研究論文

一方向 CFRP の高温における非主軸引張・圧縮非線形挙動の
ひずみ速度依存性と粘塑性モデルの定式化張 剣 奇^{*1}, 河井 昌道^{*2}, 斎 藤 寛^{*1}, 肖 毅^{*3}, 八田 博志^{*4}

(2007 年 12 月 9 日受付)

Rate-Dependent Nonlinear Behavior of a Unidirectional Carbon/Epoxy Laminate
Subjected to Off-Axis Tension and Compression at High Temperature
and a Viscoplasticity FormulationJian-Qi ZHANG,^{*1} Masamichi KAWAI,^{*2} Satoru SAITO,^{*1}
Yi XIAO^{*3} and Hiroshi HATTA^{*4}

(Received December 9, 2007)

Off-axis compressive deformation behavior of a unidirectional CFRP laminate at high temperature and its strain-rate dependence in a quasi-static range are examined for various fiber orientations. By comparing the off-axis tensile and compressive behaviors at an equal loading rate, the effect of loading direction on the flow stress level, nonlinearity and rate-dependence of off-axis deformation is elucidated. The experimental results show that the compressive flow stresses for relatively larger off-axis angles 30, 45, 90° have about 50 percent larger values than in tension for the same fiber orientations, respectively. The off-axis flow stresses in tension and compression significantly depend on the rate of loading, while they exhibit similar features in fiber orientation dependence and tension-compression asymmetry of off-axis nonlinear behavior regardless of the rate of loading. Then, formulation of a phenomenological viscoplasticity model that can describe the nonlinear rate-dependent behavior as well as its tension-compression asymmetry of unidirectional composites under off-axis loading in a unified manner is attempted. It is demonstrated that the proposed viscoplasticity model succeeds in adequately predicting the fiber orientation dependence of off-axis non-linear behavior, deformation asymmetry in off-axis tension and compression, and the strain rate dependence.

1. 緒 言

一方向炭素繊維強化複合材料 (一方向 CFRP) の繊維方向から偏る方向への変形挙動は高分子マトリックスの変形特性に強く支配される。高分子材料の多くは室温においても時間や速度に依存する非線形な変形応答を示し、その傾向は温度が高くなるほど著しくなる¹⁻⁵⁾。これらの事実は、一方向 CFRP の非主軸変形挙動が明瞭な時

間・速度依存性と温度依存性を呈することを示唆する。

一方向 CFRP の代表的な応用形態である CFRP 積層板は、引張荷重が支配的となる部位だけでなく圧縮荷重を支持する部位、さらには曲げ荷重によって引張応力と圧縮応力が同時に作用する部位への適用も求められる。このことから、CFRP 積層板を用いて製造された機器・構造物の性能と寿命を評価するためには、使用される CFRP 積層板の力学的特性に及ぼす負荷様式の影響 (引張負荷応答と圧縮負荷応答の違い) が実験によって明らかにされていなければならない。さらに、応力解析に基づく効率的な詳細設計を行うためには、CFRP 積層板の構成要素である一方向 CFRP の非主軸変形に与える負荷様式依存性 [負荷方位の違いによる影響 (引張・圧縮非対称性), 負荷速度の影響, 温度の影響など] を実験によって定量的に明らかにし、その結果に基づいて定式化

^{*1,*2} 筑波大学大学院システム情報工学研究科 (305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1)

Graduate School of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba

^{*1} 大学院生 Graduate Student, ^{*2} 教授 Professor

^{*3,*4} 宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

^{*3} JAST フェロー, ^{*4} 宇宙科学研究本部

された一方方向 CFRP の構成モデルを用いて CFRP 積層板および CFRP 構造要素の荷重応答特性を精密に予測する技術が必要になる。

一方方向 CFRP の応力-ひずみ関係に与える負荷速度の影響を実験によって調べた研究には、次のような例がある。Gates と Sun⁶⁾ は、一方方向強化 AS4/PEEK の非主軸試験片を用いて高温引張挙動のひずみ速度依存性を調べた。Kawai ら⁷⁾ は、一方方向強化 AS4/PEEK の非主軸試験片を用いて高温引張挙動に与える応力速度の影響を調べ、ひずみ速度を制御した場合の試験結果と比較した。Sun と Yoon の研究⁸⁾ においては、一方方向強化 AS4/PEEK の非主軸引張挙動について、ひずみ速度の影響だけでなく、ひずみ速度変動の影響が詳細に調べられた。Tsai と Sun⁹⁾ は SHPB 試験によって非主軸圧縮変形挙動の高ひずみ速度域におけるひずみ速度依存性を明らかにした。

