応答変位法を用いた円筒地中構造物の縦断方向の耐震性評価に関する波動論的考察

保田 尚俊¹・塚田 和彦²・朝倉 俊弘³

¹正会員 京都大学助教 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C)

E-mail: yasuda.naotoshi.3x@kyoto-u.ac.jp

²非会員 京都大学准教授 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C)

E-mail: tsukada@kumst.kyoto-u.ac.jp

³正会員 NPO 法人トンネル工学研究会理事長 (〒 101-0044 東京都千代田区鍛冶町 1 丁目 5-6)

E-mail: asakura@tunnel-eng.or.jp

無限に広がる地盤内に存在する円筒形線状地中構造物に地震波が入射した際、その構造物に生じる軸直交方向の変形を応答変位法により評価することに関して、弾性波動論にもとづき再考した。その結果、次のことが明らかとなった。構造物を円筒シェル、周辺地盤を各方向に独立な軸方向と軸直交方向の2つの地盤ばねで表し、入力する地盤変位を適切に扱った応答変位法は、構造物に生じる変形を上手く表現でき、弾性波動論の厳密解とも良く一致する。一方、従来の構造物を梁とするモデルでは、構造と地盤の境界面における軸方向の力の釣り合いを無視しているため、軟質地盤内の円筒地中構造物に対してS波が浅い角度で入射するような、軸曲げ変形によって構造物に大きな軸ひずみが生じる場合には、構造物に生じる軸ひずみを過大評価することとなる。

Key Words : seismic wave, underground structure, seismic deformation method, bending deformation, elastodynamics

1. はじめに

線状地中構造物の縦断方向の耐震性の評価には、簡便かつ有効な解析手法として応答変位法が良く用いられている^{1),2),3)}。しかしながら、地盤ばね定数の決め方や入力として構造物に作用させる地盤の地震時変位の扱い方など、応答変位法に用いられている種々の仮定には議論すべき余地が残されている。

筆者らは、既報⁴⁾において、地震波によって円筒形線状地中構造物に生じる“軸方向の変形(軸伸縮変形)”を応答変位法により評価することの妥当性を弾性波動論の立場から再考した。その結果、数Hz程度までの一般的な地震波による線状地中構造物の応答評価においては、地盤ばね定数と構造物に作用させる地盤の地震時変位を適切に扱った応答変位法は、構造物に生じる軸方向の変形を上手く評価でき、弾性波動論の厳密解とも良い一致を示すこと、また、その際に用いる地盤ばね定数は、周波数を無視することはできず、特に軸直交方向の地盤内における見かけの波長を考慮すべきことなどの知見を得ている。

本論文はこれに続くものであり、地震波によって線状地中構造物に生じる“軸直交方向の変形(軸曲げ変形)”を応答変位法により評価することの妥当性について、弾性波動論の立場から再考するものである。すなわち、対象を円筒形の弾性体地中構造物とし、それに対してあ

る周波数の平面地震波が入射したときの波動場の厳密解^{5),6)}を基礎として、構造物の軸直交方向の変形を評価する際に用いられる応答変位法の種々の仮定の妥当性について議論する。さらに、その結果と前報での議論をあわせて、円筒地中構造物が地震時にうける縦断方向の変形(軸伸縮変形と軸曲げ変形)を評価する応答変位法とそれを用いた耐震設計の考え方について総括する。

2. 軸直交方向の変形を評価するための応答変位法

線状地中構造物の軸直交方向の変形を評価するための応答変位法の基礎方程式は、曲げのみを受ける梁として構造物をモデル化し、構造物の慣性を無視した次式で表される¹⁾。

$$E_{(2)} I \frac{\partial^4}{\partial z^4} u_{b(2)} = K_B (u_{b(1)}^e - u_{b(2)}) \quad (1)$$

ここで、 $E_{(2)}$ 、 I は構造物のヤング率、断面2次モーメント、 K_B は軸直交方向の地盤ばね定数、 $u_{b(1)}^e$ 、 $u_{b(2)}$ はそれぞれ地盤、構造物の軸直交方向変位を表す。式(1)から分かるように、構造物の剛性は断面2次モーメントで表現されており、その断面の形状は任意である。以降では、地盤、構造物は弾性体とし、地盤に関するものには下付き添字(1)を、構造物に関するものには下付き添字(2)をつけ、一般的な表現の場合には下付き

添字をつけないものとする。また、上付き添字の e は地中構造物を取り除いて空洞だけとしたときの地盤(以降、これを切り欠き地盤と呼ぶ)を表すものとする。

応答変位法を用いる際に入力する地盤変位としては、切り欠き地盤の空洞壁面での変位を用いることが正しい^{1),7)}が、あらかじめそれを求めておくことは容易でない。そのため、一般には構造物も空洞もない様な地盤(以降、これを自然地盤と呼ぶ)での変位を用いることが多い。この自然地盤での変位を用いる場合には、基礎式は補助項をつけた次式とすべきである。

$$E_{(2)} I \frac{\partial^4}{\partial z^4} u_{b(2)} = K_B (u_{b(1)}^f - u_{b(2)}) + \tau_b^f \quad (2)$$

ここで、 $u_{b(1)}^f$ は自然地盤での軸直交方向変位であり(以降、上付き添字の f は自然地盤を表す)、 τ_b^f は空洞の部分にも地盤が存在することの影響を補償する項(以降、これを切り欠き力と呼ぶ)である。

式(1)のつり合い式は、地震による地盤変位によって線状の地中構造物に曲げが生じるとき、構造物が曲げ剛性を有しているがために発生する反力(左辺)と、構造物がないとした場合に地盤に生じる変位 $u_{b(1)}^e$ を実際の変位 $u_{b(2)}$ に抑制するために必要な力(右辺)とが等しい、ということを表す式である。実際の変位や力は構造物と地盤との境界において作用しているものであるが、式(1)は1次元の式であるので、 $u_{b(2)}$ は構造物全体としてのたわみ、すなわち曲げ最大方向の軸直交変位であり、 $u_{b(1)}^e$ も構造物を取り除いた空洞を有する地盤に生じる様な軸直交変位を表すものと考えなければならない。また、 K_B を地盤ばね定数と定義したが、これは構造物と地盤との境界における作用の詳細を無視した合算的な効果として、構造物の軸直交方向の変位に対して作用するものと考えなければならない。

以降では、この応答変位法の妥当性を弾性波動論の立場から検討するため、円筒形の構造物が均質な無限地盤内にあるものと仮定する。

3. 応答変位法と弾性波動論より得られる構造物の変形モードとの対応

(1) 弾性波動論より得られる1次の軸曲げ変形モード

図-1にあるように、無限に広がる弾性体地盤内に存在する弾性体の円筒形線状地中構造物に地震波が作用する問題を考える。ここでは、地震波が調和振動の平面波の重ね合わせで表現できることを前提とし、任意の角周波数 ω の調和振動平面波が波数ベクトル $\mathbf{k}^{\text{inc}}$ の方向に進行し、構造物に対してある角度 ϕ で入射する問題を考える。入射P波による地盤変位を $\mathbf{u}_p^f$ 、S波の場合を $\mathbf{u}_s^f$ とする。 $\mathbf{u}_s^f$ は構造物横断面と平行な面内に変位成分 $\mathbf{u}_{s1}^f$ をもつ波(以降、これを S_1 波とする)と、構造

図-1 円筒形線状地中構造物への地震波入射

図-2 構造物断面図

(a) 縦断面

(b) 断面 AA

図-3 円筒形線状地中構造物の軸曲げ変形モード

物縦断面内に変位成分 $\mathbf{u}_{s2}^f$ を持つ波(以降、これを S_2 波とする)に分解して考える。座標系は図-1、図-2のように定義し、以降では引張を正とする。

弾性波動論を用いると、円筒形線状地中構造物の地震時挙動は円筒座標系の固有関数の和で表現でき^{5),6)}、応答変位法と弾性波動論より得られる構造物の変形モードとの対応を考えると、軸直交方向の変形を評価するために用いられる応答変位法は、1次の軸曲げ変形モードを評価するもの(ここでの1次とは、横断面 θ 方向の Fourier 級数の次数である)と考えることができる⁴⁾。

そこで以降では、式(1)または式(2)で表現される応答変位法が、この1次モードの軸曲げ変形を引き起こす地震荷重に対する構造物の応答を算定するものであるとの立場から議論する。

参考までに、本論文で対象とする1次モードの変形を弾性波動論で計算した例を図-3に示す。図は、周波数が1.00Hz、最大変位振幅が1(m)の S_2 波が $\phi = 75$ 度

で入射する場合に構造物の内壁面で生じる変位の大きさを示したものである(計算に用いた物性等の条件は4.で述べるものと同じである). 図中右上の数字は変位ベクトルを示す際に変位の各成分に乗じた倍率を表している. なお, 軸直交方向の変形はP波, S_2 波が入射した場合では x 軸方向に, また S_1 波が入射した場合では y 軸方向に生じる.

(2) 1次の軸曲げ変形モードに関して地盤と構造物の境界面で成り立つ関係式

角周波数 ω の平面波がある角度をもって円筒地中構造物に入射している場合について考える. この際, 構造物からの反射波も含めて, 領域全体にある定常的な波動場が実現しているとし, 以降では波動場の多数のモードのうち1次モードの変位場だけを対象とする.

