岩石のクリープとひずみ軟化を評価する 数値モデルの提案

中岡 健一¹・畑 浩二²・蔣 宇静³

¹正会員 株式会社大林組 技術研究所 (〒204-8558 東京都清瀬市下清戸四丁目640)

E-mail:nakaoka.kenichi@obayashi.co.jp

²正会員 株式会社大林組 技術研究所 (〒204-8558 東京都清瀬市下清戸四丁目640)

E-mail:hata.koji.ro@obayashi.co.jp

³正会員 長崎大学 工学部 社会開発工学科 (〒852-8521 長崎県長崎市文教町1-14)

E-mail:jiang@nagasaki-u.ac.jp

本研究では膨張性地山の挙動を予測するため、ひずみ軟化とクリープを区別なく扱うことができる数値モデルを開発した。この数値モデルは、時間ステップ内におけるせん断応力の低下、即ち、リラクゼーションを計算するもので、応力を修正するルーチンとして有限差分法のコードに書き加えた。次に、クリープ試験と一定ひずみ速度の単調載荷試験のシミュレーションを行い、よく知られている一次～三次クリープとひずみ硬化、軟化挙動を同時に評価できることを確認した。ここではシミュレーションの対象として、同じ材料を用いた試験により、特徴的なクリープとひずみ硬化、軟化挙動が示されている公表された試験を例として選んだ。さらに、仮想したトンネル断面を用いて掘削解析を行い、トンネル掘削後における周辺岩盤の経時的なクリープとひずみ軟化挙動を評価できることも確認した。

Key Words : numerical model, creep, strain-softening, strain rate effect

1. はじめに

地山強度比が低い堆積岩系の岩盤にトンネルを施工すると、掘進を停止しているにも関わらず、内空変位が大きくなり続けることがある^(例えば1)。このような地山は膨張性地山として知られており、鋼製支保工の座屈や縫い返し、盤ぶくれなどが生じることにより、工期と工費に大きな影響を及ぼす可能性がある。そのため早急に、適切な対策を施すことが重要となる。

室内試験で、岩石に一定の荷重を長時間作用させ続けると、時間の経過に伴って変位が大きくなることが認められている。その挙動は、クリープと呼ばれており、載荷時間によって一次～三次クリープに分類されている²⁾。一次クリープは載荷直後から徐々にひずみ速度が遅くなる段階で、時間の対数とひずみ速度の対数をプロットすると直線状になる特徴がある。次に、ひずみ速度の低下が徐々に収束し、一定速度の状態が続く二次クリープが現れ、その後、ひずみ速度が加速的に大きくなり、破壊に至る三次クリープが生じる。それぞれの段階の継続時

間は荷重が大きくなると短くなる。

節理などの不連続面が少ない堆積岩は連続体に近いことから、トンネルに時間に依存する内空変位が生じるとき、その原因は不連続面のずれではなく、岩質内部における微小な破壊に起因するものと推定でき、膨張性の要因の一つになっていると考えることができる。

一方、堆積岩を一定のひずみ速度で載荷すると、ひずみに対する応力がピークまで大きくなり、その後、残留強度まで応力が低下するひずみ軟化と呼ばれる現象が生じる。掘削によって周辺岩盤が破壊する場合、周辺岩盤にはひずみ軟化が生じると考えられ、地山強度比が低い地山にトンネルが掘削されるときは、前述のクリープとともに、ひずみ軟化も生じると考えることができる。

これらの挙動を同時に扱う数値モデルとして、大久保ら³⁾による弾性係数の逆数であるコンプライアンスを応力と時間に依存して増加させるモデルや、足立ら⁴⁾による弾・粘塑性モデルなどが提案されている。ただし、一次から三次クリープまで扱えるように拡張された大久保らによるモデルでは、三軸応力状態への適用に課題を残

しており、足立らのモデルは拘束圧の効果を考慮するためにはモデルパラメータを変化させる必要があるなど、実用において課題を有している。一方、大槻ら⁵⁾は足立らのモデルにパラメータを追加し、拘束圧の効果を評価できるように拡張した。しかし、このモデルはまだ一般的に使われるには至っておらず、時間に依存する挙動を評価するためには、ばね・ダッシュポット系のレオロジーモデル^{例えば6)}が用いられることが多い。その理由として、前述の数値モデルは複雑で実施者がFEMに組み込むことが難しいことや、解析に使用するパラメータが多く、それらの設定に時間を要することが挙げられる。

そこで本研究では、クリープが発現する仕組みを仮定することにより、理解しやすく、クリープパラメータが少ない数値モデルを構築し、有限差分コードに組み込んだ。そして、三軸応力下において一定の荷重を作用させ続けるクリープ試験(以下、単にクリープ試験と称す)と一定ひずみ速度による載荷試験(以下、単調載荷試験と称す)の両者が実施されており、典型的な結果が得られている公表された試験を例としてシミュレーションを行った。最後に、仮想したトンネルの掘削解析を行い、有限差分法への適用性を確認した。

2. クリープモデルの概要

吉田ら⁷⁾は、硬岩のクリープの原因は微小なクラック先端の、応力腐食割れに伴うクラックの伸長であるとし、クリープ挙動を評価するための定式化を行っている。軟岩においても硬岩と相似的な一次~三次クリープが生じることから、本研究においても、クリープの原因は岩質内部の微小な亀裂が伸長することであると仮定した。そして、以下のような仮定に基づくモデルを導入した。

- ・微小な亀裂は、それらの先端が進行と停留を繰り返すことにより伸長する。先端が硬い部分に遭遇すると、応力と材料の強度に応じた短い時間停留した後、硬い部分が破壊され、再び伸長する。亀裂の伸長は載荷開始時点から始まる。
- ・それぞれの微小亀裂にはそれらに対応する硬い部分が一つだけあり、全ての微小亀裂が硬い部分を破壊するとクリープ破壊が生じる。
- ・載荷開始時点 ($t=0$) におけるそれぞれの亀裂の先端と、硬い部分との距離は同じではなくばらついており、距離を横軸に、その距離に対応する亀裂の数を縦軸にグラフ化すると、図-1に示すように正規分布の確率密度関数により近似できる。グラフの面積は亀裂の数に等しい。ここでは、微小亀裂の伸長量を表すパラメータとして無次元のスカラ量 s を仮定する(以下、 s 値と称

す)。

図-1の下段のハッチング部は $t=0$, t_1 , t_2 , t_3 の時までに破壊された亀裂の数、上段はそれぞれの時間における亀裂の長さを表している。 $t=t_1$ のときは、亀裂の先端は固い部分が最も多く分布する位置からまだ離れており、亀裂の伸長量に対する硬い部分との遭遇回数が少ない。 $t=t_2$ となり、さらに亀裂が伸長すると、硬い部分に遭遇、破壊する亀裂の数が増加する。 $t=t_3$ の時点では亀裂の先端は固い部分が集中する位置を通過し、固い部分との遭遇回数が減少する。

各亀裂の伸長量は同じと仮定しており、ある亀裂が停留している間には他の亀裂も伸長しないものとする。これは、停留中の亀裂先端の硬い部分には応力が集中する反面、その力学的影響がおよぶ領域の応力は小さいため、その領域の他の亀裂の先端は硬い部分に遭遇する手前で、すなわち中途半端な状態で停止すると考えたためである。停留中の硬い部分が破壊されれば、次に亀裂の先端が到達する硬い部分へと応力の集中する位置が移る。この領域の数は停留中の硬い部分の数と一致し、その大きさが、特徴的なクリープが発現する最小の大きさと考えられることができる。

s 値は停留と増加を交互に繰り返しながら大きくなると仮定し、停留時間は硬い部分が破壊するために要する時間、次の停留までの増加量は、亀裂が破壊してから、次の停留が生じるまでの伸長量に相当する。 s 値の増加速度 $\dot{s}$ は、 s 値が単位量大きくなる間の停留回数(停留密