一方、一方方向 CFRP の変形速度に依存する非線形挙動を巨視力学的に定式化する試みには Sun らによる以下の例がある。Gates と Sun⁶⁾ は、超過応力の概念を用いて平面応力条件に対する粘塑性モデルを定式化した。Yoon と Sun¹⁰⁾ は、Sun-Chen¹¹⁾ の相当応力と相当塑性ひずみを用いて、Bodner-Partom の等方性材料に対する粘塑性モデル¹²⁾ を一方方向 CFRP の非主軸速度依存挙動の記述に適用できる形式へ拡張した。Wang と Sun¹³⁾ は、Gates-Sun モデルの内部変数の取り扱い方法に改良を加え、理論的により精密な形式を与えた。Gates-Sun モデル、Yoon-Sun モデル、および Wang-Sun モデルは、一方方向 CFRP の非主軸単調変形挙動の準静的な領域の速度依存性を適度に記述できることが実験結果との比較に基づいて明らかにされている。最近、この種の粘塑性モデルが SHPB 試験から求めた 10,000 倍異なる高ひずみ速度範囲においても適用できることを Tsai と Sun⁹⁾ が報告している。

しかしながら、一方方向 CFRP の引張と圧縮による非主軸非線形挙動を対比し、それに基づいて変形応力レベルの違いと速度依存性を定量的に調べた研究はほとんど見あたらない。これらの情報が不足していることもあって、非主軸引張変形と非主軸圧縮変形の非線形性、速度依存性、および非対称性を統一的に記述することができる粘塑性構成モデルはまだ十分に整備されていない。

本研究では、一方方向 CFRP 積層板の高温における非主軸圧縮変形挙動と準静的な範囲におけるひずみ速度依存性を調べる。また、同じ大きさのひずみ速度条件で行った非主軸引張挙動と非主軸圧縮挙動を比較することによ

って、ひずみ速度に依存する非主軸非線形挙動の負荷方位依存性を明らかにする。まず、非主軸静的圧縮試験を異なる繊維配向角についてそれぞれ二種類のひずみ速度で行い、非主軸圧縮変形の繊維配向角依存性とひずみ速度依存性を調べる。次に、同じひずみ速度で行った引張と圧縮による非主軸応力-ひずみ関係を比較することによって、引張変形応力と圧縮変形応力の違い、およびこれらの繊維配向角依存性を定量的に評価する。続いて、非主軸変形の非線形性、速度依存性、および非対称性を統一的に記述することができる工学的な粘塑性構成モデルの定式化について検討する。この研究においては、Sun と Chen¹¹⁾ が提案した相当応力と相当塑性ひずみの表現に簡単な拡張を施すことによって、一方方向複合材料の引張・圧縮非対称性を記述する方法を提案する。最後に、拡張された相当量に基づく粘塑性モデルを用いて実験に対応する解析を行い、計算結果と試験結果を比較することによってその有効性を明らかにする。

2. 試験片および試験方法

2.1 供試材

供試材は、炭素繊維 T800H (東レ) と Epoxy 樹脂 #2500 (130°C硬化型) を用いた T800H/Epoxy プリプレグ [P2053F-17 (東レ)] を 12 枚積層した一方方向積層板 [0]₁₂ である。一方方向積層板はオートクレーブによって加圧成形されたものであり、厚さは約 2 mm である。

長手方向と繊維軸のなす角度 (繊維配向角 θ) が $\theta = 0, 10, 15, 30, 45, 90^\circ$ となる 6 種類の短冊形平滑試験片を一方方向積層板パネル (400×400 mm) から切り出した。試験片の形状と寸法を Fig. 1 に示す。静的引張試験には、

Fig. 1 Specimen geometry (dimensions in mm).

JIS K7073¹⁴⁾, JIS K7083¹⁵⁾に準ずる標線間距離 100 mm, 試験片幅 20 mm ($\theta=0^\circ$ については 10 mm) の短冊形試験片 (Fig. 1(a)) [以後, 長試験片と呼ぶ] を使用した. 静的圧縮試験においては, 座屈を軽減する目的から, 標線間距離 10 mm, 試験片幅 10 mm の短冊形試験片 (Fig. 1(b)) [以後, 短試験片と呼ぶ] を用いた. 短試験片の寸法は, JIS K7076¹⁶⁾ および Haberle と Matthews の報告¹⁷⁾ を参考にして決めた.

試験片の両端には掴み部を保護するため, アルミニウム合金製のタブを Epoxy 系接着剤 (ARALDITE) を用いて貼付した. タブの厚さは, 長試験片に対しては 1 mm, 短試験片に対しては 2 mm とした. タブの接着強度を高めるため, 加熱装置 Gravity Oven LG-112 (ESPEC) を使い, 90°C で 1 時間の加熱接着処理を施した.

