研究論文

共振周波数測定による CFRP の異方性粘弾性定数同定

荒井 政大*¹, 鈴木 達三*², 八木 貴靖*², 後藤 圭太*³

(2018 年 8 月 30 日受付)

Identification of Anisotropic Viscoelastic Moduli of CFRP
by Measurement of Resonant FrequenciesMasahiro ARAI,*¹ Tatsuzo SUZUKI,*² Takayasu YAGI*² and Keita GOTO*³

(Received August 30, 2018)

Abstract: Measurement of the elastic moduli of carbon fiber reinforced plastics (CFRP) can be difficult owing to the anisotropic and viscoelastic characteristics of CFRP. In this study, a technique based on resonant ultrasound spectroscopy is proposed that can identify the viscoelastic moduli of CFRP by measuring the resonant frequencies. The resonant frequencies of a CFRP specimen were measured by employing an experimental device comprising a pair of piezoelectric transducers and the spectrum analyzer software. The viscoelastic moduli were thereby identified by applying genetic algorithms. Considering the viscoelastic properties, it is possible to conduct highly accurate analysis as compared to the case in which the viscoelastic properties are not considered. Furthermore, by measuring the resonance modes that are significantly affected by the three independent viscoelastic moduli (E_L , E_T , G_{LT}), each modulus can be identified with constant precision.

Key words: Carbon fiber reinforced plastic, Viscoelastic moduli, Resonant frequency, Genetic algorithm, Finite element method

1. 緒 論

固体材料の変形や応力を評価するために最も主要なパラメータである弾性定数を正確に知ることは重要である。炭素繊維強化プラスチック (carbon fiber reinforced plastic: CFRP) は、比強度・比剛性が高い材料として幅広く用いられているが、CFRP はマトリクス樹脂の特性に起因し、その変形挙動や応力応答が時間依存性を示す粘弾性の性質^{1,2)}を有する。さらに、CFRP は炭素繊維の配列方向に起因し異方性を有するため、求めるべき弾性定数の数が増加する。そのため、引張試験など一般的な

手法で CFRP の弾性定数および粘弾性特性を正確に把握するには、多大な時間及びコストがかかるといった問題を抱えている。

近年、超音波スペクトロスコピー法 (resonant ultrasound spectroscopy: RUS) が固体材料の弾性定数を同定する手法として用いられるようになった^{3~5)}。RUS 法は、対象とする固体材料を加振し、その応答を測定することで共振周波数を測定し、その結果から材料の弾性定数を逆解析的に同定する一連の手法であり、共振周波数が弾性定数に依存しているため、CFRP のように弾性定数が複数存在する異方性材料でも一度の試験により全ての弾性定数を同定することが可能である。

他方、振動減衰性を有する粘弾性体の測定に関しては、人間の皮質骨に対して RUS 法を適用した研究も報告されている⁶⁾。著者らのグループも既に粘弾性特性を有する CFRP に対し粘弾性パラメータの同定を試みているが⁷⁾、20 kHz 以上の超音波領域における振動特性からパラメータ同定を行っていることから、低周波領域における粘弾性パラメータの同定精度の信用性が低いという根

*1,*3 名古屋大学工学研究科航空宇宙工学専攻 (464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町)

Department of Aerospace Engineering, Nagoya University

*1 教授 Professor, *3 助教 Assistant Professor

*2 名古屋大学大学院工学研究科 大学院生 (博士前期課程) (464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町)
Graduate Student, Graduate School of Department of Aerospace Engineering, Nagoya University

本的な欠点があった。

楽器に対して複合材料を用いる場合、その音色に対する減衰特性の影響を明らかにするには、20 Hz～20 kHz程度の可聴帯域における振動特性を測定したうえで粘弾性パラメータを取得する必要がある^{8,9)}。粘弾性パラメータを高周波側もしくは低周波側で測定して、その結果を時間温度換算則により変換して可聴帯域における特性を外挿することもしばしば行われるが¹⁰⁾、これは厳密に時間温度換算則が成立する条件下のみで成り立つ議論であり、一般にはその正当性についてはほとんど検証されていない。この問題を解決するには、測定対象材料の粘弾性パラメータを、実使用環境に応じた周波数領域、もしくは緩和時間領域にて測定することが重要となる。