図-1 亀裂の先端位置と硬い部分との遭遇頻度との関係

度)と、停留時間 T に反比例する式(1)で表される。

$$\dot{s} = \frac{1}{T \cdot g(s)} \quad (1)$$

ここで $g(s)$ は s 値によって変化する停留密度(停留回数 s 値)であり、式(2)の確率密度関数によって表されると仮定する。 s 値と時間との関係の概念を図-2に示す。

$$g(s) = \frac{\alpha_1}{b_n \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \left(\frac{s - a_v}{\sqrt{2} b_n} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

ここで、 b_n 、 a_v は材料定数で s 値の分散と平均に相当する。 π は円周率、 α_1 は $g(s)$ の最大値である。また、停留時間 T はせん断応力を表すパラメータ p の関数で計算できるものとした。 p は主応力空間上で表された応力の位置と、静水圧軸との距離とし、式(3)で計算できる。

$$p = \sqrt{2J_2} \quad (3)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_n \quad (4)$$

ここで、 σ_n は静水圧($=\sigma_v/3$)、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。停留時間 $f(p)$ を求めるために、井上ら⁸⁾によって示された反応速度論を用いた方法を参考に、材料の強度と応力の差を活性化エネルギーと考えた式(5)で表されるアレニウスの式を適用した。

$$T = f(p) = \alpha_2 \exp\{q(h - p)\} \quad (5)$$

ここで、 q と α_2 は停留時間に対する応力の感度を表すパラメータ、 h は材料の強度であり、Drucker-Pragerの破壊規準に従って式(6)のようにおいた。

$$h = c + \sigma_n \tan \phi \quad (6)$$

c は粘着力、 ϕ は内部摩擦角に対応する。このモデルでは、式(5)に示されるように、材料の強度は停留時間によって考慮される。次に式(2)の $g(s)$ の係数を省いた関数 $G(s)$ を仮定して、

$$G(s) = \exp \left\{ - \left(\frac{s - a_v}{\sqrt{2} b_n} \right)^2 \right\} \quad (7)$$

$$F(p) = \exp\{q(h - p)\} \quad (8)$$

とし、式(2)と式(7)から $g(s)$ を $G(s)$ で表し、式(5)と式(8)から T を $F(p)$ で表して式(1)に代入すると、

$$\dot{s} = \frac{\sqrt{2\pi} b_n}{\alpha_1 F(p) \cdot \alpha_2 G(s)} \quad (9)$$

となる。この式には α_1 、 α_2 、 b_n の係数が含まれているが、それらを個々に設定するのではなく、まとめてフィッテ

ィングによって求めることを考え、1つのパラメータ α に置き換え、式(10)のようにおく。

$$\dot{s} = \frac{\alpha}{F(p) \cdot G(s)} \quad (10)$$

3. クリープモデルの構築

(1) せん断応力 p の計算方法

ここではクリープモデルを有限差分法に組み込むため、図-3に示すような、ばね力をせん断応力 p とし、ダッシュポットの変位を s 値としたリラクゼーションモデルを導入する。各解析ステップは、以下の二つの計算過程からなる。

まず、前ステップの不釣り合い力や荷重増分によって計算されたせん断応力の変化分 dp をばね力に加える。これは図-3のモデル両端に変位を加えることに相当する。次にモデル両端を固定し、各解析ステップの時間 dt と p からダッシュポットの変位 ds を計算する。ダッシュポットに変位が生じると p が小さくなり、リラクゼーションが生じる。

ds は p と s を用いて $\dot{s}$ を式(10)によって求め、 $ds = dt \cdot \dot{s}$ から計算する。 ds と dp の関係を定めるために、ミクロな観点から破壊に伴うエネルギーの低下量 E_{mi} を考える。破壊にともなって、破壊点周辺のせん断応力が p_{mi} から0へと低下すること、せん断応力が低下する領域は微小亀裂の伸長量 ds に比例することを仮定すると、 E_{mi} は式(11)により表される。

$$E_{mi} = k_m p_{mi}^2 ds + E_{mm} \quad (11)$$

ここに、右辺第一項はひずみエネルギーで k_m は比例定数、 E_{mm} は破壊によって組織構造が変化することによるエネルギーの変化である。一方、微小亀裂の摩擦によって消費されるエネルギー E_{mm} は、亀裂のずれ量を γ_m とす

図-2 s 値と時間との関係の概念

図-3 リラクゼーションモデル

ると、式(12)により表される。

$$E_{mif} = \mu_{mi}\sigma_n\gamma_{mi} \quad (12)$$

ここに、 μ_{mi} は摩擦係数に相当するパラメータである。式(11)の E_{mi} のうち、ひずみエネルギーが亀裂を摩擦することによって消費されるエネルギーに変わると仮定すると、式(11)の右辺第一項と式(12)の右辺が等しいので、 γ_{mi} は p によって式(13)のように表される。

$$\gamma_{mi} = \frac{k_m p_{mi}^2 ds}{\mu_{mi}\sigma_n} \quad (13)$$

さらに、硬い点の破壊に伴うマクロなせん断応力の低下量 dp は微小な亀裂のずれ量 γ_{mi} に、破壊点周辺のせん断応力 p_{mi} はマクロなせん断応力 p に比例すると仮定すると、 dp は式(14)により表される。

$$dp = \frac{k p^2 ds}{\sigma_n} \quad (14)$$

ここに、 k は図-3のばね値に対応する比例定数で、材料定数となる。材料としてのひずみエネルギーの低下量 E_{ma} と式(11)のエネルギーの低下量 E_{mi} との整合について、材料のひずみエネルギーの低下量 E_{ma} は式(15)により表される。

$$E_{ma} = p dy \quad (15)$$

材料内部にすべり面が生じ、それがずれることによってせん断応力 p が低下すると仮定する。ずれが生じるときのすべり面のせん断応力はせん断強度に等しいと仮定して式(16)のようにおき、式(15)に代入すると、式(17)が得られる。

$$p = c_{ma} + \sigma_n \tan \phi_m \quad (16)$$

$$E_{ma} = c_{ma} dy + \sigma_n dy \tan \phi_m \quad (17)$$

式(17)の右辺第二項は摩擦によって消費されるエネルギーであり、式(11)の右辺第一項に対応し、式(17)の右辺第一項は摩擦面の突起が破壊され、結合が切られることに使われるエネルギーで、式(11)の右辺第二項に対応すると考えた。

(2) ρ の低減に伴う応力の修正方法

前ステップのばね力(せん断力 p)と応力 σ_j 、および、前述のリラクゼーションを減じた新たなせん断力 $p' = p - dp$ から新たな応力 σ'_j を求める方法について以下に示す。

ここでは、粘性ひずみを塑性ひずみに置き換え、流れ則による弾塑性構成式に当てはめる。荷重ステップあたりの全ひずみ増分 $d\epsilon_j$ は式(18)に示すように、弾性成分 $d\epsilon_j^e$ と粘性成分 $d\epsilon_j^c$ の和で与えられる。

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^c \quad (18)$$

粘性ひずみ増分 $d\epsilon_j^c$ は流れ則を仮定すると以下の式で与えられる。

$$d\epsilon_{ij}^c = H \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (19)$$