2.2 試験方法

すべての繊維配向角 $\theta=0, 10, 15, 30, 45, 90^\circ$ について, 2 種類の (公称) ひずみ速度 10, 0.1%/min による静的引張試験 (一定変位速度 10, 0.1 mm/min) と静的圧縮試験 (一定変位速度 1.0, 0.01 mm/min) を一定温度 $T=100^\circ\text{C}$ で試験片が破断するまで行う. 試験には, 油圧サーボ式材料試験システム (MTS 810 Test Star) を用いた. この試験システムには低速バルブと高速バルブが装備されており, 変位速度 10, 1.0, 0.1 mm/min の試験には高速バルブを, 変位速度 0.01 mm/min の試験には低速バルブを選択する. 試験片の加熱には, 室温から約 350°C までの範囲で任意の温度にデジタル設定することのできる環境槽を利用した. この環境槽は試験片と油圧グリップの全体を覆うように装着されている. いずれの試験においても, 環境槽内の温度を試験温度に昇温し, 1 時間の加熱保持によって温度が安定化した後に試験を開始した. 環境槽内の湿度は制御していない. 試験片のひずみ計測には, ゲージ長 2 mm (長試験片を用いた引張試験) とゲージ長 1 mm (短試験片を用いた圧縮試験) のロゼットひずみゲージを用いた.

3. 試験結果および考察

3.1 非主軸負荷による応力-ひずみ関係

まず, ひずみ速度 10%/min の引張試験と圧縮試験から求めた試験片長手方向 (x 軸方向) の応力-ひずみの関係をそれぞれ Fig. 2 と Fig. 3 に示す. 各図には, すべての繊維配向角 ($\theta=0, 10, 15, 30, 45, 90^\circ$) に対する結果を重ねて示している.

引張による応力-ひずみ関係 (Fig. 2) を観察すると, 繊維方向 ($\theta=0^\circ$) の応力-ひずみ関係は破断までほぼ線形

であるが, $\theta=10\sim90^\circ$ の応力-ひずみ関係には顕著な非線形性が認められる. 変形応力 (変形の継続に要する応力) は, 繊維配向角が大きくなるにつれて低下し, 応力-ひずみ関係は繊維配向角の順に低応力側へ変化している. これらの特徴はこれまでに報告された非主軸引張試験の結果^{6~10)} と類似している.

圧縮による応力-ひずみ関係 (Fig. 3) においても, 繊維配向角に依存する同様の非線形挙動を観察することができる. 引張変形の場合には見られなかった圧縮変形挙動の特徴として, $\theta=90^\circ$ (トランスバース方向) の応力-ひずみ関係が $\theta=45^\circ$ のそれと交差する現象が認められた. すなわち, $\theta=90^\circ$ 方向に負荷した場合, $\theta=45^\circ$ よりも小さい初期剛性を示しながら応力が増加する. 非線形応答域へ遷移した後も相対的に大きな接線係数を維持

Fig. 2 Off-axis tensile stress-strain curves (10%/min).

Fig. 3 Off-axis compressive stress-strain curves (10%/min).

し、この結果として $\theta=45^\circ$ の応力-ひずみ関係を横切って応力が増加することとなった。 $\theta=90^\circ$ の方向に引張荷重を与えた場合、Fig. 2 に見られるように、初期弾性域か

ら非線形応答域へ遷移した直後の低ひずみ域で破断することが多い。これに対して、圧縮荷重の場合は分離破壊が抑制されて最終破断が遅れるために変形応力が高いレベルまで上昇できることがこのような交差をもたらしたと解釈できる。トランスバース圧縮応力の作用によって分離型破壊が抑制される効果は $\theta=30, 45^\circ$ の試験片の破断ひずみが大きくなることにも現れている。

3.2 非主軸引張と非主軸圧縮による応力-ひずみ関係の比較

同じ条件 (10%/min, 100°C) の引張試験と圧縮試験から求めた非主軸応力-ひずみ関係を繊維配向角ごとに重ねて Fig. 4(a)-(e) に示す。これらの図から、繊維配向角に拘わらず、圧縮による非主軸応力-ひずみ関係は引張による非主軸応力-ひずみ関係よりも上側にあり、非主軸圧縮変形に要する応力が非主軸引張変形に要する応力

(a) $\theta=10^\circ$

(b) $\theta=15^\circ$

(d) $\theta=45^\circ$

(c) $\theta=30^\circ$

(e) $\theta=90^\circ$

Fig. 4 Comparison of off-axis stress-strain curves in tension and compression (10%/min).

よりも相対的に大きくなっていることが観察できる。具体的には、非主軸圧縮変形応力が同じ繊維配向角の試験片の非主軸引張変形応力よりも約 32% ($\theta=10^\circ$), 46% (15°), 63% (30°), 69% (45°), 48% (90°) 大きくなって

いる。 $\theta=90^\circ$ の方向に近づくにつれて圧縮変形応力の上昇率が大きくなる傾向も認められる。

荷重方向の見かけ上のヤング率（応力-ひずみ関係の初期線形応答の勾配）に与える負荷様式の違い（引張か

(a) $\theta=10^\circ$

(b) $\theta=15^\circ$

(c) $\theta=30^\circ$

Table 1 Apparent Young's modulus in tension and compression (10%/min).

