研究論文

粒子法を用いた熱可塑性スタンパブルシートの
流動シミュレーション松谷 浩明^{*1}, 武田 一朗^{*1}, 橋本 雅弘^{*2}, 平野 啓之^{*3}, 岡部 朋永^{*4}

(2013年11月19日受付)

Flow Simulation of Thermoplastic Stampable Sheet Using Particle Method

Hiroaki MATSUTANI,^{*1} Ichiro TAKETA,^{*1} Masahiro HASHIMOTO,^{*2}
Noriyuki HIRANO^{*3} and Tomonaga OKABE^{*4}

(Received November 19, 2013)

Abstract: Flow of stampable thermoplastic sheet developed by Toray was simulated with moving particle semi-implicit method. The method was improved by introducing implicit method into velocity calculation, simplifying pressure calculation, applying parallel computing and parameterizing walls. These improvements made the present method about 80 times faster than basic MPS method. And the quaternion was introduced to calculate rotation of fiber assumed to be rigid in three dimensions. Then, compression molding of circular plate and rib was simulated with this improved MPS method. In circular plate case, computational result showed a similar tendency to experiment that the random orientation of fibers was kept through compression. And in rib case, computational results also showed a similar tendency to experiments that sheet was driven into rib keeping ply order, and that resin rich was formed depending on fiber length. The traditional computational methods such as finite element method and finite difference method are not good at these analyses of fiber orientation and resin rich (heterogeneity), and it is confirmed that the particle method is useful for these analyses.

Key words: Thermoplastic, Stampable sheet, Press molding, Flow simulation, Particle method

1. 緒 言

CFRP (carbon fiber reinforced plastic) の生産性および易賦形性を向上するために、新たに材料設計された熱可塑性スタンパブルシートが提案されている¹⁻³⁾。本シートは、面内にランダム分散された炭素繊維と熱可塑性樹脂から成る。一般的な射出成形品よりも長い繊維を、単糸単位に分散することで、連続繊維同等の強度利用率と、均質で等方な力学特性を発現できる²⁾。加え

て、不連続繊維であるため流動性が高く、スタンピング成形によって複雑形状を実現できる。熱可塑性樹脂は成形時に化学反応を伴わないため、従来の熱硬化性樹脂に比べて高速成形が可能で、リサイクル性にも優れており、本シートに用いているポリプロピレンは、特に安価で耐薬品性に優れている。通常のポリプロピレンと炭素繊維では接着性に乏しいが、酸変性ポリプロピレンを用いることで、この問題を解決した³⁾。

スタンピング成形により複雑形状に賦形する際、流動により繊維配向が変化し、また樹脂リッチなど V_f ムラが生じる可能性もある。成形品の繊維分布は、シートや型の形状、ヒーターや型の温度、圧縮速度などの条件によって変化するが、パラメータが多いため成形実験は工数が高く、実質的に不可能である。支配的なパラメータをモデル化できれば、様々な条件下での流動シミュレーションを行うことで、最適な成形条件設計も可能となる。原理的には流動シミュレーションから繊維分布を同定できれば成形品の力学特性まで予測することが可能となる^{2,4)}。

^{*1,*3} 東レ株式会社複合材料研究所 (791-3193 愛媛県伊予郡松前町大字筒井 1515)

Composite Materials Research Laboratories,
Toray Industries, Inc.

^{*1} 研究員 Senior Research Engineer, ^{*3} 主任研究員
Research Associate

^{*2} Senior Research Engineer, Toray Composites
(America), Inc.

^{*4} 東北大学大学院工学研究科 教授
Professor, Department of Aerospace Engineering,
Tohoku University

従来の流動シミュレーションでは、有限要素法や有限差分法が用いられ、対象形状を格子（メッシュ）に分割して速度や圧力、温度などを計算してきた⁵⁻⁸⁾。しかし、これらの方法では、流動体を繊維と樹脂が均質に一体化した混合物として扱うため局所的な V_f の変化が計算できない。また、繊維配向は速度ベクトルから計算される前提のため⁶⁾、本シートのように繊維長が格子サイズに対して圧倒的に長い場合、繊維同士が干渉する影響は正しく予測できない。そこで、本研究では繊維と樹脂を別々にモデル化し、繊維同士の干渉を考慮できる解析手法として、粒子法を採用した。粒子法には大きく分けて、SPH (smoothed particle hydrodynamics)^{9,10)} と MPS 法 (moving particle semi-implicit method)¹¹⁾ の2つがある。SPH は元々圧縮性流体の解析手法として開発され、後に非圧縮性流体へと拡張された。MPS 法は最初から非圧縮性流体用に開発されており、両手法は非圧縮性流体に関しては計算の手順やかかるコストは同等である。岡部らは、粒子ごとに物質を変えられるという利点を活かし、MPS 法を用いて、RTM 中のボイド発生シミュレーションを行った¹²⁾。また、Yashiro らは本研究と同様に樹脂と繊維を別々にモデル化することで、二次元で射出成形による繊維配向の予測を行った¹³⁾。

