研究論文

三次元複合材料の弾性常数と強度

土方 明躬*, 森 顯 伸**, 福多 健二***

(1992年1月26日受付)

Elastic Constant and Strength of Three-Dimensional Composite Material

A. HIJIKATA,* A. MORI** and K. FUKUTA***

(Received January 26, 1992)

Three-dimensional composites were made firstly by orientating fiber bundles in roving or rod-like shape unidirectional composites and secondarily molded with resin. To evaluate the elastic constants and the strength of the 3-D composites, an analytical method was developed adopting the orthogonal anisotropic theory of elasticity. Tensile and compressive tests on orthogonal three axis 3-D CFRP were also made, and the results of elastic constants and initial breaking strength were compared with the theoretical values. The test result showed good agreement with the analytical result. Furthermore, these mechanical properties were evaluated for 3-D composites consisting of 3 to 7-axis by using the analytical method. As the results, it was found that 7 axis were advantageous to pseudo-isotropic material, and 4 or 5 axis to anisotropic material.

1. 緒 言

三次元複合材料は、従来の積層複合材料の弱点である層間強度の改善が期待され、さらに、強化繊維の軸数を増やすことによって多軸応力下で使用できる複合材料として期待されている。

このような三次元複合材料の機械的特性については、三次元3軸 CFRP についての試験結果が、福多ら¹⁾により報告されている。一方、機械的特性の解析法については、ロッド状一方向材を直交3軸に組織した複合材料について、Aboudi²⁾による弾性常数の解析³⁾がある。また、繊維で構成した三次元多軸複合材料について、等価介在物法による八田の解析⁴⁾が報告されている。しかし、実際の三次元複合材料として製作されている、ロービングあるいはロッド状の繊維束を三次元に配

向した4軸以上の複合材料の機械的特性の解析は見あたらない。

そこで、本報告では、ロービングあるいはロッド状の繊維束を三次元に配列した複合材料の弾性常数や初期破断強度を、三次元直交異方性弾性論をもとに解析する方法を導き、三次元3軸 CFRP の試験結果と比較して解析法の妥当性を検討した。また、3~7軸複合材料について、これらの特性を求め、三次元的に擬等方性を得る組織や異方性を生かした組織構造について検討した。

2. 解 析 法

2.1 弾 性 常 数

(1) ロッド状一方向材の剛性

三次元複合材料を構成するロービングあるいはロッド状の一方向材（以下ロッドと呼ぶ）の主軸 x, y, z 方向の弾性係数を E_x, E_y, E_z とし、剪断弾性係数を G_{yz}, G_{zx}, G_{xy} , ポアソン比を $\nu_{yz}, \nu_{zx}, \nu_{xy}$ とする。

上述の座標系に基づき、応力成分 $\{\sigma\}$ ($=L\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}$) とテンソルひずみであらわしたひずみ成分 $\{\epsilon\}$ ($=L\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}$) の関係は、(1)式となる。

$$\{\sigma\} = [Q] \{\epsilon\} \quad (1)$$

ここに、 $[Q]$ は 6×6 の弾性常数からなるマトリックスであり、その構成成分 Q_{ij} ($i, j=1 \sim 6$) を以下に示す。

*-*** (株)スリーディコンポリサーチ (305 つくば市千現2丁目1-6)

Three-D Composites Research Corporation, C-B3, TCI, 2-1-6 Sengen, Tsukuba 305, Japan

* 現在、三菱電機(株)中央研究所

Now at Central Research Laboratory, Mitsubishi Electric Corporation

** 現在、三菱電機(株)材料研究所

Now at Materials and Electronic Devices Laboratory, Mitsubishi Electric Corporation

