー評価において、斜材破断による動的な影響は、新たなつり合い状態に移行することにより生じる 2 次衝撃が破断直後に部材中を伝播する縦波による 1 次衝撃に較べて支配的であることが過去の研究^{8,9)}ですでに明らかになっている。そこで、支配的な 2 次衝撃の影響を効率的に解析するために破断を想定する引張り斜材 4-7 の両端に位置する格

 図-8 動的解析による1質点系トラスモデルの崩壊挙動 (減衰なし, $k=21.00$, 拡大率1倍)

点 4-7 において破断前の断面力成分 (軸力, せん断力, 曲げモーメント) を作用させることで等価な健全系を再現した^{8,9)}。そして、複合非線形動的解析での 1 つの時間増分 Δt の間に全断面力成分を瞬時に零とすることで脆性的な部材破断を再現した。時間増分は質点の破断後の応答変位の収束性から $\Delta t = 10^{-3} \text{ sec}$ とした。

複合非線形動的解析により得られた各荷重質量比 k の値に対する斜材破断後のトラスモデルの応答として、質点のたわみ (x 方向変位) の時刻歴応答を図-7 に示す。また、減衰なしの $k = 21.00$ の場合の斜材破断後から崩壊に至る変形形状の推移を図-8 に描いている。

b) 部材破断後のトラスモデルの動的応答特性

斜材破断後の破断系の質点の動的応答特性を図-7, 8をもとに考察する。ここでは、部材破断後のトラスモデルの動的な崩壊現象としては破断系の鉛直変位が最終的には時間経過とともに単調に増大する現象と定義する。

この定義によると破断系の崩壊が生じる最小の荷重質

量比（最小崩壊質量比）は減衰なしの場合は $20.60 < k \leq 20.65$ の範囲に、また減衰ありの場合は $21.25 < k \leq 21.30$ にそれぞれ存在する。減衰ありの場合には、粘性減衰による運動エネルギーの逸散があるので最小崩壊質量比は粘性減衰なしの場合より大きい。

崩壊挙動は載荷質量比の大きさにより次に示す2種類のパターンに分けることができる。

I. たわみが単調に増加して崩壊

$21.00 \leq k$ （減衰なし）

$21.70 \leq k$ （減衰あり）

II. たわみが一旦減少した後に崩壊

$20.65 \leq k \leq 20.95$ （減衰なし）

$21.30 \leq k \leq 21.65$ （減衰あり）

崩壊パターン I は、斜材破断後に破断系が新たなつり合い点に動的に移行時に生じる一撃で崩壊する場合である。この場合、部材破断後に生じた質点の鉛直下向きの速度は破断系の塑性化による運動エネルギーの逸散で、一旦減少するが、その後、再び増加して崩壊する。

崩壊パターン II は部材破断直後に質点のたわみがピーク点に到達後、一旦減少し（たわみは減少しないが、質点の速度の鉛直成分が0になる場合も含む）、その後たわみが再び増加して崩壊に至る場合である。この場合数回振動した後に崩壊することもある。斜材破断後の一撃でトラスの破断系が崩壊するパターン I の場合と異なり、II では一撃後の繰り返し載荷により破断系の耐力が徐々に低下していき、重力下で載荷質量を支えきれなくなって崩壊することを意味している。耐力低下の原因は繰り返しによる圧縮部材の塑性曲げ変形の進行による $P-\delta$ 効果の増大に起因したものである。崩壊パターン II が生じる載荷質量比 k は常にパターン I が生じる載荷質量比 k より小さい。

破断系が崩壊パターン I で崩壊する最小崩壊質量比より k が小さい場合は、破断系の塑性化も小さく質点の運動エネルギーが十分逸散されないで、破断系の弾性ひずみエネルギーとして蓄積される。その結果、最大たわみ到達後に自由振動が生じる。ただし、自由振動が生じる場合においても先に述べた崩壊パターン II のように崩壊に移行する場合がある。この場合には振動中に塑性変形が徐々に増加して崩壊に至る。崩壊に移行しない場合は自由振動中に新たな塑性化が生じないか、塑性化が生じてても何回か振動した後に塑性化が止まる場合である。したがって、自由振動が崩壊挙動に移行しないことを確かめるには時刻歴応答解析において破断系の自由振動中に塑性化の進行がないことを確認すれば良い。

c) 衝撃の特性

部材破断により破断系が受ける衝撃については、先に述べたように2次衝撃^{8,9)}が支配的であるので、この衝撃に与える破断系の塑性化の影響を検討する。崩壊しな

い場合と崩壊パターン II の場合について、衝撃の大きさを表す指標として動的増幅率 $\tilde{i}$ を破断系の質点位置における鉛直方向の復元力成分 F_x を用いて次式で定義し載荷質量比 k の値をさらに広い範囲で変化させることで部材の塑性化による衝撃の大きさの推移を検討する。

$$\tilde{i} = (F_{x\max}^D - F_{B^*x}) / (F_{Sx} - F_{B^*x}) \quad (20)$$

ここに、

$F_{x\max}^D$ = 動的解析による部材破断後の時刻歴応答での鉛直変位 v_x の第1ピーク点(図-7)近傍の鉛直方向復元力成分 F_x の最大値

F_{Sx} = 破断系の静的つり合い点 S での復元力(図-4(a))

F_{B^*x} = 健全系のつり合い点 B の変位($v_{Bx}, 0$)の下での破断系の点 B^* での復元力(図-4(a))

復元力の最大値は粘性減衰のない系では破断直後の高次振動において生じる場合があるが、実際の構造を想定した減衰(1%)の場合では高次振動成分は小さく、復元力の最大値はほぼ鉛直変位 v_x の時刻歴応答の第1ピーク点(図-7)近傍で生じる。したがって、最大の衝撃を算定するために用いる鉛直方向の復元力 $F_{x\max}^D$ としては、鉛直変位の第1ピーク点近傍の鉛直方向復元力成分の最大値を用いる。 F_{B^*x} は破断前の健全系の復元力のうち、破断系が受け持っていた部分の復元力と考えることができる。これが破断により動的には $F_{x\max}^D$ にまた静的には F_{Sx} に増加するので、部材破断による復元力の動的増分は $(F_{x\max}^D - F_{B^*x})$ 、静的増分は $(F_{Sx} - F_{B^*x})$ となり、両者の比が式(20)で定義される動的増幅率である。この動的増幅率 $\tilde{i}$ は線形問題の場合は文献8),9)で定義した衝撃係数に対応する。しかし、構造系に塑性化が生じる場合にはこの塑性化で復元力が頭打ちになること、さらに大変形により幾何学的非線形挙動を示すので動的増幅率 $\tilde{i}$ は衝撃係数として用いることはできない。

ここでは検討対象として、材料の塑性化を考慮した弾塑性1質点系トラスモデルに1%の粘性減衰を考慮する場合と無視する場合の他に、比較のため粘性減衰を無視した弾性モデルを考慮する。また、減衰なしの弾塑性トラスモデルにおいて破断系が崩壊しない場合と崩壊パターン II の場合とが生じるように、載荷質量比を $6.00 \leq k \leq 20.95$ の範囲で変化させた。得られた各モデルの部材破断後の復元力 F_x の時刻歴応答値をもとに式(20)で動的増幅率 $\tilde{i}$ を算定し、 $\tilde{i}$ と載荷質量比の関係を図-9に示す。