ここで、 g は粘性ひずみの方向を定める関数であり、式(20)で示すDrucker-Pragerの降伏曲面を適用する。 H は粘性ひずみの大きさを表わす未知のスカラー量で、 H を求めることが、以下から式(32)までの目的である。

$$g = \sqrt{2J_2} - \sigma_n \tan \psi \quad (20)$$

ここに ψ は粘性ひずみに伴う体積の変化率を表わし、 $\psi=0$ であればクリープひずみに伴う体積変化は0で、 ψ が大きくなれば体積変化(ψ が正の場合は増加)も大きくなる。リラクゼーション過程では全ひずみ増分 $d\epsilon_j=0$ であるので、式(18)と式(19)から式(21)が得られる。

$$d\epsilon_{ij}^e = -H \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (21)$$

式(20)の関数 g を応力で偏微分すると式(22)が得られる。

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{\sqrt{2J_2}} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma_{ij}} - \delta_{ij} \psi' \quad (22)$$

ただし、 $\tan \psi = 3\psi'$ とおいた。また、 $J_2 = s_{ij}s_{ij}/2$ 、 $p = \sqrt{2J_2}$ なので、 g の偏微分は式(23)から式(24)のようになる。

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{s_{kl}}{p} \frac{\partial s_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} - \delta_{ij} \psi' \quad (23)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{s_{ij}}{p} - \delta_{ij} \psi' \quad (24)$$

式(21)に式(24)を代入し、さらに、フックの法則である式(25)に代入すると、式(26)を得る。

$$d\sigma_{ij} = 2G d\epsilon_{ij}^e + \left(K - \frac{2}{3}G\right) d\epsilon_{kk}^e \delta_{ij} \quad (25)$$

$$d\sigma_{ij} = -H \left\{ 2G \left(\frac{s_{ij}}{p} - \delta_{ij} \psi' \right) + \left(K - \frac{2}{3}G \right) \left(\frac{s_{kk}}{p} - \delta_{kk} \psi' \right) \delta_{ij} \right\} \quad (26)$$

ここで、 K は体積弾性率である。 $s_{kk}=0$ であるので、 $d\sigma_{kk}$ は以下ようになる。

$$d\sigma_{ij} = -\frac{2GHs_{ij}}{p} + 3HK\psi' \delta_{ij} \quad (27)$$

次に、新しい偏差応力 s'_j について、

$$s'_{ij} = s_{ij} + ds'_{ij} = s_{ij} + d\sigma_{ij} - \frac{d\sigma_{kk}}{3} \delta_{ij} \quad (28)$$

式(27)より、 $d\sigma_{kk}=9HK\psi'$ であるから、これを式(28)に代入すると式(29)が得られる。

$$\begin{aligned} s'_{ij} &= s_{ij} + d\sigma_{ij} - \frac{d\sigma_{kk}}{3} \delta_{ij} \\ &= s_{ij} + d\sigma_{ij} - 3HK\psi' \delta_{ij} \end{aligned} \quad (29)$$

式(29)の $d\sigma_{ij}$ に式(27)を代入すると、式(30)が得られる。

$$s'_{ij} = s_{ij} - \frac{2GHs_{ij}}{p} = s_{ij} \left(1 - \frac{2GH}{p}\right) \quad (30)$$

式(30)から

$$\begin{aligned} p' &= \sqrt{s'_{ij}s'_{ij}} = \left(1 - \frac{2GH}{p}\right) \sqrt{s_{ij}s_{ij}} \\ &= \left(1 - \frac{2GH}{p}\right) p \end{aligned} \quad (31)$$

となり、式(31)を H について解けば式(32)が得られる。

$$H = \frac{p - p'}{2G} = \frac{dp}{2G} \quad (32)$$

$dp = p - p'$ は式(14)から既知で、この H と式(24)を式(21)に代入すると $d\sigma_{ij}$ が得られ、式(25)から $d\sigma_{ij}$ を計算できる。

ここで単調載荷試験を考えると、 s 値が a_v よりも小さい間は図-1のように、亀裂先端が硬い部分に遭遇する頻度が時間とともに高くなり、図-3のダッシュポットが硬くなっていく状態で、リラクゼーションしにくくなっていく。この段階では強制変位によって蓄積されるばねの力(p)が抜けにくくなっていくため、応力は増加する。 s 値が a_v と等しいときは時間当たりに加えられるひずみ量とリラクゼーションが釣り合うような応力となり、応力は変化しない。この時に応力は最大となる。 s 値が a_v よりも大きくなると、亀裂先端が硬い部分に遭遇する頻度が少なくなるため、時間とともに図-3のダッシュポットが柔らかくなってリラクゼーションしやすくなり、応力は低下する。以上から、単調載荷試験による応力-ひずみ関係は上に凸の曲線となり、本数値モデルによってひずみ硬化・軟化現象を表すことができると考えた。

(3) 残留強度 r の設定

ここでは破壊した点の強度は0になるのではなく、それよりは低い強度を発現し続ける点に置き換わるものとする。破壊した点のみによる材料の強度(残留強度)を r とすると、 r は破壊点全体のうち、破壊が終わった点の占める割合 A に残留強度 S_r を乗じた式(33)で表される。

$$r = A \cdot S_r \quad (33)$$

そして、ある時点のせん断応力 p が r よりも小さければ s 値は変化せず、リラクゼーションは生じないものとした。これは、破壊した材料は硬い部分が破壊されてお

り、クリープが生じないと考えたことによる。割合 A は式(7)を s 値によって積分した式(34)で表される。

$$A = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \operatorname{erf} \frac{s - a_v}{\sqrt{2}b_n} \right\} \quad (34)$$

ここに、 erf は誤差関数である。載荷直後の s 値が小さい間は、 A は0に近く、クリープが進み、 s 値が大きくなると1に近づく。 S_r は破壊が完了した材料の粘着力と摩擦角 c_r および ϕ_r を用いて式(35)で表されるものとした。

$$S_r = c_r + \sigma_n \tan \phi_r \quad (35)$$

(4) s 値の低減

以上のモデルでは、式(10)から $p=0$ としても必ず s 値は大きくなり、十分な時間がたてばクリープ破壊した状態となる。また、後述のトンネル掘削解析では掘削直後の s 値が0に近い間は式(10)の $G(s)$ が極めて小さいために、トンネル掘削の影響が及ばないモデル境界部の要素でも s 値が0にとどまらない結果となった。そのため、破壊点の一部は時間がたてばセメンテーションなどの作用によって再び結合すると考え、せん断力 p_0 において破壊と再結合が釣り合うように、式(36)で表される ds_{back} を減じる過程を加えた。 p_0 は s 値が大きくならない上限の応力となり、クリープ破壊しない上限の応力に等しい。

$$ds_{\text{back}} = \frac{\alpha \cdot dt}{F(p_0) \cdot G(s)} \quad (36)$$

ここに、 dt は有限差分法のステップあたりの時間増分である。

(5) 解析の流れ

図-4に計算の流れを示す。各時間ステップでは不釣り合い力の計算、それによる変位と応力の変化量の計算、リラクゼーションの計算(以下、リラクゼーション過程)の順に行う。まず、時間ステップ i の応力 σ_i^j の下における不釣り合い力を計算し、それを荷重としてステップ当たりの変位 du と、それによる応力の変化 $d\sigma_i^j$ を計算する。次に $\sigma_i^{j+1} = \sigma_i^j + d\sigma_i^j$ を計算し、式(3)に σ_i^{j+1} を用いて p を求める。そして、式(10)から ds を、式(14)から dp を計算する。リラクゼーション過程では、得られた dp から式(32)を用いて H を計算し、式(21)と式(25)からリラクゼーションによる応力の変化 $d\sigma_i^j$ を求める。次のステップに渡す応力は、 $\sigma_i^{j+1} = \sigma_i^j + d\sigma_i^j$ となる。ここではFLAC3Dのマニュアルを参考に有限差分法のコードを作成した。