そこで本研究では固体材料の共振スペクトルを実用的な周波数領域である可聴領域において直接測定することによって一方向強化型 CFRP の粘弾性定数の取得を試みた。計測された固体材料の共振周波数と、数値解析から得られる共振周波数が一致するように、粘弾性定数を変化させながら繰り返し計算を行うことで粘弾性定数の同定を行った。なお、共振周波数の測定には、2つの圧電素子とスペクトラムアナライザにより構成される振動試験装置を用い、試験片の周波数スペクトルを得ることで共振周波数を得た。また、共振周波数の解析には固有値解析および定常振動問題に対する有限要素法を用い、粘弾性定数の探索には遺伝的アルゴリズム^{11,12)}を用いた。提案手法により一方向 CFRP 試験片の弾性パラメータと粘性パラメータを同定することにより、本手法の有効性について検証した。

2. 解析手法

2.1 有限要素解析

以下、定常振動問題に対する弾性問題の有限要素法による定式化について述べる。動弾性問題における変位のつり合い式は、次式で示される^{9,13)}。

$$\partial^T \sigma + b = \rho \ddot{u} \quad (1)$$

ここで、 σ は応力、 b は物体力、 ρ は密度、 $\ddot{u}$ は時間に関する変位の2階微分を表しており、本論文では微小要素に作用する物体力 b は無視した。なお、式(1)における ∂ は、次式により定義される微分演算子である。

$$\partial = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、変位 u を調和振動と仮定して以下のようにおく。

$$u = u_0 e^{i\omega t} \quad (3)$$

式(3)を(1)に代入し整理すると次式を得る。

$$\partial^T \sigma + \omega^2 \rho u = 0 \quad (4)$$

式(4)の両辺に重み関数 u^* を乗じて考察領域 Ω 全体で積分したのち、ガウスの発散定理を適用すれば次式が得られる。なお、重み関数 u^* は、変位 u_0 が既知として与えられる境界 Γ_u 上において $u^* = 0$ と既定される。

$$\int_{\Omega} (\partial u^*)^T \sigma dV = \int_{\Gamma_{\sigma}} u^{*T} \bar{t} dS + \omega^2 \rho \int_{\Omega} u^{*T} u dV \quad (5)$$

上式において、 $\bar{t}$ は境界上で定義される表面力であり、境界 Γ_{σ} は表面力が境界条件として与えられる部分境界を表す。また、弾性定数行列を D とおき、変位-ひずみ関係式 $\epsilon = \partial u$ を用いれば、応力 σ と変位 u は次式で表すことができる。

$$\sigma = D\epsilon = D(\partial u) \quad (6)$$

式(6)を式(5)に代入すれば、次式が得られる。

$$\int_{\Omega} (\partial u^*)^T D(\partial u) dV = \int_{\Gamma_{\sigma}} u^{*T} \bar{t} dS + \omega^2 \rho \int_{\Omega} u^{*T} u dV \quad (7)$$

考察領域 Ω を要素で分割した後、式(7)を離散化すれば、節点変位ベクトルに関する連立一次方程式が得られる。境界条件を与えて連立方程式を解くことにより、各周波数における要素節点の変位振幅が得られ、角周波数 ω を変化させることによって解析対象の振動スペクトルが得られる。

2.2 固有振動解析

以下の解析において、解析対象の粘性を考慮しない場合には、通常の固有振動解析を用いた。多自由度不減衰系の自由振動の運動方程式は次式で示される¹⁴⁾。

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (8)$$

ここで、 M は離散化された解析モデルの質量行列、 K は剛性行列を表す。この系が角振動数 ω で振動すると仮定すると、変位ベクトル u は振幅 ϕ を用いて $u = \phi e^{i\omega t}$ と表すことができ、式(8)に代入すると以下の式が得られる。

$$(K - \omega^2 M)\phi = 0 \quad (9)$$

自由振動状態において、式(9)の解のうち $\phi = 0$ 以外の解を有するためには、左辺の係数行列の行列式が 0 でなければならないので、

$$\det[K - \omega^2 M] = 0 \quad (10)$$

よって、上式で表される固有値問題を解くことにより、非減衰固有角振動数 ω_i を算出することができる。

2.3 粘弾性特性のモデル化

本研究では Fig. 1 に示す Maxwell モデルを用いて粘弾性特性を評価した。なお、本論文におけるモデルでは、無限時間経過後における弾性定数を表す項として弾性係数 E_∞ の要素を並列に接続した。角振動数 ω に対する複素弾性率は虚数単位を i として以下のように定義される。