さらに、次式のエネルギー基準とPushover解析より近似的に求めた鉛直変位の第一ピーク点 $v_{x\max}$ での鉛直復元力を $F_{x\max}^D$ とした場合の動的増幅率も示してある。

$$K = mg(v_{x\max} - v_{Bx}) = W_F \quad (21)$$

図-9より各ケースについて衝撃の特性を述べる。部材の塑性化を考慮した弾塑性モデル(減衰なし)の場合

図-9 塑性化による増幅率の低減特性 (1質点系トラスモデル)

は載荷質量比が小さい $k \leq 7.0$ では部材破断後の塑性化が生じず、動的増幅率は弾性モデル(減衰なし)と等しい $\tilde{i} \approx 3.5$ 程度と大きな値となる。このような大きな値になるのは部材破断時の歪エネルギーの解放とそれにより生じる複数の振動モードが連成すること起因している。しかし、 $10.0 \leq k$ で破断系の塑性化が顕著になると、増幅率は大きく低下していき $15.0 \leq k$ では $\tilde{i} = 1.4 \sim 1.65$ 程度になる。増幅率の低下は部材の塑性化の進行で衝撃の原因となる質点の運動エネルギーが吸収されることと、塑性化で復元力の上昇が抑えられることによる。弾塑性モデルに实际的な粘性減衰 ($h_j = 0.01$, $j=1,2$) を考慮した場合では塑性化が小さい $k \leq 7.0$ でも動的増幅率は $\tilde{i} \approx 2.5$ 近傍の値になる。これは、部材破断時に各部材で歪エネルギーの解放で生じた高次振動エネルギーの大部分が粘性減衰で吸収されたことによると考えられる。 $15.0 \leq k$ では塑性化の影響が大きく 1%程度の粘性減衰の影響は無視できる。

エネルギー基準と静的な Pushover 解析により $F_{x\max}^D$ を近似的に求めて算定された弾塑性系の動的増幅率 $\tilde{i}$ は減衰 (1%) を考慮した動的解析による結果と載荷質量比 k の全領域においてよく一致している。この理由としては、静的な Pushover 解析による変形モードは部材破断後の歪エネルギー解放に起因した高次振動モードを含まないので、動的解析で粘性減衰により高次振動モードが消失した状態とほぼ等価になることが考えられる。以上のように、エネルギー基準に基づく静的な方法は实际的な粘性減衰を持つ構造の動的増幅率の特性を精度よく算定できており、実務に用いる簡易計算法としてはかなり有効なものといえる。

また、本検討から、鋼トラス構造の破断系では、塑性化が生じる場合には、これが生じない場合に比べ部材破断時に構造系に作用する動的な荷重は大きく低減することが確認できた。これより、リダンダンシーを向上させる場合に破断系に変形能を確保した上で塑性化を許容する方法を用いると、過大な補強を回避できる可能性を検証できたといえよう。

図-10 1質点系トラスモデルの破断系の固有振動モード形状 ($k=21.00$)

図-11 Pushover解析による1質点系トラスモデルの破断系の変形図と質点の鉛直方向つり合い曲線 ($k=21.00$, 拡大率1倍)

(3) エネルギー基準に基づく部材破断後の構造系の崩壊照査とその妥当性の検討

ここでは、2.で示したエネルギー基準と静的な Pushover 解析による崩壊限界点 A_F に対する照査の具体的な手続きを図-6 のトラスモデルを対象に示す。また、エネルギー基準に基づく手法の妥当性を破断系が崩壊限界に到達する最小崩壊質量ならびに崩壊限界点近傍での応答について複合非線形動的解析による結果と比較することで検討する。崩壊限界点近傍における応答は破断系が崩壊しない場合の応答のほぼ上限になる。したがって、エネルギー基準による崩壊限界点近傍での応答の算定精度が検証できれば、それ以下の応答が対象となる許容限界点 A に対する安全性照査での精度は保証される。

a) Pushover 解析によるつり合い経路の算定

2.(3)に示した手続きに従い静的複合非線形解析による Pushover 解析により図-6 のトラスモデルで部材 4-7 を除去した場合の破断系のつり合い経路を求める。

まず、部材破断直後の破断系の点 B^* から静的つり合い点 S までのつり合い経路を Pushover 解析で求める。このとき、破断系の質点位置 (節点 3) に作用させる荷重モードは式(14)である。式(14)に用いる (F_{B^*x}, F_{B^*y}) は次のように求める。すなわち部材破断前の健全系の質点位置

図-12 Pushover解析と動的解析による破断系の復元力変位関係 (1質点系トラスモデル, 減衰なし)

に死荷重 $mg = km_0g$ を作用させて求めたつり合い点 B (図-4) における質点の変位 $(v_{Bx}, 0)$ を破断系の質点位置に与えたときに作用する復元力成分 (F_{B^*x}, F_{B^*y}) である。

つぎに点 S からのつり合い経路を求める。この点からの Modal pushover 解析で用いる式(17)の荷重モードを設定するために点 S で破断系の弾性除荷剛性に基づく固有振動解析を実施し 2 つの固有振動モード $\bar{\Phi}_j$ と対応する固有角振動数 ω_j ($j=1, 2$) を求める。固有振動解析でのトラスモデルには動的応答解析のように数値計算を安定させるための微小な分布質量を考慮する必要はない。仮に

考慮したとしても Modal pushover 解析が対象とする低次の固有振動特性に与える影響は無視できる。図-10 に $k = 21.00$ の場合の 1 次と 2 次の固有振動モードと固有振動数 $f_j = \omega_j / (2\pi)$ を示している。卓越振動モードとしては 1 次モード ($j=1$) を用いる。Modal Pushover 解析では式(17)の荷重係数 f' を変数として実施するが点 S 以降で破断系は極限点挙動やスナップバック挙動など高次非線形挙動を示すのでここでは弧長増分法を用いてつり合い経路を求める。以上のようにして求めた破断系の鉛直方向成分のつり合い経路と経路上の各つり合い点での

図-13 Pushover解析と動的解析による破断系の復元力-変位関係 (1質点系トラスモデル, 減衰あり)

変形形状を載荷質量比 $k = 21.00$ の場合について図-11に示す. この図には健全系の Pushover 解析によるつり合い経路も記入している. 破断系は最終的には点 F^* 以降のスナップバック挙動により復元力が $21.00m_0g$ 以下に低下して死荷重を支えられなくなる. ここでは 2.(4)で説明したように点 F^* を崩壊限界点 A_F とする. 上記のスナップバック挙動は圧縮部材 3-7 が座屈することで各部材の作用軸力が大きく低下し弾性エネルギーが解放されることによって生じる. この挙動により, 点 F^* 以降では弾塑性吸収エネルギーは点 F^* までの値より小さい.

b) Pushover 解析による破断系の応答算定の妥当性

まず, Pushover 解析で得られた崩壊限界点とした F^* までの図-11 の変形形状と複合非線形動的解析 (減衰なし) による図-8 の変形形状とを比較する. これによると両者はほぼ一致していることがわかる.

つぎに, 破断系の質点での各成分のつり合い経路 $F_x - v_x$ ならびに $F_y - v_y$ に関して Pushover 解析により得られたものを動的解析によるものと比較検討する. この検討を破断系が崩壊する場合としない場合, さらに崩壊パターン I, II のについて行うために複数の大きさの載

図-14 1質点系トラスモデルにおける崩壊パターンIIでの変形の進展過程(減衰なし, $k=20.65$, 拡大率2倍)

荷質量下での動的なつり合い経路を複合非線形動的解析により算定した. このようにして求めた粘性減衰のない系とある系の動的なつり合い経路を Pushover 解析による静的な経路と比較してそれぞれ図-12と図-13に示す.