1次の変形モードの場合, 応答変位法を用いる際の入力として, 切り欠き地盤での変位を用いるよりも, 自然地盤での変位と切り欠き力を用いた方が考察が容易となる. そのため, 以降では, 後者の方法で地盤と構造物の境界面で成り立つ関係式を導出する. なお, ここでは S_2 波入射の場合を仮定して考察するが, P波入射や S_1 波入射の場合でも, 同様の議論を展開できる.

a) 円筒座標系で表された関係式

構造物と地盤との境界面($r=R$)における1次モードの変位の一般的な表現は, 次式となる.

$$\left. \begin{aligned} u_r^1 &= U_r^1 \cos \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \\ u_\theta^1 &= U_\theta^1 \sin \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \\ u_z^1 &= -iU_z^1 \cos \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \end{aligned} \right\}, r = R \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{2\pi}{L_z} \quad (4)$$

ここで, U_r^1 , U_θ^1 , U_z^1 は, 構造物と地盤との境界面における, 1次モードの変形の振幅を表す複素数である. 以降, 1次の変形モードに関する量には上付き添字の1を付ける. γ , L_z は地盤に生じる軸方向の見かけの波数, 波長である. U_z^1 に虚数単位の $(-i)$ を掛けているのは, 地震波によって自然地盤に生じる1次の変形モードにおいては, $u_{r(1)}^1$, $u_{\theta(1)}^1$ と $u_{z(1)}^1$ には必ず90度の位相差があることをふまえたものである(後の式(21)および(22)を参照のこと). これにより, 後に導出する地盤や構造物の剛性を表す係数行列が対称行列となる.

構造物と地盤との境界面($r=R$)で生じる1次モードの表面力の一般的な表現は, 変位の場合と同様に, 次式となる.

$$\left. \begin{aligned} f_r^1 &= F_r^1 \cos \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \\ f_\theta^1 &= F_\theta^1 \sin \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \\ f_z^1 &= -iF_z^1 \cos \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \end{aligned} \right\}, r = R \quad (5)$$

ここで, F_r^1 , F_θ^1 , F_z^1 は, 構造物と地盤との境界面における, 1次モードの表面力の振幅を表す複素数である. なお, 表面力 f^1 の正(引張)の方向は図-1, 図-2の座標系の定義と一致するものとする.

境界面での表面力と変位のそれぞれの振幅を表す係数の間で成り立つ関係式は, 次式で表現できる.

$$\begin{pmatrix} F_r^1 \\ F_\theta^1 \\ F_z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{rr}^1 & K_{r\theta}^1 & K_{rz}^1 \\ K_{r\theta}^1 & K_{\theta\theta}^1 & K_{\theta z}^1 \\ K_{rz}^1 & K_{\theta z}^1 & K_{zz}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_r^1 \\ U_\theta^1 \\ U_z^1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

この式の係数行列は1次の変形モードに対する剛性を表すものである.

自然地盤($r=R$)での1次の切り欠き力 $\tau_r^{1,f}$, $\tau_\theta^{1,f}$, $\tau_z^{1,f}$ は, 同様に次式で表現できる.

$$\left. \begin{aligned} \tau_r^{1,f} &= \sigma_{rr(1)}^{1,f} = \Sigma_{rr(1)}^{1,f} \cos \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \\ \tau_\theta^{1,f} &= \sigma_{r\theta(1)}^{1,f} = \Sigma_{r\theta(1)}^{1,f} \sin \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \\ \tau_z^{1,f} &= \sigma_{rz(1)}^{1,f} = -i\Sigma_{rz(1)}^{1,f} \cos \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \end{aligned} \right\}, r = R \quad (7)$$

$\Sigma_{rr(1)}^{1,f}$, $\Sigma_{r\theta(1)}^{1,f}$, $\Sigma_{rz(1)}^{1,f}$ は振幅を表す複素数である.

地盤と構造物の境界面での力の釣り合い, および境界面は分離しないとする変位の適合条件を考慮すると, 次式が成立する.

$$\begin{pmatrix} K_{rr(2)}^1 & K_{r\theta(2)}^1 & K_{rz(2)}^1 \\ K_{r\theta(2)}^1 & K_{\theta\theta(2)}^1 & K_{\theta z(2)}^1 \\ K_{rz(2)}^1 & K_{\theta z(2)}^1 & K_{zz(2)}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{r(2)}^1 \\ U_{\theta(2)}^1 \\ U_{z(2)}^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{rr(1)}^1 & K_{r\theta(1)}^1 & K_{rz(1)}^1 \\ K_{r\theta(1)}^1 & K_{\theta\theta(1)}^1 & K_{\theta z(1)}^1 \\ K_{rz(1)}^1 & K_{\theta z(1)}^1 & K_{zz(1)}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{r(1)}^{1,f} - U_{r(2)}^1 \\ U_{\theta(1)}^{1,f} - U_{\theta(2)}^1 \\ U_{z(1)}^{1,f} - U_{z(2)}^1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Sigma_{rr(1)}^{1,f} \\ \Sigma_{r\theta(1)}^{1,f} \\ \Sigma_{rz(1)}^{1,f} \end{pmatrix} \quad (8)$$

この式は1次の軸曲げ変形を扱う応答変位法の基礎式を円筒座標系において厳密に扱ったものである. $U_{r(1)}^{1,f}$, $U_{\theta(1)}^{1,f}$, $U_{z(1)}^{1,f}$ は代入すべき自然地盤での境界面($r=R$)における1次モードの変位振幅. $U_{r(2)}^1$, $U_{\theta(2)}^1$, $U_{z(2)}^1$ は求めようとしている円筒地中構造物が存在するときの地盤と構造物の境界面($r=R$)における変位振幅である. また, 上式の両辺にある係数行列は, 1次の変形モードに対する構造物および地盤それぞれの剛性であり, 後に導出するものである.

b) 直交座標系で表された関係式

以降では, 1次モードの変形を扱う応答変位法の厳密式(8)に基づいて, これまでに良く用いられている軸直交方向の変形を扱う応答変位法の式(2)の妥当性について議論する. そこで, まず円筒座標系で表された式(8)を直交座標系に変換することを考える.

円筒座標系で表された変位の一般解である式(3)を

直交座標系へ変換すると,

$$\begin{pmatrix} u_x^1 \\ u_y^1 \\ iu_z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & -\sin^2 \theta & 0 \\ \frac{1}{2} \sin 2\theta & \frac{1}{2} \sin 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_r^1 \\ U_\theta^1 \\ U_z^1 \end{pmatrix} e^{i(\gamma z - \omega t)} \quad (9)$$

となり, これをさらに変形すると, 次式となる.

$$\begin{pmatrix} u_x^1 \\ u_y^1 \\ iu_z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{U_r^1 - U_\theta^1}{2} \\ \frac{U_r^1 + U_\theta^1}{2} \\ U_z^1 \end{pmatrix} e^{i(\gamma z - \omega t)} \quad (10)$$

この式から, 仮に地震波によって励起される 1 次モードの変形に以下の条件,

$$\textcircled{1} \quad U_r^1 + U_\theta^1 \approx 0$$

が成り立つならば, 式 (10) の 2θ の項を無視することができるので, 軸直交方向の変形は振幅 $U_x^1 = (U_r^1 - U_\theta^1)/2$ の x 軸方向への一様な変形とみなすことができ, 式 (10) は次式のように簡略化できる.

$$\begin{pmatrix} u_x^1 \\ iu_z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_x^1 \\ U_z^1 \cos \theta \end{pmatrix} e^{i(\gamma z - \omega t)} \quad (11)$$

変位と同様に, 円筒座標系で表された表面力の一般解式 (5) も直交座標系へ変換すると, 次式が成立する.

$$\begin{pmatrix} f_x^1 \\ f_y^1 \\ if_z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{F_r^1 - F_\theta^1}{2} \\ \frac{F_r^1 + F_\theta^1}{2} \\ F_z^1 \end{pmatrix} e^{i(\gamma z - \omega t)} \quad (12)$$

表面力においても, 軸直交方向の表面力の振幅は, x 軸方向への一様な成分 $(F_r^1 - F_\theta^1)/2$ と $(F_r^1 + F_\theta^1)/2$ の 2θ で分布する成分に分けて考えることができる.