$$E^*(\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega) \quad (11)$$

本論文における Maxwell モデルの貯蔵弾性率 E' と損失弾性率 E'' はそれぞれ以下のように表される¹⁾。

$$E'(\omega) = \sum_{k=1}^n E_k \frac{\omega^2 \lambda_k^2}{1 + \omega^2 \lambda_k^2} + E_\infty \quad (12)$$

$$E''(\omega) = \sum_{k=1}^n E_k \frac{\omega \lambda_k}{1 + \omega^2 \lambda_k^2} \quad (13)$$

上式において、 E_k は Maxwell 要素における弾性パラメータ、 λ_k は粘性パラメータ η_k を用いて定義される緩和時間であり、 $\lambda_k = \eta_k / E_k$ と定義される。

2.4 遺伝的アルゴリズム

本研究では、弾性定数・粘弾性定数を同定する手法として遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm, GA) を適用した^{11,12)}。GA は再生、交叉、突然変異など生物の進化を模倣した学習のアルゴリズムであり、探索する独立変数の数が多い場合に比較的有効であり、解空間が多峰性を有する場合でも局所解に陥りにくいといった利点を有する。本論文では、各個体の適合度を以下の適合度関数 Φ により評価し、探索計算に用いた。

$$\Phi = -\log \left\{ \sum_{i=1}^N \left(\frac{\bar{f}_i - f_i}{\bar{f}_i} \right)^2 \right\} \quad (14)$$

(17)

Fig. 1 Maxwell model.

上式において、 $\bar{f}_i$ は共振周波数の実測値、 f_i は解析値である。各世代の全ての個体における適合度を算出し、最終的に最も適合度が高い弾性定数を求める解として決定した。なお、共振周波数のモードの特定を行っていないため、実験値と解析値の両者を比較して、もっとも値の近いものを同一モードと判断している。なお、本論文ではモードの入れ替わりを考慮していないが、モンテカルロ法や遺伝的アルゴリズムのように大域的な探索法を用いる限りは正解と離れた局所解に収束する可能性が低いことをこれまでの研究において確認している。

ところで、GA による探索計算では、再生、交叉、突然変異を経て結果的に最も適合度の高い個体が求める解となる。本研究では、初期集団による解析精度の影響を検討するため、Seed 1～Seed 4 の異なる 4 種類の初期集団を生成して、それぞれの最適解の探索を行った。また、本論文における GA 計算では、各世代の最も適合度の高い個体を残して次世代を探索するエリート選択法を用い、次世代を生むための親個体の決定にあたっては適合度に応じて選択確率を変化させるルーレット選択法を用いた^{11,12)}。

3. 共振周波数の測定試験

3.1 試験片

本研究では、東レ製一方向プリプレグ (P3252S) 8 枚を同一方向に積層したのち、オートクレーブにより焼成したものを試験片として用いた。GA により高精度な弾性定数の同定を行うのに適した形状を検討し、作成した積層板より 3 辺の長さがそれぞれ 16.06 mm, 1.45 mm, 50.87 mm の板を切り出し試験片とした。なお、プリプレグの厚さ方向が 1.45 mm、繊維方向の試験片長さが 50.87 mm である。

予備計算として Table 1 に示される標準試験により得られた弾性定数を用いて、この試験片における共振周波

数を有限要素法による固有振動解析により求めた。解析モデルは Fig. 2 に示すとおりであり、20 節点六面体 2 次要素により離散化した。要素数は 48、総節点数は 349 である。

有限要素解析の結果、この CFRP 試験片では 100 Hz～22 kHz の可聴帯域において Table 2 に示される 8 つの共振周波数を有することが確認された。各振動モードの弾性定数に対する感度を評価するために、5 つの弾性定数のうち 1 つのみを 1.2 倍として共振周波数解析を行った。得られた共振周波数の変化率を Table 3 に示す。結果に示されているように、Mode 2、Mode 4 はヤング率

Table 1 Elastic moduli of unidirectional CFRP laminate.