図-12の減衰のない系ではいずれの動的解析によるつり合い系路にも部材破断直後の点 B^* から破断系の静的つり合い点 S までの間には大きな振幅の高次振動が生じていることがわかる. この振動は, 部材 4-7 の破断により他の部材の歪エネルギーが急激に解放されたことで生じる各部材の曲げ振動によるものであり, 部材に微小な分布質量を考慮したことに起因している. この高次振動は微小な質量による弾性振動であるので吸収エネルギーにはほとんど影響しない. そこで, 動的解析のつり合い経路については振動する復元力 F_x と F_y の振動の中心を結んだ経路を想定して Pushover 解析の経路と比較すると, 両者は比較的良好に一致している. 点 S 以降については, 動的解析で得られたつり合い経路には高次振動は見られず, Pushover 解析のつり合い経路と非常によく一致している. これは, 点 S 以降では破断系の塑性化が進行し, 高次振動のエネルギーが逸散したからである.

粘性減衰のない系において, Pushover 解析での崩壊限界点としての F^* の妥当性について検討する. 部材破断後の一撃で崩壊するパターン I では, 図-12(c)のように, 崩壊限界点 F^* は鉛直変位に関して動的解析による $F_x / (km_0 g) = 1$ となる崩壊点の少し前に位置しているが両者の位置の差は小さい. 崩壊パターン II では動的解析によると図-7(a), 図-12(b)のように破断系が数回自由振動した後に崩壊する様式である. この崩壊挙動をより詳細に示すと図-14 のようになる. 動的解析によると破断系は鉛直変位 v_x に関して数回振動した後につり合い経路が極限点<4>に到達して崩壊している. この崩壊は

繰り返し荷重で破断系の垂直材の座屈変形が進行したことと起因している. 除荷点<1>に到達後の自由振動では, 垂直材の座屈変形の進行で, その後の除荷点<2>~<3>では荷重が徐々に低下する. 崩壊点は極限点<4>以降の軟化域で $F_x / (km_0 g) = 1$ となる点であるが, 点<1>は崩壊の開始点といえる. 崩壊の開始点<1>は Pushover 解析による崩壊限界点 F^* の少し手前に, 崩壊点は少し後に位置しているが, いずれも崩壊限界点 F^* の位置との差は小さい.

図-13に示した減衰のある系(減衰定数 1%) の動的解析で得られた破断系の質点でのつり合い経路 $F_x - v_x$ ならびに $F_y - v_y$ を Pushover 解析によるものと比較する. 減衰を考慮することで動的解析のつり合い経路には減衰がない系に見られた部材破断直後の顕著な高次振動はほとんど生じていない. 減衰のある系のつり合い経路は図-12の減衰を無視した場合の復元力の振動の中心を結んだ経路とほぼ同様であるが, 点 S に近づくとき減衰を無視した場合よりさらに Pushover 解析によるつり合い経路に近づく. 点 S 以降では動的解析と Pushover 解析のつり合い経路は非常によく一致している.

粘性減衰のある系における Pushover 解析での崩壊限界点 F^* の妥当性について検討する. 崩壊パターン I では動的解析による崩壊点は, 図-13(c)のように, 減衰がない系(図-12(c))に比べて, 鉛直変位に関して崩壊限界点 F^* のやや先に位置している. 部材破断後に数回振動して崩壊するパターン II においても減衰がある系(図-13(b))はない系(図-12(b))より崩壊点の位置は先に移動する. その結果, 減衰のある系の動的解析による崩壊点と Pushover 解析による崩壊限界点 F^* の相対的な位置の差はやや広がるが, Pushover 解析の崩壊限界点 F^* は実際の崩壊点を安全側に妥当な評価をしているといえる. なお, 減衰のある破断系の崩壊点が減衰がない場合より大きな鉛直変位点に位置しているのは, 減衰力が破断系の復元力に加わり破断系が崩壊に抵抗するためである.

以上から, 粘性減衰の有無にかかわらず, 動的解析による破断系のつり合い経路は Pushover 解析の静的なつり合い経路とほぼ整合するが, 減衰があるとさらによく一致する. また, 動的解析による破断系の崩壊点は, 崩壊パターン I, II によらず, Pushover 解析で算定される崩壊限界点 F^* により妥当で安全側の近似ができる.

c) 崩壊限界点までの弾塑性吸収エネルギーと運動エネルギーの算定と照査

a), b)で破断系の Pushover 解析で得られたつり合い経路と崩壊限界点 F^* の妥当性が検証されたので, ここでは, まず, 崩壊限界点までの弾塑性吸収エネルギー W_F を Pushover 解析で得られた破断系の $F_x - v_x$ ならびに $F_y - v_y$ 関係をもとに算定する. すなわち, これらの関係を式(18), (19)に用いて下限点 $B^*(v_{Bx}, v_{By})$ から崩壊限界

図-15 1質点系トラスモデルの最小崩壊質量の算定精度 (崩壊パターンII)

図-16 1質点系トラスモデルの最大応答変位の算定精度

点 $F^*(v_{F^*x}, v_{F^*y})$ を上限点 A として積分することで点 F^* までの各成分の弾塑性吸収エネルギー $W_{F_x}^{F^*}$, $W_{F_y}^{F^*}$ を算定する. そしてこれらの和が崩壊限界点までに破断系全体が吸収しうる弾塑性エネルギー $W_F^{F^*} (= W_{F_x}^{F^*} + W_{F_y}^{F^*})$ となる. なお, b)で検証したように, 崩壊パターン I, II による動的な崩壊点は, いずれも Pushover 解析で得られる崩壊限界点で安全側で妥当な近似ができる.

式(8)のエネルギー基準によると破断系が崩壊限界点に到達するか否かの照査は崩壊限界点までの弾塑性吸収エネルギー $W_F^{F^*}$ と質点 $m = km_0$ が部材破断前の静的つり合い点 B から崩壊限界点 F^* まで自由落下したときの運動エネルギー K^{F^*} を比較することでなされる. K^{F^*} は式(9)からわかるように点 B での鉛直変位成分 v_{Bx} と Pushover 解析で得られる崩壊限界点 F^* での鉛直変位成分 v_{F^*x} より $K^{F^*} = km_0 g (v_{F^*x} - v_{Bx})$ で算定される.

d) エネルギー基準による最小崩壊質量算定の妥当性

エネルギー基準によると, 最小崩壊質量は点 B^* から崩壊限界点 F^* までの吸収エネルギー $W_F^{F^*}$ と点 B から自由落下する質点の点 F^* における運動エネルギー K^{F^*} が等しくなる载荷質量として求めることができる. そこ

で, 質量 m の値を徐々に増加させた場合の崩壊限界点におけるエネルギー比 $K^{F^*}/W_F^{F^*}$ を Pushover 解析で算定した. この $K^{F^*}/W_F^{F^*}$ と無次元化した载荷質量 $m/m_c (= k/k_c)$ の関係を減衰の有無に分けて図-15(a),(b)に示す. ここで, $m_c (= k_c m_0)$ は複合非線形動的解析で粘性減衰がある場合とない場合に対して正確に同定された崩壊パターン I の最小崩壊質量である. また, $K^{F^*}/W_F^{F^*} = 1/\tilde{I}^{F^*}$ となるが, $\tilde{I}^{F^*}$ は式(13)のリダンダンシー指標で許容限界点 A を崩壊限界点 F^* にとった場合である. エネルギー基準では図-15(a),(b)のエネルギー比 $K^{F^*}/W_F^{F^*}$ が 1 となる質量が最小崩壊質量となる. なお, エネルギー基準では粘性減衰を無視しているので, 減衰の有無によらず最小崩壊質量は同じである.