詳細は2.2節で述べるが、本研究では繊維単糸レベルのスケールと樹脂の高粘度を再現したため、安定的な計算に必要なクーラン条件によって時間刻みを小さくする必要があり¹¹⁾、計算に非常に時間がかかる。そこで本研究では計算時間の短縮を主眼において、①中間速度の計算に陰解法を導入、②壁を関数化し、③圧力計算を簡略化、④OpenMP による並列計算を導入することで、越塚らが提案した最も基本的な MPS 法¹¹⁾ から約80倍の高速化に成功した。また、三次元における繊維の回転を計算するために、四元数を用いた¹⁴⁾。その手法を用いて、円板、およびリブ形成の圧縮成形シミュレーションを行い、実験結果との比較を行った。

2. 計算手法

2.1 MPS 法の基本

MPS 法は対象となる流体や境界条件となる壁を粒子に分割し、粒子間の相互作用から各粒子の速度や圧力、その他の変数（温度など）を計算する。粒子間の相互作用の大きさは、重み関数

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_c}{r} - 1 & (0 < r < r_c) \\ 0 & (r_c < r) \end{cases} \quad (1)$$

によって評価される。ここで r は粒子間距離、 r_c は相互作用を考慮する影響半径であり、本研究では参考文献¹¹⁾にあるように $r_c = 2.1$ とした。本研究では長さは粒子の直径で無次元化されており、距離 2.1 は粒子の直径の 2.1 倍となる。

各粒子における重み関数の合計

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (2)$$

は粒子数密度と呼ばれる。ここで $\mathbf{r}$ は粒子の位置ベクトル、添字 i は計算対象となる粒子、添字 j は粒子 i の影響半径内の粒子（近接粒子）を表す。粒子数密度は非圧縮性の指標であり、各粒子の粒子数密度が基準値 n_0 を維持するとき、流体の非圧縮性が確保される。基準値は、三次元で粒子が立方体の頂点上に規則正しく並んでおり、影響半径が 2.1 の場合、約 14.4 である。

MPS 法では、勾配、発散、ラプラシアンは重み関数と粒子数密度、各粒子の変数を用いて、

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(\phi_j - \phi_i)(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (3)$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \langle \nabla^2 \phi \rangle_i &= \frac{2d}{\lambda n_0} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)] \\ \lambda &= \frac{\sum_{j \neq i} [|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2 w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)]}{\sum_{j \neq i} [w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)]} \end{aligned} \quad (5)$$

とモデル化される。ここで d は次元数であり、二次元の計算ならば $d=2$ 、三次元ならば $d=3$ である。

これらの関数を用いて、流体の支配方程式

$$\frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla P + \frac{\nabla^2 \mathbf{u}}{Re} + \mathbf{F} \quad (7)$$

から速度と圧力を計算する。ここで t は時間、 ρ は密度、 $\mathbf{u}$ は速度ベクトル、 P は圧力、 $\mathbf{F}$ は外力ベクトルである。式(6)、(7)はともに代表的な密度、速度、長さで無次元化されている。 Re はレイノルズ数と呼ばれる粘度を無次元化したものであり、

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (8)$$

から計算する。ここで μ は粘度、 U は計算対象の代表的な速度、 L は代表的な長さである。また、本研究では外力 $\mathbf{F}$ として z 軸マイナス方向に重力を加える。

$$\mathbf{F} = -\frac{\mathbf{e}_z}{Fr^2} \quad (9)$$

$\mathbf{e}_z$ は z 軸方向の単位ベクトル, Fr はフルード数と呼ばれる重力加速度 g を無次元化したものであり,

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gL}} \quad (10)$$

から計算する.

粒子法では, 算出した速度で粒子を移動することで流動を再現する. 基本的な MPS 法¹¹⁾の手順は以下の通りである.

- ①計算条件, 粒子の初期配置を決定する.
- ②各粒子の近接粒子を探索する.
- ③粘性項と外力項から中間速度 $\mathbf{u}^*$ を計算する.

$$\rho \frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^k}{\Delta t} = \frac{\nabla^2 \mathbf{u}^k}{Re} + \mathbf{F} \quad (11)$$

- ④中間速度に従って, 粒子を移動する.
- ⑤各粒子の近接粒子を探索する.
- ⑥各粒子の粒子数密度を計算する.
- ⑦ポアソン方程式から圧力を計算する.

$$\nabla^2 P = \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_0 - n^*}{n_0} \quad (12)$$

- ⑧圧力勾配で, 速度を補正する.

$$\rho \frac{\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\nabla P \quad (13)$$

- ⑨速度の補正量に従って, 粒子を移動する.

終了条件を満たすまで手順②～⑨を繰り返すことで, 流動シミュレーションが行われる.