E_L [GPa]	E_T [GPa]	G_{LT} [GPa]	ν_{LT}	ν_{TT}
115.7	10.8	4.15	0.36	0.50

Fig. 2 FE model of CFRP specimen.

E_L に対する感度が高く、Mode 6、Mode 7、Mode 8 はヤング率 E_T に対する感度が高い。これらのモードは試験片の曲げ変形が支配的なモードである。対して、Mode 1、Mode 3 はせん断弾性定数 G_{LT} に対する感度が高く、これらは試験片のねじり変形が支配的なモードであることがわかった。

しかしながら、試験片の固有振動数を下げるべく板状の試験片を採用したことに起因して、今回の試験片ではポアソン比が支配的な振動モードが存在せず、測定された範囲の共振周波数は 2 つのポアソン比 ν_{LT} 、 ν_{TT} に対して極めて不敏感であった。そこで本論文での解析においてはポアソン比は探索計算から除外し、弾性定数 E_L 、 E_T 、 G_{LT} に関して同定を行うこととした。

3.2 振動試験

振動試験で用いる実験系の概略図を Fig. 3 に、圧電素子により支持された試験片部分の写真を Fig. 4 に示す。本研究では、試験片の自由振動を抑制しないよう、試験片の対角に位置する 2 つの頂点を一対の圧電素子により挟み込むように支持した。圧電素子には直径 18 mm、厚さ 3 mm の円盤状のチタン酸ジルコン酸鉛 (PZT、富士セラミックス) を使用した。スペクトラムアナライザ (DS-3200、小野測器) により、下方の圧電素子にサインスイープ信号を入力することで、試験片を加振した。試験片の振動により励起される上方の圧電素子から得られる出力信号をスペクトラムアナライザに戻すことで、試験片の周波数スペクトルを得た。得られた一方向 CFRP 試験片の周波数スペクトルを Fig. 5 に示す。Fig. 5 に示されるように、測定周波数領域内でいくつかの共振周波数ピークが観察された。測定周波数 (20 Hz～20 kHz) において明瞭に観測された 6 つの共振周波数を Table 4 に

Table 2 Resonant frequencies of CFRP laminate obtained by FE analysis.

Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6	Mode 7	Mode 8
3097 Hz	4838 Hz	7862 Hz	12873 Hz	15665 Hz	16249 Hz	17321 Hz	20696 Hz

Table 3 Variation ratio of resonant frequency of CFRP laminate.

[%]	$E_L \times 1.2$	$E_T \times 1.2$	$G_{LT} \times 1.2$	$\nu_{LT} \times 1.2$	$\nu_{TT} \times 1.2$
Mode 1	0.29	0.1	9.09	0.01	-0.02
Mode 2	9.24	0	0.23	0.01	0
Mode 3	3.51	0.16	5.96	0.06	-0.03
Mode 4	8.47	0.04	0.81	-0.03	0
Mode 5	3.67	0.14	3.73	0.09	-0.02
Mode 6	1.78	9.59	0.08	0.17	-0.08
Mode 7	0.02	8.53	1.1	0.25	-0.09
Mode 8	0.53	6.02	3.06	0.2	-0.09

Fig. 3 Schematic of vibration test of CFRP specimen.

Fig. 4 A picture of equipment of vibration test.

Fig. 5 Frequency response of CFRP obtained by vibration test.

Table 4 Resonant frequency of CFRP measured by vibration test.

f_1 [Hz]	f_2 [Hz]	f_3 [Hz]	f_4 [Hz]	f_5 [Hz]	f_6 [Hz]
3394	4506	8544	11869	14325	19538

Table 5 Analysis condition of GA to identify the elastic moduli of CFRP.

Bit number	8
Population	100
Generation	100
Generation gap	0.8
Crossover value	0.6
Mutation value	0.01

Table 6 Search range of elastic moduli.