図-15(a)より破断系に粘性減衰を考慮しない場合は最小崩壊質量はエネルギー基準でよく予測できているのがわかる. 減衰を考慮する場合も図-15(b)のようにエネルギー基準は最小崩壊質量を 4%程度安全側に評価している. 安全側になるのはエネルギー基準で粘性減衰による吸収エネルギーを無視したことによる.

e) エネルギー基準による最大応答変位算定の妥当性

リダンダンシー解析では必ずしも必要ではないが, 部材破断後に構造系の最大応答変位がエネルギー基準によりどの程度算定できるかを検討する. 対象となるのは破断系が崩壊しない場合と崩壊パターン II の場合である. ここで, 最大応答変位と見なすのは部材破断後の構造系の自由振動におけるたわみの時刻歴応答の最初のピーク点である (図-7 参照).

エネルギー基準ではたわみの最初のピーク点の応答変位は式(21)のように部材破断後の質点の運動エネルギー K と破断系の弾塑性吸収エネルギー W_F とがつり合う Pushover 解析によるつり合い経路上の点として近似的に同定できる. このようにして各载荷質量比 k に対してエネルギー基準により求めた質点変位を合変位

図-17 多質点系トラス橋モデル

$\sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ で表し動的解析による最大合変位と比較して図-16(a),(b)に示す。この図では動的解析での粘性減衰の考慮の有無で分けている。動的解析でたわみが最初のピーク点に到達後、自由振動し最終的に崩壊した崩壊パターン II の場合は最初のピーク点変位を黒丸で示している。崩壊しない場合は最初のピーク点変位を白丸で示している。動的解析で粘性減衰のない場合は図-16(a)より、エネルギー基準による方法は全ケースで動的解析の結果と良く一致している。一方、粘性減衰がある場合も図-16(b)のように両者の整合性は良いがエネルギー基準による方法は変位を若干大きめに評価する。これはエネルギー基準で粘性減衰による吸収エネルギーを無視したことが原因であり安全側の評価となる。

4. 多質点系構造へのエネルギー基準によるリダンダンシー評価手法の拡張

1 質点系トラスモデルを対象とした 3.の検討から、静的な Pushover 解析とエネルギー基準による手法を用いると、非線形動的解析によらずとも部材破断後の構造系の最小崩壊質量や最大応答変位を衝撃や塑性化の影響を考慮して近似的に算定できることが判明した。ここでは、本手法を一般化するために多質点系構造に拡張するとともに、適用性を検討する。

(1) 多質点系構造のエネルギー評価式と部材破断後の構造系の安全性照査

多質点系構造として図-17のように n 個の質点から成るトラス橋モデルを対象とする。ある部材破断後の質点 i に関するエネルギー式は1質点系の場合の式(6)と同様に表される。したがって、多質点系構造の全質点について式(6)の総和をとると下記の式が成り立つ。

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^n m_i g (v_{Aix} - v_{Bix}) - \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i \dot{v}_{Ai}^2 \\
 & - \sum_{i=1}^n \left(\int_B^A F_{ix} dv_{ix} + \int_B^A F_{iy} dv_{iy} \right) - \sum_{i=1}^n \int_{TB}^{TA} (\dot{v}_{ix}, \dot{v}_{iy}) [C_i] \begin{Bmatrix} \dot{v}_{ix} \\ \dot{v}_{iy} \end{Bmatrix} dt = 0
 \end{aligned} \quad (22)$$

点 A を許容限界点とした場合、部材破断後に構造系の質点の応答が点 A を超えないためには、点 A に到達するまでに全質点の運動エネルギーの和が $\sum_{i=1}^n m_i \dot{v}_{Ai}^2 / 2$ が破断系の塑性化と粘性減衰で完全に吸収されることが必要である。すなわち、式(22)より点 A を超えないためのエネルギー基準は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^n m_i g (v_{Aix} - v_{Bix}) \\
 & \leq \sum_{i=1}^n \left(\int_B^A F_{ix} dv_{ix} + \int_B^A F_{iy} dv_{iy} \right) + \sum_{i=1}^n \int_{TB}^{TA} (\dot{v}_{ix}, \dot{v}_{iy}) [C_i] \begin{Bmatrix} \dot{v}_{ix} \\ \dot{v}_{iy} \end{Bmatrix} dt
 \end{aligned} \quad (23)$$

上式を以下のように書き換える。

$$K_{\Sigma} \leq W_{\Sigma F} + W_{\Sigma D} \quad (24)$$

ここに

$$K_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n K_i = \sum_{i=1}^n m_i g (v_{Aix} - v_{Bix}) \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
 W_{\Sigma F} &= \sum_{i=1}^n W_{Fi} = \sum_{i=1}^n (W_{Fix} + W_{Fiy}) \\
 &= \sum_{i=1}^n \left(\int_B^A F_{ix} dv_{ix} + \int_B^A F_{iy} dv_{iy} \right)
 \end{aligned} \quad (26)$$

$$W_{\Sigma D} = \sum_{i=1}^n W_{Di} = \sum_{i=1}^n \int_{TB}^{TA} (\dot{v}_{ix}, \dot{v}_{iy}) [C_i] \begin{Bmatrix} \dot{v}_{ix} \\ \dot{v}_{iy} \end{Bmatrix} dt \quad (27)$$

2.(2)の 1 質点系に対する検討のところでも述べたように、鋼構造で塑性化が生じる場合、粘性減衰定数は 1% 程度であるので $W_{\Sigma D}$ が破断系全体の弾塑性吸収エネルギー $W_{\Sigma F}$ に対して小さい値となる。したがって、多質点系構造でも式(24)で $W_{\Sigma D}$ を無視する。この場合のリダンダンシー指標は以下ようになる。

$$\tilde{I}_{\Sigma} = W_{\Sigma F} / K_{\Sigma} \quad (28)$$

(2) 破断系の弾塑性吸収エネルギー $W_{\Sigma F}$ の評価

1 質点系の場合と同様に破断系に対する静的複合非線形解析に基づく Pushover 解析を実施して各質点位置 ($i=1 \sim n$)におけるトラスの復元力成分 (F_{ix}, F_{iy}) と変位成

分(v_{ix}, v_{iy})の部材破断直後の点 B^* から許容限界点 A までの関係を求める(図-4 参照). そして, 式(26)より点 B^* から点 A の範囲でそれぞれの質点に対するつり合い曲線を積分することで各質点位置 i での弾塑性吸収エネルギー $W_{Fi}(=W_{Fix}+W_{Fiy})$ を算定し, さらに $i=1\sim n$ について総和をとることで $W_{\Sigma F}$ を求める.