Angle (deg)	E_x (GPa)	
	Tension	Compression
0	163.5	146.6
10	65.4	72.0
15	38.1	39.2
30	14.7	17.7
45	8.8	10.3
90	6.5	6.9

(d) $\theta=45^\circ$

(e) $\theta=90^\circ$

Fig. 5 Comparison of off-axis tensile stress-strain curves at different strain rates (10%/min, 0.1%/min).

圧縮) による影響は、応力-ひずみ関係上ではそれほど目立たない。しかし、具体的な数値を比較すると (Table 1), 繊維方向の圧縮ヤング率は10%低下し、その

他の繊維配向角については約10% ($\theta=10^\circ$), 3% (15°), 20% (30°), 17% (45°), 6% (90°) 大きくなっている。

繊維方向の圧縮によるヤング率が引張によるそれよりも小さめの値を呈することは、他にも類似の報告があり、繊維のうねりに大きく支配されることが知られている。

(a) $\theta = 10^\circ$

(b) $\theta = 15^\circ$

(c) $\theta = 30^\circ$

(d) $\theta = 45^\circ$

(e) $\theta = 90^\circ$

Fig. 6 Comparison of off-axis compressive stress-strain curves at different strain rates (10%/min, 0.1%/min).

(a) $\theta = 15^\circ$ (b) $\theta = 90^\circ$

Fig. 7 Overall axial and lateral behaviors under tensile and compressive loading at different strain rates (10%/min, 0.1%/min).

一方で、非主軸圧縮によるヤング率が相対的に大きな値を示すのは、マトリックス樹脂が圧縮に対して高めの剛性を示すこと、繊維垂直方向に圧縮応力が作用すること、および短試験片が強い端部拘束を受けることなどによるものと考えられる。

なお、Fig. 3 に示した圧縮による非主軸応力-ひずみ関係は、典型的な圧縮破壊様式で破壊した試験片に対応するものである。本研究では、すべての繊維配向角につい

て、同じ条件で4回の非主軸圧縮試験を行った。その結果、 $\theta = 30, 45, 90^\circ$ に対しては、面内せん断と面外せん断を伴う圧縮形の破壊様式のみが観察された。一方、繊維配向角が相対的に小さい場合 ($\theta = 10, 15^\circ$)、面内せん断破壊と微小座屈破壊の2種類の破壊様式が観察された。面内せん断破壊が支配的となった試験片の圧縮応力-ひずみ関係は同じ繊維配向角の引張応力-ひずみ関係にほぼ一致することを確認した。この一致は、破壊機構が一致することによるものと考えられる。破壊機構と破壊強度の詳細については、強度モデルの適用性に関する議論を含めて、別報にまとめる予定である。

3.3 非主軸非線形挙動のひずみ速度依存性

2種類の変位速度 10%/min, 0.1%/min による非主軸引張試験から求めた応力-ひずみ関係を繊維配向角 ($\theta = 10, 15, 30, 45, 90^\circ$) ごとに重ねて Fig. 5(a)-(e) に示す。繊維方向と異なるすべての繊維配向角に対して、低変位速度下の変形応力が高変位速度下のそれよりも小さくなっており、非主軸引張変形挙動の明瞭なひずみ速度依存性を確認することができる。変形応力の低下の割合は、繊維配向角ごとに約 38% ($\theta = 10^\circ$)、32% (15°)、43% (30°)、54% (45°)、49% (90°) であった。低速条件に対しては初期線形応答域が極めて狭くなっており、低応力レベルから非線形応答が開始することがわかる。

非主軸圧縮変形に対する同様の比較を Fig. 6(a)-(e) に示す。変形応力の低下率は、繊維配向角ごとに 42% ($\theta = 10^\circ$)、41% (15°)、34% (30°)、33% (45°)、42% (90°) であった。したがって、非主軸圧縮応力-ひずみ関係の速度依存性は上述の非主軸引張変形の場合と同程度であると考えることができる。

低ひずみ速度 (0.1%/min) の引張と圧縮による非主軸応力-ひずみ関係の繊維配向角依存性と引張・圧縮非対称性は、上述の高速試験 (10%/min) の結果と同様であった (比較図は紙面の制限のため省略する)。低速試験から求めた荷重方向の見かけ上のヤング率の比較を Table 2 に示す。参考のため、ポアソン効果による横ひずみの変化を含む応力-ひずみ関係の例を Fig. 7(a), (b) に示す。

4. 引張・圧縮非対称性を考慮した非主軸粘塑性変形の定式化

一方向 CFRP を用いた多方向積層板の非弾性変形挙動を古典積層理論とプライの非弾性モデルを組み合わせて予測することができれば合理的かつ効率的と考えられる。このような工学的な観点から一方向複合材料の速度依存挙動を現象論的に定式化する先駆的な研究が Ha

Table 3 Engineering elastic constants for a unidirectional T800H/2500 laminate at 100°C.