円筒座標系で表された境界面での表面力と変位の振幅間の関係式 (6) は次式のように変換できる.

$$\begin{pmatrix} \frac{F_r^1 - F_\theta^1}{2} \\ \frac{F_r^1 + F_\theta^1}{2} \\ F_z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(K_{rr}^1 - 2K_{r\theta}^1 + K_{\theta\theta}^1)}{2} & \frac{(K_{rr}^1 - K_{\theta\theta}^1)}{2} & \frac{(K_{rz}^1 - K_{\theta z}^1)}{2} \\ \frac{(K_{rr}^1 + K_{\theta\theta}^1)}{2} & \frac{(K_{rr}^1 + 2K_{r\theta}^1 + K_{\theta\theta}^1)}{2} & \frac{(K_{rz}^1 + K_{\theta z}^1)}{2} \\ K_{rz}^1 - K_{\theta z}^1 & K_{rz}^1 + K_{\theta z}^1 & K_{zz}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{(U_r^1 - U_\theta^1)}{2} \\ \frac{(U_r^1 + U_\theta^1)}{2} \\ U_z^1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

今, 条件①が成立するとし, 断面内の表面力については x 軸方向の一様な成分のみ問題とすることにすれば, 境界面において扱うべき力は

$$\begin{pmatrix} f_x^1 \\ if_z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x^1 \\ F_z^1 \cos \theta \end{pmatrix} e^{i(\gamma z - \omega t)} \quad (14)$$

と表すことができる. ここで $F_x^1 = (F_r^1 - F_\theta^1)/2$ である. この場合には, 境界面において問題とすべき表面力および変位の振幅間の関係式は以下となる.

$$\begin{pmatrix} F_x^1 \\ F_z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{xx}^1 & K_{xz}^1 \\ K_{zx}^1 & K_{zz}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_x^1 \\ U_z^1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{xx}^1 &= \frac{1}{2}(K_{rr}^1 - 2K_{r\theta}^1 + K_{\theta\theta}^1) \\ K_{zx}^1 &= 2K_{xz}^1 = K_{rz}^1 - K_{\theta z}^1 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

同様に, 円筒座標系で表された自然地盤での 1 次の切り欠き力を直交座標系に変換すると, 次式となる.

$$\begin{pmatrix} \tau_x^{1,f} \\ \tau_y^{1,f} \\ i\tau_z^{1,f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\Sigma_{rr(1)}^{1,f} - \Sigma_{r\theta(1)}^{1,f}}{2} \\ \frac{\Sigma_{rr(1)}^{1,f} + \Sigma_{r\theta(1)}^{1,f}}{2} \\ \Sigma_{rz(1)}^{1,f} \end{pmatrix} e^{i(\gamma z - \omega t)} \quad (17)$$

この 1 次の切り欠き力について, ①と同様に次の条件,

$$\textcircled{2} \quad \Sigma_{rr(1)}^{1,f} + \Sigma_{r\theta(1)}^{1,f} \approx 0$$

が成り立つならば, 式 (17) の 2θ の項を無視することができる. その場合, 軸直交方向の切り欠き力は振幅 $\Sigma_{xx}^{1,f} = (\Sigma_{rr(1)}^{1,f} - \Sigma_{r\theta(1)}^{1,f})/2$ で x 軸方向へ一様に作用するものとみなすことができ, 応答変位法で扱うべき切り欠き力は次式となる.

$$\begin{pmatrix} \tau_x^{1,f} \\ i\tau_z^{1,f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_{xx}^{1,f} \\ \Sigma_{rz}^{1,f} \cos \theta \end{pmatrix} e^{i(\gamma z - \omega t)} \quad (18)$$

以上の考察を踏まえると, 条件①および条件②が満足される場合では, 1 次モードの変形を扱う円筒座標系における応答変位法の基礎式 (8) は, 直交座標系においては, 次式のように表現できることになる.

$$\begin{pmatrix} K_{xx(2)}^1 & K_{xz(2)}^1 \\ K_{zx(2)}^1 & K_{zz(2)}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{x(2)}^1 \\ U_{z(2)}^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{xx(1)}^1 & K_{xz(1)}^1 \\ K_{zx(1)}^1 & K_{zz(1)}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{x(1)}^{1,f} - U_{x(2)}^1 \\ U_{z(1)}^{1,f} - U_{z(2)}^1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Sigma_{xx}^{1,f} \\ \Sigma_{rz}^{1,f} \end{pmatrix} \quad (19)$$

なお, 境界面において働く力のうち 2θ で分布する成分の振幅 $(F_r^1 + F_\theta^1)/2$ については, 式 (19) で求めた変位から, 式 (13) をもとに副次的に計算できる.

式 (19) の応答変位法と式 (2) の梁モデルによる従来の応答変位法が同等であるためには, 地盤の剛性と構造物の剛性の両方において, 以下の条件

$$\textcircled{3} \quad K_{rz}^1 - K_{\theta z}^1 = 0$$

が成立し, 式 (19) が x 方向と z 方向とで独立な式に表現できなければならない.

4. 直交座標系で表された 1 次の軸曲げ変形を扱う応答変位法の妥当性の検討

以降では, 条件①および②について吟味し, 式 (19) の直交座標系で表した軸曲げ変形を扱う応答変位法の基礎式の妥当性について考察する. 加えて, 式 (2) で表される従来の応答変位法が有効となるための条件③についても考察する.

(1) 地盤と構造物の境界面の位置で生じる変位

a) 入射 S_2 波によって自然地盤に生じる変位

まず, 自然地盤における変位振幅 $(U_{r(1)}^{1,f}, U_{\theta(1)}^{1,f})$ が条件①を満足するかを考える. 体積力を無視すると, 弾

性波動論に用いられる基礎方程式は次式で表される⁵⁾.

$$(\lambda_{(1)} + \mu_{(1)})\nabla\nabla \cdot \mathbf{u}_{(1)} + \mu_{(1)}\nabla^2 \mathbf{u}_{(1)} = \rho_{(1)}\ddot{\mathbf{u}}_{(1)} \quad (20)$$

$\rho_{(1)}$ および $\lambda_{(1)}$, $\mu_{(1)}$ は地盤の密度, ラメの定数である. 式 (20) を満足する変位の一般解は, 次式となる.

$$\left. \begin{aligned} u_{r(1)} &= \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{1}{k_{s(1)}} \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial z} \\ u_{\theta(1)} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{k_{s(1)} r} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \theta \partial z} \\ u_{z(1)} &= \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{1}{k_{s(1)}} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \chi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \theta^2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

φ は P 波, ψ と χ は S 波を表すポテンシャル関数であり, 波動方程式を満たすものである.

入射平面 S₂ 波 (変位振幅 $|\mathbf{u}_{s(1)}^f| = U_{s(1)}^f$ とする) によって生じる自然地盤変位の中で, 1 次の軸曲げ変形モードに寄与する成分を導出するためのポテンシャル関数は次式のようにおける⁶⁾.

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \psi = 0 \\ \chi &= -\frac{2iU_{s(1)}^f}{\beta_{(1)}} J_1(\beta_{(1)}r) \cos \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{2\pi}{L_z} = \frac{2\pi}{L_s} \cos \phi = k_{s(1)} \cos \phi \\ \beta_{(1)} &= \sqrt{k_{s(1)}^2 - \gamma^2} = \frac{2\pi}{L_{st(1)}} \sin \phi = \frac{2\pi}{L_{st(1)}} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ここで, $k_{s(1)}$, $L_{s(1)}$ は地盤内に生じる S 波の波数, 波長, $\beta_{(1)}$, $L_{st(1)}$ は地盤内に生じる S 波の軸直交方向の見かけの波数, 波長である. また, J_1 は 1 次の第 1 種ベッセル関数である.

式 (20)~(23) より, 入射 S₂ 波によって自然地盤 ($r=R$) に生じる 1 次モードの変位振幅は, 次式となる.

$$\left. \begin{aligned} U_{r(1)}^{1,f} &= 2U_{s(1)}^f \frac{\gamma}{k_{s(1)}} \left\{ J_0(\beta_{(1)}R) - \frac{J_1(\beta_{(1)}R)}{\beta_{(1)}R} \right\} \\ U_{\theta(1)}^{1,f} &= -2U_{s(1)}^f \frac{\gamma}{k_{s(1)}} \frac{J_1(\beta_{(1)}R)}{\beta_{(1)}R} \\ U_{z(1)}^{1,f} &= 2U_{s(1)}^f \frac{\beta_{(1)}}{k_{s(1)}} J_1(\beta_{(1)}R) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ここで, J_0 は 0 次の第 1 種ベッセル関数である.

一般的な地震波 (周波数 10Hz 程度以下の波) の場合では, 構造物の直径 $2R$ に対して S 波の波長 $L_{s(1)}$ が十分に長いので ($\beta_{(1)}R$ は十分小さな値とみなせるので), 式 (24) は $\beta_{(1)}R$ の 2 次の項までの近似で次式のように表すことができる.

$$\left. \begin{aligned} U_{r(1)}^{1,f} &\approx U_{s(1)}^f \frac{\gamma}{k_{s(1)}} \left\{ 1 - \frac{3}{8}(\beta_{(1)}R)^2 \right\} \\ U_{\theta(1)}^{1,f} &\approx -U_{s(1)}^f \frac{\gamma}{k_{s(1)}} \left\{ 1 - \frac{1}{8}(\beta_{(1)}R)^2 \right\} \\ U_{z(1)}^{1,f} &\approx U_{s(1)}^f \frac{\beta_{(1)}^2 R}{k_{s(1)}} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

表-1 物性値

	ヤング率 (GPa)	ポアソン比	密度 (kg/m ³)
地盤	0.200	0.400	2000
構造物	20.0	0.200	2000

表-2 解析条件

構造物内側の半径 (m)	構造物の厚さ (m)
2.5	0.25

上式で, $U_{r(1)}^{1,f}$ と $U_{\theta(1)}^{1,f}$ の絶対値の差異は $\beta_{(1)}R$ の 2 次の項のみに表れており, これを無視できるとすると $U_{r(1)}^{1,f} \approx -U_{\theta(1)}^{1,f}$ と見なせることから, 一般的な入射 S₂ 波によって自然地盤に生じる 1 次モードの変位振幅は, 条件①を満たすと判断できる. このとき, 自然地盤に生じる 1 次モードの変位振幅の x 方向成分は次式で,

$$U_{x(1)}^{1,f} \approx U_{s(1)}^f \frac{\gamma}{k_{s(1)}} = U_{s(1)}^f \cos \phi \quad (26)$$

また, $U_{z(1)}^{1,f}$ は $U_{x(1)}^{1,f}$ を用いて次式で表せる.

$$U_{z(1)}^{1,f} \approx \frac{\beta_{(1)}^2 R}{\gamma} U_{x(1)}^{1,f} \quad (27)$$

b) 地盤と構造物の相互作用の結果として生じる変位

次に地盤と構造物の相互作用の結果としてその境界面に生じる 1 次モード変位振幅 ($U_{r(2)}^1$, $U_{\theta(2)}^1$) が条件①を満たすかについて, 弾性波動論を用いて具体的に計算することで考察する.

