- 29) 今井義一：第2回次世代産業基盤技術シンポジウム金属複合材料技術予稿集(1984), pp. 121-129.
 30) 砥綿真一, 山田銑一：日本金属学会誌, 47, 2 (1983), 159-165.
 31) R. Rice (Naval Research Lab.) : 私信.
 32) K. Prewo & J. Brennan : *J. Mater. Sci.*, 15 (1980), 463-468.
 33) idem : *J. Mater. Sci.*, 17 (1982), 1201-1206.
 34) Y. Hasegawa & K. Okamura : to be published in *J. Mater. Sci.*

解 説

複合材料による竹と木の構造シミュレーション

池 上 皓 三*

1. 緒 言

日本と欧米を比較するとき、日本は木の文化であり、欧米は石の文化という対比がよく用いられる。法隆寺が世界最古で、また東大寺が世界最大の木造建築であるといわれていることから、日本の文化が木によって、大きく影響されていることがわかる。また、竹でできた茶筌や茶杓などをながめていると、もし、日本に竹がなければ、日本独特の茶道が発展したかどうか考えざるをえない。このように、建築物から日用品まで、木や竹などの天然材料が、古くから幅広く用いられている。これは、日本の気候が植物の育成に適しており、天然材料が比較的容易に手に入ることが、一つの理由であろう。しかし、天然材料が力学的にも機能的にも、すぐれた材料であることを、経験的に多くの人々が昔から知っていたことが、さらに大きな理由であると考えられる。

木や竹ばかりでなく、骨などの生体材料は、生体維持機能や個体維持機能を有しているから、ある種の合目的性を有していると解釈できる。天然材料の利用は、これらの合目的性の利用ともみなせる。一方、最近実用化の進んでいる複合材料は、その性質を組成によって変化させることができるから、目的に合う材料を設計し造り出せる可能性をもっている。これらの複合材料は、多くの製造過程が必要であるという点で、きわめて人工的な材料であり、材料の生成過程からみると、天然材料とまったく正反対の位置に属するものである。しかし、合目的性という点では、複合材料と天然材料は、同じ立場にあ

ると考えられる。したがって、複合材料によって材料設計を行なうとき、生体材料の形状や構造から、多くの点が学びとれる¹⁾。ここでは、竹と木をとりあげ、これらの天然材料の形態の、力学的合理性について考察する。

2. 竹

2.1 竹 の 節

図1は竹の外観を示す写真である。多くの木は生えている地面に近い部分ほど幹が太くなっているが、竹は地面に近い部分でも、あまり太さが変化しない。そのかわりに竹の節の間隔が、地面に近いところほど密になっている。竹が地面に生えている状態を、一端が固定された片持はりと考え、風などの横荷重を受けた場合、竹の地面に近い部分に、大きな応力が生ずることが予想される。地表近くで竹の太さがあまり変化しない代りに、節の間隔が密になっているのは、固定端の大きな応力を支えるのに合理的な構造と考えられる。

竹を図2に示すように、肉厚の様な半径 r の薄肉円筒と考える。竹の下から n 番めの節について、両隣りの節との中心間隔を x_n とする。また、竹の節の中心軸に関する、断面2次モーメントを I_0 とする。竹の曲げ応力を考える場合、図2の x_n の部分の曲げモーメント M_n を、節の部分だけで負担させるとする。さらに、節の断面2次モーメント I_0 と、節の厚さ δ の積 $I_0\delta$ を、 x_n 間に一様に分布させた値 $I_0\delta/x_n$ を、 x_n の部分の等価断面2次モーメントとする。節の間隔が小さくなると、 x_n は小さくなり、したがって、その部分の等価断面2次モーメントは大きくなる。 x_{n+1} の部分に作用する曲げモーメントを M_{n+1} とすれば、 x_n の部分と x_{n+1} の部分で、

* Kozo IKEGAMI : 東京工業大学精密工学研究所
(227 横浜市緑区長津田町 4259)