*** 研究所長 Research Manager

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= mE_x \{1 - (E_z/E_y) \nu_{yz}^2\} \\
Q_{12} &= Q_{21} = mE_y \{\nu_{xy} + (E_z/E_y) \nu_{yz} \nu_{zx}\} \\
Q_{13} &= Q_{31} = mE_z \{\nu_{zx} + \nu_{xy} \nu_{yz}\} \\
Q_{22} &= mE_y \{1 - (E_z/E_x) \nu_{zx}^2\} \\
Q_{23} &= Q_{32} = mE_z \{\nu_{yz} + (E_y/E_x) \nu_{xy} \nu_{zx}\} \\
Q_{33} &= mE_z \{1 - (E_y/E_x) \nu_{xy}^2\} \\
Q_{44} &= 2G_{yz} \\
Q_{55} &= 2G_{zx} \\
Q_{66} &= 2G_{xy} \\
m &= 1 / \{1 - (E_z/E_y) \nu_{yz}^2 - (E_z/E_x) \nu_{zx}^2 \\
&\quad - (E_y/E_x) \nu_{xy}^2 - 2(E_z/E_x) \nu_{yz} \nu_{zx} \nu_{xy}\} \quad (2)
\end{aligned}$$

(2) 斜交軸系の剛性

いま, Fig.1 に示すように, ロッドの主軸 x, y, z と異なる直交軸 X', Y', Z' 方向に荷重が加わる場合を考える.

X', Y', Z' 軸で定義される応力ベクトルを $\{\sigma'\}$, ひずみベクトルを $\{\varepsilon'\}$ とし, x, y, z 方向の応力を $\{\sigma\}$, ひずみを $\{\varepsilon\}$ とするとき,

$$\{\sigma'\} = [T] \{\sigma\} \quad (3)$$

$$\{\varepsilon'\} = [T] \{\varepsilon\} \quad (4)$$

$[T]$ は, (5) 式で求まる座標変換マトリックスである.

$[T] =$

$$\begin{pmatrix}
l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & 2m_1n_1 & 2l_1n_1 & 2l_1m_1 \\
l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & 2m_2n_2 & 2l_2n_2 & 2l_2m_2 \\
l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2m_3n_3 & 2l_3n_3 & 2l_3m_3 \\
l_2l_3 & m_2m_3 & n_2n_3 & (m_2n_3 + n_2m_3) & (l_2n_3 + n_2l_3) & (l_2m_3 + m_2l_3) \\
l_1l_3 & m_1m_3 & n_1n_3 & (m_1n_3 + n_1m_3) & (l_1n_3 + n_1l_3) & (l_1m_3 + m_1l_3) \\
l_1l_2 & m_1m_2 & n_1n_2 & (m_1n_2 + n_1m_2) & (l_1n_2 + n_1l_2) & (l_1m_2 + m_1l_2)
\end{pmatrix} \quad (5)$$

ここに, l_1, m_1, n_1 はそれぞれ, X' 軸の x, y, z 軸に対する方向余弦, l_2, m_2, n_2 はそれぞれ Y' 軸の x, y, z 軸に対する方向余弦, l_3, m_3, n_3 はそれぞれ Z' 軸の x, y, z 軸に対する方向余弦である.

(3) 式に (1) 式, (4) 式を代入して,

$$\{\sigma'\} = [T] [Q] [T]^{-1} \{\varepsilon'\}$$

となる.

Fig.1 Oblique coordinates of rod.

Fig.2 Unit element of 3-D 3-axis composites.

$$[Q'] = [T] [Q] [T]^{-1}$$

と置くことにより,

$$\{\sigma'\} = [Q'] \{\varepsilon'\} \quad (6)$$

を得る.

(3) 三次元多軸複合材料の剛性

三次元多軸複合材料は, ロッドの配列がある一定の形をもった単位要素の連続とみることができる. 例えば直交 3 軸の単位要素は Fig.2 のようになる.

この単位要素内の複数のロッドおよびロッド間の隙間に充填されたマトリックス部を, それぞれ引数 k ($=1, 2, 3, \dots, n$) により区別する. これら各構成部材の X', Y', Z' 方向の応力とひずみを $\{\sigma'\}_k, \{\varepsilon'\}_k$ とし, 単位要素の X', Y', Z' 方向の応力とひずみを $\{\sigma'\}_e, \{\varepsilon'\}_e$ とする.

この単位要素の応力やひずみと, 単位要素内の各構成部材の応力やひずみの関係を求めるため, 次の仮定をおく.