Pushover 解析では, まず, 部材破断直前の状況を再現するために, 健全系の各質点位置 i に鉛直下向きの荷重 $m_i g$ を載荷してつり合い曲線上の B 点での各質点の変位成分 (v_{Bix}, v_{Biy}) ($i=1\sim n$) を求める. このようにして求めた全質点での変位成分を以下のベクトルで表す.

$$\vec{V}_B = {}^t(v_{B1x}, v_{B1y}, \dots, v_{Bix}, v_{Biy}, \dots, v_{Bnx}, v_{Bny}) \quad (29)$$

つぎに, 部材破断直後の破断系の B^* での状況を再現するために, 破断系の各質点位置 i に式(29)の変位 $\vec{V}_B$ を与える. この時に各質点位置に作用する復元力成分を (F_{B^*ix}, F_{B^*iy}) として, 全節点の復元力成分を次のベクトルで表す.

$$\vec{F}_{B^*} = {}^t(F_{B^*1x}, F_{B^*1y}, \dots, F_{B^*ix}, F_{B^*iy}, \dots, F_{B^*nx}, F_{B^*ny}) \quad (30)$$

破断系の静的つり合い点 S では各質点位置 i に死荷重 $m_i g$ が作用する状態であるので, Pushover 解析では式(14)と同様に, 点 B^* での式(30)に示す作用荷重状態から線形的に静的つり合い点 S の荷重状態に移行すると考えて設定した次の荷重モードを用いる.

$$\vec{F} = (1-\lambda)\vec{F}_{B^*} + \lambda[M]\vec{G} \quad (31)$$

ここに, $0 \leq \lambda \leq 1$ また

$$\vec{F} = {}^t(F_{1x}, F_{1y}, \dots, F_{ix}, F_{iy}, \dots, F_{nx}, F_{ny}) \quad (32)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & m_i & 0 & \dots & 0 & \dots \\ 0 & \dots & 0 & m_i & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & m_n & 0 & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\vec{G} = {}^t(g, 0, g, 0, \dots, g, 0, \dots, g, 0, g, 0) \quad (34)$$

式(31)の λ は荷重係数で Pushover 解析では $0 \rightarrow 1$ と増加させる.

破断系の静的つり合い点 S 以降における Modal Pushover 解析の荷重モードは, 1 質点系の場合と同様に, 多質点破断系の静的つり合い点 $S(v_{Six}, v_{Siy})$ における卓越振動モードにより決定する. すなわち, 点 S における弾性除荷剛性に基づく微小振動において卓越する振動モー

ド $\vec{\Phi}_j$ と固有角振動数 ω_j を用いて各質点の応答変位 (v_{ix}, v_{iy}) を次のように近似する.

$$\vec{V} - \vec{V}_S = \Delta q_j \vec{\Phi}_j \sin \omega_j t \quad (35)$$

ここに Δq_j は振幅である. 点 S 到達後の時間 t の範囲は

$$0 \leq t \leq \pi/(2\omega_j) \quad (36)$$

式(35)のベクトル成分は

$$\vec{V} = {}^t(v_{1x}, v_{1y}, \dots, v_{ix}, v_{iy}, \dots, v_{nx}, v_{ny}) \quad (37)$$

$$\vec{V}_S = {}^t(v_{S1x}, v_{S1y}, \dots, v_{Six}, v_{Siy}, \dots, v_{Snx}, v_{Sny}) \quad (38)$$

以上から点 S 以降の Modal Pushover 解析で破断系の各質点位置に作用させる荷重モードは式(35)を考慮して式(17)と同様に設定すると次式で表される.

$$\begin{aligned} \vec{F} &= [M]\vec{G} - \lambda'[M]\ddot{\vec{V}} = [M]\vec{G} \\ &+ (\lambda'[M]\Delta q_j \omega_j^2 \sin \omega_j t) \vec{\Phi}_j = [M](\vec{G} + f' \vec{\Phi}_j) \end{aligned} \quad (39)$$

Pushover 解析では荷重係数 f' を 0 から増加させて解析するが, 極限点を越えて解析する場合には弧長制御を用いる.

5. エネルギー基準によるリダンダンシー評価手法の多質点系トラスモデルへの適用性

(1) 数値モデル

4.で定式化した多質点系構造のエネルギー基準によるリダンダンシー評価法の妥当性を具体的な構造を対象とした数値解析により検証する. 対象とする構造は図-17において $n=11$ とした 11 質点と 5 パネルからなるトラス橋で, 表-2 に部材諸元と材料を示す. 構造のモデル化と非弾性挙動の解析手法は 3.(1)に示した 1 質点系トラス構造の場合と同様である.

部材破断の想定としては, 重力下において質量 m_i ($i=1\sim 11$) を載荷したトラス構造の引張り斜材 4-14 が突然破断した場合を考える. 載荷質量 m_i はトラス橋の設計で用いた死荷重 $m_{01}g = m_{011}g = 167.9 \text{ kN}$, $m_{02}g \sim m_{010}g = 335.8 \text{ kN}$ をもとに $m_i = km_{0i}$ と表し, 各種載荷質量比 k に対する部材破断後の挙動を解析する.

動的応答解析では数値計算を安定させるために各部材に 1 質点系の場合と同様の微小な分布質量を与える.

(2) 複合非線形動的解析による部材破断後の挙動特性

a) 複合非線形動的解析

エネルギー基準による照査方法の妥当性を検討するために, トラス橋の引張り斜材 4-14 破断後の応答の正解と見なす挙動を複合非線形動的解析で求める. 構造系の粘性減衰については, これを考慮したケースと無視したケースを扱う. 粘性減衰のモデルはレーリー減衰とし,

表-2 多質点系トラス橋モデルの部材諸元と材料定数

部材番号	断面形状	web(mm)	U-flg(mm)	L-flg(mm)	σ_t (MPa)
上弦材 1-2,10-11	BOX	600×10	450×16	370×13	355
上弦材 2-4,8-10	BOX	600×16	450×28	370×25	355
上弦材 4-8	BOX	600×25	450×32	370×28	355
下弦材 12-13,16-17	BOX	370×10	370×10	450×9	355
下弦材 13-14,15-16	BOX	370×19	370×22	450×19	355
下弦材 14-15	BOX	370×22	370×25	450×22	355
斜材 12-2,10-17	BOX	316×25	368×22	368×22	355
斜材 13-4,8-16	BOX	338×14	368×11	368×11	355
斜材 14-6,6-15	BOX	282×9	368×9	368×9	235
斜材 2-13,16-10	H	360×16	324×12	-	355
斜材 4-14,15-8	H	300×14	330×10	-	235
垂直材 1-12,11-17	H	320×14	340×9	-	235
垂直材(上記以外)	H	300×16	336×9	-	235

注) $n=11, h=7(\text{m}), h_g=0.52(\text{m}), L=12(\text{m}), m_{0g}=m_{0ig}=167.9(\text{kN}), m_{0g} \sim m_{0ig}=335.8(\text{kN})$

1次モード

$$f = \frac{\omega_1}{2\pi} = 1.20(\text{Hz})$$

2次モード

$$f = \frac{\omega_2}{2\pi} = 1.77(\text{Hz})$$

図-18 多質点系トラス橋モデルの破断系の固有振動モード形状 ($k=2.183$)

(a)減衰なし

(b)減衰あり

図-19 動的解析による部材破断後の質点6の鉛直変位の時刻歴応答 (多質点系トラス橋モデル)

