研究論文

衝撃軸圧縮負荷を受ける織物 CFRP 円筒の実験結果との比較検討による FEM 解析の有用性

杉本 直^{*1}, 邊 吾一^{*2}, 平山 紀夫^{*3}

(2017 年 9 月 19 日受付)

Usefulness of FEM Analysis: Comparison with the Experimental Results of Woven Fabric CFRP Cylinders under Axial Impact Compressive Load

Nao SUGIMOTO,^{*1} Goichi BEN^{*2} and Norio HIRAYAMA^{*3}

(Received September 19, 2017)

Abstract: In recent years, automotive bodies are required to be lightweight because of the need to reduce travel resistance. Consequently, researchers are attempting to apply high-strength and lightweight FRP (fiber reinforced plastic) and FRTP (fiber reinforced thermoplastic) to automobile structures. Besides reducing the weight, the collision safety of automobiles, which is also a very important issue, should be ensured though investigation of the dynamic properties of FRP and FRTP. Both FRP and FRTP have been applied to automotive parts in small volumes so far, and dynamic fracture simulations of strain-rate-dependence cases are few compared to those for steel materials. In this study, the strain rate dependence results of tensile, compressive, and shear characteristic values of CFRP and CFRTP were experimentally obtained. Using these results and LS-DYNA, which is a general-purpose finite element solver, CFRP cylinders under axial impact compression were analyzed. These CFRP cylinders are assumed to be the member that absorbs impact energy in automotive structures. In addition, the FEM impact results were compared with the experimental results of the CFRP cylinders, and the validity of the FEM analysis was thus demonstrated.

Key words: CFRP, CFRTP, Woven fabric composite, Strain rate dependency, FEM crash analysis

1. 緒 言

自動車の車体の軽量化ニーズから、特に強化繊維としては炭素繊維あるいはガラス繊維、マトリクス樹脂としては熱硬化性樹脂と熱可塑性樹脂を用いた FRP と FRTP が軽量素材として注目されており、自動車への適用研究が実施されている^{1~5)}。FRP と FRTP を自動車に

^{*1} 日本大学大学院生産工学研究科機械工学専攻 元大学院生 (275-8575 千葉県習志野市泉町 1-2-1)

Former Graduate Student, Department of Mechanical Engineering, College of Industrial Technology, Nihon University

^{*2} 名古屋大学 客員教授

Visiting Professor, Nagoya University

^{*3} 日本大学生産工学部機械工学科 教授

Professor, Department of Mechanical Engineering, College of Industrial Technology, Nihon University

対して適用検討する際には、設計初期段階における性能予測を行う FEM 構造解析の中で、大変形および材料破断を考慮した構造解析ができることが重要となる。また、自動車は衝突時に高速で大変形をするため、静的だけでなく動的な強度と破断特性を考慮した FEM 解析を行う必要がある。しかし、これまでの研究において、FRP および FRTP の強度あるいは破断歪みの歪み速度依存性の考慮はユーザブルーチンを用いた解析例⁶⁾がわずかにあるだけで、汎用性を持った形で実施されている例はほとんどなく、歪み速度依存性を考慮せずに破断のモデル化を行っている例が多い⁷⁾。

本研究では CFRP と CFRTP の引張、圧縮、せん断特性値の歪み速度依存性の実験結果を示し、その結果と汎用有限要素ソルバ LS-DYNA を用いて自動車構造の衝撃エネルギー吸収部材を想定した CFRP の円筒の衝撃軸圧縮の解析を行う。さらに、CFRP 円筒の実験結果と比

Table 1 Elastic properties of CFRP and CFRTP.

	Elastic modulus E_1, E_2 [MPa]	Shear modulus G_{12} [MPa]	Poisson's ratio
CFRP	57000	2562	0.26
CFRTP	49000	2242	0.26

(a) Strength

(b) Fracture strain

Fig. 1 Strain rate dependency of tension.

較検討を行い、FEM 解析精度の妥当性を評価した結果について報告する。

2. 実験結果

2.1 材料試験

対象とする材料は強化繊維に織物（綾織）の炭素繊維、マトリクス樹脂には、速硬化エポキシ樹脂と現場重合型 PA6 を用いて、それぞれ CFRP、CFRTP とした。これらの材料は著者らの過去の研究^{8,9)}において、静的および動的の強度特性が明らかにされている。

動的引張試験は検力ブロック式高速試験機を用い⁸⁾、動的圧縮試験は空圧式高速試験機を用いて⁹⁾ 後述する材料の各特性の歪み速度依存性を取得した。

(a) Strength

(b) Fracture strain

Fig. 2 Strain rate dependency of compression.