Test conditions		Engineering elastic constants			
		E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
10%/min	Tension	163.5	6.5	3.0	0.379
	Compression	146.6	6.9	3.8	0.322
0.1%/min	Tension	163.3	4.8	2.0	0.382
	Compression	119.3	5.8	3.5	0.303

と Springer¹⁸⁾ および Gates と Sun⁶⁾ によって行われている。また、これらの研究成果に基づく現象論的粘塑性モデルの有効性が多くの研究において確認されている^{19~21)}。

一方、上述の試験結果は、一方向 CFRP の速度依存非線形挙動が引張負荷と圧縮負荷に対して異なる変形抵抗を示すことを明らかにしている。このことから、プライの非弾性変形挙動を記述する工学的な構成モデルには、簡便な形式を有し、しかも非弾性変形挙動の引張・圧縮非対称性を記述できることが求められる。一方向 FRP 用に開発されたこれまでの巨視的な粘塑性構成モデルは、多くの場合、応力の単純 2 次形式によって規定される不変の散逸汎関数に基づいているので、引張負荷と圧縮負荷による粘塑性変形の違いを記述することができない。

本研究では、Sun-Chen モデル¹¹⁾ に採用された相当応力と相当塑性ひずみの表現に簡単な拡張を施し、拡張された相当量を用いて、簡便性を損なわずに、引張・圧縮非対称性を記述することができる一方向複合材料の粘塑性構成モデルを定式化する。ここに示す定式化においては、平面応力を仮定し、応力ベクトルと粘塑性ひずみ速度ベクトルを、それぞれ、

$$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \tau_{12}\}^T \quad (1)$$

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \{\dot{\epsilon}_{11}^p, \dot{\epsilon}_{22}^p, \dot{\gamma}_{12}^p\}^T \quad (2)$$

と表す。上記の表現に含まれる成分は異方性主軸に関するものである。任意のベクトル $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ の内積を $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ と表す。

4.1 相当応力と相当塑性ひずみ

Sun と Chen が用いた相当応力 $\bar{\sigma}$ は、

$$\bar{\sigma}_{SC} = \sqrt{\frac{3}{2} [\sigma_{22}^2 + 2a_{66}\sigma_{12}^2]} \quad (3)$$

と表現される。本研究では、垂直応力の符号による影響を考慮するため、相当応力 $\bar{\sigma}$ の定義を次のように拡張する。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} [(1-\alpha)\sigma_{22}|\sigma_{22}| + \alpha\sigma_{22}^2 + 2a_{66}\beta\sigma_{12}^2]} \quad (4)$$

ここで、

$$\beta = (1-\alpha)\chi(\sigma_{22}) + \alpha \quad (5)$$

と定義する。符号処理関数 $\chi(x)$ は、

$$\chi(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & \text{if } x \neq 0 \\ 1 & \text{if } x = 0 \end{cases} \quad (6)$$

と定義している。追加された係数 α が引張・圧縮非対称の程度を表す。

このように拡張された相当応力は、次式で表されるように、トランスバース応力の符号に依存して異なる大きさを与える。

$$\bar{\sigma} = \begin{cases} \sqrt{\frac{3}{2} [\sigma_{22}^2 + 2a_{66}\sigma_{12}^2]}, & \sigma_{22} \geq 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2} (-1+2\alpha) [\sigma_{22}^2 + 2a_{66}\sigma_{12}^2]}, & \sigma_{22} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

なお、拡張された相当応力は、特別な場合として $\alpha=1$ とおけば、引張と圧縮の違いを考えない Sun と Chen の定義に帰着される。

平面応力条件に対する粘塑性構成モデルの簡便な表示のため、拡張された相当応力を

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \boldsymbol{\sigma}} \quad (8)$$

と表現する。ここで、

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$b_{22} = \beta \quad (10)$$

$$b_{66} = 2a_{66}\beta \quad (11)$$

4.2 粘塑性モデルの定式化

非可逆熱力学に基づく定式化手法に従って非弾性構成

モデルの基礎的な枠組みを構築する^{22,23)}。ここでは、等方硬化モデルの定式化を考えると、スカラー内部変数と等温・微小変形を仮定して自由エネルギー関数を定義し、エネルギー共役な変数の状態関係式を規定する。また、上で定義した相当応力と超過応力の概念に基づいて散逸エネルギー関数を規定し、そこから粘塑性ひずみ速度の表現を誘導する。