その2つの減衰係数 α, β は破断系の固有振動解析の1次と2次の固有振動モードの減衰定数が $h_j = 0.01$ として決定する。破断系の固有振動解析は後の(3a)に示すPushover解析で求めた静的つり合い点Sにおける除荷剛性による弾性微小振動に対するものである。この固有振動解析で得られた1次と2次の固有振動モードと固有振動数を載荷質量比が $k = 2.183$ の場合について図-18に示す。

質量 m_i は斜材破断後において破断系が崩壊しないケースから崩壊するケースまでをカバーするように載荷質量比 $k = m_i / m_{0i}$ の値を $k = 1.400 \sim 2.300$ の範囲で変化させた複数のケースを対象とした。

解析で得られた斜材破断後のトラス構造の応答として、各載荷質量比の場合のスパン中央質点6のたわみ(x方向変位)の時刻歴応答を減衰の有無に分けて図-19に示す。また、減衰の無い場合について載荷質量 $k = 2.183$ のトラス構造の斜材破断から崩壊に至る変形

形状の推移を図-20に描いている。

b) 部材破断後のトラスモデルの動的応答特性

図-19をもとに斜材破断後の質点の応答特性を考察する。破断系の崩壊が生じる最小崩壊質量比は、減衰なしの場合は $2.180 < k \leq 2.183$ の範囲に、また減衰ありの場合は $2.220 < k \leq 2.223$ の範囲にそれぞれ存在する。1質点系の場合と同様に最小崩壊質量比は粘性減衰を考慮した場合の方が大きくなっている。

崩壊挙動での質点の応答特性に関しては多質点系トラス橋モデルの場合は図-19からわかるように、1質点系トラスモデルの場合と異なり、崩壊する場合は減衰の有無によらず、すべてたわみが単調に増加して崩壊する崩壊パターンIである。図-7のようなたわみが一旦減少した後に崩壊する明確な崩壊パターンIIは生じていない。崩壊パターンIIが生じない理由としては、このパターンが生じる可能性のある最小崩壊質量レベルの荷重に対する静的つり合い点S以降の極限点M点までの荷

図-20 多質点系トラス橋モデルの動的崩壊挙動
(減衰なし, $k=2.183$, 拡大率1倍)

重上昇が小さい(後の図-22 参照) ことと, 点 S 以降での塑性化による運動エネルギーの吸収が大きいことから, 崩壊パターン II の発生原因となる点 S を中心とした振幅の大きい自由振動(図-7) が生じにくいからである. なお, 1 質点系トラスモデルは実在のトラス橋の中央の 2 パネルだけ取り出して単純支持構造としたため, 破断系の点 S から点 M までの荷重上昇が大きくなっている(図-12(b)).

崩壊しない場合も多質点系トラス橋モデルでは荷重質量比が最小崩壊質量比に近い場合(減衰なし $2.170 \leq k \leq 2.180$, 減衰あり $2.200 \leq k \leq 2.220$)には振動はほとんど生じていない. 振動が明確に生じているのは荷重質量比が小さく部材破断後の荷重上昇が大きい場合(減衰なし $k \leq 1.900$, 減衰あり $k \leq 2.000$)である. このような場合においては破断系の塑性化が小さいので, 部材破断後の質点の位置エネルギー減少分の大半が破断系の弾性ひずみエネルギーとして蓄えられ, その後の自由振動エネルギーとなる.

(3) エネルギー基準に基づく部材破断後の構造系の崩壊照査と妥当性検討

a) Pushover 解析によるつり合い経路の算定

はじめに, 図-17 に示す部材破断前の健全系について

図-21 Pushover 解析による多質点トラス橋モデルの破断系の変形図と質点 6 の鉛直成分のつり合い曲線
($k=2.183$, 拡大率 1 倍)

各質点位置 i に式(31)の死荷重 $m_i g = km_{0i} g$ を荷重し, 各質点の図-4 に示す点 B の変位(v_{Bix}, v_{Biy})を求める. つぎに破断を想定した部材 4-14 を除去した破断系の各質点位置に上で求めた変位(v_{Bix}, v_{Biy})を与えて点 B^* における復元力(F_{B^*ix}, F_{B^*iy})を算定する. これより式(31)の Pushover 解析で用いる荷重モードを設定する. そして, λ を 0 から 1 まで単調に増加させて各载荷点($i=1 \sim 11$)のつり合い経路を静的複合非線形解析で求める. こうして図-4 に示す各質点位置での点 B^* から静的つり合い点 S までの破断系のつり合い経路が得られる.

つぎに, 点 S での破断系の弾性除荷剛性に基づく固有振動解析を実施し固有振動モード $\vec{\Phi}_j$ と対応する固有角振動数 ω_j を求める. 図-18 に $k=2.183$ の時の 2 次までの固有振動モードと固有振動数 $f_j = \omega_j / (2\pi)$ を示している. 点 S 以降の Modal Pushover 解析では卓越振動モードとして 1 次モード($j=1$)を用いて式(39)により算定される荷重モードで実施する.

Modal Pushover 解析では式(39)の荷重係数 f' を変数として実施するが点 S 以降では破断系は極限点挙動やスナップバック挙動など高次非線形挙動を示すのでここでは弧長増分法を用いてつり合い経路を求める. 以上のようにして求めた質点 6 の鉛直方向成分のつり合い経路とこの経路上のいくつかの点での変形状を $k=2.183$ について図-21 に示す. 破断系の質点 6 は極限点 M に到達す

図-22 Pushover解析と動的解析による破断系の質点6の位置での復元力-変位関係 (多質点系トラス橋モデル)

るとその後変位の増加に伴い荷重が低下していく。そして、荷重が死荷重 $2.183m_{06}g$ になるとほぼ同時にスナップバック挙動により急激に耐力が低下する。このように、Pushover 解析では荷重が低下し死荷重 $2.183m_{06}g$ に到達した点が崩壊限界点 F となる。なお、スナップバック挙動は圧縮部材 6-14 が座屈することで生じる。

b) Pushover 解析による破断系の応答算定の妥当性

Pushover解析で得られた図-21に示す破断系の変形形状と複合非線形動的解析による図-20の変形形状とを比較すると1質点系の場合と同様に崩壊状態での最終的な変形形状を除き両者はよく一致しており、崩壊に至る動的な変形挙動がPushover解析で近似的に計算できることを示している。さらにPushover解析により計算された破断系の質点6におけるつり合い経路 $F_x - v_x$ ならびに $F_y - v_y$ を動的複合非線形解析によるものと図-22に比較する。図-22には、部材破断後、一撃で破断系が崩壊する崩壊パターンIの場合として、粘性減衰がない場合は载荷質量比 $k = 2.183$ 、粘性減衰がある場合は $k = 2.223$ についてそれぞれ示している。図-22より多質点系モデルの動的解析で得られたつり合い経路は減衰の有無によらず振動しているが、その振動の中心は部材破断直後の点 B^* 以降、崩壊限界点 F に至るまでの全領域でいずれもPushover解析によるつり合い経路と良く一致していることがわかる。弾塑性吸収エネルギー算定のための式(26)の積分で、動的解析による図-22に示すつり合い

経路上の振動部分は振動の中心に関して相殺されるとともに、大半が部材に与えた微小な分布質量に起因する微小曲げ振動であるので、吸収エネルギーへの影響は大きくない。以上から、Pushover解析によるつり合い経路を用いれば破断系の吸収エネルギーは近似的に算定できると考えられる。