2.2 CFRP と CFRTP の弾性特性

織物炭素繊維は縦方向と横方向は同じ特性であるため、 $E_1 = E_2$ となる。実験で求めた静的な弾性係数の値を Table 1 に示す。

2.3 CFRP と CFRTP の各特性の歪み速度依存性

CFRP と CFRTP の FEM 破断解析に必要なパラメータと歪み速度の関係を実験的に求めた結果を Fig. 1 から Fig. 4 に示す。

Fig. 1(a) は織物炭素繊維の縦方向の引張強度、Fig. 1(b) は同方向の破断歪みである。Fig. 2(a) は繊維方向の圧縮強度、Fig. 2(b) は繊維方向の圧縮破断歪み、Fig. 3(a) はせん断降伏応力、Fig. 3(b) はせん断方向の降伏歪みである。Fig. 4(a) はせん断強度、Fig. 4(b) はせん断方向の破断歪みである。

Fig. 1 から Fig. 4 にかけて、引張、圧縮強度は歪み速度依存性がほとんど見受けられないが、せん断の降伏歪みやせん断破断歪みにおいては大きな歪み速度の依存性が見受けられた。CFRP と CFRTP の歪み速度依存性の度合いはほぼ同じと観察された。

2.4 CFRP 円筒試験体と動的軸圧縮試験

CFRP 円筒試験体は内径 25 mm、全長 100 mm、1 層が

Fig. 3 Strain rate dependency of yield shear property.

Fig. 4 Strain rate dependency of shear.

(a) Taper 20 deg (b) Taper 5 deg

Fig. 5 CFRP cylindrical shells with different tip shape.

0.4 mm の 4 ply (総板厚 1.6 mm) の積層円筒である。材料は 2.1 節の材料と同じ綾織炭素繊維と速硬化エポキシ樹脂を用いて CFRP をロール成形によって作製した。繊維配向は、円筒長手方向に対して繊維の縦方向に配置した円筒(以下、 0° 体)、円筒長手方向に対し繊維の縦方向を 45° 方向に傾けて配置した円筒 (以下、 45° 体)、4 ply の内、最外層と最内層を 0° 、中央層 2 ply を 45° 方向に傾けて配置した円筒 (以下、 $0^\circ/45^\circ$ 体) の 3 種類である。

CFRP の軸圧縮特性を変化させるために、CFRP 円筒試験体の先端形状を変化させた。軸圧縮をする CFRP の円筒先端テーパ加工を施すことは過去に金ら¹⁾が実施した例があり、主な狙いは先端から CFRP を逐次破壊させて安定的な衝撃破壊挙動を得るものであった。本研究では、先端テーパ角の影響を調査するために、2 種類の先端形状を用意し試験を実施した。Fig. 5 に先端テーパ角 2 種類を示す。Fig. 5(a) はテーパ角 20 度、Fig. 5(b) はテーパ角 5 度である。各種試験体のサンプル数は 2 つで、試験は鷺ノ宮社製油圧サーボ式試験機を用いて、平面圧子による軸圧縮を速度 1,000 mm/s で行った。

3. FEM 解析手法

3.1 CFRP 円筒試験体の FEM 解析モデル

FEM 解析には LS-DYNA v971 R8.0 を使い、材料構成則は Laminated_Composite_Fabric (MAT_058)¹⁰⁾ を使用した。材料パラメータは 2 章の結果を用いた。

Fig. 6 に解析モデルを示す。要素は Belytchko-Tsay

(a) Taper 20 deg (b) Taper 5 deg
Fig. 6 Multi-layer cylindrical shell model of FEM.