本研究で用いる物性値等の条件は, 軟質地盤に覆われたトンネルを想定し, 表-1, 表-2 に示すものを用いる. なお, ここで設定した地盤の入力値では P 波, S 波の速度は約 463m/s, 約 189m/s となる.

図-4 は振幅 1(m) の S₂ 波 ($U_{s(1)}^f = 1$) が入射する場合の, 地盤と構造物の境界面 ($r=R=2.75$ m) における 1 次の軸曲げ変形による変位振幅を弾性波動論で計算し, 比較したものである. 横軸には, 軸方向の見かけの波長に加えてその波長となる入射角 ϕ の値も示している. 図より, 1.00Hz, 5.00Hz どちらの場合でも, $U_{r(2)}^1 + U_{\theta(2)}^1$ は $U_{r(2)}^1 - U_{\theta(2)}^1$ よりも十分に小さいことが分かる. よって, 地盤と構造物の相互作用の結果として生じる 1 次モードの変位に関しても, 条件①を満たすと判断できる.

(2) 空洞でなく地盤が存在することを補償する力

入射 S₂ 波 ($|\mathbf{u}_{s(1)}^f| = U_{s(1)}^f$ とする) の場合, 式 (17) の自然地盤 ($r=R$) での 1 次の切り欠き力を表す項は, 弾性波動論を用いて計算すると, $\beta_{(1)}R$ の 2 次の項までの

(a) 周波数 1.00Hz の場合

(b) 周波数 5.00Hz の場合

 図-4 地盤と構造物の境界面での半径方向変位と周方向変位の振幅の比較 (S₂ 波入射)

近似で次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Sigma_{rr(1)}^{1,f} - \Sigma_{r\theta(1)}^{1,f}}{2} &\approx -U_{x(1)}^{1,f} \frac{\mu(1)}{R} (\beta(1)R)^2 \\ \frac{\Sigma_{rr(1)}^{1,f} + \Sigma_{r\theta(1)}^{1,f}}{2} &\approx -U_{x(1)}^{1,f} \frac{\mu(1)}{2R} (\beta(1)R)^2 \\ \Sigma_{rz(1)}^{1,f} &\approx U_{x(1)}^{1,f} \frac{\mu(1)}{R} \frac{(\beta(1)R)^2 - (\gamma R)^2}{\gamma R} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式 (25) の場合と同様に, $(\beta(1)R)^2 \approx 0$ と見なせるとすると, $(\Sigma_{rr(1)}^{1,f} - \Sigma_{r\theta(1)}^{1,f})/2$ や $(\Sigma_{rr(1)}^{1,f} + \Sigma_{r\theta(1)}^{1,f})/2$ はほぼゼロとなるので, 条件②および, 次式が成り立つ。

$$\Sigma_{xx}^{1,f} \approx 0 \quad (29)$$

$\Sigma_{rz(1)}^{1,f}$ は, 式 (23), 式 (26), 式 (28) を用いると次式のように書き直すことができる。

$$\Sigma_{rz(1)}^{1,f} \approx U_{x(1)}^{1,f} \mu(1) \frac{\beta(1)^2 - \gamma^2}{\gamma} \quad (30)$$

$$\approx -U_{s(1)}^f \mu(1) \frac{2\pi}{L_{s(1)}} \cos 2\phi \quad (31)$$

以上の 4.(1) および 4.(2) の考察から, 地盤中の線状構造物に一般的な地震波が作用する問題においては, 条件①, ②がともに成立し, その際の軸直交変位を評価するための基礎式として, 式 (19) が妥当なものであると判断できる。

(3) 地盤の剛性

弾性波動論を用いて式 (8) および式 (19) の右辺にある地盤の剛性を表す係数行列を導出する。円筒空洞壁面から半径方向の無限遠に向かって 1 次の軸曲げ変形モードに寄与する波が生じている問題では, ポテンシャル関数 φ, ψ, χ の一般解は次式のようにおける⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= A_1 H_1^{(1)}(\alpha(1)r) \cos \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \\ \psi &= B_1 H_1^{(1)}(\beta(1)r) \sin \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \\ \chi &= C_1 H_1^{(1)}(\beta(1)r) \cos \theta e^{i(\gamma z - \omega t)} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$\alpha(1) = \sqrt{k_{p(1)}^2 - \gamma^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{L_{p(1)}}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{L_z}\right)^2} \quad (33)$$

A_1 および B_1, C_1 は P 波および S 波のポテンシャル振幅, $k_{p(1)}, L_{p(1)}$ は地盤内での P 波の波数, 波長であり, $\alpha(1)$ は地盤内での P 波の軸直交方向の見かけの波数である。 $H_1^{(1)}(x)$ は 1 次の第 1 種のハンケル関数である。式 (33) の定義より, $L_{p(1)} > L_z$ の場合に α は純虚数となるが, $H_1^{(1)}(x)$ の x が純虚数となる場合は $H_1^{(1)}(ix') = -2/\pi K_1(x')$ となり, 第 2 種の変形ベッセル関数で表現できる。ここで, $H_1^{(1)}(x)$ は複素関数であり, 実部, 虚部ともに x に比例して振動しつつも振幅が徐々に減少していく。一方, $K_1(x)$ は実数関数であり, x に比例して単調に減少する。

式 (21), 式 (32) より, 構造物壁面からの反射波 (散乱波) による変位場の一般解を導出でき, さらに変位-ひずみの関係式, 等方均質体のひずみ-応力 (表面力) の関係式を用いて整理することで, 応力 (表面力) の一般解を導出できる。

地盤の剛性は切り欠き地盤の円筒空洞壁面に単位振幅の正弦波状変位を生じさせるために必要な表面力と定義できる。空洞壁面 ($r=R$) での変位, 表面力の一般解は式 (3) や式 (5) のように表すことができ, 変位や表面力の振幅を表す係数 $U_{r(1)}^1, U_{\theta(1)}^1, U_{z(1)}^1$ や $F_{r(1)}^1, F_{\theta(1)}^1, F_{z(1)}^1$ は, 係数 A_1, B_1, C_1 を未定乗数として含む式として表される。それらから係数 A_1, B_1, C_1 を消去することで, $U_{r(1)}^1, U_{\theta(1)}^1, U_{z(1)}^1$ と $F_{r(1)}^1, F_{\theta(1)}^1, F_{z(1)}^1$ の関係式, すなわち式 (6) で表される地盤の剛性を表す係数行列が導出できる。なお, これらの剛性の具体的な式に関しては付録 I を参照のこと。

以降では, 地盤の剛性を具体的な値を用いて計算し, 条件③が成立するか否かを検討する。図-5 は 2 つの周波数について軸方向の見かけの波長を変化させながら地盤の剛性を計算し, 比較したものである。縦軸 K^* は各成分の絶対値を $\mu(1)/R$ で除すことで無次元化している。図より, 周波数が低く, 軸方向の見かけの波長が長いほど, $K_{rr(1)}^1 - 2K_{r\theta(1)}^1 + K_{\theta\theta(1)}^1 (= 2K_{xx(1)}^1)$ や $K_{zz(1)}^1$ に比べ, $K_{rz(1)}^1 - K_{\theta z(1)}^1 (= 2K_{xz(1)}^1 = K_{zx(1)}^1)$ が相対的に小さくなることが分かる。したがって, 周

(a) 周波数 1.00Hz の場合

(b) 周波数 5.00Hz の場合

図-5 地盤の剛性の大きさの比較

波数が低く、軸方向の見かけの波長が長いほど条件③は妥当となり、地盤の剛性は各方向に独立な2つの地盤ばね定数で表現できるようになる。

軸直交方向の地盤の剛性 $K_{xx(1)}^1$ に相当する $(K_{rr(1)}^1 - 2K_{r\theta(1)}^1 + K_{\theta\theta(1)}^1)/2$ は、周波数、入射角(軸方向の見かけの波長)とともに大きくなる。一方、軸方向の地盤ばね定数 $K_{zz(1)}^1$ は周波数が高く、入射角が小さい場合を除くと、ほぼ一定値となる。