4. 三軸圧縮試験のシミュレーション

(1) 各パラメータの設定方法

a) パラメータ q の設定

単調載荷試験を二通りのひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_1$ と $\dot{\varepsilon}_2$ によって行い、それらに対するピーク応力 σ_1 および σ_2 、または、クリープ試験を二通りの軸応力 σ_1 と σ_2 によって行い、最小ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_1$ と $\dot{\varepsilon}_2$ が得られているものとする。 s 値が a_v と一致する時に単調載荷試験においてはピーク応力が発生し、クリープ試験においては最小ひずみ速度が発生すると仮定すると、以下に述べるように、 $\dot{\varepsilon}_1$ 、 $\dot{\varepsilon}_2$ 、 σ_1 、 σ_2 とそれぞれの試験の拘束圧から q を設定できる。ここで、 σ_1 が得られた単調載荷試験と $\dot{\varepsilon}_1$ が得られたクリープ試験をCase1、同じように、 $\dot{\varepsilon}_2$ の単調載荷試験と σ_2 のクリープ試験をCase2とする。

以下、これらのCaseについて解析することを考えると、時間 dt のリラクゼーション過程におけるせん断力 p の低下量は、 $s=a_v$ となる時における $\dot{s}$ が式(10)から $G(s)=G(a_v)=1$ であることと式(6)および式(8)を用いて、式(37)のように表される。

$$dp = \frac{kp^2 \alpha dt}{\sigma_n \exp\{q(c + \sigma_n \tan \phi - p)\}} \quad (37)$$

Case1と2の軸応力 σ_1 と σ_2 、拘束圧 σ_{c1} と σ_{c2} による各Caseの静水圧 σ_{n1} と σ_{n2} 、 p_1 と p_2 を式(37)に代入し、各ケースの dp の比 dp_2/dp_1 を計算すると、

$$\frac{dp_2}{dp_1} = \frac{p_2^2 \sigma_{n1} dt_2}{p_1^2 \sigma_{n2} dt_1} \exp\{q[(\sigma_{n1} - \sigma_{n2}) \tan \phi - p_1 + p_2]\} \quad (38)$$

となる。ここで、 dt_1 と dt_2 はCase1とCase2のリラクゼーション過程あたりに考慮される時間である。式(38)を q について解くと式(39)を得る。

$$q = \frac{\log \left(D \frac{p_1^2 \sigma_{n2}}{p_2^2 \sigma_{n1}} \right)}{(\sigma_{n1} - \sigma_{n2}) \tan \phi - p_1 + p_2} \quad (39)$$

ただし、 D を式(40)のようにおいた。

$$D = \frac{dp_2 dt_1}{dp_1 dt_2} \quad (40)$$

式(39)の右辺のうち、未知数は D と ϕ である。 D を既知の値 $\dot{\varepsilon}_2/\dot{\varepsilon}_1$ を用いて表すために、軸応力 σ 、拘束圧 α の三軸状態を仮定する。 σ_z を軸応力 σ 、 σ_x と σ_y を拘束圧 α とし、そのせん断力 p がリラクゼーション過程において dp 変化する場合の応力の変化量 $d\sigma_x$ 、 $d\sigma_y$ 、 $d\sigma_z$ について、式(27)に式(32)を代入すると、

$$C = \frac{3K\psi'}{2G} \quad (41)$$

とおけば、

$$d\sigma_x = d\sigma_y = \frac{dp}{3p} (\sigma - \sigma_c) + C dp \quad (42)$$

$$d\sigma_z = -\frac{2dp}{3p} (\sigma - \sigma_c) + C dp \quad (43)$$

を得る。 $s=a_v$ の時には応力が変化しないと仮定しているので、不釣り合い力によって発生する応力の増分(図-4の $d\sigma'_{ij}$ 、以下、 $d\sigma'_i$)と、リラクゼーション過程における応力の変化($d\sigma_x$ 、 $d\sigma_y$ 、 $d\sigma_z$)は釣り合っており、 $d\sigma(i=1\sim 3)=d\sigma_x-d\sigma_z$ とくと式(44)を満足する。

$$d\sigma_1 + d\sigma'_1 = 0 \quad (44)$$

次に式(3)と式(4)に $\sigma_1=\sigma$ (軸力)と $\sigma_2=\sigma_3=\alpha$ (拘束圧)、 $\sigma_{c2}=\sigma_{c3}=\sigma_{c1}=0$ を代入して p を σ と α によって表し、これを式(42)と式(43)に代入すると、

$$d\sigma_x = d\sigma_y = \left(\frac{\sqrt{6}}{6} + C \right) dp \quad (45)$$

$$d\sigma_z = \left(-\frac{\sqrt{6}}{3} + C \right) dp \quad (46)$$

となる。この応力($d\sigma$)と釣り合う応力($d\sigma'_i$)が発生するためのひずみ $d\varepsilon'_i$ は、フックの法則と式(44)から

$$\begin{aligned} d\varepsilon'_1 &= \frac{d\sigma'_1}{2G} - \frac{\nu}{E} (d\sigma'_1 + d\sigma'_2 + d\sigma'_3) \\ &= -\frac{d\sigma_1}{2G} + \frac{\nu}{E} (d\sigma_1 + d\sigma_2 + d\sigma_3) \end{aligned} \quad (47)$$

となる。式(47)から $d\varepsilon'_z$ を $d\sigma_x$ 、 $d\sigma_y$ 、 $d\sigma_z$ によって表した後、式(45)および式(46)を代入して $d\varepsilon'_z$ について解くと、不釣り合い力による軸ひずみの変化量は式(48)で表される。

$$d\varepsilon'_z = \frac{dp}{E} \left\{ \frac{\sqrt{6}}{3} (1 + \nu) + C(2\nu - 1) \right\} \quad (48)$$

軸ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}'$ は式(48)をリラクゼーション過程に割り当てられた間 dt で除した式(49)で表される。

$$\dot{\varepsilon}' = \frac{d\varepsilon'_z}{dt} = \frac{dp}{Edt} \left\{ \frac{\sqrt{6}}{3} (1 + \nu) + C(2\nu - 1) \right\} \quad (49)$$

図-4 有限差分法による解析の流れ

式(49)からCase1とCase2のひずみ速度の比 $\dot{\varepsilon}_2/\dot{\varepsilon}_1$ は拘束圧に関わりなく

$$\frac{\dot{\varepsilon}_2}{\dot{\varepsilon}_1} = \frac{dp_2 dt_1}{dp_1 dt_2} \quad (50)$$

となり、式(39)の D が求まる。式(39)においてCase1とCase2の応力は各成分とも既知であるため静水圧 σ_n 、 σ_2 は容易に求まる。また、 p_1 、 p_2 も式(3)と式(4)を計算すれば求められる。次に、式(5)の指数部を降伏関数とすると、モール・クーロンの破壊規準の内部摩擦角 ϕ_m と、式(6)の ϕ との関係は式(51)と式(52)により表される。

$$\tan \phi_m = \frac{\sqrt{2} \tan(\phi' + \psi) - 1}{\sqrt[4]{32} \sqrt{\tan(\phi' + \psi)}} \quad (51)$$

$$\tan \phi' = \frac{\tan \phi}{\sqrt{3}}, \tan \psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (52)$$

$t_m = \tan \phi_m$ とおき、式(51)から $\tan(\phi' + \psi)$ について解けば式(53)が得られる。

$$\tan(\phi' + \psi) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(2t_m^2 + 2t_m \sqrt{t_m^2 + 1} + 1 \right) \quad (53)$$

