研究論文

流動している液体中の短繊維の運動

中 村 克 孝*, 美 馬 源 次 郎**

(1975 年 12 月 2 日受付)

The Motion of the Staples in Moving Liquid

K. NAKAMURA* and G. MIMA**

(Received December 2, 1975)

The method of alignment of staples, such as whiskers, is one of the important processes used to make fiber reinforced composite materials. The fluid mechanical and the utilizing plastic flow methods have been devised for the purpose. As for the fluid mechanical method, a novel method was developed by Calow, C.A. and Wakelin, R.J. However, they didn't mention on the viscous effect of working liquid, which is a character of importance, on the alignment of staples. Moreover, there are a few mistaken parts in their theoretical analyses. In theoretical analyses, we considered the viscous effect of the working liquid on the alignment of staples. And using the experimental apparatus which consists of a tank and a rectangular duct, we researched the effects of the length of a duct, the aspect ratio of staples and the velocity and viscosity of the working liquid on the alignment of staples.

1. ま え が き

繊維強化複合材料の作成法の一つに、ウィスカーなどの短繊維の配列化の方法があり、それには流体工学的方法¹⁾や、塑性流動を利用した方法²⁾が考えられている。ところが短繊維の配列に関する研究は非常に少ないのが実情である。

流体工学の方法に関しては、Calow と Wakelin¹⁾のすぐれた研究が見られる。彼らの方法は、ウィスカーを破損させないで、かつ母材中に一方向にウィスカーを配列させるために、ゾル状でテープを作り、第二段階でテープを圧縮して繊維強化金属材料を作るという巧妙な方法である。ところが、作動液の重要な性質である粘度が、短繊維の配列におよぼす影響については触れられていない。さらに彼らの理論解析には、流体工学的見地から検討するといくつかの欠陥が見られる。それらは、短繊維の回転による相対速度、レイノルズ数と抗力係数の取扱いなどである。

著者らは、短繊維の流体工学的配列に関して、理論と実験の両面から検討することを目的としている。

すなわち第一段階として、流動している液体中の短繊維の運動におよぼす作動液の粘度を考慮した運動方程式を導いた。次に運動方程式の数値計算により、速度こう配、短繊維の長さや直径、流体の密度と粘度、短繊維の密度の影響を定量的に見いだした。同時に、短繊維の配列におよぼすこれら諸因子ならびに管路の長さや流速の影響を、タンクと管路とからなる装置を用いて実験的に調べた。実験には観察を容易にするため、短繊維として人間の頭髪を使用した。

その結果、短繊維はタンク内で一方向に配列を完了することがわかった。それゆえ、管路壁とのまさつによる悪影響を避けるには、管路の長さは短いほどよい。さらに粘度の増大、流速の増大につれ、管路内での短繊維の配列は良好となることがわかった。

a : 速度こう配

$A.R. \equiv 2l/d$: アスペクト比

A_s : 管路断面積

A_t : タンク内での代表面積

*, ** 阿南工業高等専門学校(774阿南市見能林町青木)
Anan Technical College, Anan 774, Japan

* 助手 Assistant, ** 校長 The President

C_D : 抗力係数

D : 管路の厚さ (短辺の長さ)

d : 短繊維の直径

F : 抗力

H : タンク内の液位

$h \equiv ld/(7.4 \cdot \mu/\rho)$

I : 短繊維の慣性モーメント

$J \equiv 16\mu/(Pd^2)$

L : 管路の長さ

l : 短繊維の長さの 2 分の 1

P : 短繊維の密度

$Re \equiv |U_{rel}| \cdot d/(\mu/\rho)$: 短繊維に関するレイノルズ数

Re_l : $r=l$ における Re

$Re_s \equiv v_s \cdot 4r_h/(\mu/\rho)$: 管路に関するレイノルズ数

r : 短繊維の重心からの距離

r_h : 水力半径

t : 時間

U : 短繊維の重心の速度

U_{rel} : r の位置での相対速度

V : 流体の速度

v_s : 管路内の流体の平均速度

v_t : タンク内の流体速度

v_{tm} : v_t の平均値

v_{tmax} : v_t の最大値

W : 管路の幅

x : 管路の軸方向距離

$y = r \sin \theta$

θ : 短繊維の傾き角度

$\dot{\theta}$: 角速度

$\ddot{\theta}$: 角加速度

λ : 管まさつ係数

μ : 流体の粘性係数

$\nu \equiv \mu/\rho$: 流体の動粘性係数

π : 円周率

ρ : 流体の密度

Fig. 1 Cylinder in shear flow.