各方向に独立な2つの地盤ばね定数 $K_{xx(1)}^1$ と $K_{zz(1)}^1$ は、具体的には次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} K_{xx(1)}^1 &= \frac{\mu_{(1)}}{2R} \frac{(\beta_{(1)}R)^2 \left(\kappa_\beta - 4 + \frac{\beta_{(1)}^2}{k_{s(1)}^2} \kappa_\alpha + \frac{\gamma^2}{k_{s(1)}^2} \kappa_\beta \right)}{(\kappa_\beta - 1) \left(\frac{\beta_{(1)}^2}{k_{s(1)}^2} \kappa_\alpha + \frac{\gamma^2}{k_{s(1)}^2} \kappa_\beta \right) - \kappa_\beta} \\ K_{zz(1)}^1 &= \frac{\mu_{(1)}}{R} \frac{\kappa_\beta (1 - \kappa_\alpha) (\kappa_\beta - 2) + \frac{\beta_{(1)}^2}{k_{s(1)}^2} (\kappa_\beta - \kappa_\alpha)}{(\kappa_\beta - 1) \left(\frac{\beta_{(1)}^2}{k_{s(1)}^2} \kappa_\alpha + \frac{\gamma^2}{k_{s(1)}^2} \kappa_\beta \right) - \kappa_\beta} \\ \kappa_\alpha &= \frac{\alpha_{(1)} R H_0^{(1)} (\alpha_{(1)} R)}{H_1^{(1)} (\alpha_{(1)} R)} \\ \kappa_\beta &= \frac{\beta_{(1)} R H_0^{(1)} (\beta_{(1)} R)}{H_1^{(1)} (\beta_{(1)} R)} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

ここで、 $H_0^{(1)}$ は0次の第1種のハンケル関数である。

式(19)の地盤の剛性 $K_{xx(1)}^1$ と式(2)の軸直交方向の地盤ばね定数 K_B との対応を考えると、 $K_{xx(1)}^1$ は境界面上の単位面積あたりで定義された剛性であるのに対して、 K_B は境界面全体に対して定義されたものである。このため、両者の対応は次式で表すことができる。

$$K_B = 2\pi R K_{xx(1)}^1 \quad (35)$$

(4) 構造物の剛性

構造物の剛性を導出するにあたっては、厚さ h が波長に比べて十分に小さいと見なせる限り、構造内での波動場の詳細を考慮する必要はない、すなわち構造物の慣性は無視できる。以降では、円筒形構造物を中心半径 R 、厚さ h の円筒シェル⁸⁾と考え、それに正弦波状の変位を生じさせる際に必要な表面力を求めることで構造物の剛性を導出する。

半径 R の円筒シェルとみなせる構造物に生じている1次の軸曲げ変形に寄与する変位 $u_{r(2)}^1$, $u_{\theta(2)}^1$, $u_{z(2)}^1$ および表面力 $f_{r(2)}^1$, $f_{\theta(2)}^1$, $f_{z(2)}^1$ の一般解が、式(3)や式(5)のように表すことができるとする。このとき、変位や表面力の一般解を円筒シェルの微分方程式⁸⁾に代入し、変位と表面力の関係式として整理することで、構造物の剛性は次式のように導かれる。

$$\left. \begin{aligned} K_{rr(2)}^1 &= \frac{D}{R^2} + \frac{K}{R^4} \{2(\gamma R)^2 + (\gamma R)^4\} \\ K_{r\theta(2)}^1 &= \frac{D}{R^2} + \frac{K}{R^4} \frac{3 - \nu_{(2)}}{2} (\gamma R)^2 \\ K_{rz(2)}^1 &= \gamma R \left[\frac{D}{R^2} \nu_{(2)} + \frac{K}{R^4} \left\{ -\frac{1 - \nu_{(2)}}{2} + (\gamma R)^2 \right\} \right] \\ K_{\theta\theta(2)}^1 &= \frac{D}{R^2} \left\{ 1 + \frac{1 - \nu_{(2)}}{2} (\gamma R)^2 \right\} \\ &\quad + \frac{K}{R^4} \frac{3(1 - \nu_{(2)})}{2} (\gamma R)^2 \\ K_{\theta z(2)}^1 &= \gamma R \left[\frac{D}{R^2} \frac{1 + \nu_{(2)}}{2} \right] \\ K_{zz(2)}^1 &= \frac{D}{R^2} \left\{ \frac{1 - \nu_{(2)}}{2} + (\gamma R)^2 \right\} + \frac{K}{R^4} \frac{1 - \nu_{(2)}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{E_{(2)} h}{1 - \nu_{(2)}^2} \\ K &= \frac{E_{(2)} h^3}{12(1 - \nu_{(2)}^2)} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$E_{(2)}$, $\nu_{(2)}$ は構造物のヤング率、ポアソン比、 D , K は軸剛性、曲げ剛性を表す係数である。なお、一般的な条件では、 K/R^4 は D/R^2 に比べて十分に小さく、 $\gamma R (=2\pi R/L_z)$ は1に比べて十分小さい。

以降では、構造物の剛性を具体的な値を用いて計算し、条件③が成立するか否かを検討する。図-6は2つの周波数について軸方向の見かけの波の波長を変化させながら、構造物の剛性を計算し、比較したものである。縦軸 K^{**}

(a) 周波数 1.00Hz の場合

(b) 周波数 5.00Hz の場合

図-6 構造物の剛性の大きさの比較

は各成分の絶対値を $\mu_{(2)}/R$ で除すことで無次元化している。図より、式 (19) の構造物の剛性において $K_{zz(2)}^1$ が最も大きく、 $K_{rr(2)}^1 - 2K_{r\theta(2)}^1 + K_{\theta\theta(2)}^1 (= 2K_{xx(2)}^1)$ が小さいことが分かる。非対角項の $K_{rz(2)}^1 - K_{\theta z(2)}^1 (= 2K_{xz(2)}^1 = K_{zz(2)}^1)$ はそれらの中間の値であってこれを見捨てることはできない。よって、構造物の剛性において条件③は成立しないと考えるべきではない。たとえ地盤の剛性において条件③が成立していたとしても、式 (19) は x 方向と z 方向で互いに独立な式には分離できず、従来の応答変位法の式 (2) には無理があると判断できる。

なお、式 (13) によって副次的に計算できる断面内の表面力 f_x^1, f_y^1 のうちの 2θ で分布する成分は、それを支配する係数 $K_{rr(2)}^1 - K_{\theta\theta(2)}^1$ と $K_{rz(2)}^1 + K_{\theta z(2)}^1$ のうち後者がそれほど小さくないことから、その振幅 $(F_{r(2)}^1 + F_{\theta(2)}^1)/2$ がある程度の大きさを有すると予想される。このことは、弾性波動論における 1 次モードの変形によって構造物内に若干の周方向ひずみが誘起されていることを示唆している。

(5) 構造物を円筒シェルとした場合の応答変位法

これまでの検討をまとめれば、まず、軸直交方向の変形を評価するための応答変位法においては、扱うべき

変位と切り欠き力について条件①、②が成立することから、その基礎式として式 (19) は十分妥当であるといえる。さらに、その式において、剛性を表す係数行列のうち、地盤の剛性については条件③が成立し、その非対角項をゼロとみなすことができるが、構造物の剛性では条件③は成立せず、その非対角項を無視することはできない。結果として、式 (27)、式 (29)、式 (30) を用いて式 (19) を整理すると、 S_2 波が入射する場合の地盤と構造物の境界面で成立する関係式は、次式となる。

$$\begin{pmatrix} K_{xx(2)}^1 + K_{xx(1)}^1 & K_{xz(2)}^1 \\ K_{zx(2)}^1 & K_{zz(2)}^1 + K_{zz(1)}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{x(2)}^1 \\ U_{z(2)}^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{xx(1)}^1 \\ \frac{\beta_{(1)}^2 R}{\gamma} K_{zz(1)}^1 - \frac{\gamma^2 - \beta_{(1)}^2}{\gamma} \mu_{(1)} \end{pmatrix} U_{x(1)}^{1,f} \quad (38)$$

式 (38) は構造物を円筒シェルと仮定した場合の、1 次の軸曲げ変形を評価するための応答変位法の基礎式であり、地盤および構造物の剛性を与えれば、自然地盤での 1 次の変形に寄与する軸直交方向変位 $U_{x(1)}^{1,f}$ から構造物の変形 $U_{x(2)}^1$ および $U_{z(2)}^1$ を算出できる式となる。

式 (1)、式 (2) と式 (38) の比較より、式 (1)、式 (2) は軸直交方向の力の釣り合いのみを考えた式であるが、式 (38) は軸方向 (境界面でのせん断力) と軸直交方向の力の釣り合いを考えた式であることが分かる。また、切り欠き力は、式 (2) では、軸直交方向の力の釣り合い式に含まれているが、式 (38) では、軸方向の力の釣り合い式に含まれていることが分かる。

なお、P 波が入射する場合の応答変位法の基礎式は、式 (38) の右辺を次式に代えたものとなる。

$$\begin{pmatrix} K_{xx(1)}^1 \\ -\gamma R K_{zz(1)}^1 - 2\gamma \mu_{(1)} \end{pmatrix} U_{x(1)}^{1,f} \quad (39)$$

また、 S_1 波が入射する場合は、式 (38) の左辺にある添字の x を便宜的に y に置き換え (地盤および構造物の剛性は S_2 波が入射する場合と同じ。ただし、円筒座標系での剛性 $K_{r\theta}^1, K_{\theta z}^1$ の符号は反対となる)、右辺を次式に代えたものとなる。

$$\begin{pmatrix} K_{yy(1)}^1 \\ -\gamma \mu_{(1)} \end{pmatrix} U_{y(1)}^{1,f} \quad (40)$$