単位要素のひずみエネルギーと単位要素内の各構成部材のひずみエネルギーの和が等しいとして,

$$\begin{aligned}
\{\sigma'\}_e \{\varepsilon'\}_e V/2 \\
= \sum_{k=1}^n \{\sigma'\}_k \{\varepsilon'\}_k V_k/2 \quad (7)
\end{aligned}$$

単位要素のひずみと各構成部材のひずみが等しいとして,

$$\{\varepsilon'\}_e = \{\varepsilon'\}_k \quad (8)$$

とおく. ここに, V は単位要素の体積, V_k は各構成部材の体積である.

このような仮定をおくことにより, (7) 式と (8) 式より,

$$\{\sigma'\}_e = \sum_{k=1}^n \{\sigma'\}_k V_k/V \quad (9)$$

(6) 式, (8) 式を (9) 式に代入して,

$$(9)$$

$$\{\sigma'\}_e = \left(\sum_{k=1}^n [Q']_k V_k / V \right) \{\varepsilon'\}_e \quad (10)$$

$$[Q']_e = \left(\sum_{k=1}^n [Q']_k V_k / V \right)$$

と置くと、

$$\{\sigma'\}_e = [Q']_e \{\varepsilon'\}_e \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \{\varepsilon'\}_e &= [Q']_e^{-1} \{\sigma'\}_e \\ &= [C']_e \{\sigma'\}_e \end{aligned} \quad (12)$$

となる。

したがって、 $[Q']_e$ 、 $[C']_e$ が、それぞれ、三次元多軸複合材料の斜交軸系の剛性マトリックス、コンプライアンスマトリックスである。

これより、三次元複合材料の X' 、 Y' 、 Z' 方向の弾性常数は次式で求まる。

$$\left. \begin{aligned} E_{X'} &= 1/C'_{11e} \\ E_{Y'} &= 1/C'_{22e} \\ E_{Z'} &= 1/C'_{33e} \\ G_{Y'Z'} &= 1/(2C'_{44e}) \\ G_{Z'X'} &= 1/(2C'_{55e}) \\ G_{X'Y'} &= 1/(2C'_{66e}) \\ \nu_{X'Y'} &= -C'_{21e}/C'_{11e} \\ \nu_{Y'Z'} &= -C'_{32e}/C'_{22e} \\ \nu_{Z'X'} &= -C'_{31e}/C'_{11e} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ここに、 C'_{ije} は $[C']_e$ の ij 成分の値である。

2.2 初期破断強さ

(1) 単位要素内の各部材の応力とひずみ

三次元多軸複合材料に、任意の方向に $\{\sigma'\}_e$ の応力を加えたときのひずみ $\{\varepsilon'\}_e$ は、(12)式で求まる。この $\{\varepsilon'\}_e$ に対応する単位要素内の各部材の主軸方向のひずみ $\{\varepsilon\}_k$ は、(4)式より、

$$\{\varepsilon\}_k = [T]_k^{-1} \{\varepsilon'\}_e$$

である。

$\{\varepsilon\}_k$ による各部材の応力 $\{\sigma\}_k$ は、

$$\{\sigma\}_k = [Q]_k \{\varepsilon\}_k$$

であるから、

$$\{\sigma\}_k = [Q]_k [T]_k^{-1} [Q']_e^{-1} \{\sigma'\}_e \quad (14)$$

また、各部材のひずみ $\{\varepsilon\}_k$ は、

$$\{\varepsilon\}_k = [T]_k^{-1} [Q']_e^{-1} \{\sigma'\}_e \quad (15)$$

となる。

(2) 初期破断強さ

三次元多軸複合材料に任意の方向に荷重が加わったとき、構成部材のいずれかが最初に破壊したときを初期破断強さとする。

複合材の破壊基準には、数種の基準が提案されているが、ここでは、最大応力説をとることとする。

任意の方向の応力 $\{\sigma'\}_e$ に対する各部材の応力 $\{\sigma\}_k$ は(14)式で求まるから、最大応力説に対しては、この $\{\sigma\}_k$ と各部材の強度とを比較することにより初期破断強さが求まる。