図 1 竹の外観

図 2 竹のモデル

曲げ応力を等しくするには,

$$\frac{M_n r}{I_0 \delta / x_n} = \frac{M_{n+1} r}{I_0 \delta / x_{n+1}} \quad (1)$$

である。竹の外表面での強度が同じであれば、式(1)より x_n と x_{n+1} の部分で、等強度となるための条件が決められる。すなわち、式(1)より

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{M_n}{M_{n+1}} = \alpha \quad (2)$$

が得られる。式(2)で α は、曲げモーメントの分布によって決まる関数であるが、計算を簡単にするため、 α を定数と考え、 x_{n+1} と x_n の関係は等比級数となる。図3に α のいくつかの値に対して、竹の節の相対間隔変化を計算した結果を示す²⁾。また図1の竹の写真より、竹の節の間隔を測定し、 x_{n+1} と x_n との比を計算した結果が図4である。 x_{n+1} と x_n の比は、ほぼ一定であり、 x_{n+1} と x_n の値が等比級数的に変化していることがわか

図 3 計算した節の相対間隔変化

図 4 節の中央間距離の測定例

る。

節が k 個あり、これらを間隔一様に分布させたときの最下端部分に生ずる曲げ応力 σ_{b1} と、等比級数(公比 α) で分布させたときに、同様の位置に生ずる曲げ応力 $\bar{\sigma}_{b1}$ を比較すると、

$$\frac{\bar{\sigma}_{b1}}{\sigma_{b1}} = \frac{1}{k} \cdot \frac{1 - \alpha^k}{1 - \alpha} \quad (3)$$

となる²⁾。たとえば、 $k=15$ 、 $\alpha=1.05$ のときは、 $\bar{\sigma}_{b1}/\sigma_{b1} \approx 1.44$ となる。このときには、一様分布時の応力は、等比級数的分布時の応力に比べて、約 44% 上昇することになる。竹の外表面の材質強度が、どちらの分布でも同じであるとすれば、曲げ応力が増加した割合だけ、一様分布の竹の曲げ強度が低下することになる。

2.2 竹の組織分布

図5は竹の稈の断面写真である。竹の組織は、外表面に向かって密になっている。一般にはりの曲げ応力は、外表面に向かって増加する。組織が密なほど強度が大きいとすれば、竹の組織は断面が曲げ応力に対して平等強さになっているような分布であることが予想される。竹を円筒とし、その中心軸を含む断面での曲げ応力を

図5 竹の稜の断面の組織分布

考える。このために、図6に示すように、竹の稜の肉厚部分を等分して、その間隔を t とする。中心軸線から y_n , y_{n+1} の位置での曲げ応力を、それぞれ $\sigma_{B(n)}$, $\sigma_{B(n+1)}$ とすると、

$$\sigma_{B(n)} = \frac{E_n y_n}{\rho}, \quad \sigma_{B(n+1)} = \frac{E_{n+1} y_{n+1}}{\rho} \quad (4)$$

となる。ここで、 E_n , E_{n+1} は、それぞれ y_n , y_{n+1} での引張り弾性係数、 ρ は曲げ変形による竹の軸線の曲率半径である。 $\sigma_{B(n+1)}/\sigma_{B(n)} = \beta$ とおくと、式(4)より

$$\frac{E_{n+1}}{E_n} = \frac{y_n}{y_{n+1}} \beta = \frac{y_n}{y_n + t} \beta = \frac{1}{1 + (t/y_n)} \beta \quad (5)$$

が得られる。分割を小さくすると、 $t/y_n < 1$ だから、

$$\frac{E_{n+1}}{E_n} = \beta \quad (6)$$

となる。 β は一般には断面での強度分布によって決まる関数であるが、計算を簡単にするため、 β を定数とすると、 E_{n+1} と E_n の関係も等比級数となる。断面 y_n での強化材と考えられる部分の体積含有率を $V_{f(n)}$ 、その引張り弾性係数を E_f とし、 E_n に対して複合則が成立するものとする、