2.2 陰解法の適用とポアソン方程式の変更

筆者らは, 前節で述べた基本的な MPS 法に対して, 複合材料の流動に合うように改良を施してきた¹²⁾. 最初の改良点は, 式(11)を陽解法から陰解法に変更したことである.

$$\rho \frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^k}{\Delta t} = \frac{\nabla^2 \mathbf{u}^*}{Re} + \mathbf{F} \quad (14)$$

複合材料の流動は, 従来の流体力学が対象としてきた空気などの気体や水などの液体よりも粘度が高い. また, 流速も低く, 対象とするサイズも繊維を基準とすると小さい. そのため, レイノルズ数が非常に小さく, 航空機の主翼周りの流れが $10^6 \sim 10^8$ に対して, 本研究で扱う流れは 10^{-5} と 10 桁以上異なる. 従来の流動解析では時間刻み幅 Δt は対流項, 即ち粒子の移動距離 $\mathbf{u}\Delta t$ で制限されるのに対して, 複合材料の流動は粘性による速度変動, 即ちレイノルズ数で制限される. この制限を緩和して時間刻み幅を大きくし, 計算時間を短縮するために陰解法を適用した. 陰解法にしたことで, 中間速度を計算するために式(14)の方程式を解くコストが増えるが, それよ

りも時間刻みを大きくできる効果の方が大きい.

また, 手順④～⑥にある中間速度による粒子の移動とそれに伴う近接粒子の再探索を省略するために, Tanaka らの手法¹⁵⁾を導入した. この手法は, 手順④～⑥を行う代わりに手順⑦におけるポアソン方程式(12)を,

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i = \rho_i \left[\frac{\gamma}{\Delta t^2} \frac{n_0 - n_i^k}{n_0} + \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \right] \quad (15)$$

と変更するというものである. この式は, 中間速度による移動に伴う粒子数密度の変化を, 中間速度の発散で近似している. また, 式中の γ は粒子数密度の項の影響が大きすぎると圧力分布が歪になるので, それを平滑化するための緩和パラメータである.

2.3 壁の関数化

本研究で行った改良点の 1 つが壁の関数化である. 従来の MPS 法では流体だけではなく, 壁も粒子で表現する. 粒子で構成された壁は影響半径分の厚みを必要とし, 従来の MPS 法ではラプラシアンモデルの影響半径を 4.0 としているので, 壁の厚みは粒子 4 個となる. そのため, 計算対象によっては, 流体粒子よりも壁粒子の方が多くなることもある. また, 粒子で作った壁は平面ではなく凹凸があり, 壁粒子間の溝に沿って表面上の模様が発生することもある. 更に, 壁粒子も近接粒子の探索の対象となるので, 探索にかかる時間も問題である.

この問題を解決するために, 本研究では壁を二次元では直線, 三次元では平行四辺形または三角形に分割し, 頂点の座標と法線ベクトル, 速度で表す関数化を行った. こうすることで, 表面が滑らかな壁を必要最小限の変数で表現することができ, 精度の向上と計算コストの低減に繋がる. 以下に, 三次元で平行四辺形に分割した場合について説明する. 計算空間に対して内向きの法線ベクトルを $\mathbf{n}$, ある頂点の座標を $\mathbf{w}_1$, その頂点と隣接する 2 つの頂点の座標を $\mathbf{w}_2$, $\mathbf{w}_3$, 粒子の座標を $\mathbf{p}$ とすると,

$$\mathbf{p} - \mathbf{w}_1 = a(\mathbf{w}_2 - \mathbf{w}_1) + b(\mathbf{w}_3 - \mathbf{w}_1) + c\mathbf{n} \quad (16)$$

において, $0 < a < 1$, $0 < b < 1$, $0 < c < r_c$ が成り立つとき, 粒子は壁の直上にある. この式を書き換えると,

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{2x} - w_{1x} & w_{3x} - w_{1x} & n_x \\ w_{2y} - w_{1y} & w_{3y} - w_{1y} & n_y \\ w_{2z} - w_{1z} & w_{3z} - w_{1z} & n_z \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_x - w_{1x} \\ p_y - w_{1y} \\ p_z - w_{1z} \end{bmatrix} \quad (17)$$

となり, 右辺の逆行列は壁が回転しない限り一定なので, 1 度計算して保存すれば計算時間を短縮できる. 重み関数やモデル化した微分演算の計算で用いられる粒子と壁の距離は c であり, 粒子と壁の相対ベクトルは,

$$\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i = -\mathbf{c}\mathbf{n} \quad (18)$$

である。重み関数は、壁と粒子の距離に応じて壁内部に仮想粒子を考え、仮想粒子の数を増減しながら、それぞれの仮想粒子との重み関数を計算する。

以上が、壁を平行四辺形で分割した場合に近接半径内に入るかの判定方法である。壁の形状によっては、三角形で表現する方が良い場合もあり、その際は $0 < a + b < 1$ の条件が追加される。また、曲面を再現するには、三次元の場合は曲面を多数の平行四辺形または三角形に、二次元の場合は多数の直線に分割するか、可能ならば曲面を曲率と曲率中心で表現すれば良い。曲面や立体の角など、壁と法線ベクトルからなる直方体または長方形の間に隙間がある場合、その隙間を埋めるために、壁の辺や頂点と粒子間でも距離の計算を行い、影響半径以内ならば重み関数や相対ベクトルの計算が必要になる。