なお、動的解析で得られたつり合い経路は1質点系の場合と異なり減衰の有無によらず振動しているが、これは、点 S での弾性固有振動解析による振動モードで変形を展開するとわかるように、破断系が多質点系であることに起因した5次程度までのトラスとしての振動モードが含まれているからである。

c) 最小崩壊質量算定の妥当性

1質点系の図-15と同様に、粘性減衰を考慮した場合と無視した場合について、多質点系トラス橋モデルに载荷した各質量 m_i を複合非線形動的解析で同定された崩壊パターンIの最小崩壊質量 $m_{ci} (= k_c m_{oi})$ で無次元化した $m_i / m_{ci} (= k / k_c)$ と $K_{\Sigma}^F / W_{\Sigma F}^F = 1 / \tilde{I}^F$ の関係を図-23に示す。ここに K_{Σ}^F は破断系のPushover解析で同定された健全系のつり合い点 B から破断系の崩壊限界点 F まで各質点が自由落下した時の運動エネルギーの総和である(図-22)。また $W_{\Sigma F}^F$ は部材破断直後の点 B^* から崩壊限界点 F まで破断系が吸収する弾塑性エネルギーである。

図-23(a)より減衰がない場合は1質点系(図-15)と同様にエネルギー基準は精度良く最小崩壊質量を予測できて

図-23 多質点系トラス橋モデルの最小崩壊質量の算定精度 (崩壊パターンI)

図-24 多質点系トラス橋モデルの質点6の最大応答変位の予測精度

いる. この図中には安全側の崩壊の評価として極限点 M (図-22)を限界点として最小崩壊質量を算定した場合も示しているが, 7%程小さく評価している.

減衰がある場合も図-23(b)のようにエネルギー基準は最小崩壊質量を 2%程度の小さい誤差で安全側に予測している. さらに安全側の評価として弾塑性吸収エネルギーを極限点 M までとした場合には最小崩壊質量を 8%程小さく評価している.

以上から, エネルギー基準は粘性減衰の有無にかかわらず多質点系トラス橋の最小崩壊質量を精度よく評価できる. また, 崩壊限界点の手前の極限点 M を限界点として最小崩壊質量を算定すると 10%以内のマージンを確保した安全側の評価が可能である.

d) 最大応答変位算定の妥当性

c)で検討した部材破断により構造が崩壊しないケースを対象に, エネルギー基準により質点6の最大応答変位を算定し, 動的解析による結果と比較する. 3.(3)e)において1質点系について説明したようにエネルギー基準によれば最大応答変位は部材破断後の全質点の運動エネ

ルギーの総和と破断系の吸収エネルギーの総和とが合う ($K_{\Sigma} = W_{\Sigma F}$) Pushover 解析のつり合い経路上の点として求めることができる.

破断系が崩壊しない範囲の各载荷質量比 k ($1.400 \leq k \leq 2.178$) に対して多質点系における質点6の最大応答変位をエネルギー基準により算定し, 複合非線形動的解析による結果と比較して図-24に示す. この図では最大応答変位を合変位 $\sqrt{v_{6x}^2 + v_{6y}^2}$ で表し, 粘性減衰の考慮の有無で分けて示している. 動的解析で粘性減衰を考慮していない場合は図-24(a)より, エネルギー基準による方法は動的解析と比べて変位を若干大きめの予測をしているが全ケースでよく一致している. 粘性減衰を考慮した場合も図-24(b)のように最小崩壊質量の 90%以下の载荷質量 ($k \leq 2.000$) に対する最大応答変位の予測誤差は 15%以内で安全側の予測がなされる. しかし, 载荷質量比が最小崩壊質量比に近い $k = 2.178$ に接近すると誤差が拡大する. これは崩壊限界点近傍では弾塑性吸収エネルギーの小さい変動に対して変位が敏感に変動するためである. ただ, 実務の照査では安全性の観点から許容限界は崩壊点の手前に設定されることから, 減衰がある場合でも最小崩壊質量比の 90%以下の载荷質量において 15%以内の誤差で安全側に最大応答変位が予測できるエネルギー基準は変位予測においても実用的な方法としての可能性はあると考えられる.

(4) 弾塑性吸収エネルギー W_{EF} 算定の簡略化

エネルギー基準による手法では Pushover 解析で得られたつり合い経路から数値積分により破断系の弾塑性吸収エネルギー W_{EF} を算定する必要があるが, この手続きが複雑であるので, ここでは, 積分を簡略化することを考える. 簡略化の手法を Pushover 解析で求めた図-5(a)のつり合い経路を対象に崩壊最小質量を計算する場合について説明する.

図-25 多質点系トラス橋モデルの質点6の最大応答変位の予測精度 (区分的直線近似)

つり合い曲線上の破断直後の点 B^* , 静的つり合い点 S , 極限点 M , 崩壊点 F における各質量点の変位ベクトルと復元力ベクトルがそれぞれ $(\vec{V}_B, \vec{V}_S, \vec{V}_M, \vec{V}_F)$, $(\vec{F}_B, \vec{F}_S, \vec{F}_M, \vec{F}_F)$ であると, 各点間のつり合い曲線を直線近似する. その結果, $W_{\Sigma F}$ は台形公式から直接以下のように表すことができる.

$$W_{\Sigma F} = \frac{1}{2} \left[\left\{ (\vec{F}_B + \vec{F}_S) \cdot (\vec{V}_S - \vec{V}_B) \right\} + \left\{ (\vec{F}_S + \vec{F}_M) \cdot (\vec{V}_M - \vec{V}_S) \right\} + \left\{ (\vec{F}_M + \vec{F}_F) \cdot (\vec{V}_F - \vec{V}_M) \right\} \right] \quad (40)$$

ここに, $(\vec{A} \cdot \vec{B})$ はベクトル $\vec{A}$ と $\vec{B}$ の内積を表す. 式(30)の $\vec{F}_B$ 以外の各復元力ベクトルは式(31), (39)の荷重モードと点 M , F での荷重係数 f'_M, f'_F から次のように表せる.

$$\begin{aligned} \vec{F}_S &= [M] \vec{G}, \quad \vec{F}_M = [M] (\vec{G} + f'_M \vec{\Phi}_j) \\ \vec{F}_F &= [M] (\vec{G} + f'_F \vec{\Phi}_j) \end{aligned} \quad (41a-c)$$

式(40)はつり合い曲線を線形近似しているの, つり合い曲線を直接積分した場合に比べ吸収エネルギーは低めに算定され, 安全側の評価となる. なお, 図-5(b)のスナップバック挙動では, 式(40)の右辺第3項を除き, 点 M をスナップバック挙動開始点 F^* にとる.

最大応答変位の算定では, 破断系が崩壊しない場合が対象となるので, 積分の上限点 A は点 F あるいは F^* の代わりに $S \sim F (F^*)$ の間に設定した許容限界点を用いる. この点の位置に応じて式(40), (41)は修正される.

図-17の多質点系モデルについて, 最小崩壊荷質量比を弾塑性吸収エネルギー $W_{\Sigma F}$ の簡易評価式である式(40)で計算すると $k = 2.130$ となる. これは動的解析による減衰なしの場合の精解 ($k = 2.183$) との誤差は 2%, また減衰ありの場合の精解 ($k = 2.223$) との誤差は 4% であり, 最小崩壊質量は簡易評価式を用いても 5% 以下の誤差で安全側に計算されることがわかる.