$$\left. \begin{aligned} \text{流体の速度} &: (U + ar \sin \theta) \sin \theta \\ \text{円柱の速度} &: U \sin \theta - r \dot{\theta} \\ \text{円柱の相対速度} &: U_{rel} = r(\dot{\theta} + a \sin^2 \theta) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

円柱の重心 O から距離 r だけ離れた長さ dr の円柱要素を考える。この小さな要素に働く力 dF は、抗力係数 C_D を用いると

$$dF = \frac{C_D}{2} \rho (U_{rel})^2 \cdot d \cdot dr \quad (2)$$

C_D は円柱に関するレイノルズ数 Re が $Re < 7.4$ のとき、Oseen³⁾ の式

$$C_D = F / \left(\frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 \cdot d \cdot 2l \right) = \frac{8\pi}{Re \ln(7.4/Re)} \quad (3)$$

が成立する。式(3)および式(1)を式(2)に代入すると

$$\begin{aligned} dF &= \frac{8\pi \rho (U_{rel})^2}{2Re \ln(7.4/Re)} d \cdot dr \\ &= \frac{-4\pi \mu r (\dot{\theta} + a \sin^2 \theta) \cdot dr}{\ln r + \ln \{|\dot{\theta} + a \sin^2 \theta| \cdot d / (7.4 \mu / \rho)\}} \end{aligned} \quad (4)$$

が得られる。ここで

$$Re \equiv |U_{rel}| \cdot d / (\mu / \rho) \quad (5)$$

である。

いっぽう全円柱に働くトルクは

$$I \ddot{\theta} = - \int_{-l}^l dF \cdot r = -2 \int_0^l dF \cdot r \quad (6)$$

となる。式(4)を代入すると

$$I\ddot{\theta} = 8\pi\mu(\dot{\theta} + a \sin^2\theta) \times \int_0^l \frac{r^2 dr}{\ln r + \ln \{|\dot{\theta} + a \sin^2\theta| \cdot d / (7.4 \mu / \rho)\}} \quad (7)$$

が得られる。式(7)の右辺に含まれる積分は、
 $b \equiv |\dot{\theta} + a \sin^2\theta| \cdot d / (7.4 \mu / \rho)$ とおけば

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{r^2}{\ln br} dr &= \left(\int_0^l r^2 dr \right) \left[\frac{1}{\ln br} \right]_0^l - \int_0^l \left\{ \frac{r^2}{\ln br} \right\} \\ &\times \frac{d \left\{ \frac{1}{\ln br} \right\}}{dr} dr = \frac{l^3}{3 \ln bl} \\ &\times \left\{ 1 + \frac{1}{3 \ln bl} + \frac{2}{9 (\ln bl)^2} + \dots \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。いま $r=l$ における Re を Re_l で表現すれば、
 $\ln bl < -1$ のとき $bl \equiv Re_l / 7.4 < 0.368$ 、いいかえると
 $Re_l < 2.72$ のとき式(8)の第2項以下を略して近似すれば

$$I\ddot{\theta} = 8\pi\mu(\dot{\theta} + a \sin^2\theta) \times \frac{l^3}{3 \ln \{|\dot{\theta} + a \sin^2\theta| \cdot ld / (7.4 \mu / \rho)\}} \quad (9)$$

となる。

円柱の慣性モーメント

$$I = P \left(\frac{\pi d^4 l}{2} \right) \left\{ \frac{1}{16} + \frac{1}{12} (A.R.)^2 \right\}$$

は、 $A.R. \equiv 2l/d \gg 1$ のとき次式で近似される。

$$I = P \cdot \pi d^4 l (A.R.)^2 / 24 \quad (10)$$

式(10)を式(9)に代入して整理すると、式(11)で示される運動方程式を得る。

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= \frac{16\mu(\dot{\theta} + a \sin^2\theta)}{Pd^2 \ln \{|\dot{\theta} + a \sin^2\theta| \cdot ld / (7.4 \mu / \rho)\}} \\ &= \frac{J(\dot{\theta} + a \sin^2\theta)}{\ln h + \ln \{|\dot{\theta} + a \sin^2\theta|\}} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} J &\equiv 16\mu / (Pd^2) \\ h &\equiv ld / (7.4 \mu / \rho) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

と定義する。

2.2 式(11)の数値計算に用いた条件

1) 速度こう配 a の仮定

Calow と Wakelin¹⁾ が用いた仮定と同様、断面積比 $A_t/A_s = 256$ 、管路内の速度 $v_s = 2.54 \text{ cm/s}$ とすれば、連続

Fig. 2 Assumptions for the determination of the velocity gradient.