式(3)から圧力勾配を計算すると、粒子 i と j で速度の補正量が同じベクトルになり、運動量が保存しない。そこで、Tanaka らの手法¹⁵⁾ では圧力勾配の計算式を、

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{(P_j + P_i)(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right] \quad (19)$$

と変更している。この式において、壁面上の圧力 P_j は、壁の法線方向の圧力勾配が 0 という境界条件から、各粒子の圧力 P_i を用いる。

2.4 圧力計算の簡略化

MPS 法の計算において、時間を要するのが近接粒子の探索とポアソン方程式の計算である。前節では前者に対する改良点として、壁の関数化による粒子数の削減について述べ、本節では後者についての改良点を述べる。ポアソン方程式の係数行列は対角優位性がないので、解の収束が遅い。また、従来の MPS 法では境界条件として、粒子数密度が基準値の 95~98% 以下の場合、その粒子が自由表面にあると見なして $P_i = 0$ を課す。しかし、本研究で扱う圧縮成形など最終的に計算領域内に流体が満ちる場合、自由表面が無くなるので、ポアソン方程式に対して Dirichlet 境界条件が無くなり、解が一意に定まらない。仮に粒子数密度が最も低い、または最も基準値に近い粒子の圧力を 0 とした場合、圧力勾配の影響で周囲の粒子がその粒子の周辺に密集してしまい、その粒子の粒子数密度が急上昇するなど計算が不安定になる。更に、式(3)~(5)を見ると、勾配に発散を作用させたものとラプラシアンは一致していない。従って、ポアソン方程式から算出した圧力の勾配で粒子の移動を行って

も、粒子数密度が基準値になるとは限らない。

以上のように、従来の MPS 法における圧力計算は、計算コストに対して精度があまり高くない。そこで本研究では、粒子数密度の多少の変動、即ち圧縮性を許容した上で圧力計算を簡略化し、計算の高速化を行った。式(15)のポアソン方程式に式(5)のラプラシアンモデルを適用すると、

$$C_L \sum_{j \neq i} [(P_j - P_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)] = \rho_i \left[\frac{\gamma}{\Delta t^2} \frac{n_0 - n_i^k}{n_0} + \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \right] \quad (20)$$

となる。 C_L はラプラシアンモデルの係数 $2d/\lambda n_0$ である。従来はこの方程式を反復解法で解くが、本研究では以下の簡略化を行う。前述のように、壁の圧力は粒子の圧力を用いるので、左辺は流体粒子間のみの計算となる。また、本研究では $\gamma = 1$ とする。従って、式(20)は、

$$C_L \sum_{j \neq i}^{P-P} [(P_j - P_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)] = \rho_i \left[\frac{\gamma}{\Delta t^2} \frac{n_0 - n_i^k}{n_0} + \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \right] \quad (21)$$

となる。ここで $P-P$ は流体粒子間であることを表す。この式(21)を変形すると、

$$P_i = \frac{1}{n_{pi}^k} \left\{ \sum_{j \neq i}^{P-P} [P_j w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)] + \frac{\rho_i}{C_L} \left[\frac{1}{\Delta t^2} \frac{n_i^k - n_0}{n_0} - \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \right] \right\} \quad (22)$$

となる。ここで n_p は流体粒子間のみで計算した粒子数密度である。式(22)において $P_j = 0$ とし、右辺の速度発散項を無視すると、

$$P_i = \frac{1}{n_{pi}^k} \left[\frac{\rho_i}{C_L} \frac{1}{\Delta t^2} \frac{n_i^k - n_0}{n_0} \right] \quad (23)$$

となる。これは圧力の初期値を 0 として反復解法の 1 つであるヤコビ法で 1 回反復したことになる。 $n_{pj} = n_{pi}$ と近似して、式(23)の圧力を式(22)の P_j に代入して整理すると、

$$P_i = \frac{1}{n_{pi}^k} \frac{1}{C_L} \left\{ \frac{\rho_{\text{sum}}}{\Delta t^2} - \frac{\rho_i}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \right\} \\ \rho_{\text{sum}} = \frac{1}{n_0} \left\{ \frac{1}{n_{pi}^k} \sum_{j \neq i}^{P-P} [\rho_i (n_j^k - n_0) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)] + \rho_i (n_i^k - n_0) \right\} \quad (24)$$

となる。従って、この式は近似を含むが、式(21)に対してヤコビ法の反復を 2 回で止めた解に相当する。

圧力を式(24)から計算することで、ポアソン方程式を解く必要がなくなり、計算時間が短縮されるとともに、

自由表面の境界条件が無くても圧力を計算できる。自由表面の判定と $P_i=0$ の境界条件は、従来の MPS 法通りに行う。

2.5 繊維の剛体処理

本研究では、三次元における繊維の流動を扱う。繊維は直線形状を保つ剛体として扱い、平行移動と回転運動を行う。最初に、繊維の重心を通り、繊維に垂直な軸周りの慣性モーメント I を、

$$I = \sum_f |\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_g|^2 \quad (25)$$