シェル要素 (ELFORM=2) を用いた。要素サイズは、円筒の曲率を十分に表現できるようにするために 1.5 mm に設定した。各層ごとに独立したシェル要素によりモデル化し、各層の間には、結合定義 (*CONTACT_TIED_SHELL_EDGE_TO_SURFACE_BEAM_OFFSET_ID) により、結合した。この結合定義には、破断の定義は入っていない。

また、1つのシェル要素は厚さ 0.4 mm とし、円筒の最外層から最内層にかけて、各層の要素を予め削除することで Fig. 6(a) のテーパ 20 度のモデルおよび Fig. 6(b) のテーパ 5 度の先端テーパ角を表現した。底面の板と平面圧子を剛体定義し、軸圧縮される円筒との間には、接触定義 (“CONTACT_AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE”) を行った。平面圧子には、実験と同様、1,000 mm/s の速度を付与させて、軸圧縮の解析を実施した。発生荷重は、平面圧子と円筒との間の接触反力を出力させた。

3.2 セン断変形における非線形特性

面内せん断応力と歪みの非線形性を模式的に表した図を Fig. 7 に示す。この図の中で “TAU1” はせん断応力-せん断歪み関係における最初の非線形部分のせん断降伏応力 (yield shear stress), “GAMMA1” はせん断降伏歪み (yield shear strain), “SC” はせん断破壊強度 (12 平面), “GMS” はせん断破壊強度時の歪み (12 平面) を示し、これら 4 種のパラメータにより面内せん断の弾塑性 (非線形) 特性を表現することが可能となる。これらのパラメータを 45 度方向の引張試験により導出する¹¹⁾。

3.3 損傷・破壊特性

破壊基準は Hashin 則を基に修正を加え^{12,13)} せん断成

Fig. 7 Non-linear parameters of shear in-plane deformation.¹⁰⁾

Fig. 8 Definition of σ_f , ϵ_f , ϵ_q in stress-strain curve.¹⁴⁾

分が追加された破壊面で破壊判定を行う。式(1)に繊維方向の引張および圧縮の破壊基準を示す。 X_t は繊維方向の引張強度、 X_c は繊維方向の圧縮強度で、 σ_{11} は繊維方向に発生する応力である。式(2)に繊維に対し直角方向の引張および圧縮の破壊基準を示す。 Y_t は繊維に対し直角方向の引張強度、 Y_c は繊維に対し直角方向の圧縮強度で、 σ_{22} は繊維に対し直角方向に発生する応力である。式(3)にせん断方向の破壊基準を示す。 S_c はせん断強度、 τ_{12} は面内に発生するせん断応力である。ここで、 ω_{ij} は各方向の損傷パラメータで式(4)で与えられる^{12,14)}。 m_{ij} は各方向の損傷指数で式(5)により表される¹⁴⁾。 ϵ_{ij} は各方向に発生する歪み、 ϵ_f は最大応力時の弾性歪み、 ϵ_q は最大応力時の実験値の歪みである。Fig. 8 に ϵ_f , ϵ_q の関係を模式的に示す。

$$F_{11} = \left(\frac{\sigma_{11}}{(1 - \omega_{11,c}) X_{t,c}} \right)^2 \begin{cases} \geq 1: \text{Failure} \\ \leq 1: \text{no Failure} \end{cases} \quad (1)$$

$$F_{22} = \left(\frac{\sigma_{22}}{(1 - \omega_{22,c}) Y_{t,c}} \right)^2 \begin{cases} \geq 1: \text{Failure} \\ \leq 1: \text{no Failure} \end{cases} \quad (2)$$

$$F_{12} = \left(\frac{\tau_{12}}{(1 - \omega_{12}) S_c} \right)^2 \begin{cases} \geq 1: \text{Failure} \\ \leq 1: \text{no Failure} \end{cases} \quad (3)$$

$$\omega_{ij} = 1 - \exp\left[-\frac{1}{m_{ij}} \left(\frac{\epsilon_{ij}}{\epsilon_f}\right)^{m_{ij}}\right] \quad (4)$$

$$m_{ij} = \frac{1}{\ln\left(\frac{\epsilon_q}{\epsilon_f}\right)} \quad (5)$$

上記の破壊閾値に対し、負荷を受けて変形する要素内の各応力成分は独立して計算される。そして、各応力成分が何れかの強度値に達した時に要素は破断したとみなされる。

剛性の低下は材料の変形過程におけるマイクロクラックやボイドをきっかけとして引き起こされるが、損傷を受けた材料の弾性コンプライアンスは次式(6)で与えられる。

$$\{\epsilon\} = [H]\{\sigma\} \quad (6)$$

$\{\epsilon\}$ は各方向の歪み成分で、 $\{\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, 2\epsilon_{12}\}^T$ 。

$\{\sigma\}$ は各方向の応力成分で、 $\{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}\}^T$ 。