つぎに, 同じトラスモデルに対して $1.400 \leq k \leq 2.125$

の範囲で荷重質量比を変化させて部材破断後の最大応答変位を簡易な弾塑性吸収エネルギー評価式(40)を用いて計算した結果を複合非線形動的解析の結果と比較して図-25に示す. 図-25より, 多質点系では簡易な吸収エネルギー評価式を用いると最大応答変位の算定にはやや大きな誤差を生じる. すなわち, 荷重質量比 $k = 2.000$ (減衰ありの場合の最小崩壊質量比の 90%) において, 最大応答変位は減衰なしの場合で 25%, 減衰ありの場合で 36%, それぞれ過大に評価されている. これは, (3d)でも述べたように崩壊限界点近傍では弾塑性吸収エネルギーの小さい変動が変位の変動に大きく影響するためである. 逆に, 崩壊点近傍では弾塑性吸収エネルギーの変動に対する荷重の変動は小さいのでエネルギーの評価誤差が最小崩壊質量の算定誤差に与える影響は小さい.

6. あとがき

部材破断後の構造系の塑性変形能とエネルギー吸収能を高めることで破断系に作用する衝撃力を緩和する合理的な構造設計が可能となる実用的なリダンダンシー評価手法を提示した. 提示したリダンダンシー評価手法は部材破断による質点の位置エネルギーの低下で生じる運動エネルギーを破断系のエネルギー吸収能がどの程度上回るかで安全性を照査するいわゆるエネルギー基準に基づく手法である. この手法では部材破断により生じる質点の運動エネルギー, 破断系のエネルギー吸収能をいずれも静的な複合非線形解析に基づく Pushover 解析で近似的に評価する. Pushover 解析はいわゆる Modal Pushover 解析であり, 部材破断後の構造系の質点位置に作用する外力としては重力に加えて破断系が新たなつり合い状態に動的に移行することで生じる慣性力を破断系の低次固有振動モードにより近似的に考慮できる.

提示したエネルギー基準による実用的なリダンダンシー評価手法の妥当性は, 鋼トラス構造を対象に, 部材破断により構造全体が崩壊する最小崩壊質量ならびに崩壊しない場合に生じる動的な最大応答変位を指標として精緻な複合非線形動的解析と比較することで検証した.

その結果, リダンダンシー評価で重要な最小崩壊荷重は本手法で精度良く推定でき, 十分実務に適用できる可能性があることが判明した. なお, 本手法では粘性減衰による吸収エネルギーを考慮できないが, 粘性減衰 1% 程度の実際的なトラス構造では最小崩壊荷重を 5% 以下の誤差で安全側に算定できる. また, 最小崩壊質量の 90% 以下の質量がトラス構造に載荷する場合, 部材破断後にトラス構造は崩壊しないが, 本手法はこの時に生じる最大応答変位も誤差 15% 以内で安全側に算定できる. しかし, 最小崩壊質量近傍の荷重質量に対しては破断系

の塑性変形が大きくなるため最大応答変位の算定誤差が大きくなる。このような誤差は多質点系の慣性力評価において2次以上の固有振動モードを無視する本手法ではある程度は避けられないと考えられる。本手法をあえて多質点系の最大応答変位の算定に用いる場合には誤差特性の解明が必要であろう。

なお、ここで示したエネルギー基準によるリダンダンシー評価手法は、その概念の説明をわかりやすくするために死荷重下の平面構造を対象に示したが、活荷重の考慮や立体構造への拡張は容易である。また、本手法はトラス以外の構造にも適用可能である。今後は、上に述べた残された課題を検討するとともに、本手法をトラス以外の各種構造に適用した場合の妥当性を検証することで、実用化を計りたいと考えている。

謝辞：本研究の一部は（一社）日本鉄鋼連盟 鋼構造研究・教育助成（重点テーマ研究）の援助を受けた。記して謝意を表す。

参考文献

- 1) AASHTO: LRFD Bridge Design Specifications, Washington, D. C., 2011.
- 2) AASHTO: The Manual for Bridge Evaluation, 2nd. Edition, Washington, D. C., 2011.
- 3) Transportation Research Board: Redundancy in highway bridge superstructures, NCHRP report 406, 1998.
- 4) URS Corporation: Fatigue evaluation and redundancy analysis, Bridge No.9340, I-35W over Mississippi river, Draft report, 2006.
- 5) 永谷秀樹, 明石直光, 松田岳憲, 安田昌宏, 石井博典, 宮森雅之, 小幡康弘, 平山博, 奥井義明: 我国の鋼トラス橋を対象としたリダンダンシー解析の検討, 土木学会論文集 A, Vol.65, No.2, pp.410-425, 2009.
- 6) 野中哲也, 岩村真樹, 宇佐美勉: 進行性破壊を考慮したトラス橋の地震応答解析, 構造工学論文集, Vol.54A, pp.293-304, 2008.
- 7) 野中哲也, 宇佐美勉, 岩村真樹, 廣住敦士, 吉野廣一: 連鎖的な部材破壊を考慮した鋼橋のリダンダンシー解析法の提案, 構造工学論文集, Vol.56A, pp.779-791, 2010.
- 8) 後藤芳顕, 川西直樹, 本田一成: リダンダンシー解析における鋼トラス橋の引張り斜材破断時の衝撃係数, 構造工学論文集, Vol.56A, pp.792-805, 2010.
- 9) Goto, Y., Kawanishi, N. and Honda, I.: Dynamic stress amplification caused by sudden failure of tension members in steel truss bridges, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 137, No. 8, pp. 850-851, 2011.
- 10) 川西直樹, 後藤芳顕: 弾塑性解析によるトラスの部材破断時のリダンダンシー評価に関する一考察, 土木学会第 66 回年次学術講演会概要集, pp.10151-10152, 2011.
- 11) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, V 耐震設計編, 2012.
- 12) Dassault Systemes Simulia Corp.: ABAQUS/Standard user's manual, 2014.

(2015. 3. 4 受付)

ENERGY-BASED REDUNDANCY EVALUATION FOR TRUSS BRIDGES CONSIDERING DYNAMIC EFFECT AND PLASTIFICATION DUE TO SUDDEN FAILURE OF TENSION MEMBERS

Yoshiaki GOTO, Yoshinori MIZUNO and Tadanobu YAMADA

The redundancy analysis is used to check the performance of bridges after sudden failure of their tension members. The current redundancy analysis is mainly based on a linear static analysis where the dynamic effect due to the sudden failure of the tension members is approximately considered by the so-called impact coefficient (i.e. dynamic to static ratio). This implies that the current redundancy check is done by the strength check method within the frame work of the allowable stress design. Therefore, the only way for the current redundancy analysis to improve the redundancy of bridges is to increase the strength of their members. However, the increase in member strengths will result in the increase in dynamic effects and may cause metal fracture in connections. In addition, it will be costly to improve the redundancy of structures by just increasing the strengths of members. Herein, an energy-based redundancy analysis is presented to take into account the energy dissipation capacity of the truss bridges due to the plastification of remaining members after the failure of some members. This energy dissipation capacity is utilized to reduce the dynamic effect. The proposed energy-based redundancy analysis is practical because the energy dissipation capacity is statically evaluated by the pushover analysis. By the use of the proposed method, the redundancy of structures may be improved not only by the increase of member strengths but also by the increase of the energy dissipation capacity.