4.2.1 状態関係式

非弾性変形による材料の内部状態の変化がスカラー内部変数 ρ によって記述されるものと仮定する。まず、仮定した内部変数とそれに関連する熱力学的力（内部変数速度に共役な変数）の状態関係を規定するため、Helmholtz の自由エネルギー関数を定義する。この研究では、自由エネルギー関数を

$$\psi = \psi_e(\epsilon^e) + \psi_p(\rho) \quad (12)$$

と表現し、右辺に現れる自由エネルギー関数の成分を

$$\psi_e(\epsilon^e) = \frac{1}{2} \epsilon^e \cdot \mathbf{Q} \epsilon^e \quad (13)$$

$$\psi_p(\rho) = h(\rho) \quad (14)$$

とおく。ここで、 $\mathbf{Q}$ は弾性マトリックスである。関数 $h(\rho)$ は内部変数の発展式を規定するのに合わせて適切な対応関係が得られるように設定する。微小変形の仮定から、全ひずみ ϵ は弾性ひずみ ϵ^e と粘塑性ひずみ ϵ^p の和

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p \quad (15)$$

によって表現することができる。

このように表現した Helmholtz の自由エネルギー関数から、応力とひずみの状態関係を表す Hooke の法則およびエネルギー共役な硬化変数 r と内部変数 ρ の関係

$$\sigma = \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon^e} = \mathbf{Q}(\epsilon - \epsilon^p) \quad (16)$$

$$r = \frac{\partial \psi}{\partial \rho} = \frac{\partial h}{\partial \rho} \quad (17)$$

が導かれる。非線形挙動の特徴が硬化変数 r の非線形変化によって表現される。

4.2.2 発展式

非可逆熱力学の散逸不等式

$$D = \sigma \cdot \dot{\epsilon}^p - r \dot{\rho} \geq 0 \quad (18)$$

が自動的に満たされるように内部変数の発展式を規定する。このため、凸な散逸エネルギー関数を次のように定

義する。

$$\Omega = \frac{m}{m+1} \left\langle \frac{\bar{\sigma} - r - \sigma_0}{K} \right\rangle^{(m+1)/m} \quad (19)$$

ここで、 $\langle \cdot \rangle$ は Macaulay 括弧 $\langle x \rangle = \max \{0, x\}$ 、 K 、 m は材料定数を表す。

熱力学的垂直条件を適用すれば、散逸エネルギー関数から粘塑性ひずみ速度と内部変数速度を次のように求めることができる。

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma} = \dot{\lambda} \frac{3}{2} \frac{\mathbf{B} \sigma}{\bar{\sigma}} \quad (20)$$

$$\dot{\rho} = - \frac{\partial \Omega}{\partial r} = \dot{\lambda} \quad (21)$$

ここで、

$$\dot{\lambda} = \left\langle \frac{\bar{\sigma} - r - \sigma_0}{K} \right\rangle^{1/m} \quad (22)$$

とおく。

粘塑性仕事率が

$$\dot{W}^p = \bar{\sigma} \dot{\epsilon}^p = \sigma \cdot \dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \bar{\sigma} \quad (23)$$

と表示できることから、相当粘塑性ひずみ速度 $\bar{\epsilon}^p$ は関係 $\bar{\epsilon}^p = \dot{\lambda}$ を満たす。したがって、相当（超過）応力と相当粘塑性ひずみ速度の（マスター）関係は

$$\bar{\epsilon}^p = \left\langle \frac{\bar{\sigma} - r - \sigma_0}{K} \right\rangle^{1/m} \quad (24)$$

によって与えられる。

式(20)の逆関係を利用すれば、相当粘塑性ひずみ速度を

$$\bar{\epsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \left[\frac{1}{b_{22}} (\dot{\epsilon}_{22}^p)^2 + \frac{1}{b_{66}} (\dot{\gamma}_{12}^p)^2 \right]} \quad (25)$$

と表現することができる。引張荷荷に関して、拡張された相当粘塑性ひずみ速度[式(25)]の表現は Sun と Chen による表現¹¹⁾に一致する。

拡張された相当応力の表現[式(3)]から明らかなように、繊維方向に非弾性ひずみが生じないとする Sun と Chen の仮定が上記の拡張された粘塑性モデルにも継承されていることに注意する必要がある。

4.2.3 硬化変数

関連する熱力学的力変数の発展式は次のように誘導できる。指数関数を用いた状態関数

$$h(\rho) = Q\rho - \frac{Q}{b} [1 - e^{-b\rho}] \quad (26)$$

を仮定すれば、状態関係は

$$r = Q(1 - e^{-b\rho}) = Q(1 - e^{-b\bar{\epsilon}^p}) \quad (27)$$

によって規定される。ここで、 $\bar{\epsilon}^p$ は相当粘塑性ひずみを表し、

$$\bar{\epsilon}^p = \int \bar{\dot{\epsilon}}^p dt \quad (28)$$

によって計算できる。

式 (27) の両辺を時間について微分すれば、Chaboche 形の硬化発展式²⁴⁾

$$\dot{r} = b(Q - r) \bar{\dot{\epsilon}}^p \quad (29)$$

が導かれる。粘塑性挙動の非線形性が 1 個の等方硬化変数によって記述できない場合、異なる非線形性を示す同形の等方硬化変数を重ね合わせた発展式

Fig. 8 Predicted off-axis tensile and compressive stress-strain curves at different strain rates (10%/min and 0.1%/min).