図6 竹の断面の弾性係数

$$\frac{E_{n+1}}{E_n} = \frac{E_f V_{f(n+1)} + [1 - V_{f(n+1)}] E_m}{E_f V_{f(n)} + [1 - V_{f(n)}] E_m} = \beta \quad (7)$$

となる。 E_m は強化材以外の部分の引張り弾性係数で $E_f \gg E_m$ のときは、式(7)で E_m の効果を無視して、

$$\frac{E_{n+1}}{E_n} = \frac{E_f V_{f(n+1)}}{E_f V_{f(n)}} = \frac{V_{f(n+1)}}{V_{f(n)}} = \beta \quad (8)$$

となるから、強化材の体積含有率も等比級数的に変化することがわかる。図7は β を一定値として、組織分布の相対変化を計算した結果である²⁾。図7では分布状態を見やすくするため、稜の軸線に直角断面での分布で描いてある。

実際の組織は図5に示すように、必ずしも同一円周上に均一に分布していない。図5の黒く見える部分は、維管束鞘といわれる組織で、この部分は他の部分より硬いことが知られている³⁾。そこで、維管束鞘の部分を強化材とみなし、この体積含有率を調べる。まず、図5の写真の竹の断面を半径方向に8等分の層に分割し、それぞれの層に含まれる維管束鞘の面積を測定する。この維管束鞘の面積を層全体の面積で割った値を、維管束鞘の体積含有率とする。隣接した層でこれらの含有率の比を計算した結果が図8である。これらの比は多少のばらつきがあるが、ほぼ一定値であると見なせ、維管束鞘の分布が、竹の内面から外面に向かってほぼ等比級数的に変化していることがわかる。なお図8では、 $V_{f(n)}$ を V_n と表示してある。

竹の組織を断面に一樣に分布させたととき、内面から外面に向かって、等比級数的に変化させたとときの強度を比較する。竹の稜の断面を p 個の層に分割し、最外層での強化材(維管束鞘)の体積含有率を V_c とする。公比 β で変化させた強化材を、一樣に分布させたときの、一つの層に含まれる強化材の体積含有率 V_c は、

$$\bar{V}_c = V_c \frac{1 - (1/\beta)^p}{1 - (1/\beta)} \frac{1}{p} \quad (9)$$

である²⁾。マトリックスに相当する部分の強度は無視し、

図7 計算した組織分布

図 8 稈の断面の組織分布測定例

等比分布させたときの最外周の強度を σ_1 ，等分布させたときの最外周の強度を $\bar{\sigma}_1$ として，この二つの強度を比較すると

$$\frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_1} = \frac{1 - (1/\beta^p) \cdot 1}{1 - (1/\beta)} \cdot \frac{1}{p} \quad (10)$$

となる。たとえば， $\beta = 1.18$ ， $p = 8$ とすれば， $\sigma_1/\bar{\sigma}_1 = 1.66$ となり，このときには，等比分布の場合のほうが，強度が約 66% 向上することになる。

3. 樹 木

3.1 年 輪

図 9 は，木の年輪を示した写真である。この写真から，年輪の分布は樹木の外周にゆくほど密になっていることがわかる。年輪の部分は組織が他の部分に比べて緻密であるといわれている⁴⁾。この部分を強化材と見なせば，年輪の分布も，竹の組織分布と同様に，曲げ変形に対して効果的な分布と考えることができる。

木の年輪分布を考察するため，木を円柱とし，その軸線を含む断面での年輪の座標を，図 10 のように決め

図 9 木の年輪

図 10 木の年輪（まさ目）の座標

る。すなわち，中心から n 番めの年輪の，中心軸線からの距離を y_n とする。また， n 番めの年輪に隣接する $n-1$ 番と $n+1$ 番めの年輪の中央間距離を x'_n とする。年輪は同一幅 η であり，その引張り弾性係数を E_0 とする。年輪の幅 η と弾性係数 E_0 の積 ηE_0 を， x'_n の間隔に一樣に分布させた値 $\eta E_0/x'_n$ を， x'_n の部分の等価弾性係数とする。年輪の間隔が小さくなるほど， x'_n の値は小さくなるから，その部分の等価弾性係数は大きくなる。