なお、式 (38)、式 (39)、式 (40) の $\mu_{(1)}$ を含む項は切り欠き力を表すものである。

5. 応答変位法の妥当性についての検討

ここでは S_2 波が入射する場合を例として、応答変位法より得られる解と弾性波動論で得られる厳密解とを比較することで、応答変位法で評価したときの近似の程度について検討する。以降、下付き添字 (e_1) は弾性波動論の 1 次の軸曲げ変形モードから得られるもの、下

(a) 周波数 1.00Hz の場合 (入射角 $\phi=4^\circ$) (b) 周波数 5.00Hz の場合 (入射角 $\phi=29^\circ$)図-7 構造物に生じる軸直交方向変位の比較 (S_2 波入射) (a) 周波数 1.00Hz の場合 (入射角 $\phi=4^\circ$) (b) 周波数 5.00Hz の場合 (入射角 $\phi=29^\circ$)図-8 構造物に生じる軸ひずみの比較 (S_2 波入射)

付き添字 (b_1) は式 (2) の構造物を梁と仮定した応答変位法から得られるもの ($\tau_b^f = 0$ と仮定し, K_B としては式 (35) を採用する), 下付き添字 (s_1) は式 (38) の構造物を円筒シェルと仮定した応答変位法から得られるものとする。以降では, 構造物の応答は中心半径の位置におけるものとし, その応答の位置 θ は 1 次モードの振幅が最大となる位置, すなわち S_2 波が入射する場合には $\theta=0^\circ$ とする。なお, 構造物の厚さ h は中心半径 R に比べて小さいため, 梁や円筒シェルで仮定する場合には, 地盤と構造物の境界面と構造物の中心半径は等しいもの ($r=R=2.63\text{m}$) とする。

(1) 構造物に生じる軸直交方向変位の比較

図-7 は S_2 波が入射することで自然地盤に生じる軸直交方向変位の振幅 $U_{x(1)}^f (= U_{s(1)}^f \cos \phi)$ を 1(m) とした場合に構造物に生じる軸直交方向変位 $u_{x(2)}^1$ を, 弾性波動論と応答変位法で計算し比較したものである。解析に用いた入射角の値は構造物に生じる軸ひずみ ($\varepsilon_{zz(e_1)}^1$) が最大となる条件のものである。弾性波動論により得られる $u_{x(e_1)}^1$ と構造物を梁とした場合の応答変位法により得られる $u_{x(b_1)}^1$ の振幅の差異は 1.00Hz で約 4%, 5.00Hz で 1% 未満と小さい。また, $u_{x(e_1)}^1$ と構造物を円筒シェルとした場合の応答変位法により得られる $u_{x(s_1)}^1$

の差異も 1.00Hz で 1% 未満, 5.00Hz で約 6% と小さい。したがって, いずれの応答変位法を用いても, 構造物に生じる軸直交方向変位は上手く計算できるといえる。

(2) 構造物に生じる軸ひずみの比較

図-8 は弾性波動論および応答変位法を用いて, 図-7 の軸直交方向変位分布となる時刻の構造物の軸ひずみを計算し, 比較したものである。軸ひずみ $\varepsilon_{zz(e_1)}$ および $\varepsilon_{zz(s_1)}$ は次式で計算している。

$$\varepsilon_{zz(e_1)} = \varepsilon_{zz(s_1)} = \frac{\partial u_{z(2)}}{\partial z} \quad (41)$$

また, 軸ひずみ $\varepsilon_{zz(b_1)}$ は梁理論にもつぎ次式で計算している。

$$\varepsilon_{zz(b_1)} = -R \frac{\partial^2 u_{b(2)}}{\partial z^2} \quad (42)$$

$\varepsilon_{zz(e_1)}$ と $\varepsilon_{zz(s_1)}$ を比較すると, 2 つの最大振幅の差異は 1.00Hz で約 1%, 5.00Hz で約 5% となり, 両者は良い一致が見られる。一方, $\varepsilon_{zz(e_1)}$ と $\varepsilon_{zz(b_1)}$ を比較すると, $\varepsilon_{zz(b_1)}$ の方が $\varepsilon_{zz(e_1)}$ よりも大きく, 2 つの最大振幅の差異は 1.00Hz で約 30%, 5.00Hz で約 60% となり, その差異はかなり大きい。この主な理由は, 構造物を梁とするモデルでは構造と地盤の境界面における軸方向の力の釣り合いを無視しており, 構造物の曲げ変形に伴い生じる軸方向の変形が地盤に拘束される影響を

(a) 周波数 1.00Hz の場合

(b) 周波数 5.00Hz の場合

 図-9 軸曲げ変形により構造物に生じる軸ひずみの最大振幅の比較 (S_2 波入射)

考慮できないためである。したがって、線状地中構造物の軸曲げ変形を考える場合、構造を梁と仮定した従来の応答変位法では、軸ひずみを上手く評価できない。

図-9は軸方向の見かけの波長を変化させながら軸曲げ変形により構造物に生じる軸ひずみの最大振幅を計算し、比較したものである。縦軸の ε_{zz}^* は自然地盤でのせん断ひずみが1となる S_2 波が入射した際に構造物に生じる軸ひずみの最大値である。 $\varepsilon_{zz(e_1)}^*$ と $\varepsilon_{zz(s_1)}^*$ を比較すると、良い一致がみられる。一方、 $\varepsilon_{zz(e_1)}^*$ と $\varepsilon_{zz(b_1)}^*$ を比較すると、入射角 ϕ が小さいと $\varepsilon_{zz(b_1)}^*$ の方が大きくなり、 ϕ が大きいと $\varepsilon_{zz(b_1)}^*$ の方が小さくなる傾向を示す。この主な理由は、構造物を梁とした場合では、軸方向の切り欠き力の影響を上手く表現できていないためである。

図-10は構造物に生じる軸曲げ変形による軸ひずみの最大振幅と周波数の関係を示したものである。自然地盤でのせん断ひずみが1となる S_2 波が入射する場合について、すべての入射角での最大振幅となる軸ひずみとそのときの入射角を示している。横軸には、周波数に加えて構造物の直径と地盤内の S 波の波長の相対比 $2R/L_{s(1)}$ も示している。図より、 $\varepsilon_{zz(s_1)}^*$ は $\varepsilon_{zz(e_1)}^*$ と $2R/L_{s(1)}$ が小さい場合では良い一致を示すが、 $2R/L_{s(1)}$ が大き

(a) 軸ひずみの最大振幅

(b) 軸ひずみの振幅が最大となる入射角

 図-10 構造物に生じる軸ひずみの最大振幅と周波数の関係 (S_2 波入射の場合)

くなるにつれて差異が生じ、両者の差異は $2R/L_{s(1)}$ が 0.1 で 1%未満、0.2 で約 9%となる。一方、 $\varepsilon_{zz(b_1)}^*$ は $2R/L_{s(1)}$ の値に関わらず差異が大きく、 $2R/L_{s(1)}$ が 0.1 で約 70%、0.2 で約 90%となり、構造物を梁と仮定すると軸ひずみを過大評価する傾向がある。

図に示されているように軸ひずみはある周波数において極大値をもつ単峰性の曲線となっているが、このことは次のように解釈できる。基本的には周波数が高くなるにつれ、構造物縦断方向に生じる曲げ変形の曲率が大きくなり、構造物に生じる軸ひずみが増大する。その一方で、構造物の曲げ変形の曲率が増加すると、式 (36) からわかるように構造物の剛性が高くなり、変形が生じにくくなる。それらの結果として、軸ひずみの最大振幅はある周波数 (ここでは 4Hz 程度) まで増加し、それよりも高くなると減少する。

6. 応答変位法を用いた耐震計算例

前報⁴⁾および本報で導出した軸方向および軸直交方向の変形を評価するための応答変位法を用いた耐震計算例を示すと共に、その考え方について総括する。一般的な地震波 (S 波) の入射を想定した場合、 S_1 波よりも

構造物縦断方向に変位成分を持つ S_2 波の方が構造物に大きな軸ひずみが生じるため、ここでも S_2 波が入射する問題を取り扱う。なお、計算に用いる物性値等の条件は表-1、表-2に示したものと同一とする。

(1) 入力する地震変位

振幅 $U_{s(1)}^f$ の S_2 波が角度 ϕ で構造物に入射する場合、応答変位法において入力とすべき自然地盤に生じる軸方向および軸直交方向の変位は、次式で表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} u_{x(1)}^f &= U_{x(1)}^f e^{i(\beta_{(1)}x + \gamma z - \omega t)} \\ &= U_{s(1)}^f \cos \phi e^{i(\beta_{(1)}x + \gamma z - \omega t)} \\ u_{z(1)}^f &= U_{z(1)}^f e^{i(\beta_{(1)}x + \gamma z - \omega t)} \\ &= -U_{s(1)}^f \sin \phi e^{i(\beta_{(1)}x + \gamma z - \omega t)} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