$$\dot{\gamma} = \sum_a \dot{\gamma}^{(a)} = \sum_a b^{(a)} (Q^{(a)} - \tau^{(a)}) \bar{\epsilon}^p \quad (30)$$

を用いることによって記述精度を向上させることができる。

4.3 単軸負荷表示

非主軸方向 (x 軸方向) への単軸負荷に対して, 相当応力と相当粘塑性ひずみ速度は

$$\bar{\sigma} = \sigma_x h(\theta) \quad (31)$$

$$\bar{\epsilon}^p = \frac{1}{h(\theta)} \bar{\epsilon}_x^p \quad (32)$$

と表現できる。ここで,

$$h(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3} [b_{22} \sin^4 \theta + b_{66} \cos^2 \theta \sin^2 \theta]} \quad (33)$$

とおく。これらの関係を利用すれば, 非主軸単軸負荷に対する全ひずみ速度を

$$\dot{\epsilon}_x = \frac{1}{E_x} \dot{\sigma}_x + h(\theta) \left\langle \frac{h(\theta) \sigma_x - r - \sigma_0}{K} \right\rangle^{1/m} \quad (34)$$

と表示することができる。なお, 単軸負荷に対するこれらの表示 [式 (31), (32), (34)] は形式的に Gates-Sun モデルのそれと一致するが, 方位関数 $h(\theta)$ の定義が異なることに注意する必要がある。

4.4 材料定数の同定

引張・圧縮非対称性を考慮して定式化した上述の粘塑性構成モデルは, 非主軸引張負荷条件に対して, 前報^{19~21)} で用いた Gates-Sun 形の粘塑性モデルに帰着させることができる。引張負荷に関しては, 新たに導入した材料パラメータ α の効果が消失する。このことから, 引張負荷に関しては α の値を任意に設定することができる。さらに, この特徴から, 定数 α 以外の粘塑性材料定数を非主軸引張試験の結果に基づいて決定することができる。材料定数同定の詳細については, 文献^{19~21)} 参照されたい。材料パラメータ α は, 粘塑性材料定数が同定された後, $\theta = 90^\circ$ のマスター関係が引張と圧縮で一致するように決定する。以上の同定作業の結果, 材料定数の値を次のように決定した。

$$K = 81 \text{ MPa min}, m = 0.19, \sigma_0 = 0 \text{ MPa}, Q_1 = 45 \text{ MPa}, \\ Q_2 = 40.5 \text{ MPa}, Q_3 = 18 \text{ MPa}, b_1 = 40, b_3 = 5, a_{66} = 2.2, \\ \alpha = 0.78.$$

4.5 計算結果と実験結果の比較

変位速度 10%/min および 0.1%/min の条件について計算した引張と圧縮の応力-ひずみ関係を繊維配向角ごとに実験結果と比較して Fig. 8 に示す。Fig. 8 に示す 20 通りの計算結果の中には, 実験結果からの偏りが目立つ場合が含まれている。しかし, これらの結果のすべてが

提案した単一の粘塑性構成モデルによって予測された結果であることを考慮すれば, 全体的には, 非主軸応力-ひずみ関係の引張負荷と圧縮負荷による違い, 繊維配向角依存性, およびひずみ速度依存性が適度な精度で記述されていると考えることができる。

提案した粘塑性モデルの発展的な応用性と有効性についてはより広範に実験結果との比較に基づいてさらに検討されなければならない。定量的な確認は今後の課題となるが, 提案した粘塑性モデルは引張荷重と圧縮荷重の両方を考慮しなければならない設計の予備的な解析に利用できる。また, 相当応力の拡張に用いた手法は負荷様式依存性を考慮した多軸モデルの定式化にも応用できる。

5. 結 言

本研究では, 一方向炭素繊維強化複合材料 T800H/Epoxy # 2500 の高温における非主軸圧縮変形挙動の繊維配向角依存性とひずみ速度依存性を調べ, 非主軸引張変形挙動のそれらと比較した。さらに, 非主軸引張挙動と非主軸圧縮挙動の違いを考慮した粘塑性モデルを定式化し, 非主軸非線形変形の繊維配向角依存性, 引張・圧縮負荷様式依存性, およびひずみ速度依存性の記述精度を評価した。得られた主な結果をまとめると以下のようになる。

(1) 繊維方向から偏る方向の応力-ひずみ関係は, 引張と圧縮に拘わらず, 顕著な非線形性を呈する。引張負荷の場合, 変形応力は繊維配向角が大きくなるにつれて低下し, 応力-ひずみ関係は繊維配向角の順に低応力側へ変化する。圧縮負荷による $\theta = 90^\circ$ (トランスバース方向) の応力-ひずみ関係は, 最終破壊が遅れて応力が相対的に高いレベルまで上昇するため, 繊維配向角 ($\theta = 45^\circ$) の応力-ひずみ関係と交差する現象が現れた。