から計算する。ここで $\mathbf{r}_g$ は繊維の重心座標、添字 f は繊維を構成する粒子群を表す。本来、慣性モーメントの計算には密度が入っているが、この密度は後述するトルク計算の密度と相殺するため、ここでは省略した。

剛体処理については参考文献¹¹⁾にあるように、まず繊維と樹脂の区別なく、粒子の移動まで行う。その後、各繊維を構成する粒子の座標から、繊維の重心座標を計算し、更に重心の移動量を計算する。

$$\Delta \mathbf{r}_g = \mathbf{r}_g^{k+1} - \mathbf{r}_g^k \quad (26)$$

重心の移動量と各構成粒子の移動量の差と、各構成粒子と重心の相対ベクトルの外積から、繊維に働いたトルクを計算する。

$$\mathbf{M} = \sum_f (\mathbf{r}_f^k - \mathbf{r}_g^k) \times (\mathbf{r}_f^{k+1} - \mathbf{r}_g^k - \Delta \mathbf{r}_g) \quad (27)$$

このトルク計算には、本来密度が入っているが、前述のように慣性モーメントの密度と相殺するため、ここでは省略した。

繊維軸方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{\tau}$ とすると、トルクベクトルと繊維軸ベクトルの成す角から、回転軸周りの慣性モーメント I_{eff} を計算する。

$$I_{\text{eff}} = I \left[1 - \left(\boldsymbol{\tau}^k \cdot \frac{\mathbf{M}}{|\mathbf{M}|} \right)^2 \right] \quad (28)$$

そして、トルクの絶対値と回転軸周りの慣性モーメントから、回転角 θ を計算する。

$$\theta = \frac{|\mathbf{M}|}{I_{\text{eff}}} \quad (29)$$

回転の計算には四元数を用いた¹⁴⁾。四元数はスカラーとベクトルから成り、 L, N を四元数、 l, n をスカラー、 $\mathbf{L}, \mathbf{N}$ をベクトルとすると、

$$L = l + \mathbf{L} \quad (30)$$

と書け、四元数の積は、

$$LN = (ln - \mathbf{L} \cdot \mathbf{N}) + (l\mathbf{N} + n\mathbf{L} + \mathbf{L} \times \mathbf{N}) \quad (31)$$

となる。この四元数を用いると、次時間ステップの繊維

軸ベクトルは、

$$\begin{aligned} 0 + \boldsymbol{\tau}^{k+1} = & \left(\cos \frac{\theta}{2} + \frac{|\mathbf{M}|}{|\mathbf{M}|} \sin \frac{\theta}{2} \right) (0 + \boldsymbol{\tau}^k) \\ & \times \left(\cos \frac{\theta}{2} - \frac{|\mathbf{M}|}{|\mathbf{M}|} \sin \frac{\theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

と計算できる。後は次時間ステップの重心座標と繊維軸ベクトルを用いて各構成粒子を並べ直し、座標と速度を再計算する。

3. 成形実験

計算結果との比較を行うため、熱可塑性スタンパブルシートを用いた成形実験を行った。熱可塑性スタンパブルシートの V_f は 20% で、炭素繊維は T700S (東レ) で繊維長は 4 mm と 6 mm の 2 通り、樹脂はポリプロピレン、厚みは 0.55 mm、成形した形状は円板とリブである。

円板は、繊維長 6 mm のシートから直径 150 mm の円形に切り出したものを 6 枚積層し、200°C に予熱した後、金型温度を 120°C に設定したプレス機で冷却しながら圧縮するスタンピング成形を行った。成形前後で直径は平均 226 mm と 1.5 倍に、厚さは 1.5 mm で 0.45 倍となった。成形前後でシート表面を顕微鏡で観察した写真を Fig. 1, 2 に示す。成形前後でランダム配向が維持されていることが分かる。

リブは、シートから正方形に切り出したものを 5 枚積層し、プレス機に T 字リブの金型をセット、円板と同様にシートを予熱後にスタンピング成形を行い、平板状の積層体中央からリブを垂直に立てた。積層体は繊維長 4 mm と 6 mm のシートをそれぞれ一辺 100 mm の正方形に切断して 5 枚積層、リブの幅は 2 mm、高さは 10 mm である。それぞれの繊維長における成形後の写真を Fig. 3, 4 に示す。繊維長が 4 mm の場合、リブ内に繊維が万遍なく充填されているが、6 mm になるとリブの角に繊維が充填されていない樹脂リッチが生じた。また、リブ断面のうち上端、中央、根元を顕微鏡で観察した結果を Fig. 5 に示す。この写真では、白く写っている繊維が根元から鉛直にリブに充填され、上端で U ターンして再び根元に戻っており、繊維層が交差することなく、積層構成を保ったままであることが分かる。

4. 成形シミュレーション結果

4.1 高速化の検証

最初に、2 章で述べた MPS 法の高速化のための改良について、それぞれの効果を検証する。本研究で適用した高速化の手法は、①中間速度の計算に陰解法を適用、

Fig. 1 Photo of circular plate surface made from stampable thermoplastic sheet before compression.