式(53)から $\phi' + \psi$ を求めると、式(52)から $\tan \phi$ が求まり、 ϕ_m が標準的な三軸圧縮試験などで得られている場合は、 $\tan \phi$ を求めることができる。以上から、式(39)により q を求めることができる。ただし、前述のように、 $s = a_v$ となる時に、クリープ試験においては最小ひずみ速度が発生すること、単調載荷試験においてはピーク応力が発生することを前提としており、後に計算結果からその妥当性を確認する。また、本モデルによる解析結果が ϕ_m に則ったものになることも確認する。

b) ϕ 以外のパラメータの設定

q 以外のパラメータを設定しやすくするために、パラメータを集約する。式(10)に式(7)と式(8)を代入し、両辺に $\exp(cq)$ を乗じると、式(54)が得られる。

$$\frac{s \exp(cq)}{\alpha} = \exp \left\{ pq + \left(\frac{s}{\sqrt{2} b_n} - \frac{a_v}{\sqrt{2} b_n} \right)^2 - q \sigma_n \tan \phi \right\} \quad (54)$$

次に、

$$u = \frac{s \exp(cq)}{\alpha}, \quad \dot{u} = \frac{\dot{s} \exp(cq)}{\alpha} \quad (55)$$

$$A = \frac{\alpha}{b_n \exp(cq)} \quad (56)$$

とおく。式(56)から α について解き、式(55)に代入して s を A 、 b_n 、 u で表し、これと式(54)を式(54)に代入すると、

$$\dot{u} = \exp \left\{ pq - q \sigma_n \tan \phi + \left(\frac{Au}{\sqrt{2}} - \frac{a_v}{\sqrt{2} b_n} \right)^2 \right\} \quad (57)$$

となる。式(11)に式(55)を $\dot{s}$ について解き、代入すると、

$$dp = \frac{kp^2 \dot{s} dt}{\sigma_n} = \frac{kp^2 a \dot{u} dt}{\sigma_n \exp(cq)} \quad (58)$$

となる。

$$B = \frac{k\alpha}{\exp(cq)} \quad (59)$$

とおくと、式(58)から式(60)を得る。

$$dp = \frac{p^2 B \dot{u} dt}{\sigma_n} \quad (60)$$

式(57)と式(60)から、パラメータは A 、 B 、 q 、 a_v 、 ϕ の5つに集約できる。このうち、 q と ϕ は前述の方法により設定できる。残り3つのパラメータを設定できれば、 α と c を任意に設定し、式(56)から b_n を、式(59)から k を求めることができる。

パラメータ A 、 B 、 a_v を設定するための参考となるように、各パラメータが $\log t$ と $\log \dot{\varepsilon}$ の関係(以下、クリープ曲線)に及ぼす影響について調べる。クリープ曲線の求め方は、まず、時間刻み dt を設け、 s 値の初期値 $s_0=0$ において、1ステップ前の s_{i-1} から次のステップの s_i を式(54)から求めて、 $s = s_{i-1} + \dot{s}_i dt$ を繰り返すことにより、時間 t と s の関係を求める。クリープ試験であれば、 σ_1 と p は既知で変化しないため、 A 、 B 、 a_v を設定すれば $\dot{s}$ は1つの式(54)で計算できる。次に(58)に $\dot{s}$ を用いて時間 t と dp の関係を求め、式(49)に dp を用いて $\dot{\varepsilon}$ を求める。

図-5に a_v を変化させた場合のクリープ曲線を示す。用いたパラメータは後述の表-2のCase1に合わせた。この図から、本数値モデルは、載荷開始から両対数グラフ上で直線的にひずみ速度が低下する一次クリープ、その後、下に凸の曲線となりひずみ速度が小さい状態が続く二次クリープ、そして、急激にひずみ速度が大きくなる三次クリープに至る特徴的な挙動を評価できることが分かる。また、図から a_v は $\dot{\varepsilon}$ が最小になる時間と $\dot{\varepsilon}$ の最小値には影響をおよぼさず、 a_v を大きくすれば直線部が長くなることが分かる。典型的なクリープ曲線を評価するためには、 $a_v \geq 4b_n$ 程度とすればよい。

図-6に A と B を変化させた場合のクリープ曲線を示す。 A を小さくすればクリープ曲線はグラフ上で右側に平行移動し、 B を大きくすれば上方に平行移動する。例えば、Case1とCase2の単調載荷試験のひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_1$ および $\dot{\varepsilon}_2$ 、ピーク応力 σ_1 および σ_2 からパラメータを設定する場合、まず式(39)から q を求め、 σ_1 と σ_2 を軸応力としたクリープ試験の解析を行い、最小ひずみ速度がそれぞれ $\dot{\varepsilon}_1$ と $\dot{\varepsilon}_2$ に

一致するように B を調整する。次に、任意の荷重によりクリープ試験を行い、得られたクリープ曲線の直線部の位置に計算結果が一致するように A を調整する。クリープ試験では、直線部の位置が明確になればよく、クリープ破壊まで試験を継続させる必要はない。

(2) 試験条件および入力物性値

同じ材料で、典型的な一次～三次クリープと、ひずみ軟化現象が併せて示されている公開された試験を例として、本数値モデルを適用した。対象とした試験は泥岩および堆積軟岩になされた2つであり、それぞれCase1⁹⁾とCase2⁵⁾とした。解析モデルは三次元の1要素モデルとし、試験と同じ拘束圧を導入した。Case2の試験では、さまざまな拘束圧において、軸ひずみと体積ひずみの関係も示されているので、粘性ひずみによるダイレタンスの効果も表すことができるかを確認した。試験条件と入力パラメータを表-1および表-2に示す。入力パラメータは、前節に示したようにまず三軸圧縮試験の結果から ϕ を設定し、式(39)から q を求める。そして、クリープ試験によって得られた $\log t - \log \dot{\epsilon}$ 曲線にフィットするように A と B を調整した。その後、単調載荷試験の結果にもよく一致するように ϕ および A と B を再調整した。

q はクリープ試験においては載荷応力と破壊時間との関係、単調載荷試験においては、載荷速度とピーク強度の関係を表し、 A と B は図-6に示したように、それぞれのひずみ速度カーブの下限点の水平位置と上下位置を表している。このように、それぞれのパラメータの解析結果に対する効果は明確であり、結果とパラメータセットは一对一对応している。そのため、比較的容易にパラメータを設定できる。表-2の α (式(10)で示される停留密度と停留時間の積の逆数と s との比例定数)、 a_v 、 b_n (亀裂先端と硬い部分との距離の平均と分散)、 k (図-3のばね値)、 c (式(6)の破壊基準の粘着力に相当する項)は物理的意味は A と B よりも分かりやすいが、式(56)と式(59)の A と B を一定に保つように α 、 b_n 、 k 、 c を変化させても解析結果は同じになるので、結果とパラメータセットは一对一对ではなく、これらを入力パラメータとすると設定が煩雑になる。式(56)と式(59)を用いて α 、 b_n 、 k を逆算すると各パラメータともCase1とCase2で近い値で表すことができたため、一致するようにした。その結果、再び式(56)と式(59)により A と B を修正したが、結果への影響はわずかであった。

ヤング率は単調載荷試験の初期勾配が一致するように設定し、ポアソン比は0.2とした。ポアソン比は、以下のクリープ試験、単調載荷試験の解析結果にはほとんど影響を及ぼさないため、コンクリート程度を仮定した。