$[H]$ はコンプライアンスマトリックスであり、式(7)で与えられる。

$$[H] = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-\omega_{11})E_{11}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{(1-\omega_{22})E_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-\omega_{12})G_{12}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

要素削除の閾値は式(8)の最大相当歪み“ERODS”により定義され⁷⁾、各方向の破断歪み (ϵ_{11} , ϵ_{22} , ϵ_{12}) を用いて算出される。ここでは CFRP が 0.331, CFRTP が 0.451 であった。

$$\text{ERODS} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3 \times \left[\frac{(\epsilon_{11} + \epsilon_{22})}{2}\right]^2 + \left[\frac{(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})}{2}\right]^2 + \epsilon_{12}^2} \quad (8)$$

以上より、FRTP と FRP の損傷および破壊をモデル化するためのパラメータは ω_{11t} , ω_{11c} , ω_{22t} , ω_{22c} , ω_{12} と X_t , X_c , Y_t , Y_c , S_c の 10 種類である。これらは、織物複合材料の 0 度方向の引張試験および圧縮試験の最大応力値と最大歪み、45 度方向の引張試験の S-S 線図における降伏応力とその時の歪み、最大応力値とその時の歪みが得られれば導出可能である。

3.4 破壊後の残留応力を決定する係数“SLIM” (非物理パラメータ)

LS-DYNA の MAT_058 では破壊後の残留応力値をパラメータ“SLIM”により決定できる。破壊後の残留応力 σ_R と最大応力値 (Strength) とパラメータ“SLIM”の関係を表式(9)に示す。“SLIM”は最大応力に対し、0 か

Fig. 9 Effect of parameter “SLIM”.¹⁰⁾

ら 1.0 までの値をとり。例えば、1.0 とした場合、破壊後も完全弾塑性のように破壊時の応力を持つことになる。これらのパラメータは、①繊維方向の引張強度 (SLIMT1)、②繊維方向の圧縮強度 (SLIMC1)、③繊維直交方向の引張強度 (SLIMT2)、④繊維直交方向の圧縮強度 (SLIMC2)、⑤せん断強度 (SLIMS) の 5 種類独立して入力可能である。Fig. 9 にせん断強度 (SLIMS) を例にした概略図を示す。

$$\sigma_R = \text{Strength} \times \text{SLIM} \quad (9)$$

3.5 要素の変形・損傷・破断・削除までの流れ

これまでに述べた要素の変形、損傷、破断判定、要素削除の流れを Fig. 10 に示す。Step 1 では各タイムステップにおける歪みと応力の計算を実行する。Step 2 では歪み情報からダメージパラメータを導出する。Step 3 でダメージパラメータを用いて材料特性に損傷を付与する (式(6), (7))。Step 4 では各方向のダメージパラメータと応力と破壊基準の式(1)～(3)を用いて破断判定が行われる。破断閾値に到達した要素は破断されたとみなされる。破断閾値に達しない場合は Step 1 に戻る。Step 5 では破断閾値に到達した要素に対し、各方向に対する残留応力が付与される。残留応力は“SLIM”により定義され、要素は指定された残留応力のまま変形し続ける。Step 6 で最終破断歪みを用いた閾値 (“ERODS”) による要素削除判定がなされる。要素削除閾値に到達した要素は削除される。到達しない要素は、指定された残留応力のまま変形し続ける。なお、MAT_058 では、Fig. 1 から Fig. 4 に示した歪み速度と各種パラメータの関係を直接点列情報として入力する。そして、動的な構造解析時に、各要素は歪み速度に準じて、発生する応力、破断閾値等が変化する。

Fig. 10 Flowchart of FEM analysis considering damage and fracture.

4. 動的軸圧縮 FEM 解析と試験結果の比較および考察

4.1 CFRP 0°/45° 体と両先端テーパ角の結果

Fig. 11 に 0°/45° 体先端テーパ角 20 度の試験体の結果を示す。図(a)の荷重-変位線図において、歪み速度依存性を考慮し、せん断変形の変形非線形性を導入した FEM 解析は実験に対し、良い一致を示した。図(b)の破断様相も共に逐次破壊を示して良い一致を示した。荷重-変位線図から導出する実験の吸収エネルギーは 619.0 J, FEM 解析の吸収エネルギーは 584.0 J で FEM 解析の差異は 5.7% であった。