Fig. 2 Photo of circular plate surface made from stampable thermoplastic sheet after compression.

②壁を頂点と法線ベクトル，速度ベクトルで表現する関数化，③圧力の計算を簡略化，④ OpenMP による並列計算の導入の4点である．③の圧力計算の簡略化は②の壁の関数化を前提としているため，正確には②+③である．以上の改良を適用していない基礎的な MPS 法と，適用した場合で簡単なモデルの計算を行い，それぞれの計算時間を測定した．陰解法は，陽解法に対して時間刻みを倍にして，時間ステップ数を半分にした条件で行った．

計算に使用したモデルを Fig. 6 に示す．直径 8 mm，厚さ 1.2 mm の樹脂円板が一辺の長さ 14 mm の正方形の壁に挟まれている．粒子直径は 0.2 mm，圧縮速度は 1 m/s，樹脂の密度は 900 kg/m^3 ，粘度は $10 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ で，レイノルズ数は 1.8×10^{-2} である．図中の長さは粒子直径を基準に無次元化されており，樹脂円板の直径 8 mm は図中では 40 となる．この樹脂円板を厚さが半分になるまで定速で圧縮した．

Fig. 3 Photo of rib (fiber length=4 mm, rib width=2 mm).

Fig. 4 Photo of rib (fiber length=6 mm, rib width=2 mm).

Fig. 5 Photo of cross section of rib made from stampable thermoplastic sheet.

Table 1 に各改良による計算時間の結果を示す．計算は同じ条件で3回行い，要した時間の平均値と基礎的な MPS 法に対する高速化率を算出した．①の陰解法は，時間ステップ数が半分になったことで，2倍弱の高速化となった．②の壁の関数化は，樹脂粒子が 7,584 個に対し

Fig. 6 Initial arrangement of particles in compression of circular plate. Particles are colored by material types (White is resin, gray is wall and black is outer wall). Upper wall is made invisible.

Table 1 Computational time of each method.

Method	Average (sec)	Ratio
Basic	520.64	1.0
①	301.40	1.7
②	238.85	2.2
②+③	67.49	7.7
④	111.24	4.7
All	5.97	87.3

て、壁粒子が29,400個あるため、関数化によってこの壁粒子がなくなることによって近接粒子の探索の対象が減り、壁粒子の移動が無くなることで、2倍強の高速化となった。更に、③の圧力計算の簡略化を行うことで、反復計算が無くなり、更に約3.5倍の高速化に成功した。④の並列計算は使用するPCのCPUのコア数で変わり、本研究で用いた12コアの場合、5倍弱の高速化となった。そして、①～④全ての改良を適用すると、80倍以上の高速化を達成した。

圧力計算の簡略化の妥当性を検証するため、②と③の圧力分布および粒子数密度を比較する。②では式(15)の γ は緩和パラメータとして0.01を代入し、③では2章で述べた通り $\gamma=1$ とした。それぞれの無次元化した圧力の分布をFig. 7と8に示す。簡略化した手法の方が中心部の圧力はやや低く、圧力の最大値は②が3130 (2.82 MPa) に対して、③が3080 (2.77 MPa) である。円板の直径も②が11.6 mm に対して、③は11.4 mm、基準値に対する粒子数密度の比の分布は②が0.57～1.03 に対して、③は0.57～1.08 と、③の方が圧縮されている。ただ、今回の圧力計算の簡略化は2.4節で述べたように多少の圧縮は許容しており、ポアソン方程式を解いて圧力を計算した②と圧力分布、直径、粒子数密度分布が大差ない

Fig. 7 Pressure distribution of resin plate. Pressure is calculated by an iteration method.

Fig. 8 Pressure distribution of resin plate. Pressure is calculated by the present simplified equation.

Fig. 9 Initial arrangement of particles and walls in compression of circular plate. Particles are colored by material types (White is matrix and black is fiber).

ことから、式(24)の簡略化した圧力計算は妥当であると考えられる。

4.2 円板の圧縮成形

2章で述べた計算手法を用いて、熱可塑性スタンパブルシートの圧縮成形シミュレーションを行った。本節では、Fig. 9のように設定した円板の圧縮成形について述べる。図中、白の粒子が樹脂、黒の粒子が繊維であり、

Fig. 10 Cross section of laminate. Particles are colored by plies and there is no fiber between plies.

Fig. 11 Particles arrangement before compression. Particles are colored by material types.

Fig. 12 Particles arrangement after compression. Particles are colored by material types.