E_L [GPa]	90~140
E_T [GPa]	8.0~12.0
G_{LT} [GPa]	3.0~6.0

示す。なお、前述の共振周波数解析の結果と比較すると、16~18 kHz 付近に現れると予想された 6 次および 7 次の振動モードが測定できなかったことが示唆される。

4. 弾性定数の同定

4.1 解析条件

粘弾性解析を行うための目安として、まずは CFRP の粘性を無視して完全弾性体と仮定した場合の弾性定数を固有振動数解析により求めた。試験片を模擬した解析モデルを作成し、20 節点六面体 2 次要素により離散化した。解析モデルは Fig. 2 に示すとおりであり、要素数は 48、総節点数は 349 である。弾性定数の同定計算に必要な一方方向 CFRP の共振周波数は、実験により得られた Table 4 の 6 つの共振周波数を用いた。

解析に用いた GA の各パラメータを Table 5 に示す。また、弾性定数の探索範囲を Table 6 に示す。先に述べたように、本実験の諸条件下においては、ポアソン比の探索が困難であると予想されたため、 ν_{LT} 、 ν_{TT} はそれぞれ引張試験により得られた測定値である 0.36、0.50 を既知量として与え、残りの弾性定数 E_L 、 E_T 、 G_{LT} のみの探索を試みた。

4.2 解析結果

GA により得られた、世代-適合度線図を Fig. 6 に示す。世代-適合度線図とは横軸に世代、縦軸に適合度を取り、各世代において最も優秀な個体の適合度を示した図である。この結果より、適合度は初期個体によらず 60 世

Fig. 6 Generation-fitness diagram on the identification of elastic moduli.

Table 7 Elastic moduli of CFRP estimated by the numerical identification.

	Seed 1	Seed 2	Seed 3	Seed 4
E_L [GPa]	95.88	95.88	95.88	95.88
E_T [GPa]	10.01	10.02	10.01	9.99
G_{LT} [GPa]	5.76	5.77	5.77	5.75

代を超えた辺りで一定値に収束していることが確認できる。100世代の計算終了時において、最も優秀な個体の弾性定数の組み合わせを Table 7 に示す。Table 7 の全ての弾性定数において、初期集団による差異がほとんど見られず、ほぼ等しい値の弾性定数が同定されたことが確認できる。これは探索した弾性定数 E_L , E_T , G_{LT} がそれぞれ支配的な振動モードを試験により測定できたことが大きな要因であると考えられる。各初期集団から得られた E_T の値がほとんど変わらないことから、 E_T が支配的なモードであると考えられる 4 つの振動モード Mode 5~Mode 8 のうち、Mode 6 と Mode 7 の振動モードが測定できなかったことの影響が小さいことも確認できた。また、それぞれの弾性定数は探索範囲の端部に収束することなく、探索範囲が適当であることも確認できた。

5. 粘弾性定数同定

5.1 解析条件

引き続き、CFRP の粘弾性定数の同定を試みた。定常振動問題として振動スペクトル解析を行い、振動試験と同様、自由振動状態における共振周波数を得るために、解析モデルの頂点の 1 つに対角方向の調和励振力を等価節点力として節点変位の周波数スペクトルを得た。評価関数の計算に必要な共振周波数の実験値は、Table 4 に示すものを用いた。解析モデルは前章と同様、振動実験に用いた CFRP 試験片を模擬した有限要素モデルと

Table 8 Analysis condition of frequency response.

Number of nodes	349
Number of elements	48
Analyzed frequency [Hz]	2000~22000
Sampling number	500

Table 9 Analysis condition of GA to identify the viscoelastic moduli of CFRP.

Bit number	8
Population	50
Generation	100
Generation gap	0.8
Crossover value	0.6
Mutation value	0.01

し、20 節点六面体 2 次要素により離散化を行った。解析モデルの要素数、解析に用いる周波数帯域、周波数分割数を Table 8 に示す。また、GA に用いた各パラメータを Table 9 に示す。なお、本計算では探索する変数が多いため、計算時間が非常に長くなる。そのため計算コストを考慮して個体数は 50 とした。

一方向 CFRP の繊維方向の弾性定数 E_L は、炭素繊維の弾性特性が支配的であるため粘弾性の影響は限定的となる。そこで、探索次元を考慮して本研究では E_L に関しては粘性を考慮せずに実数の弾性定数として同定することとした。また、2 つのポアソン比 ν_{LT} , ν_{TT} に関しては前章と同様に測定値である 0.36, 0.50 の実数値を既知量として与え、探索計算から除外した。