Fig. 12 に 0°/45° 体先端テーパ角 5 度の試験体の結果を示す。図(a)の荷重-変位線図において、FEM 解析は実験に対し、良い一致を示した。特に、Fig. 11 (a) に示した先端テーパ角 20 度の試験体の荷重の立ち上がり方の違いも表現されている。図(b)の破断様相も良い一致を示した。荷重-変位線図から導出する実験の吸収エネルギーは 559.2 J, FEM 解析の吸収エネルギーは 567.2 J で FEM 解析の差異は 1.4% であった。

4.2 他の CFRP 円筒 (0° 体と 45° 体) の結果

他の 2 種類の CFRP 円筒 (0° 体と 45° 体) においても、2 種類の先端テーパ角が異なる場合のそれぞれで、荷重-

(a) Displacement-load curve

(b) Destruction appearance of experimental result and FEM result

Fig. 11 Experimental result and FEM result of CFRP 0°/45° cylindrical shell “taper 20 deg” axial crash.

(a) Displacement-load curve

(b) Destruction appearance of experimental result and FEM result

Fig. 12 Experimental result and FEM result of CFRP 0°/45° cylindrical shell “taper 5 deg” axial crash.

変位線図と破断様相は良い一致を示した。荷重-変位線図から求めた吸収エネルギーの値を 0°/45° 体の場合も含めて Table 2 に示す。この表より、吸収エネルギーの実験値と FEM の値の差は最大で 11.3% (45° 体のテーパ 20

Table 2 Absorbed energy for various cases.

Specimen	20 deg taper		5 deg taper	
	EXP.	FEM	EXP.	FEM
CFRP 0°/45°	619.0 J	584.0 J	559.2 J	567.2 J
CFRP 0°	554.5 J	592.1 J	539.0 J	567.0 J
CFRP 45°	485.3 J	430.3 J	436.0 J	412.2 J

Fig. 13 Comparison between CFRP 0° and CFRTP 0° cylindrical shell "taper 20 deg" axial crash.

度)で, 最小は1.4% (0°/45°体のテーパ5度)で, 平均で5.9%であった。また, 全ての試験結果より, 円筒部材の吸収エネルギーは積層構成が0°/45°積層体の場合が最も大きく, 円筒先端のテーパ角も5度よりも20度の場合が大きい。

4.3 CFRP 円筒と CFRTP 円筒の比較

本研究において, 試験片を用いて CFRTP の材料特性の取得は行ったが, 円筒試験体の実験は実施しなかった。そこで, CFRTP の材料情報を用いて, CFRTP 円筒の FEM 解析を行い, CFRP 円筒の動的軸圧縮特性と比較した。

Fig. 13 に 0° 体先端テーパ角 20 度円筒軸圧縮結果を示す。吸収エネルギーは CFRP が 592.1 J, CFRTP が 559.3 J で, 差異は 5.5% であった。0° 体の場合は衝撃負荷の方向に 0° 材と 90° 材が配置されており, Fig. 2 より, CFRP の方が CFRTP より圧縮破壊強度と歪みが大きくなるが, 繊維直角方向の圧縮は, 樹脂の特性に支配され, Fig. 4 のせん断強度と歪みと同じように, CFRTP の方が大きくなる。したがって, 0° 体 CFRP 円筒と CFRTP 円筒の吸収エネルギーは大きな差異がない結果となった。

Fig. 14 に 45° 体先端テーパ角 20 度円筒軸圧縮結果を示す。吸収エネルギーは CFRP が 430.3 J, CFRTP が 429.3 J で差異は 0.2% であった。45° 体円筒において, 衝撃圧縮荷重は繊維方向の圧縮と繊維直角方向の圧縮負荷に分解されるため, 0° 体円筒の場合と同様に 45° 体 CFRP 円筒と CFRTP 円筒のエネルギー吸収量はほぼ同じ値となった。

Fig. 14 Comparison between CFRP 45° and CFRTP 45° cylindrical shell "taper 20 deg" axial crash.

(a) Displacement-load curve

(b) "SLIM" 0.1

(c) "SLIM" 0.4

Fig. 15 Comparison of "SLIM" parameters of CFRP 0° cylindrical shell "taper 20 deg" axial crash.