ここで、上式の $\beta_{(1)}$ 、 γ は式 (23) で定義されるものである。なお、この際、自然地盤に生じるせん断ひずみの最大振幅は $U_{s(1)}^f (2\pi/L_{s(1)})$ となる。

(2) 構造物に生じる応答変位の評価

a) 自然地盤に生じる軸方向の変位に対する応答

前報⁴⁾で得られた結果を要約すれば、軸方向の地震変位 $u_{z(1)}^f$ によって構造物に生じる軸方向変位 $u_{z(2)}^0$ を以下のようにおくと、

$$u_{z(2)}^0 = U_{z(2)}^0 e^{i(\gamma z - \omega t)} \quad (44)$$

その応答振幅 $U_{z(2)}^0$ を求めるための基礎方程式は以下のように表すことができる。

$$2\pi R K_{zz(2)}^0 U_{z(2)}^0 = K_A (S_a U_{z(1)}^f - U_{z(2)}^0) \quad (45)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{zz(2)}^0 &= D\gamma^2 \\ K_A &= 2\pi R \frac{\mu_{(1)}\alpha_{(1)}k_{s(1)}^2}{\gamma^2 h_{01} + \alpha_{(1)}\beta_{(1)}h_{10}} h_{11} \\ h_{ij} &= H_i^{(1)}(\alpha_{(1)}R) H_j^{(1)}(\beta_{(1)}R) \\ S_a &= J_0(\beta_{(1)}R) - J_1(\beta_{(1)}R) \frac{H_0^{(1)}(\beta_{(1)}R)}{H_1^{(1)}(\beta_{(1)}R)} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

A は構造物の断面積、 $K_{zz(2)}^0$ は 0 次の軸伸縮変形モードにおける構造物の剛性、 K_A は 0 次モードにおける軸方向の地盤ばね定数、 S_a は自然地盤変位 $U_{z(1)}^f$ を切り欠き地盤変位 $U_{z(1)}^{0,e}$ に変換するための補正係数である。

構造物の軸方向変位の応答振幅 $U_{z(2)}^0$ は式 (45) の $U_{z(1)}^f$ に z 方向の地震振幅 $-U_{s(1)}^f \sin \phi$ を代入した結果として求められる。

b) 自然地盤に生じる軸直交方向の変位に対する応答

軸直交方向の地震変位 $u_{x(1)}^f$ に対する構造物の応答変位の振幅 ($U_{x(2)}^1, U_{z(2)}^1$) は、以下の式で与えられる (式

(38) を再掲)。

$$\begin{pmatrix} K_{xx(2)}^1 + K_{xx(1)}^1 & K_{xz(2)}^1 \\ K_{zx(2)}^1 & K_{zz(2)}^1 + K_{zz(1)}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{x(2)}^1 \\ U_{z(2)}^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{xx(1)}^1 \\ \frac{\beta_{(1)}^2 R}{\gamma} K_{zz(1)}^1 - \frac{\gamma^2 - \beta_{(1)}^2}{\gamma} \mu_{(1)} \end{pmatrix} U_{x(1)}^{1,f}$$

ここで、地盤の剛性 $K_{xx(1)}^1, K_{zz(1)}^1$ は式 (34) で示したとおりであり、構造物の剛性は、式 (16) と式 (36) から次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} K_{xx(2)}^1 &= \frac{D}{R^2} \frac{1 - \nu_{(2)}}{4} (\gamma R)^2 \\ &\quad + \frac{K}{R^4} \left\{ \frac{1 - \nu_{(2)}}{4} (\gamma R)^2 + \frac{(\gamma R)^4}{2} \right\} \\ K_{xz(2)}^1 &= 2K_{zx(2)}^1 = \gamma R \left[\frac{D}{R^2} \frac{-1 + \nu_{(2)}}{2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{K}{R^4} \left\{ \frac{-1 + \nu_{(2)}}{2} + (\gamma R)^2 \right\} \right] \\ K_{zz(2)}^1 &= \frac{D}{R^2} \left\{ \frac{1 - \nu_{(2)}}{2} + (\gamma R)^2 \right\} + \frac{K}{R^4} \frac{1 - \nu_{(2)}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

地震に対する構造物の x 方向と z 方向の 1 次モード応答振幅は、右辺の $U_{x(1)}^{1,f}$ に対し、 $U_{x(1)}^f = U_{s(1)}^f \cos \phi$ を代入することで求めることができる。

(3) 構造物に生じる軸ひずみの評価

地震波に対する円筒構造物の縦断方向の応答変位は、上述の計算によって求めた 0 次モードおよび 1 次モードの応答振幅から、次式で記述することができる。

$$\begin{pmatrix} u_{x(2)} \\ u_{z(2)} \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ U_{z(2)}^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_{x(2)}^1 \\ -iU_{z(2)}^1 \cos \theta \end{pmatrix} \right\} e^{i(\gamma z - \omega t)} \quad (48)$$

また、縦断方向の応答変位法による耐震設計で問題とすべき軸ひずみ $\varepsilon_{zz(2)}$ は次式で計算できる。

$$\varepsilon_{zz(2)} = \frac{\partial u_{z(2)}}{\partial z} = i\gamma (U_{z(2)}^0 - iU_{z(2)}^1 \cos \theta) e^{i(\gamma z - \omega t)} \quad (49)$$

なお、式 (48)、式 (49) とともにそれぞれの振幅値は複素数であり、位相情報を含んだものとなる。

図-11 や図-12 は構造物に生じる軸ひずみの最大振幅 (振幅の絶対値) を計算し、比較したものである。ここでも、自然地盤でのせん断ひずみが 1 となる S 波が入射する場合を考える。凡例の $\varepsilon_{zz(e)}^0$ 、 $\varepsilon_{zz(e)}^1$ は弾性波動論から得られるもの、 $\varepsilon_{zz(s)}^0$ 、 $\varepsilon_{zz(s)}^1$ は本報で提案した構造物を円筒シェルと仮定した応答変位法から得られるものとする。構造物に生じる軸ひずみの最大値は 0 次モードの方が 1 次よりも大きく、0 次モードの軸ひずみは周波数が低いほど大きい。また、軸ひずみが最大となる際の軸方向の見かけの波長 (入射角) は 0 次と 1 次で異なっている。

(a) 0 次モード

(b) 1 次モード

図-11 構造物に生じる軸ひずみの最大振幅の比較 (周波数 1.00Hz)

(a) 0 次モード

(b) 1 次モード

図-12 構造物に生じる軸ひずみの最大振幅の比較 (周波数 5.00Hz)

なお、ここでは周波数を変化させて考察しているが、解は地震波の波長と構造物の大きさの比で決まるため、例えば、半径 R 、厚さ h の構造物に周波数 5.00Hz の S 波が入射した際の構造物内壁面に生じる最大軸ひずみと、半径 $5R$ 、厚さ $5h$ の構造物に周波数 1.00Hz の S 波が入射した際のそれは同じである。

図-13 は構造物内壁面に生じる軸ひずみの最大振幅を比較したものである。凡例の $\varepsilon_{zz(e)}$ は弾性波動論で 0 から 10 次までの応答を位相を考慮した上で重ね合わせて得られるほぼ厳密解を表す。 $\varepsilon_{zz(s)}$ は構造物を円筒シェルと仮定した応答変位法で 0 次モードと 1 次モードの応答を位相差を考慮した上で重ね合わせたもの、 $\varepsilon_{zz(s')}$ は 0 次モードと 1 次モードそれぞれの最大応答を単純に足し合わせたもの (位相を考慮していないもの) である。また、凡例内の数値は軸ひずみを計算した角度 θ の値である。ここでの周波数は 1 次モードによる寄与が大きい 5.00Hz とし、軸ひずみが最大となった $\theta = 180^\circ$ の結果を示している。 $\varepsilon_{zz(s)}$ と $\varepsilon_{zz(s')}$ の最大値の差異は約 20% である。構造物に生じる軸ひずみは位相を考慮した方が合理的な値となるが、考慮しない場合でも、大きく過大評価してしまうということはない。

図-13 構造物内壁面に生じる軸ひずみの最大振幅の比較 (周波数 5.00Hz)

7. まとめ

本論文では、地震時に線状地中構造物に生じる軸直交方向の変形を応答変位法により評価することの妥当性について、弾性波動論の立場から再考した。その結果として、一般的な周波数の S 波の入射を想定した場合、以下のことがいえる。

- 構造物を梁でモデル化すると、構造物の曲げ変形に伴い生じる軸方向の変形が地盤に拘束される影響、および軸方向の切り欠き力による影響を考慮できない。その結果、軟質地盤内の円筒地中構造物に対して S 波が浅い角度で入射するような場合では、構造物に生じる軸ひずみを過大評価する。
- 構造物を円筒シェル、周辺地盤を各方向に独立な軸方向と軸直交方向の 2 つの地盤ばねで表し、入力に自然地盤変位と切り欠き力を用いた応答変位法は、円筒地中構造物の軸曲げ変形を上手く評価でき、弾性波動論の厳密解とも良く一致する。
- 構造物に生じる軸ひずみの最大値は軸方向変位によるものの方が軸直交方向変位によるものよりも大きい。また、その最大値は位相を考慮した方が合理的な値となるが、考慮しない場合でも、大きく過大評価してしまうということはない。