粒子直径と圧縮速度は前節と同じ 0.2 mm と 1 m/s である。樹脂の密度は 900 kg/m^3 、粘度は $9,000 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ でレイノルズ数は 2.0×10^{-5} 、繊維の密度は $1,800 \text{ kg/m}^3$ 、計算上は繊維の粘度も必要でこれは樹脂と同じとした。円板の直径は 20 mm、厚さは 6 枚積層の 3.6 mm、繊維長は 6 mm である。シートの厚さは 0.55 mm であるが、これを粒子 3 個分、実寸 0.6 mm で再現し、繊維は粒子 30 個を直線に並べ、 V_f は粒子の個数比で実験と同様に約 20% とした。実際の繊維に比べると繊維の直径が大きく、また下記の通りシートのサイズが小さいが、これは計算コストの制約により実物と同等のアスペクト比ではモデル化が不可能なためである。本研究では、利用可能な計算

Fig. 13 Fiber distribution before compression. Fibers are colored by plies.

Fig. 14 Fiber distribution after compression. Fibers are colored by plies.

資源の中で、繊維長とシート厚さを実物に合わせた。本シミュレーションでは下側の壁を固定し、上側の壁を下方に移動させることでシートを圧縮する。Fig. 10 に層ごとに色分けした積層体の断面を示す。上述の通りシート 1 枚の厚さは粒子 3 個分で 6 枚積層しており、実際のシートと同様に繊維は面内ランダム配置で、わずかながら厚さ方向にも配向しており、層間を跨ぐ繊維は無い。この積層体を厚さが実験と同じく 0.45 倍になるまで定速で圧縮した。

Fig. 11 に圧縮前、Fig. 12 に圧縮後の粒子配置を示す。直径 20.0 mm、厚さ 3.6 mm の積層体が圧縮によって平均直径 27.8 mm、厚さ 1.6 mm となった。粒子の個数は約 125,000 個であり、非圧縮性が確保された場合の直径は 28.0 mm なので、非圧縮性はほぼ保たれている。

Fig. 15 Distribution of fiber orientation before and after compression (simulation). Centers of fibers were in $x > 0$ and $y > 0$ region before compression.

Fig. 16 Distribution of fiber orientation before and after compression (experiment).

Fig. 13, 14 に圧縮前後の層ごとに色分けした繊維のみを示す。また、Fig. 15 に圧縮前に重心が $x > 0$, $y > 0$ にあった繊維の圧縮前後の xy 面内の繊維配向角分布を示す。Fig. 13~15 を見ると、圧縮前後で繊維のランダム配向がほとんど変化していないことが分かる。Fig. 16 に Fig. 1, 2 から画像解析で繊維を抽出し、角度ごとに抽出した繊維長の割合を描いたグラフを示す。Fig. 15 と 16 の結果は、スタンピング成形の前後でランダム配向はほとんど変化しないという点で、同じ傾向を示している。従来の速度ベクトルを用いて繊維配向を計算する手法では、速度ベクトルが放射状であるため、繊維配向も放射状になってしまう。速度ベクトルから繊維配向を計算した例として、Fig. 17 に東レエンジニアリング社の 3D TIMON を用いて円板の圧縮成形を計算し、繊維配向をベクトルで表示した図を示す。ベクトルの色は何%の繊維がその配向を向いているかを表しており、Fig. 17 では円板全体において 88% 以上の繊維が放射状に配向しているという結果になった。粒子法を用いた解析では、本研究のように樹脂と繊維を別々にモデル化することで、

Fig. 17 Fiber orientation vector in compression molding of circular plate calculated by 3D TIMON.

Fig. 18 Initial arrangement of particles and walls in compression of rib. Particles are colored by material types (White is matrix and black is fiber).

樹脂-繊維間、繊維同士の干渉を考慮することが可能となり、より現実に即した配向予測が可能となる。

4.3 リブの圧縮成形

リブの圧縮成形シミュレーションでは、一辺 14 mm の正方形のシートを 5 枚積層した。積層体は底面が一辺 14 mm の正方形で高さ 11 mm の凹型の下型の中に入れ、リブの幅が 2 mm、高さが 8 mm の凸型の上型を定速で下方に移動させることで圧縮し、リブ内がシートで満たされた時点で終了とした。円板と同様に、計算コストの制約上、シートおよび型の大きさは実験に比べて小さくなっている。樹脂と繊維の物性値および粒子直径や圧

Fig. 19 Particle arrangement before compression of rib.

Fig. 20 Particle arrangement after compression of rib.

縮速度は円板の場合と同じである。繊維長 L は実験とほぼ同じ 4 mm と 6 mm に、その中間の 5 mm を加えた 3 通りとした。Fig. 18 は $L=4$ mm の粒子と壁の初期配置である。粒子だけを表示すると、圧縮前が Fig. 19 のように直方体であり、圧縮すると Fig. 20 のようにリブ内に樹脂と繊維が充填される。

Fig. 21 に $L=4$ mm の圧縮後の $y=0$ における xz 断面を示す。粒子は層ごとに色分けするとともに、粒子の表示サイズも層番号によって変化している。この図を見ると、平面部では上層、リブ部では外壁近くの粒子が黒く大きく表示されており、平面部では下層、リブ部では内部の粒子が白く小さく表示されている。このことは積

Fig. 21 Cross section of rib ($L=4$ mm, $H=8$ mm) at $y=0$. Particles are colored and their sizes are changed according to plies.