パラメータ ψ は式(61)によるクリープの偏差ひずみ ϵ^*

を指標にした式(64)に示すように設定した。 ψ は式(22)に現れるパラメータで、 $\psi = \tan^{-1}(3\psi)$ は、式(20)のポテンシャル曲面の静水圧軸となす勾配である。そのため、パラ

図-5 a_v を変化させた時の $\log t - \log \dot{\epsilon}$ 関係($b_n=300$)

図-6 A と B を変化させた時の $\log t - \log \dot{\epsilon}$ 関係
($A_0=5.71 \times 10^7$, $B_0=1.37 \times 10^7$)

表-1 試験条件

	単位	Case1 ⁹⁾	Case2 ³⁾
拘束圧 α (載荷, クリープ)	MPa	0.6	0.5
ひずみ速度(載荷)	%/min	0.1	0.01

表-2 解析に用いたパラメータ

	単位	Case1	Case2
E (ヤング率)	MPa	900	900
ν (ポアソン比)	-	0.2	0.2
A	1/min	5.71×10^7	1.90×10^{14}
B	1/min	1.37×10^7	4.55×10^{15}
α (0.001とした)	1/min	0.001	0.001
a_v (平均, 十分大きい値)	-	300	300
b_n (分散, 式(61)による)	-	40	40
k (ばね値, 式(65)による)	-	0.006	0.006
q (停留時間の感度係数)	1/MPa	21	21
c (粘着力)	MPa	0.18	1
ϕ (摩擦角)	°	47	41
c_r (残留状態の粘着力)	MPa	0	0
ϕ_r (残留状態の摩擦角)	°	51	56
p_0 (再結合パラメータ)	MPa	0.01	0.01

表-3 Case1の関数 $d(\epsilon^*)$

ϵ^* の範囲	0~1%	1~3%	3~6%	6%以上
$d(\epsilon^*)$	0.12	0.15	0.06	0

メータ ψ はクリープによるせん断ひずみと体積ひずみの比を表している．ここでは Case2 の試験について，クリープひずみに伴う体積の変化を適切に評価するパラメータ ψ を設定できるか否かを確かめるために，フィッティング解析により式(64)を導いた．

$$\varepsilon^* = \sqrt{2J_2^c} \quad (61)$$

$$\bar{J}_2^c = \frac{1}{2} e_{ij}^c e_{ij}^c \quad (62)$$

$$e_{ij}^c = \varepsilon_{ij}^c - \frac{\varepsilon_{kk}^c}{3} \delta_{ij} \quad (63)$$

$$\psi' = (2.3 - \sigma_n) d(\varepsilon^*) \quad (64)$$

ここに， σ_n は静水圧， ε_{ij} はクリープひずみであり， $d(\varepsilon^*)$ は表-3に示した ε^* の範囲において一定の値をとる階段状の関数である．Case1については $\psi'=0$ とした．

(3) 解析結果

a) 室内試験の解析

図-7に，Case1の単調荷重試験と解析結果の比較を示す．以下に掲載する試験結果のグラフは文献⁹⁾のプロットを読み取ってデータ化し，描いたものである．図から数値モデルは，応力 - ひずみ関係が上に凸の曲線となっており，荷重開始からピーク応力までのひずみ硬化と，ピーク後から残留強度に至るひずみ軟化現象を評価できることが分かる．図中には $s=250, 300, 350$ となった時点を示した．停留密度関数 $F(s)$ がピーク($s=a_v$)のときに，軸差応力が最大となることが確認できる．

図-8に，上述のCase1の単調荷重試験によるピーク軸差力 (図-7から2.90MPa) の80%の軸差力となるような荷重 (軸力 $=2.90 \times 0.8 + \alpha_c$) を作用させたクリープ解析によるひずみ時刻歴の結果を示す．クリープ試験においては，クリープ破壊までのほぼ半分の時間でもっとも勾配が緩くなり，その時の s 値は $s=a_v(=300)$ となることが確認できる．正規分布 $g'(s)$ は $s=a_v$ を中心にして左右対称であり，ひずみ速度は $g'(s)$ に反比例することから，時間 - ひずみ関係の勾配は $s=a_v$ を中心にして左右対称となる．そのため，この曲線の形状は $s=a_v$ となる点を中心にして点対称となり， $s=a_v$ となる時間はクリープ破壊までのほぼ半分の時間となる．ただし， a_v が b_n に比して十分大きくなければ正規分布曲線は左側が欠けた形状となる．そのため， $s=a_v$ となる時間はクリープ破壊までの半分の時間よりも早まる．例えば， $a_v/b_n=7.5$ (本ケース) では $s=a_v$ となる時間/クリープ破壊時間 $=0.5, a_v/b_n=1.0$ では0.4となる．

図-9にCase1のクリープ試験の結果と，解析結果の比較を示す．クリープ試験の荷重を単調荷重試験によるピ

ーク軸差力と同じにしたケース (図中の100%の線) では，最小ひずみ速度は，単調荷重試験に用いたひずみ速度 (0.1%/min) と一致している．図中の s に着目すると，一次クリープの間は， $s < a_v$ で $F(s)$ は単調増加であるため，ダッシュポットが固くなることによってひずみ速度が小さくなっていく．二次クリープは $F(s)$ が大きい状態で低いひずみ速度が続く， $s=a_v$ となるときに，ひずみ速度が最小となる．三次クリープは $F(s)$ が小さくなることによってダッシュポットが柔らかくなってばねの力が抜け，変

図-7 軸ひずみ ε_1 と軸差応力 $\sigma_1 - \sigma_c$ の関係の比較 (Case1, $\alpha_c=0.6$, $\dot{\varepsilon}_1=0.1\%/min$)

図-8 クリープひずみの時刻歴解析結果 (Case1, $\alpha_c=0.6MPa$, 軸力 $=2.92MPa$)

図-9 クリープ試験による時間-ひずみ速度関係の比較 (Case1, $\alpha_c=0.6MPa$, %の値は単調荷重試験によるピーク荷重とクリープ試験に用いた荷重との比)

位速度が大きくなる．このように，式(10)は単調荷試験においてはひずみ硬化，軟化を表し，クリープ試験においては一次～三次クリープを表す．

図-10にCase2の単調荷試験と解析結果の比較を示す．ここで適用したDrucker-Pragerの破壊規準に則れば，ピーク軸差力と拘束圧の関係は線形となる．図から，拘束圧 α が1.5から1，1から0.5MPaに， α が0.5MPaずつ低下するに従って，試験によるピーク軸差力はともに約0.7MPaずつ低下しており， $\alpha=0.5\sim 1.5$ MPaの範囲のピーク軸差力は α に関して線形関係に近いことが分かる．表-2に示した摩擦角 ϕ はこの関係の勾配から設定した．一方， α が0.5から0.1MPaに低下したときのピーク軸差力の低下量は約1.5MPaであり，他の3ケースによる線形関係から外れている．そのため， α が0.5～1.5MPaのケースは試験結果とよく一致しているものの， $\alpha=0.1$ MPaの結果は一致していない．式(35)の破壊規準をさらに検討すれば，全体的な拘束圧に対して一致させることができると考える．

$\alpha=1$ MPaの解析ではピーク付近で除荷と再荷を，同じ変位速度で行った．ある程度クリープが進んだ材料を再荷する場合，式(33)による残留強度 r が大きくなっており，再荷直後は $p < r$ であるため，クリープが生じず弾性的に軸力が大きくなる． $p=r$ となった後は σ 値が増加し始め，クリープが生じて上に凸な応力-ひずみ曲線となる．図に示すように，このモデルでは荷中に一旦除荷しても，その後の応力-ひずみ関係にはほとんど影響を及ぼさないことが分かった．