図 10 で y_n と y_{n+1} に生ずる曲げ応力 $\sigma_{w(n)}$ と $\sigma_{w(n+1)}$ の比を考えると，

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{w(n+1)}}{\sigma_{w(n)}} &= \frac{(\eta E_0/x'_{n+1}) y_{n+1}}{\rho'} \bigg/ \frac{(\eta E_0/x'_n) y_n}{\rho'} \\ &= \frac{y_{n+1}}{x'_{n+1}} \cdot \frac{x'_n}{y_n} \end{aligned} \quad (11)$$

となる。ここで ρ' は曲げ変形による木の曲率半径である。式(11)の右边を $y_{n+1} = y_n + (1/2)(x'_n + x'_{n+1})$ を用いて書きなおすと

$$\begin{aligned} \frac{y_{n+1}}{x'_{n+1}} \cdot \frac{x'_n}{y_n} &= \frac{x'_n}{x'_{n+1}} \left\{ 1 + \frac{(1/2)(x'_n + x'_{n+1})}{y_n} \right\} \\ &\doteq \frac{x'_n}{x'_{n+1}} \quad (y_n \text{ が大きいとき}) \end{aligned} \quad (12)$$

となり，

$$\frac{\sigma_{w(n+1)}}{\sigma_{w(n)}} = \frac{x'_n}{x'_{n+1}} = \mu \quad (13)$$

を得る。式(13)の μ は一般には y の関数であるが，計算を簡単にするため， μ を一定値とすれば， x'_n と x'_{n+1} の関係も等比級数となる。図 11 は μ を一定値として，年輪の相対間隔変化を計算した結果である²⁾。また図 9 の写真をもとにして，年輪間隔を測定し，図 10 の年輪間の中央距離の比 x'_n/x'_{n+1} を計算した結果が図 12 である。

図 11 計算した年輪とまさ目

(a) まさ目 (b) 年輪

図 12 年輪の中央間隔距離の比の測定例

3.2 枝の接合部と「あて」

図 13 は、木の枝が幹と接合する部分を、切断したときに現われる年輪分布を示したものである。この分布は上部と下部で異なっており、上部のほう、すなわち枝の凹状部分で、年輪分布が密になっている。これと類似の年輪分布は、木が曲がって成長した部分にも観察され、「あて」といわれている⁴⁾。図 14 が「あて」の部分の切断面での年輪分布を示したものである。

このような偏りのある年輪分布を考察するため、枝の幹から生えている状態を、図 15 に示すような 1/4 円弧はりで近似する。この円弧はりの半径を R 、その断面を半径 a の円形とする。はりの一端は固定され、他端に水平荷重 P が作用するものとする。このはりに生ずる曲げ応力は、AA' 面（固定端）では、A' で引張り応力、A で圧縮応力となり、A' での引張り応力のほうが、一般には大きくなる。大きな応力が生じる部分での年輪が密な分布になっているのは、曲げ応力に対して有効な年輪分布と考えられる。

固定端での曲げ応力分布を考察するため、図 10 と同じ記号を用いる。中立軸の位置から、 y_n と y_{n+1} の年輪での曲げ応力 $\sigma'_{w(n)}$ と $\sigma'_{w(n+1)}$ の比をとると、

$$\frac{\sigma'_{w(n)}}{\sigma'_{w(n+1)}} = \left(-\frac{\eta E_0}{x'_n} \omega \frac{y_n}{R - y_n} \right) / \left(-\frac{\eta E_0}{x'_{n+1}} \omega \frac{y_{n+1}}{R - y_{n+1}} \right) \quad (14)$$