Fig. 22 Side view of rib ($L=4$ mm). Particles are fibers only.

Fig. 23 Side view of rib ($L=5$ mm). Particles are fibers only.

層順を保ったまま充填されていることを示しており、この結果は Fig. 5 の実験結果と同じ傾向である。

また、Fig. 22~24 に、各繊維長における繊維のみの側面図を示す。この中で、Fig. 24 の $L=6$ mm の結果のみ、リブ部の繊維量が少ないことが分かる。Table 2 に粒子個数から計算したリブ部と平面部の V_f を示す。 $L=4$

Fig. 24 Side view of rib ($L=6$ mm). Particles are fibers only.

Table 2 V_f of rib calculated from number of particles.

	Fiber length		
	$L=4$ mm	$L=5$ mm	$L=6$ mm
V_f	Rib: 18.4%	Rib: 18.0%	Rib: 10.8%
	Plate: 21.1%	Plate: 21.4%	Plate: 26.4%

mm と 5 mm では、シートの V_f 20% に比べると若干低いですが、十分な量の繊維がリブ部に充填されている。対して、 $L=6$ mm ではリブ部の V_f が約 11% とほぼ半減し、平板部の V_f が約 26% と繊維過多となった。計算では繊維を剛体として扱っているが、現実には弾性体であるという違いがあり、また繊維粒子の大きさなども影響していると考えられ、繊維のモデルを実物に近づけていくことが今後の課題であるが、繊維と樹脂を別々にモデル化できる粒子法によって樹脂リッチの再現が可能であることを示せた。

5. 結 論

粒子法的一种である MPS 法を用いて、熱可塑性スタンパブルシートの円板とリブの圧縮成形をシミュレーションした。MPS 法については、速度計算への陰解法の適用、壁の関数化、圧力計算の簡略化、並列計算の導入によって、約 80 倍の高速化を実現した。また、四元数によって、三次元における繊維の回転運動を再現できるようにした。

本研究では、熱可塑性スタンパブルシートを再現するために、繊維をシート内にランダムに、層間を跨がないように配置した。円板の結果では、圧縮前後で繊維のランダム配向が変化しないという点について、実験結果と

同じ傾向を示した。また、リブの結果では、リブ内に層の順序が保たれたままシートが充填される様子や、繊維長によっては樹脂リッチが生じるという点について、実験結果と同じ傾向を示した。ただし、計算コストの点から計算可能なサイズに制限があり、この問題の克服については今後も研究を進める。

以上のように、粒子法的一种である MPS 法を用いることで、従来の有限要素法や有限差分法が苦手とする繊維配向予測や繊維と樹脂の不均一性を再現できることを確認した。

本研究の一部は、経済産業省-NEDO プロジェクト「サステナブルハイパーコンポジット技術の開発」(平成 20～24 年)の一環として行われたものである。

参 考 文 献

- 1) N. Hirano, A. Tsuchiya, T. Okabe, H. Sasaki, M. Hashimoto & M. Honma : Proceedings of JISSE-12 (2011), AUT-6.
- 2) 橋本雅弘, 岡部朋永, 西川雅章 : 日本複合材料学会誌, **37**, 4 (2011), 138-146.
- 3) 平野啓之, 村松秀隆, 井上 隆 : 日本複合材料学会誌, **39**, 3 (2013), 113-119.
- 4) M. Hashimoto, T. Okabe, T. Sasayama, H. Matsutani & M. Nishikawa : *Composites Part A*, **43**, 10 (2012), 1791-1799.
- 5) R.C. Givler, M.J. Crochet & R.B. Pipes : *J. Compos. Mater.*, **17**, 4 (1983), 330-343.
- 6) S.G. Advani & C.L. Tucker III : *Polym. Compos.*, **11**, 3 (1990), 164-173.
- 7) T. Matsuoka, J. Takabatake, Y. Inoue & H. Takahashi : *Polym. Eng. Sci.*, **30**, 16 (1990), 957-966.
- 8) K.H. Han & Y.T. Im : *J. Mater. Process. Technol.*, **124**, 3 (2002), 366-371.
- 9) J.P. Morris, P.J. Fox & Y. Zhu : *J. Comput. Phys.*, **136**, 1 (1997), 214-226.
- 10) S.J. Cummins & M. Rudman : *J. Comput. Phys.*, **152**, 2 (1999), 584-607.
- 11) 越塚誠一 : 粒子法, 丸善, 東京 (2005).
- 12) T. Okabe, H. Matsutani, T. Honda & S. Yashiro : *Composites Part A*, **43**, 10 (2012), 1765-1774.
- 13) S. Yashiro, H. Sasaki & Y. Sakaida : *Composites Part A*, **43**, 10 (2012), 1754-1764.
- 14) K. Shoemake : *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, **19**, 3 (1985), 245-254.
- 15) M. Tanaka & T. Masunaga : *J. Comput. Phys.*, **229**, 11 (2010), 4279-4290.