以上の議論はある理想状態を仮定した場合のものであり、実際には地盤条件や構造条件は複雑なものとなる。複雑な条件下では、地盤ばねを厳密に定めることはできないが、本研究で提案したものはその参考値になるものと考えられる。なお、図-5からも分かるように、トンネル軸方向のみかけの波長が短くなると、地盤ばねのような単純化したモデルは不適となる。そのため、地盤に局所的な変形が生じる問題、例えば、伸縮可能な構造継手や目地の目開きを考慮した問題を応答変位法で扱う場合には、注意が必要である。構造物に生じる軸ひずみは、基本的には軸力（軸伸縮変形）が卓越すると考えられるので、構造物を梁として評価しても大きな問題はない。ただし、曲げモーメント（軸曲げ変形）による大きな軸ひずみが生じる場合は、円筒シェルのような軸方向の力の釣り合いも考慮できるモデルで再評価することが望ましい。

付録 I 円筒座標系で表された地盤の剛性

弾性波動論の基礎方程式である式 (20) を満足する変位の一般解は式 (21) で表すことができ、ポテンシャル関数 φ , ψ , χ の一般解が式 (32) のようにおける場合、円筒空洞壁面 ($r=R$) における変位の一般解である式 (3) の係数 U_r^1 , U_θ^1 , U_z^1 は次式となる。なお、以降の $\varepsilon_{jk}^{(i)}$ の記号は文献 5) に倣っている。また、下付き添字 (1) の記載は省略する。

$$\begin{pmatrix} U_r^1 \\ U_\theta^1 \\ U_z^1 \end{pmatrix} = \frac{1}{R} \begin{pmatrix} \varepsilon_{71}^{(3)} & \varepsilon_{72}^{(3)} & \varepsilon_{73}^{(3)} \\ \varepsilon_{81}^{(3)} & \varepsilon_{82}^{(3)} & \varepsilon_{83}^{(3)} \\ -i\varepsilon_{91}^{(3)} & -i\varepsilon_{92}^{(3)} & -i\varepsilon_{93}^{(3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.1})$$

ここで、 $\varepsilon_{71}^{(3)}, \varepsilon_{72}^{(3)}$ などそれぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{71}^{(3)} &= \alpha R H_0^{(1)}(\alpha R) - H_1^{(1)}(\alpha R) \\ \varepsilon_{72}^{(3)} &= H_1^{(1)}(\beta R) \\ \varepsilon_{73}^{(3)} &= \frac{i\gamma}{k_s} \left\{ \beta r H_0^{(1)}(\beta R) - H_1^{(1)}(\beta R) \right\} \\ \varepsilon_{81}^{(3)} &= -H_1^{(1)}(\alpha R) \\ \varepsilon_{82}^{(3)} &= -\left\{ \beta R H_0^{(1)}(\beta R) - H_1^{(1)}(\beta R) \right\} \\ \varepsilon_{83}^{(3)} &= -\frac{i\gamma}{k_s} H_1^{(1)}(\beta R) \\ \varepsilon_{91}^{(3)} &= i\gamma R H_1^{(1)}(\alpha R) \\ \varepsilon_{92}^{(3)} &= 0 \\ \varepsilon_{93}^{(3)} &= \frac{\beta^2 R}{k_s} H_1^{(1)}(\beta R) \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.2})$$

また、円筒空洞壁面 ($r=R$) における表面力の一般解は式 (21) の変位の一般解、変位-ひずみの関係式、等方均質体のひずみ-応力との関係式を用いて整理することで導出でき、表面力の一般解の式 (5) の係数 F_r^1 , F_θ^1 , F_z^1 は次式となる。

$$\begin{pmatrix} F_r^1 \\ F_\theta^1 \\ F_z^1 \end{pmatrix} = -\frac{2\mu}{R^2} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^{(3)} & \varepsilon_{12}^{(3)} & \varepsilon_{13}^{(3)} \\ \varepsilon_{41}^{(3)} & \varepsilon_{42}^{(3)} & \varepsilon_{43}^{(3)} \\ -i\varepsilon_{51}^{(3)} & -i\varepsilon_{52}^{(3)} & -i\varepsilon_{53}^{(3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.3})$$

ここで、 $\varepsilon_{11}^{(3)}, \varepsilon_{12}^{(3)}$ などそれぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{11}^{(3)} &= \left(2 - \frac{k_s^2 + 2\gamma^2}{2} R^2 \right) H_1^{(1)}(\alpha R) - \alpha R H_0^{(1)}(\alpha R) \\ \varepsilon_{12}^{(3)} &= -2H_1^{(1)}(\beta R) + \beta R H_0^{(1)}(\beta R) \\ \varepsilon_{13}^{(3)} &= \frac{i\gamma}{k_s} \left\{ (2 - \beta^2 R^2) H_1^{(1)}(\beta R) - \beta R H_0^{(1)}(\beta R) \right\} \\ \varepsilon_{41}^{(3)} &= 2H_1^{(1)}(\alpha R) - \alpha R H_0^{(1)}(\alpha R) \\ \varepsilon_{42}^{(3)} &= \left(-2 + \frac{\beta^2 r^2}{2} \right) H_1^{(1)}(\beta R) + \beta r H_0^{(1)}(\beta R) \\ \varepsilon_{43}^{(3)} &= \frac{i\gamma}{k_s} \left\{ 2H_1^{(1)}(\beta R) - \beta r H_0^{(1)}(\beta R) \right\} \\ \varepsilon_{51}^{(3)} &= i\gamma R \left\{ -H_1^{(1)}(\alpha R) + \alpha r H_0^{(1)}(\alpha R) \right\} \\ \varepsilon_{52}^{(3)} &= \frac{i\gamma R}{2} H_1^{(1)}(\beta R) \\ \varepsilon_{53}^{(3)} &= \frac{(\beta^2 - \gamma^2) R}{2k_s} \left\{ -H_1^{(1)}(\beta R) + \beta r H_0^{(1)}(\beta R) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.4})$$

なお、式 (I.3) の符号のマイナスは応力と表面力の符号の定義の違いによるものである。

式 (6), 式 (I.1), 式 (I.3) より円筒座標系で表された

地盤の剛性は次式で計算できる.

$$\begin{pmatrix} K_{rr}^1 & K_{r\theta}^1 & K_{rz}^1 \\ K_{r\theta}^1 & K_{\theta\theta}^1 & K_{\theta z}^1 \\ K_{rz}^1 & K_{\theta z}^1 & K_{zz}^1 \end{pmatrix} = -\frac{2\mu}{R} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^{(3)} & \varepsilon_{12}^{(3)} & \varepsilon_{13}^{(3)} \\ \varepsilon_{41}^{(3)} & \varepsilon_{42}^{(3)} & \varepsilon_{43}^{(3)} \\ -i\varepsilon_{51}^{(3)} & -i\varepsilon_{52}^{(3)} & -i\varepsilon_{53}^{(3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{71}^{(3)} & \varepsilon_{72}^{(3)} & \varepsilon_{73}^{(3)} \\ \varepsilon_{81}^{(3)} & \varepsilon_{82}^{(3)} & \varepsilon_{83}^{(3)} \\ -i\varepsilon_{91}^{(3)} & -i\varepsilon_{92}^{(3)} & -i\varepsilon_{93}^{(3)} \end{pmatrix}^{-1} \quad (\text{I.5})$$

参考文献

- 1) 川島一彦: 地下構造物の耐震設計, 鹿島出版会, 1994.
- 2) 土木学会: シールドトンネルの耐震検討, 2007.
- 3) 日本水道協会: 水道施設耐震工法指針・解説, 1986.

- 4) 保田尚俊, 塚田和彦, 朝倉俊弘: 円筒地中構造物に生じる軸方向の変形の応答変位法を用いた評価に関する理論的考察, 土木学会論文集 A1, Vol. 70, No. 2, pp. 306-318, 2014.
- 5) Mow, C. and Pao, Y.: *The Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations*, Rand Corporation, 1971.
- 6) 保田尚俊, 塚田和彦, 朝倉俊弘: 3次元弾性波動論に基づいた山岳トンネルの地震被害メカニズムに関する考察, 土木学会論文集 F1, Vol. 70, pp. 1-14, 2014.
- 7) 立石章: 応答変位法における地震荷重の作用方法に関する研究, 土木学会論文集, No. 441/I-18, pp. 157-166, 1992.
- 8) Flügge, W.: *Stress in Shells*, Berlin and New York: Springer-Verlag, 1973.

(2017. 5. 17 受付)

RECONSIDERATION OF SEISMIC DEFORMATION METHOD FOR LONGITUDINAL BENDING DEFORMATION OF CYLINDRICAL UNDERGROUND STRUCTURE

Naotoshi YASUDA, Kazuhiko TSUKADA and Toshihiro ASAKURA

The seismic deformation method to evaluate the longitudinal bending deformation of cylindrical underground structure is reconsidered through the exact solution based on the eigenfunction expansion method. The results show that the seismic deformation method can evaluate the longitudinal bending deformation of cylindrical underground structure when the structure is treated as an elastic shell, with the surrounding ground treated as elastic foundation springs in axial and axis orthogonal directions and the input ground displacement treated appropriately. On the other hand, conventional seismic deformation method that assumes the structure as a beam overestimates the maximum axial strain of the lining because beam theory ignore the equilibrium of force in the axial direction.