E_T および G_{LT} の粘弾性モデルは、Fig. 1 の 3 要素 Maxwell モデル ($n=3$) を用いた。粘弾性パラメータの探索には、

- (1) Maxwell モデルの弾性パラメータを探索対象とする場合
- (2) Maxwell モデルの粘性パラメータを探索対象とする場合
- (3) 弾性パラメータと粘性パラメータの両者を探索対象とする場合

などが考えられる。既報⁷⁾では粘弾性 Maxwell モデルの同定に際して Maxwell モデルにおける弾性パラメータをあらかじめ既知量として与え、個々のユニットの粘性パラメータ (緩和時間) を同定する方法をみているが、これは瞬間弾性率 (室温でのヤング率) を既定することにより解空間をある程度限定する方法であり、本来の粘弾性パラメータの同定法としては一般性を欠いていた。

今回の粘弾性パラメータの同定では周波数帯域を可聴

Table 10 Relaxation times in the numerical identification.

λ_1 [s]	5.0×10^{-3}
λ_2 [s]	5.0×10^{-4}
λ_3 [s]	5.0×10^{-5}

Table 11 Search range of elastic moduli of viscoelastic Maxwell model.

	E_L [GPa]	90~140	
E_{T1} [MPa]	10.0~100	G_{LT1} [MPa]	5.0~50
E_{T2} [MPa]	10.0~100	G_{LT2} [MPa]	5.0~50
E_{T3} [MPa]	10.0~100	G_{LT3} [MPa]	5.0~50
$E_{T\infty}$ [GPa]	8.0~12.0	$G_{LT\infty}$ [GPa]	3.0~6.0

領域の 20 Hz~20 kHz と限定しているため、Maxwell モデル各ユニットの緩和時間に関してはある程度範囲を限定してあらかじめ決めておくことができる。そこで本研究では予備計算を行って室温状態の CFRP の挙動を支配する緩和時間の範囲を特定し、Table 10 に示す 50 μ s, 500 μ s, 5 ms の 3 つの緩和時間をあらかじめ設定し、 E_T , G_{LT} の弾性パラメータのみを未知数として Maxwell モデルの探索を行うこととした。

最終的に本研究では、Maxwell モデルにおける無次元時間後の弾性定数 E_∞ , G_∞ と弾性パラメータ E_1 , G_1 , E_2 , G_2 , E_3 , G_3 を未知量として CFRP の粘弾性パラメータを探索計算により決定した。各弾性定数の探索範囲は Table 11 に示すとおりである。前章同様、初期集団による解析精度の差異について検討するため、Seed 1~Seed 4 の異なる 4 種類の初期集団を用いて、最適解の探索を行った。

5.2 解析結果

GA により得られた、一方向 CFRP の世代-適合度線図を Fig. 7 に示す。Fig. 7 から、80 世代を超えると、いずれの初期個体を用いた場合もある程度の解が収束していることが確かめられる。なお、最も高い適合度を示したのは Seed 3 であり、50 世代を超えた辺りから適合度は上昇せずにほぼ一定の値に収束した。

粘弾性パラメータの同定計算にて得られた適合度を、前節において実施した弾性体として計算を行った場合の適合度と比較すると、粘弾性体として同定した場合のほうが 10% 程度高い適合度が得られている。すなわち、CFRP の共振周波数は室温環境下においても粘性の影響が明確に反映されたものであるということを示しており、粘性を考慮したパラメータ同定の有用性が示されているといえる。

Fig. 7 Generation-fitness diagram on the identification of viscoelastic moduli.

Table 12 Elastic modulus E_L estimated by numerical identification.

	Seed 1	Seed 2	Seed 3	Seed 4
E_L [GPa]	98.04	99.02	98.04	98.04

Table 13 Elastic moduli E_T of Maxwell model estimated by numerical identification.

	Seed 1	Seed 2	Seed 3	Seed 4
E_{T1} [MPa]	58.4	84.8	99.3	11.4
E_{T2} [MPa]	17.8	40.7	64.7	98.9
E_{T3} [MPa]	44.9	71.4	23.8	27.6
$E_{T\infty}$ [GPa]	9.80	9.47	9.58	9.76

Table 14 Elastic moduli G_{LT} of Maxwell model estimated by numerical identification.