図 13 木の枝の幹部での切断面

図 14 「あて」の部分の切断面

図 15 木の枝の曲がりはりモデル

となる。ここで、 ω は曲げ変形による、はりの曲率の変化の割合（角歪）である。また、はりの中立軸の位置は、曲がりはりの断面係数から計算できる。式(14)を書きなおすと、

$$\frac{\sigma_{w'(n+1)}}{\sigma_{w'(n)}} = \frac{x'_n}{x'_{n+1}} \cdot \frac{y_{n+1}}{y_n} \cdot \frac{R-y_n}{R-y_{n+1}} \quad (15)$$

となる。 n が大きいきとき $(1/2)(x'_n + x'_{n+1}) \doteq x'_n$ として、式(15)から

$$\frac{x'_n}{x'_{n+1}} = \lambda \frac{1}{y_n + x'_n} \cdot \frac{R - y_n - x'_n}{R - y_n} \quad (16)$$

を得る。式(16)より、 x_{n+1} と x_n の関係は、逐次計算によって得られる。なお、式(16)の λ は $\sigma'_{w(n+1)}$ と $\sigma'_{w(n)}$ の比から決まる値で、一般には y の関数となる。計算を簡単にするため、中立軸の正と負の側で異なる定数として、年輪分布の相対変化を計算したのが図16²⁾である。ただし、式(16)より得られる結果は、図15のA'A

図16 計算した枝の切断面での年輪分布

面で中立軸に垂直な直線上（図16のSS'上）での年輪分布に対する結果である。この結果を見やすくするため、はりの曲率半径に沿って描いたのが、図16(a)である。また、中立軸から等番めにある年輪を結びその間隔を直径とする円を描いたのが図16(b)である。

4. 力学的性質の比較

天然材料の力学的性質に関しては、木材の変形挙動に関する詳細な解説⁵⁾や、竹の力学的性質についての詳細な実験結果⁶⁾など、多くの報告がある。ここでは、竹と木材の力学的性質を、繊維強化プラスチック (FRP) の力学的性質と比較する。表1にガラス繊維強化プラスチック (GFRP)⁷⁾、カーボン繊維強化プラスチック (CFRP)⁸⁾、ケブラー繊維強化プラスチック (KFRP)⁸⁾の、一方向繊維強化材料の、繊維方向の引張り弾性係数と引張り強度、および、すぎ、ひのき⁹⁾、さらに、まだけ、もうそうちく¹⁰⁾の軸方向の引張り弾性係数と引張り強度の値を示した。この表には、それぞれの材料の密度を用いて計算した、比弾性、比強度の値も示してある。GFRPのマトリックスはポリエステル樹脂、CFRP、KFRPのマトリックスはエポキシ樹脂で、それぞれの繊維体積含有率は、約45, 60, 60%である。

引張り弾性率に関しては、GFRPとまだけが同程度であるが、木材はFRPに比べてかなり小さい。引張り強度については、FRPは竹や木材の数倍から10倍程度である。比弾性率に関しては、木や竹のほうがGFRPよりすぐれている。比強度については、FRPが竹や木材の数倍となっている。結局、竹や木材は比弾性率が大きいことが、一つの力学的特徴であることがわかる。なお、木材中の強度に関係しない成分、たとえば水分や糖分などを抽出して、木材の密度を小さくすれば、木材の

表1 力学的性質の比較

	Density (g/cm ³)	Tensile modulus (GPa)	Tensile strength (MPa)	Specific modulus (GPa/g/cm ³)	Specific strength (MPa/g/cm ³)
GFRP	1.78	38.2	686	21.5	385
CFRP	1.55	122	1,360	78.8	828
KFRP	1.35	66.7	1,258	49.4	933
すぎ	0.36	10.5	62	31.9	172
ひのき	0.44	13.2	115	30.1	262
まだけ	1.05	36.7	277	34.9	264
もうそうちく	1.19	20.7	190	17.4	160