3. 3 軸複合材料の弾性常数と強度

前記の解析法の妥当性を検討するため、炭素繊維/エポキシ樹脂からなる三次元直交3軸複合材料の材料試験を行い、弾性常数と初期破断強さの試験結果を解析結果と比較した。

3.1 供試材料と試験片

12K×2の炭素繊維(トレカ T300)を自動織機⁵⁾で直交3軸に製織し、これにエポキシ樹脂を真空含浸注形した。樹脂はビスフェノールF型エポキシ樹脂+酸無水系硬化剤である。成形品の寸法は35×35×500mmで、その長手方向(Fig. 2のz軸方向)の繊維体積含有率 V_f は0.156であり、他の2軸方向の V_f はともに0.127であった。したがって、全体の V_f はこれらの和の0.41である。

試験片形状をFig. 3(a)(b)に示す。引張り試験片(a)は成形品の長手方向に採取した。この方向を0°方向と呼ぶ。圧縮試験片(b)は、0°方向と45°方向の2種類あり、後者はFig. 2のz軸とy軸の面内でz軸と45°をなす方向である。

3.2 試験と結果

引張りと圧縮試験は容量10トンのインストロン試験機で行い、試験は各試験片とも6本について行った。試験片の縦横方向ひずみはゲージ長6mmのひずみゲージで測定して、弾性係数とポアソン比を求めた。なお、ゲ

(a) Tensile test specimen.

(b) Compression test specimen.

Fig.3 Dimensions of the test specimen.

ージ貼布面でのロッド間ピッチは2.4~3.0 mm であり、ゲージ長さは 0° 方向試験片で約2ピッチ、 45° 方向試験片では約1.4ピッチに相当する。また、クロスヘッドにストロークを変位とする荷重-変位 ($P-\delta$) 線図を描かせた。

0° 方向引張りと圧縮および 45° 方向圧縮試験における $P-\delta$ 線図の代表例を Fig. 4 に示す。図示のとおり、 0° 方向引張りでは破断まではほぼ弾性的な挙動を示し、 0° 方向と 45° 方向圧縮では、弾性域 (I) から大変形領域 (III) への遷移領域 (II) が認められる変形挙動を示した。

破断後あるいは領域 (III) で除荷した試験片断面の顕微鏡観察から、 0° 方向引張りでは縦方向ロッドの引張り破断が強度を支配しており、 0° 方向圧縮の領域 (III) の変形は縦方向ロッドにキンクが生成したことによるものであり、 45° 方向圧縮の領域 (III) はロッド内部でのロッドの剪断すべりに起因した変形であることを確認した。領域 (II) では、これらの破壊が徐々に進行している過程と判断される。

そこで、本論文では、この領域 (II) に初期破断強さがくるように、降伏点が明瞭に現れない材料の耐力を参考にして、 $P-\delta$ 線図における 0.2% オフセットひずみ ($\delta/L=0.002$, ここに、 L は引張り試験片の平行部長さあるいは圧縮試験片の縦方向長さ) における応力を初期破断強さとした。Fig. 4 に 0.2% オフセットひずみに相当する線を点線で示したが、上記の初期破断強さは領域 (II) にある。

以上の方法で求めた弾性係数 $E_{x'}$ 、ポアソン比 $\nu_{x'y'}$ 、

Fig.4 Load-displacement curve of the tension and compression test.

Table 1 Test results.

		0° direction		45° direction	
		Mean (std. dev.)		Mean (std. dev.)	
$E_{x'}$ (GPa)	tensile	40.3	(2.6)		
	comp.	36.0	(2.7)	8.2	(0.78)
$\nu_{x'y'}$	tensile	0.14	(0.022)		
	comp.	0.12	(0.021)	0.67	(0.034)
σ_B (MPa)	tensile	393	(30)		
	comp.	296	(51)	215	(23)
$\sigma_{0.2}$ (MPa)	tensile				
	comp.	249	(19)	70	(13)