	Seed 1	Seed 2	Seed 3	Seed 4
G_{LT1} [MPa]	15.4	18.1	17.4	48.1
G_{LT2} [MPa]	36.6	6.06	24.8	27.4
G_{LT3} [MPa]	34.5	7.47	29.0	40.8
$G_{LT\infty}$ [GPa]	5.51	5.55	5.53	5.41

次に、計算終了時より得られた弾性定数および粘弾性定数を Table 12, Table 13, Table 14 に示す。弾性定数 E_L の結果に着目すると、Seed 2 においてやや高い値が同定されているものの、それ以外は初期集団に依らず同じ値に収束しており、この値は Table 7 に示される E_L と比較的近い値であることがわかる。

探索計算により得られた弾性パラメータおよび粘弾性パラメータを用いて CFRP 試験片の振動スペクトルを求めた結果が Fig. 8 である。図中、振動実験により得られた共振周波数の値を破線で示してある。数値計算結果では 16 kHz あたりに 2 つの接近した共振ピークが認められるが、実験ではこれらのピークは捉えられていない。

Fig. 8 Frequency spectrum obtained FE analysis using identified viscoelastic moduli.

Fig. 9 Storage modulus $E'_T(\omega)$ obtained by numerical identification.

Fig. 10 Loss modulus $E''_T(\omega)$ obtained by numerical identification.

それ以外の1次～5次の周波数について計算値と実験値はほぼ一致していることが確かめられる。

続いて粘弾性定数 E_T , G_{LT} の同定結果を評価するため, Table 13, Table 14 の結果を式(12), 式(13)に代入し, 貯蔵弾性率, 損失弾性率と周波数との関係をそれぞれ算出した。Fig. 9, Fig. 10 に E_T の貯蔵弾性率 $E'_T(\omega)$

Fig. 11 Storage modulus $G'_{LT}(\omega)$ obtained by numerical identification.

Fig. 12 Loss modulus $G''_{LT}(\omega)$ obtained by numerical identification.

と損失弾性率 $E''_T(\omega)$ の結果をそれぞれ示す。貯蔵弾性率 $E'_T(\omega)$ に関しては初期集団による大きな差異は見られず, 周波数の増加に従って微増するという同様の傾向を示していることが確認できる。他方, Fig. 10 に示されるように, 損失弾性率 $E''_T(\omega)$ は初期集団に対する依存性が高く, 必ずしも同一の値に収束していないことが見て取れる。4つの結果の中で, Seed 1 と Seed 2 は 30～40 Hz 付近と 3～4 kHz 付近においてピークを示すという点で類似の傾向を示しているものの, 他の Seed 3, Seed 4 はこの限りでなく結果に差が生じている。

同様に, Fig. 11, Fig. 12 に G_{LT} の貯蔵弾性率 $G'_{LT}(\omega)$ と損失弾性率 $G''_{LT}(\omega)$ の同定結果をそれぞれ示す。貯蔵弾性率 $G'_{LT}(\omega)$ に関しては, Seed 4 の値がやや低いものの, それ以外の結果はほぼ一致しており, 先の $E'_T(\omega)$ の場合と同様に周波数の増加に対して微増する傾向を示している。損失弾性率 $G''_{LT}(\omega)$ については, 200 Hz～3 kHz 近辺において山を持つかまぼこ型の特性を示しており, 初期値の異なる4ケースは概ね類似の傾向を示し

ているが、Seed 4 の結果のみ低周波側で差異が目立つ結果となっている。この Seed 4 が異なる傾向を示しているという点では、Fig. 10 と Fig. 12 は同一の傾向であり、Fig. 6 の適合度関数を見ても Seed 4 のみが低い値を示していることから、さらに世代数を増加させる、もしくは個体数を増やすことによって精度を改善させることができ、損失弾性率の精度はさらに改善できるものと思われる。

なお、貯蔵弾性率が GPa オーダーなのに対して、損失弾性率は MPa オーダーであることからわかるように、損失弾性率を高い精度で求めることは本質的に難しい問題である。そのなかでさらに精度を改善するには、より高い精度で共振周波数の測定を行う、さらに多自由度の Maxwell モデルを適用してパラメータの同定計算を行う、GA 計算における個体数をさらに増加させ、じゅうぶんに計算が収束するまで時間をかけて探索計算を行うなどの方法が有効であると考えられる。