比強度がさらに向上するという報告¹¹⁾もある。

5. 結 言

複合材料のモデルの一つとして、竹や木をとりあげ、それらの形態や組織分布の合理性を、力学的な観点から検討を行なった。竹や木などの天然材料の組織が、力学的な条件からのみ決まるものでなく、それらが生体維持機能など多くの機能性を有していることはいうまでもない。天然材料のこれらの機能性を手本として、材料設計のシミュレーションを行なうことは、今後の複合材料の興味ある研究分野と考えられる。

参 考 文 献

1) たとえば、林 毅編：複合材料工学，日科技連

- (1971), p.21.
 2) 池上皓三：機能材料，4，11 (1984)，47-55.
 3) 上田弘一郎：竹と日本人，日本放送出版協会 (1979)，p.182.
 4) 西岡常一，小原二郎：法隆寺を支えた木，日本放送出版協会 (1980)，p.92.
 5) 澤田 稔：材料，32，359 (1983)，832-847.
 6) 尾田七八：日本機械学会論文集，46，A 編，409 (1980)，997-1006.
 7) 白鳥英亮，池上皓三，服部敏雄，清水克実：日本機械学会論文集，40，340 (1974)，3298-3809.
 8) 高橋 亨，池上皓三：日本機械学会論文集，A編，49，448 (1983)，1475-1483.
 9) 千葉大学工学部建築学科木材工芸学教室編：木材加工，室内計画便覧，産業図書 (1962)，p.289.
 10) 同上，p.331.
 11) R.T. Dann：Mach. Des.，45 (1973)，130.

解 説

Windecker による軽量複合構造の考え方

小 塩 国 次*

1. 「理想の複合材料は生物体である」¹⁾

最近、全複合材製ビジネスプロップ機「アブテック 400」が話題になっている。

本機の構造様式は、ストリングやリブをほとんど使用しないパネルモノコック方式で、さらに生物の靱帯組織 (図1) をエンジンや脚の取付け法に利用する¹⁾ など、きわめて斬新性に富んだものであり、たんに金属を複合材に置換しただけの通常設計とは明らかに一線を画した機体である。

本機的设计と基本プロセスを担当した Leo J. Windecker 博士 (図2) は、もともと歯科医であったが、1959年にダウ・ケミカル社の援助を得て、複合材料で飛行機を作る研究を7年間実施し、全FRP製小型機「Windecker Eagle」²⁾ (図3) を開発した。この機体はガラス繊維とエポキシ樹脂および発泡芯材からできており、結合方法は生体の靱帯組織を模したものであったが、1980年に竜巻にあって壊れたとき、生体結合部はまったく破壊されず

に無傷で残り、その信頼性が立証される結果となった。

Windecker 博士は1981年アブテック社が創立されると同時に入社し、彼の特許約40件もそっくり引き継がれた。したがってアブテック400は「Windecker Eagle」の延長線上にあり、両機は「理想の複合材料は生物体である」という認識に基づいて、設計されたものといえる。

彼の軽量複合構造に対する考え方は、特許資料のなかを示されているので、以下にその数例を紹介する。

2. 放線状靱帯組織を模した結合法

複合材料で航空機を作る場合、穴をあけてリベットでとめると、穴のまわりに応力の集中が起きて簡単に破壊されるばかりでなく、構造も重くなってしまう。そこで彼は応力を分布させる役目を強化繊維にもたせ、繊維束の一端を放線状靱帯と同じ様に広く分散 (hose tail) させることを考えた。

図4はこの生体結合法 (バイオニックデザイン) の基本概念⁴⁾を示すもので、ボルト状の継手金具の内部に繊維束の一端を集中して固めたものである。繊維束の固定

* Kuniji OJIO : 川崎重工業 (株) 航空機事業本部岐阜工場生産技術部 (504 各務原市川崎町 1)