図-11にクリープ試験と解析結果の比較を示す．荷荷重が単調荷試験によるピーク荷重の90%と80%の解析結果は試験結果とよく一致している．このグラフの100%の最小ひずみ速度が単調荷試験のひずみ速度である0.01%/minに一致しないのは，グラフの縦軸のひずみ速度と，単調荷試験で制御されているひずみ速度がそれぞれ，軸差ひずみ速度と軸ひずみ速度で表されているためである．

図-12に単調荷試験における体積ひずみの比較を示す．異なる拘束圧下で体積ひずみの変化を再現できている．この結果から，本数値モデルはダイラテンシー特性を考慮することができると考える．

図-13に荷速度とピーク強度(軸差応力)の関係の解析結果と羽柴らが提案している荷速度とピーク強度の関係を示す．羽柴らは岩石に対して様々なひずみ速度の単調単調荷試験を行い，荷速度が C_1 の時にピーク軸差力が σ_m であった場合，荷速度を C_2 とした場合のピーク軸差力 σ_m は材料定数 n を用いて式(65)で表されることを示している¹²⁾．

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_0} = \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (65)$$

図-10 荷試験による軸差ひずみ-軸差応力関係の比較 (Case2, $\dot{\epsilon}_1=0.01\%/min$)

図-11 クリープ試験による時間-ひずみ速度関係の比較 (Case2, $\alpha=0.5$ MPa, %の値は単調荷試験によるピーク荷重とクリープ試験に用いた荷重との比)

図-12 荷試験による軸差ひずみ-体積ひずみ関係の比較 (Case2, +: 体積増加)

図-13 荷速度と最大軸差力の関係 (Case1, $\alpha=0.6$ MPa)

図の羽柴らによる結果は式(65)からピーク強度(軸差応力)と載荷速度の関係性を求めた結果をプロットしたものである。ここで、基準となるひずみ速度は $0.1\%/min$ とし、その時のピーク強度が本モデルの結果と一致するようにした。また、 n は両者の勾配が一致する $n=35$ とした。図から、本モデルは羽柴らの報告と乖離したものではないと考える。本モデルによる直線の勾配はパラメータ q に依存する。

図-14に最小ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{min}$ の発生時間 t_m と軸差応力 $\sigma_1-\sigma_c$ の関係、クリープ破壊の発生時間 t_r と $\sigma_1-\sigma_c$ の関係、 t_m と $\dot{\epsilon}_{min}$ の関係を示す。 t_m と $\sigma_1-\sigma_c$ の関係と t_m と $\dot{\epsilon}_{min}$ の関係がともに時間の対数に対して直線に近いので、 $\sigma_1-\sigma_c$ と $\dot{\epsilon}_{min}$ の対数の関係も直線的な関係になる。山田らは軟岩について多くのクリープ試験を行い、載荷荷重と $\dot{\epsilon}_{min}$ の対数は直線的な関係であるとしており¹⁰⁾、ここで得た結果はその報告に整合している。また齊藤¹¹⁾は、 t_r と $\log \dot{\epsilon}_{min}$ との関係も直線的になり、その勾配を -0.916 としている。図-14のプロット全体の $t_r-\dot{\epsilon}_{min}$ 関係の勾配を求めると -0.887 、前半部($2.3 \times 10^6 \text{ min} = \text{約} 4 \text{ 年}$ まで)は -0.914 であり、齊藤が示した勾配と一致している。

図-15に拘束圧に対する軸差応力の解析結果による関係を示す。プロットが直線状になっていることが分かる。式(51)を用いて表-2の ϕ をモールクーロンの破壊規準の内部摩擦角 ϕ_m に換算し($\phi_m=32.6^\circ$ となる)、拘束圧に対するピーク軸差応力の勾配を計算すると 2.33 となる。図-15にプロットされた直線の勾配を最小二乗法によって求めると $2.33(\dot{\epsilon}_1=0.1\%/min)$ と $2.30(\dot{\epsilon}_1=10\%/min)$ で、 ϕ_m から求めた勾配に一致している。これらのことから、本モデルでは、材料強度を停留時間として導入しているものの、モール・クーロンの破壊規準に則った結果が得られると考える。

5. トンネルを模擬したモデルの解析

本章では無支保のトンネルを模擬したモデルを対象に、掘削に伴うクリープ解析を行い、安定した解析が可能であるかを確認した。トンネルの高さ H は 5.8m でトンネル天端の土被りは $1.9H$ 、底盤から下方は $3.3H$ 、トンネル幅 D は 5.45m で側方のモデル化範囲は $10D$ とし、半断面モデルとした。また、解析モデルは厚みを持っており、トンネル軸方向の変位を固定することにより、平面ひずみ状態とした。

物性値は、 c を 0.2MPa と丸めた以外は、表-2のCase1と同じとし、初期応力は土被りに比例した静水圧状態とした。解析手順は、まず、初期応力を各要素に割り当てて自重を作用させ、有限差分法の収束解析によって不釣り

合い力を十分小さくする。その後、 $t=0$ においてトンネル内の要素を削除し、外力は自重のみで一定とし、クリープ解析を行った。

図-16に天端の沈下量の時刻歴を示す。図から、天端の沈下量の時刻歴は、クリープ試験によるひずみの時刻歴(図-8)に相似した関係となっていることが分かる。また、掘削後3000日(8.2年)程度までは変位が収束しており、その後、加速的に変位が大きくなった。

図-17に天端の沈下速度と時間 t の両対数プロットを示す。参考のため、 c を 0.5 倍と 2 倍にしたケースも解析した。沈下速度最小時の天端沈下量は 0.94cm であった。また、図から、時間と天端沈下速度の関係は、クリープ試験によるひずみ速度(図-9、図-11)と相似した関係となっている。二次クリープの最終段階、即ち、まさに三次クリープに移行しようとする時間として、沈下速度が最小にな

図-14 $\dot{\epsilon}_{min}$ 発生時間および t_r と $\sigma_1-\sigma_c$ の関係(□, ○), t_m と $\dot{\epsilon}_{min}$ の関係(△)(Case1, $\alpha=0.6\text{MPa}$)

図-15 載荷試験の解析による α と $\sigma_1-\sigma_c$ の関係(Case1)

図-16 天端変位の時刻歴($c=0.2\text{MPa}$)

る時間は、 c が0.5倍~2倍の場合でそれぞれ約5か月、3.5年、170年となった。

図-18に、最大せん断ひずみの分布を示す。図から、ひずみ軟化解析で見られるようなせん断帯が、時間とともに伸長する挙動を評価できていることが分かる。この領域は掘削直後から徐々に伸びるのではなく、約10年後に現れ、急速に発達した。

ここで、パラメータ A を大きくすれば、解析上、相似的な挙動が短時間で生じることになる。未固結の地山に土破りが小さいトンネルをNATMで掘削すると、場合によってはせん断帯がトンネル壁面から上方に伸長することが報告されている¹³⁾。また、トンネル完成から20年経過した後でも覆工に作用する土圧が大きくなり、変状が現れた例も見られる¹⁴⁾。本数値モデルの結果はこれらの挙動と近似的であることから、施工中の短期的な挙動から供用後の長期的な挙動まで適用できるものと考えられる。