の式より、タンク内の断面 AB における平均速度は $v_{tm} = 0.00992 \text{ cm/s}$ となる。断面積が A_t である断面 AB の直径を 2.54 cm とすれば、層流のときは、Hagen-Poiseuille の式より Fig. 2 (b) に示す放物線 の速度分布となる。そのとき、最大速度 $v_{tmax} = 2 v_{tm}$ である。速度こう配は、断面 AB の中心からの距離によって異なるが、図に示した一点鎖線で近似して代表させると $a = 0.0156 \text{ 1/s}$ が得られる。

2) J と h

著者らが行った実験条件、 $\nu = (13.0 \sim 108) \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 、 $d = (80 \sim 120) \mu$ 、 $2l = (1.5 \sim 5) \text{ mm}$ (Fig. 5 参照) のとき、近似的に $J = 10^5 \text{ 1/s}$ 、 $\ln h = (-9 \sim -8)$ となる。計算の際には、 a 、 J 、 h のオーダを変化させて、これら因子の影響を見いだす。

2.3 式(11)の計算結果

Runge-Kutta 法により式(11)を数値計算した結果の代表例を Fig. 3 に示す。時間 $t=0$ のとき、傾き角度 $\theta = \pi/2$ であった短繊維 (円柱と仮定している) が回転して、 $\theta=0$ となるに要する時間を配列時間と呼ぶことにする。

これらの曲線より、速度こう配 a の増大、 J の増大ならびに h の増大 ($\ln h$ の増大) につれて、短繊維の配列時間は減少することがわかる。いいかえると、速度こう配、短繊維の長さ、流体密度および流体の粘性係数の増大につれて配列時間は減少する。そして、短繊維の直径、短繊維の密度の減少によっても、配列時間は減少する。ここで μ 、 d は、それぞれ J 、 h の両者に含まれるが、配列時間におよぼす μ 、 d の個々の影響は、同様な計算により確認された。

Fig. 3 Alignment time.

——— $J=4000$ l/s, $\ln h=-10.4$ ($\circ a=0.0156$ l/s, $\bullet a=0.05$ l/s, $\bigcirc a=0.156$ l/s, $\odot a=0.53$ l/s)
 - - - - $a=0.015$ l/s, $\ln h=-10.4$ ($\square J=4000$ l/s, $\blacksquare J=5000$ l/s, $\blacksquare J=6800$ l/s)
 - · - $a=0.156$ l/s, $J=6800$ l/s ($\triangle \ln h=-20.8$, $\blacktriangle \ln h=-15.6$, $\blacktriangle \ln h=-12.0$, $\blacktriangle \ln h=-10.4$)

Fig. 4 Experimental apparatus.

3. 実験装置と実験方法

不規則な方向に置かれた短繊維の一方方向への配列が、はたして理論が示すようにタンク内で短時間に完了するのか、それとも管路が配列に重要な作用をおよぼすかどうかを見いだすため、以下に示す実験を行なった。

Fig. 4 に示すように、タンクと管路から配列装置が成り立っている。タンク内および管路内の流動と短繊維の配列状態が、外部から観察できるように、両者は透明塩化ビニール板で作られている。矩形管路の短辺は目盛付きの物差しを用いてあるので、軸方向位置が容易に見いだせる。入口ノズルは、四辺とも半径 5 mm の四分円に作られている。タンク背面には流れの可視化用のトレーサ注入口が設けられている。管路には圧力降下測定用の静圧孔が設けられ、マンオメータに接続されている。

タンク内の液面の降下速度は、写真撮影による方法、

Fig. 5 Dimensions of specimens.

ならびに液面が一定距離を降下するに要する時間を手動でパルス化して電磁オシログラフに記録する方法の両者で求めた。

タンク内の流跡線と流速分布は、タンクへの注水時に、自然に液中に生ずる微小気泡の写真撮影から求められた。写真撮影の際には、平面鏡を用いて正面および上面からの同時撮影が可能となっている。

作動流体として、水道水ならびに各種濃度のグリセリン水溶液を用いて粘度の影響を調べた。粘度測定は、恒温水槽内に静置されたオストワルド粘度計を用いて行なわれた。

短繊維として観察を容易にするため人間の頭髪を用いた。資料 A, B はそれぞれ 62 本, 72 本について長さ、直径、アスペクト比が工具顕微鏡で測定された (Fig. 5)。