(2) 非主軸圧縮変形に要する応力は, 同じ繊維配向角の非主軸引張変形に要する応力よりも相対的に大きくなる。この傾向はすべての繊維配向角について現れる。また, トランスバース方向に近づくにつれて圧縮変形応力の上昇率が大きくなる傾向も認められる。

(3) 繊維方向とは異なるすべての繊維配向角に対して, 低速負荷による変形応力が高速負荷によるそれよりも小さくなり, 非主軸引張変形挙動は明瞭な負荷速度依存性を示す。非主軸圧縮変形の負荷速度依存性の全体的な特徴は非主軸引張変形の結果と同様である。

(4) 低速度 (0.1%/min) の引張と圧縮による非主軸応力-ひずみ関係は高速度 (10%/min) の試験結果に類似な

繊維配向角依存性と引張・圧縮非対称性を呈する。

(5) 一方向複合材料の非主軸非線形挙動の引張・圧縮非対称性を記述することができる粘塑性モデルを定式化した。Sun と Chen による相当応力と相当塑性ひずみの表現に簡単な拡張を施して引張・圧縮非対称性を記述する方法が考案されている。この定式化においては、繊維方向に非弾性ひずみが生じないとする Sun の簡便性の仮定が考慮されている。

(6) 提案した粘塑性モデルは、一方向 CFRP の非主軸非線形変形挙動における繊維配向角依存性、非主軸引張変形と非主軸圧縮変形の変形応力レベルの違い、およびそれらのひずみ速度依存性を適度な精度で効率的に予測することができる。

本研究は、JAXA-ACE と筑波大学の共同研究の一部として実施したものであり、支援に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) L.H.V. Vlack : *Materials Science for Engineers*, Addison-Wesley, Massachusetts (1970), pp. 126-236.
- 2) C.R. Barrett, W.D. Nix & A.S. Tetelman : *The Principles of Engineering Materials*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs (1973), pp. 328-348.
- 3) T.H. Courtney : *Mechanical Behavior of Materials*, McGraw-Hill, Singapore (1990), pp. 325-379.
- 4) S. Matsuoka : *Relaxation Phenomena in Polymers*, Oxford Univ. Press, New York (1992).
- 5) L.E. Nielsen : *Mechanical Properties of Polymers and Composites*, Marcel Dekker, Inc., New York (1975).
- 6) T.S. Gates & C.T. Sun : *AIAA Journal*, **29**, 3 (1991), 457-463.
- 7) M. Kawai, Y. Masuko, Y. Kawase & R. Negishi : *Int. J. Mech. Sci.*, **43** (2001), 2069-2090.
- 8) C.T. Sun & K.J. Yoon : *J. Compos. Mater.*, **25** (1991), 1297-1313.
- 9) J. Tsai & C.T. Sun : *Composites Science and Technology*, **62** (2002), 1289-1297.
- 10) K.J. Yoon & C.T. Sun : *J. Compos. Mater.*, **25** (1991), 1277-1296.
- 11) C.T. Sun & J.L. Chen : *J. Compos. Mater.*, **23** (1989), 1009-1020.
- 12) S.R. Bodner & Y. Partom : *ASME J. Appl. Mech.*, **42** (1975), 385-389.
- 13) C. Wang & C.T. Sun : *J. Compos. Mater.*, **31**, 15 (1997), 1480-1506.
- 14) JIS K7073, 炭素繊維強化プラスチックの引張試験方法, 日本工業標準調査会 (1988).
- 15) JIS K7083, 炭素繊維強化プラスチックの定荷重引張-引張疲れ試験方法, 日本工業標準調査会 (1993).
- 16) JIS K7076, 炭素繊維強化プラスチックの圧縮試験方法, 日本工業標準調査会 (1991).
- 17) J.G. Haberle & F.L. Matthews : *Composites Part A*, **25**, 5 (1994), 358-371.
- 18) S.K. Ha & G.S. Springer : *J. Compos. Mater.*, **23** (1989), 1159-1197.
- 19) M. Kawai & Y. Masuko : *Composites Science and Technology*, **64**, 15 (2004), 2373-2384.
- 20) Y. Masuko & M. Kawai : *Composites Part A*, **35** 7-8 (2004), 817-826.
- 21) F. Takeuchi, M. Kawai, J.Q. Zhang & T. Matsuda : *Adv. Compos. Mater.*, **17** (2008), 57-73.
- 22) M. Kawai : *JSME International Journal, Series A*, **39** (1996), 508-516.
- 23) M. Kawai & Y. Masuko : *J. Compos. Mater.*, **37**, 21 (2003), 1885-1902.
- 24) J.L. Chaboche : *Bulletin de L'Academie Polonaise des Science, Série de Science Techniques*, **25**, 1 (1977), 33-42.