ちなみに著者らのグループでこれまで試みてきた遺伝的アルゴリズムによる同定計算では、8 bit 程度の遺伝子 1 つあたり 50 個程度の初期個体が必要であった。今回の計算では未知パラメータ 9 個すなわち、遺伝子数 9 であり、簡易的に見積ると 400 個以上の初期個体が必要となる。さらには初期個体数と同数の世代計算が必要となれば、今回の同定計算の 20 倍から 30 倍の計算時間が必要であったということになる。その点からみて今回の計算は計算の収束が十分でないと考えられるが、今後は逐次探索法や最急降下法といった局所探索法を組み合わせることにより、さらなる精度改善と計算時間の短縮に取り組みたいと考えている。

また、本質的な問題として、粘性の影響により生じる位相の変化や、モード減衰比の影響⁹⁾などは考慮されていない。減衰の影響が強く反映される実験結果を有効に活用したうえでのパラメータ同定を行えば、今後さらに粘弾性パラメータの同定精度は改善されるものと期待される。

6. 結 論

本研究では材料の共振周波数を測定することにより、異方性を有し、かつ粘弾性特性を有する一方向 CFRP の粘弾性定数を同定する一連の手法について検討を行った。振動試験により測定された共振周波数に一致するよう、粘弾性定数を変化させながら繰り返し計算を実施して共振周波数を求め、遺伝的アルゴリズムを適用して適合度関数を評価することによって、CFRP の粘弾性定数

を同定した。

可聴帯域の共振周波数データを用いた同定によって、概ねばらつきが少なく、信頼性の高い粘弾性パラメータの推定結果が得られたものと考えられる。なお、比較的 low 周波領域の曲げ振動が支配的な周波数領域の共振周波数を用いることによって、 E_L , E_T , G_{LT} に関しては比較的良好な結果を得たものの、今回の同定解析ではポアソン比の同定については逆解析的に悪条件であったため、同定すべきパラメータから除外する必要があった。今後は、可能であればすべての弾性・粘弾性パラメータを同定可能な手法について検討することが望まれる。

また、ある程度予測された結果ではあるが、室温での CFRP の損失弾性率は貯蔵弾性率と比較して小さいため、本質的に精度よく同定することが難しい。各共振モードの減衰率や共振尖鋭度を評価する、もしくは共振における位相を評価するなどの方法を用いることによって、損失弾性率の同定精度はさらに高めることが可能であると思われる。

参 考 文 献

- 1) M. Ward & S. John : *Mechanical Properties of Solid Polymers*, John Wiley & Sons, New York (2012), pp. 657-663.
- 2) K. Kaku, M. Arai, T. Fukuoka & T. Matsuda : *Acta Mech.*, **214** (2010), 111-121.
- 3) N. Nakamura, T. Nakashima, S. Oura & M. Hirao : *Ultrasonics*, **50** (2010), 150-154.
- 4) H. Ogi, N. Nakamura & M. Hirao : *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, **28** (2005), 657-663.
- 5) A. Yaoita, T. Adachi & A. Yamaji : *NDT&E Int.*, **38** (2005), 554-560.
- 6) S. Bernard, Q. Grimal & P. Laugier : *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.*, **18** (2013), 12-19.
- 7) 荒井政大, 柴原直幸, 西村正臣, 島村佳伸, 小林和幸 : 計算数理工学論文集, **15** (2015), 7-12.
- 8) 小林和幸, 小山孝生, 杉村亜寿美, 荒井政大, 島村佳伸 : 日本複合材料学会誌, **43**, 1 (2017), 2-8.
- 9) 荒井政大, 板垣大輔, 西村正臣, 島村佳伸, 小林和幸 : 計算数理工学論文集, **14** (2014), 43-48.
- 10) 宮野 靖, 鈴木克人 : 材料, **23**, 255 (1974), 1057-1062.
- 11) 坂和正敏, 田中雅博 : 遺伝的アルゴリズム, 朝倉書店 (1993).
- 12) 北野宏明 : 遺伝的アルゴリズム, 産業図書 (1993).
- 13) 竹内則雄, 檜山和男, 寺田賢二郎 : 計算力学 (有限要素法の基礎), 日本計算工学会編, 森北出版 (2003).
- 14) 長松昭男 : モード解析入門, コロナ社 (2012).