頭髪の配列評価はすべて写真から求められた。管路内では、管路入口からの距離が 10 mm と 30 mm のあいだ、および 90 mm と 110 mm のあいだの 2 か所で、それぞれ軸方向との偏角 θ の分布を求めることにより配列状態を評価した。

4. 実験結果とその考察

4.1 タンク内の流れ

タンクへの注水時に自然にグリセリン水溶液中に生ずる微小気泡の写真撮影から、流跡線と速度分布を求めた。流跡線を求めるには、代表例を示した Fig. 6 (a) のように、カメラの露出時間の長いものが適切である。これらの写真より、Calow と Wakelin¹⁾ が指摘したように、タンク底部と入口ノズル上方に死水域が認められた。

入口ノズル付近では流速が増大するので、露出時間を短くし (Fig. 6 (b)), 気泡の軌跡の長さや路出時間より速度分布を求めた。得られた結果を Fig. 7 (a) に示す。

Fig. 7 (a) より、入口ノズルの影響の少ないタンク上方の流れは、矩形管内の層流速分布⁴⁾ とよい一致を示す。動粘性係数 ν が $49.7 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ の場合の流跡線は、

Fig. 6 Flow in the tank.

- (1) $H=50$ mm, $v_s=1.01$ cm/s, (2) $H=40$ mm, $v_s=0.801$ cm/s, (3) $H=30$ mm, $v_s=0.596$ cm/s,
 (a) Exposure 5 sec, (b) Exposure 1 sec, $\nu=108 \times 10^{-6}$ m²/s.

Fig. 7 (a) に示した $\nu=108 \times 10^{-6}$ m²/s のときとほとんど相違がなかった。

速度測定におよぼす気泡の浮力の影響は、Stokes の抵抗の式⁵⁾ を用いて評価される。Fig. 7 (a) に示した横方向 (x 方向) の速度分布は浮力の影響を受けないことは自明である。いっぽう高さ方向 (H 方向) には浮力の影響が考えられるが、気泡径が 0.1 mm 以下では、 $H=50$ mm 付近の流体の最大速度には おおきな誤差は生じない。ただし、死水域付近では、浮力にもとづく影響が無視できない。

4.2 管路内の流れ

管路は矩形管であるので、層流の速度分布は、タンク内と同様 Boussinesq の式⁴⁾ から求められるが、測定は非常に困難である。

管路内の層流の管まさつ損失も Boussinesq の式から計算される。著者が用いた矩形管路の断面は、長辺と短辺の比が $W/D=15$ であり、この比が大きい場合は計算の容易な近似式⁶⁾ でも厳密解とよく一致する。

著者が用いた管路は十分長いので、タンク内の管まさつ損失、入口損失ならびに出口損失は、管路の管まさつ損失に比して十分小さいと考えられる。この仮定を用いてタンク内の水頭と流下速度の測定値から管まさつ損失を求めたところ Fig. 8 に示す結果が得られた。

図より、実験値は層流の理論式⁴⁾

$$\lambda = 1.38 \times 64 / \text{Re}_s \quad \text{ただし } W/D=15 \quad (13)$$

にほぼ一致することがわかる。図には $W/D=1$ および $W/D=\infty$ 、ならびに円管の場合における理論値が参考として記されている。ここで、管路に関するレイノルズ数 $\text{Re}_s \equiv v_s \cdot 4r_h / \nu$ 、水力半径 $r_h = D \cdot W / (2(D+W))$ である。

4.3 タンク内での短繊維の配列

資料Bのタンク内での配列状態を写真撮影したものの一例を Fig. 9 に示す。

タンク内の作動液が流下しはじめると同時に、入口ノズル付近で配列をはじめ、資料の長手方向の軸は流跡線と一致する。Fig. 9 (a) の写真を模式化して Fig. 7 (b)

Fig. 7 Flow and alignment of staples in the tank.

- (a) $\nu=108 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $H=50 \text{ mm}$, $v_s=1.01 \text{ cm/s}$,
 (b) $\nu=30.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, Specimen B, $H=50 \text{ mm}$, $v_s=2.33 \text{ cm/s}$.

Fig. 8 Coefficients of pipe friction for the rectangular duct.

に示してある。 $H=30 \text{ mm}$ の位置まで液面が降下すると、タンク内の全領域にわたって頭髪は配列する。

実験で得られた短繊維に関するレイノルズ数 Re_l は、理論で仮定した $Re_l < 2.72$ を満足している。

4.4 管路内での短繊維の配列

透過光を用いて管路内での資料の配列状態を写真撮影

した。その代表例を Fig. 10 に示す。流れは写真の左から右へ流れている。

これらの写真より管路の位置、資料のアスペクト比、速度ならびに作動液の粘度の配列状態におよぼす影響を見いだした結果、Fig. 11 に示す曲線が得られた。

$X=20 \text{ mm}$ の場合は 409 本、 $X=100 \text{ mm}$ の場合は

Fig. 9 Alignment of staples in the tank.