初期破断強さ $\sigma_{0.2}$ および破断強さ σ_B の試験結果を Table 1 に示す。同表には六つの試験値の平均と標準偏差を示した。

3.3 試験結果と解析結果の比較

(1) 解析に用いた構成材料の特性

解析に用いたロッドとマトリックスの弾性常数と強度を Table 2 に示す。同表に示したロッドの弾性常数は、その構成材料である炭素繊維とエポキシ樹脂の弾性常数より、Hashin の方法⁶⁾ で求めた。炭素繊維とエポキシ樹脂の弾性常数は、つぎの値⁴⁾ を用いた。

炭素繊維; $E_L=220$ GPa, $E_T=20$ GPa, $G_{LT}=40$ GPa, $\nu_L=0.31$, $\nu_T=0.33$

(添字 L は繊維の長手方向, T は直角方向を示す)

マトリックス; $E=3.4$ GPa, $\nu=0.38$

Table 2 Elastic constants and strength of the rod and matrix of the test specimen.

	Elastic constants (GPa)	Strength (MPa)
Matrix	$E=3.4$	tensile strength=91
	$\nu=0.38$	shear strength=53
Rod	$E_x=121$	axial tens. strength=1168
	$E_y=E_z=8.2$	comp. strength=751
	($\nu_T=0.55$) $G_{xy}=G_{zx}=3.8$	shear strength=53
	$G_{yz}=2.7$	trans. tens. strength=91
	$\nu_{xy}=\nu_{zx}=0.34$	comp. strength=91
	$\nu_{yz}=0.50$	shear strength=53

エポキシ樹脂の強度は別途行った材料試験値とした。ロッドの軸方向の強度特性は、 $V_f=0.7$ のときの引張り強さを 1500 MPa とし、供試ロッドの $V_f=0.55$ における引張り・圧縮強さを Tsai の方法⁷⁾ で推定した値とした。また、ロッドの直角方向の強度や剪断強度はエポキシ樹脂のそれらと等しいとした。

(2) 弾性常数

上記の値を用いて前述の方法で計算した弾性常数とポアソン比を Fig.5 に示す。同図には Table 1 の試験結果を併記した。図から明らかなように、試験値と計算値はほぼ一致している。3.2 項に述べたように、ひずみゲージの長さがロッド配列のピッチに比べて十分大きくないので、複合組織の平均化したひずみを測定し得ているかどうかの疑問はあるが、試験値のばらつきは比較的小さく、その影響は小さいと判断される。

(3) 初期破断強さ

Fig.6 に初期破断強さの計算結果を試験結果とともに示す。Fig.6 の計算結果には、最大応力説で求められた破断部材とその応力形態を示した。これらは、3.2 項に述べた試験片で観察された破断部材やその形態と一致している。また、試験値は計算値と比較的よく一致している。

計算に用いた構成部材の弾性常数や強度が 3.3.(1) に述べたような仮定値であるため、解析法の妥当性を論じ

Fig.5 Experimental and calculated results of $E_{x'}$ and $\nu_{x'y'}$.

Fig.6 Experimental and calculated results of initial breaking strength in tension and compression.

るには問題はあるが、以上の結果より、本解析法が三次元多軸複合材料の特性の近似的な値を知るための手段としては有効であると考えられる。

4. 4~7 軸複合材料の弾性常数と強度

三次元多軸複合材料の組織構成には多くのバリエーションが考えられるが、ここで解析の対象にした 4~7 軸の繊維配列は別報⁸⁾ に述べたものと同じとし、単位要素の x, y, z 軸の寸法比は 1:1:1、ロッドの V_f は 0.7 とした。使用した炭素繊維は 3 軸複合材料と同様に T300 であり、マトリックスは 3.1 項に示したと同様の汎用エポキシ樹脂とした。解析に使用したマトリックスやロッドの弾性常数や強度特性は、3.3 と同様の方法で求め、Table 3 に示した。

弾性常数の異方性の計算結果を Fig.7 に、初期破断強さのそれを Fig.8 に示す。

5. 考 察

三次元多軸複合材料で擬等方性材を得ようとするれば、どのような組織が適しているか、また、異方性を生かすにはどのような組織がよいかを考察する。

4 節の計算は、単位要素の形状が立方体 (x, y, z 軸方向の寸法が同じ) であり、構成する各ロッドの断面積や V_f が等しいとおいている。したがって、3, 4, 6 軸

Table 3 Elastic constants and strength of the rod and matrix of the multi-axis composites.