4.4 残留応力を決定する係数 "SLIM" による解析精度の比較

本研究では予め引張と圧縮のクーボン試験に対する FEM 解析を実施し全ての破壊挙動が実験と一致する "SLIM" のパラメータを同定した。これより, 動的円筒軸圧縮解析では 5 種類の "SLIM" (①繊維方向の引張強度 (SLIMT1), ②繊維方向の圧縮強度 (SLIMC1), ③繊維直交方向の引張強度 (SLIMT2), ④繊維直交方向の圧縮強度 (SLIMC2), ⑤せん断強度 (SLIMS)) を全て 0.4 にした。

Fig. 15 に円筒 0° 体の動的軸圧縮解析を対象に 5 種類の "SLIM" を全て 0.1 にした結果と 0.4 にした結果並び

に実験結果を比較した荷重-変位線図を示す。SLIM が 0.1 の場合、破壊後の残留応力がほとんどないために脆性的な破壊様相を示し、試験体の先端ではないところからも不安定破壊を起こす。これらのことより、本研究で用いた材料構成則の中の非物理パラメータである“SLIM”は変形モードによって数値を変化させる必要があることを示している。この構成則を用いて破断を含めた解析モデルを構築する際は、試験片レベル、部材レベルと、各階層において、“SLIM”に代表される非物理パラメータの精度を実験と比較しながら上げていく必要がある。

5. 結 言

汎用 FEM を用いて解析するための計算法を示し、FEM 解析結果と CFRP 円筒の衝撃軸圧縮試験の結果を比較・検討することで次の知見を得た。

1. 歪み速度依存性を考量した材料定数とせん断変形における非線形性を考量し、損傷・破壊則と残留応力を定義する SLIM を導入した衝撃応答の FEM 解析手法を提示した。
2. 提示した FEM 解析手法は衝撃荷重と変位の応答特性、衝撃負荷による CFRP 円筒の吸収エネルギーの実験結果と差異は平均で 5.9% であり、本論文で提示した FEM 解析手法の優位性を示した。
3. 3 種類の CFRP 円筒の衝撃吸収エネルギーは $0^\circ/45^\circ$ 積層体の場合が最も大きく、円筒先端のテーパ角も 5 度よりも 20 度の場合が大きいことを明らかにした。
4. 本研究で示した形状の CFRTP 円筒は CFRP 円筒に比べて衝撃エネルギーの吸収量がほぼ同等であることを FEM の計算結果で明らかにした。
5. 本計算法で示した非物理量である SLIM は試験片レ

ベルからパラメータ同定を行い、実験結果と比較しながら決定していく必要があることを示した。

参 考 文 献

- 1) 金 炯秀, 邊 吾一, 青木義男: 日本複合材料学会誌, **34**, 2 (2008), 51-59.
- 2) 邊 吾一, 杉本 直, 青木義男, 金 炯秀, 飯塚由佳: 日本複合材料学会誌, **34**, 6 (2008), 211-218.
- 3) 石川隆司: 自動車技術, **68**, 11 (2014), 4-11.
- 4) 山根 健: オートデスク主催「自動車軽量化のための複合材料の活用と未来」セミナー, April 21 (2015).
- 5) M. Bitterlich et al: *Kunststoffe*, **3** (2014), 80-84.
- 6) A. Martin, R. Othman & P. Rozycki: 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 24-28 June (2012).
- 7) O. Tomlin & N. Reynolds: 9th European LS-DYNA Conference (2013).
- 8) 杉本 直, 邊 吾一, 平山紀夫: 日本複合材料学会誌, **42**, 6 (2016), 203-210.
- 9) 日下部智史, 杉本 直, 邊 吾一, 坂田憲泰: 日本複合材料学会第 40 回複合材料シンポジウム (2015).
- 10) Livermore Software Technology Corporation: LS-DYNA KEYWORD USER'S MANUAL, VOLUME II Material Models, LS-DYNA R8.0, 18th Mar. 2015 (r: 6307).
- 11) 福田 博, 邊 吾一: 複合材料の力学序説, 古今書院 (1989), pp. 64-70.
- 12) K. Schweizerhof, K. Weimar, Th. Münz & Th. Rottner: LS-DYNA Conference, Detroit, Michigan (1998).
- 13) A. Matzenmiller, J. Lubliner & R.L. Taylor: *Mechanics of Materials*, **20** (1995), 125-152.
- 14) P. Chatla: Thesis of master degree in Graduate School of the University of Cincinnati, June 2012.