(a) $H=50$ mm, $v_s=2.33$ cm/s, (b) $H=40$ mm, $v_s=1.85$ cm/s, (c) $H=30$ mm, $v_s=1.38$ cm/s, $\nu=30.4 \times 10^{-6}$ m²/s, Specimen B.

Fig. 10 Alignment of staples in the duct.

$\nu=40.8 \times 10^{-6}$ m²/s, Specimen A, $H=50$ mm, $v_s=2.67$ cm/s.

Fig. 11 Staple orientation.

663本の資料の配列状態を10度刻みに読み取って得られた。頭髮は管路入口で十分軸方向に配列しており、下流に流れるにしたがって配列が崩れる。これは管壁と頭

髪とのまさつが影響していると考えられる。この結果より、管路出口での配列状態をよくするには、管路の長さ是可以だけ短くすればよいことがわかる。

管路内での頭髮の配列は、アスペクト比の大きいほうが悪くなった。このことは、一見理論で述べた配列におよぼすアスペクト比の影響と矛盾するかのごとく思われるが、理論と実験が示すとおり、配列時間は非常に短く、タンク内で短繊維は完全配列をすませている。配列を完了した短繊維は管路入口に到達したのち、管壁とのまさつによってその配列が悪化する。アスペクト比の大きい資料Bは、その平均長さが管路の厚さよりも大きいので、資料Aに比して管路とのまさつの影響をより強く受けたと考えられる。

管路内の速度 $v_s=6.0 \sim 7.9$ cm/s の場合は 338 本、 $v_s=2.0 \sim 3.9$ cm/s の場合は 458 本の頭髮から配列を評価した。その結果管路内の流速が早いとき配列が良好であることがわかった。これは、流速の増大につれて、管路内ならびにタンク内の速度こう配が増加すること起因すると考えられる。

粘度の影響は、Fig. 11 に示すように、粘度の増大につれて配列はよくなる。そして配列角度が10度以内にあるものが全体の頭髮数の70パーセントに達する。この値は射出生成されたGFRPのときの配列状態⁷⁾よりも数倍良好である。ここで Fig. 11 に示された曲線は、 $\nu=107 \times 10^{-6}$ m²/s のものは 195 本、 $\nu=(13.0 \sim 18.3) \times 10^{-6}$ m²/s のものは 588 本の資料から得られた。

5. 結 論

流体工学的見地から、流動している液体中の短繊維の運動を調べた結果、以下に示す結論が得られた。

- 1) 速度こう配を有する流体中の短繊維の運動は式(11)で与えられる。
- 2) 式(11)で求められる配列時間は非常に小さく、短繊維はタンク内で配列を完了する。そのときの配列時間は、速度こう配、短繊維の長さ、流体密度、流体の粘度の増大ならびに短繊維の直径、短繊維の密度の減少につれて減少する。
- 3) 管路出口で良好な配列を得るには、配列状態を悪化させる管路は短いほどよい。
- 4) 管路内の流速が増大すれば、タンク内および管路内の速度こう配が増加するので、短繊維の配列は良好となる。
- 5) 粘度の増加とともに管路内の配列は良好となり、

配列角度が 10 度以内にあるものが、全体の短繊維の 70 パーセントを占める。

参 考 文 献

- 1) C.A. Calow & R.J. Wakelin : *J. Inst. Metals*, **96**, 5 (1968), 147-154.
- 2) 加藤健三, 斎藤好弘, 中西康裕 : 昭和 50 年度塑性加工講演会 (1975), 245-248.
- 3) C.W. Oseen : *Ark. f. Mat. Astr. og. Fys.*, **6**, 29 (1910).
- 4) J. Boussinesq : *J. Mathe., Pures et Appliquees*, **7** (1868), 377-424.
- 5) G.G. Stokes : *Trans. Camb. Phil. Soc.*, **9**, 8 (1845), 8.
- 6) 寺沢寛一 : 自然科学者のための数学概論, 応用編, 岩波書店 (1963), p. 434.
- 7) 鈴木 恵, 宗宮 詮, 前田正彦, 片桐寛機 : 高分子化学, **28**, 309 (1971), 1-7.