図-19に s 値の分布を示す。単調載荷試験においては $s = a_v$ のときにピーク応力となるため、 $s > a_v$ の領域を破壊領域と考えることができる。ここでは、トンネル掘削の影響が及ばない、 p が0に近い要素の s 値が大きくなることを防ぐため、小さな値(0.01MPa)の p_0 を導入した。 p_0 を小さくしておけば、 s 値の低減を考慮することによるトンネル周辺岩盤の応力・変位への影響はほとんど現れない。それは、 s 値の増分は p の指数関数であり、 p が p_0 よりも大きくなると、 s 値の増分に対する低減量の割合が急激に小さくなるためである。図の描画範囲の大部分は p_0 よりも大きなせん断応力であるため、全体的に s 値が200以上まで大きくなっている。ただし、このように初期せん断応力が0に近い場合は式(3)から $p > 0$ で、 s 値が大きくなっても p はそれ以上小さくならず、応力の変化は小さい。

そのため、本解析ではトンネル遠方の s 値が大きくなることによる影響は小さい。

初期せん断応力 p_i を考慮する場合、強度 c が p_i よりある程度大きければ、トンネルから十分離れた要素がクリープ破壊するまでの時間は長くなるため、 s 値の低減を考慮することなく十分必要な期間の評価が可能である。もう一つの方法として、初期応力状態においては、破壊と再結合が釣り合っており、 s 値は増加しないと考えて $p_i = p_0$ とする方法も挙げられる。初期せん断応力を考慮する方法については、さらに検討を続ける必要があると考える。

6. まとめ

本論文では、 s 値をダッシュポットの変位としたばね-ダッシュポット系のリラクゼーションモデルを導入し、数値モデルを構築した。ここでは、クリープの原因を微小な亀裂の伸長であるとし、 s 値はその伸長量を表すも

図-17 天端変位速度の時刻歴 ($c_0=0.2\text{MPa}$)

図-18 7.7年後(左)、10.5年後(中)、および、11.4年後(右)の最大せん断ひずみの分布 ($c=0.2\text{MPa}$)

図-19 s 値の分布(11.4年後、 $c=0.2\text{MPa}$)

のと考えた。微小な亀裂は破壊点における停留と、破壊後、瞬間的に発生する微小な伸長を繰り返すことを仮定した。停留時間についてはアレニウスの式を適用した。微小な亀裂の伸長量は、亀裂の伸長量当たりにおける破壊点との遭遇回数(停留密度)に反比例するものとし、停留密度に関しては、 s 値に依存する正規分布関数を適用した。そして、 s 値の増大による応力の変化を解析するために、ばねとダッシュポットからなるリラクゼーションモデルを用いて定式化し、有限差分法に組み込んだ。次に、公表されている単調載荷試験とクリープ試験を例に、構築した数値モデルを用いて1要素モデルによるFDM解析を行った。単調載荷試験の解析においては、拘束圧による影響や、軸ひずみと体積ひずみの関係も試験結果を評価することができ、破壊規準を容易に設定できることを確認した。また、ダイレタンシー特性も適切に評価できる可能性を示した。クリープ試験の解析においては一次～三次クリープまで適切に表すことができた。さらに、トンネルを模擬したモデルに対して解析を行い、ひずみ軟化によるせん断帯の伸長と、クリープによる変位の時刻歴を同時に評価できることを確認した。以上から、ここで構築した数値モデルは、膨張性地山のトンネル掘削後の挙動評価に適用できると考える。課題として、以下のことが挙げられる。

- ・ 停留密度関数として正規分布を用いると、両対数グラフでの時間とひずみ速度関係の直線部の勾配を変えることができない。試験によるこの区間の勾配が異なる場合は、異なる関数を検討する必要がある。
- ・ このモデルは式(14)から静水圧が引張になると解析ができないため、静水圧が0以下にならないように制限を設けている。引張応力状態におけるクリープを扱うための、引張応力状態における s 値と応力の関係を検討することは今後の課題と考える。
- ・ 本モデルではトンネルから十分離れた要素の s 値が大きくなるという問題を解決するため、破壊した硬い点の一部が、時間がたてば再結合すると考え、 s 値を低減させる計算を加えた。初期状態でせん断応力を考慮する場合や、高レベル放射性廃棄物処分の評価に求められるような長期的な挙動を扱う場合はこの過程が解析結果に影響をおよぼす。この問題に対し、 s 値を低減する方法の妥当性についての検討、あるいは、さらに説明性の高い仕組みの探索を継続していく必要がある。

参考文献

- 1) 登坂敏夫, 前田昌康, 福田勝美, 西村元男: 膨張性軟岩における二次覆工の設計に関する考察, 土木学会論文集, No.623/VI-43, pp.109-118, 1999.
- 2) 土木学会軟岩力学委員会: 軟岩評価 - 調査・設計・施工への適用 -, p.213, 2001.
- 3) 大久保誠介, 福井勝則, 羽柴公博: コンプライアンス可変型構成方程式の拡張と三城目安山岩の一軸圧縮・引張強度試験による検討, 資源と素材, Vol.119, pp.541-546, 2003.
- 4) 足立紀尚, 岡二三生: 凍結砂のひずみ軟化型弾粘塑性構成式, 土木学会論文集, No.454/III-20, pp.75-81, 1992.
- 5) 大槻英夫, 田坂嘉章, 鈴木康正, 大森剛志, 岸田潔, 足立紀尚: 土・水連成ひずみ軟化型弾粘塑性モデルの拡張と堆積軟岩空洞掘削問題への適用, 第35回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp.231-236, 2006.
- 6) 東幸宏, 蔣 宇静, 李博, 高橋俊長, 山田浩幸: 膨張性地山に施工されたトンネルの変形解析手法の検討に関する研究, 第40回岩盤力学に関するシンポジウム講演集, pp.50-55, 2011.
- 7) 吉田秀典, 堀井秀之: マイクロメカニクスに基づく硬岩のクリープ挙動の一予測手法, 第24回岩盤力学に関するシンポジウム講演集, pp.261-265, 1992.
- 8) 井上純哉, 飛内英明, 浅羽俊之: 軟岩の時間依存型構成則と変形の局所化に関する一考察, 応用力学論文集, Vol.6, pp.397-405, 2003.
- 9) 西好一: 地盤材料の弾一塑性挙動と構造物基礎の設計への応用に関する研究, 電力中央研究所報告 304, 1982.
- 10) 山田勝彦, 松村真一郎・西垣好彦: 軟岩の長期クリープ強度の一推定法, 第8回岩の力学国内シンポジウム講演論文集, pp.339-344, 1990.
- 11) 斉藤迪孝: 斜面崩壊発生予知に関する研究, 鉄道技術研究報告, No.626, 1968
- 12) 羽柴公博, 大久保 誠介, 福井勝則: 岩石のピーク強度および残留強度の載荷速度依存性, 資源と素材 Vol.121, pp.11-18, 2005.
- 13) 北川隆, 中山範一, 松長剛, 芥川真一, 小西真治: ひずみ軟化モデルによる地表面沈下予測の適用性に関する研究, トンネル工学論文集, 第14巻, pp.53-60, 2004.
- 14) 小島芳之, 太田岳洋: 地圧の作用による山岳トンネルの変状対策のあり方, 応用地質, 第54巻, 第6号, pp.251-263, 2014.

(2014.5.26 受付)

A NUMERICAL MODEL TO SIMULATE THE CREEP AND THE STRAIN SOFTENING BEHAVIOUR OF ROCK

Kenichi NAKAOKA, Koji HATA and Yujing JIANG

We propose a numerical model that can simulate the creep and strain softening behavior at the time. The model was based on the calculation of relaxation. For estimating the rate of relaxation, the Arrhenius equation was referred. After the numerical model was installed in FDM code, the tests under constant load and under constant strain rate about the soft rock was simulated. As a result, the creep behavior from primary to tertiary creep and also strain softening behavior are well agreed with the test's results. Lastly, we checked the applicability of the numerical model to tunnel excavation problem by some calculations for virtual tunnel excavation.