	Elastic constants (GPa)	Strength (MPa)
Matrix	$E=3.4$ $\nu=0.38$	tensile strength=91 shear strength=53
Rod	$E_x=155$ $E_y=E_z=10.5$ $(V_f=0.70) G_{xy}=G_{zx}=6.0$ $G_{yz}=3.6$ $\nu_{xy}=\nu_{zx}=0.33$ $\nu_{yz}=0.46$	axial tens. strength=1500 comp. strength=1509 shear strength=53 trans. tens. strength=91 comp. strength=91 shear strength=53

Fig.7 Elastic modulus of 3-D multi-axis composites.

では、単位要素の x, y, z 軸方向の寸法比を変えたり、ロッドの断面積や V_f を変えると組織の対称性が失われることになる。Fig.7 や Fig.8 の結果以上に異方性を等方化することはできない。5軸は x 方向のロッドを細くしたり V_f を小さくすることで等方化に向かうが、 y と z 方向に繊維が存在しないので等方化には限界がある。7軸は Fig.7 で負荷方向が斜交ロッドの方向である $\theta=45^\circ$, $\phi=54.7^\circ$ 方向の特性が低いことから、斜交ロッドの断面積を直交ロッドより大きくとれば等方化がはかれ

Fig.8 Initial breaking strength of 3-D multi-axis composites.

ることがわかる。以上から、三次元に擬等方性の複合材料の組織は、7軸が最適であると結論できる。

一方、異方性の観点で見ると、検討の対象とした組織の範囲では、 x 軸方向 (Fig.7 の $\theta=0^\circ$, $\phi=90^\circ$) の特性が最も大きいのは5軸である。また、斜め方向 (Fig.7 の $\theta=45^\circ$, $\phi=54.7^\circ$) の特性の大きいのは4軸である。このことは、三次元複合材料で異方性を生かした組織を得ようとするれば、4軸か5軸、または、それらの併用が有効であることを示唆している。

6. 結 言

複数の繊維束を三次元的に配列した複合材料の弾性常数と初期破断強さの解析方法を、直交異方性弾性論をもとに導いた。そのさい、単位要素のひずみエネルギーと単位要素内の各構成部材のひずみエネルギーの総和が等しいとし、かつ、単位要素のひずみと各構成部材のひずみが等しいと仮定した。直交3軸複合材料について、この解析結果と試験結果を比較した結果、解析方法が実用的な精度を有していると判断された。

この方法により、3~7軸複合材料の特性の異方性を求め、擬等方性材を得るには7軸が、また、異方性の特長を生かすには4軸、5軸が有利であることを指摘した。

なお、本解析法の妥当性の詳細な検討には、ロッド単体での弾性常数や強度の測定、および、4軸以上の複合材料による試験との対比が望まれるが、今後の課題とする。

参 考 文 献

- 1) 福多健二 (牧 廣)：次世代複合材料ハンドブック、日本規格協会、東京 (1990)、pp.134-150.
- 2) T.W. Chou & F.K. Ko: *Textile Structural*

- Composites*, Elsevier, Amsterdam (1989), p.129.
- 3) J. Aboudi : *Fiber Sci. Technol.*, 21 (1984), 277-293.
- 4) 八田博志 : 日本複合材料学会誌, 14, 2 (1988), 73-80.
- 5) 青木栄次, 長塚惟宏, 多田義雄, 福多健二, 穴原明司, 村山邦彦 : 繊維高分子材料研究所研究報告, 163 (1990.9), 9-12.
- 6) Z. Hashin : *J. Appl. Mech.*, 46 (1979), 543-550.
- 7) S.W. Tsai : *Composites Design*, (4th Ed.), Think Composites, Dayton (1987), pp. 10.9-10.11.
- 8) 土方明躬, 福多健二 : 日本複合材料学会誌, 18, 6 (1992), 231-238.