研究論文

スキー複合構造体のねじり剛性の計算

棚橋 良 次*

(1993年8月5日受付)

Calculation for Torsional Rigidity of Composite Structures of Skis

R. TANAHASHI

(Received August 5, 1993)

The use of dissimilar materials and the design of rigidity distribution are effective in improving the performance of skis. The complication of the composite structures makes it extremely difficult to apply the generally known Saint Venant's torsion theory to skis. Therefore, an approximate calculation method derived from the theory of the thin-walled close structure is proposed as a calculation method of solving a complicated structural problem instead of using Saint Venant's torsion theory. The calculation method is applicable to the structure composed of the multiple high-elasticity layer skins and a low-elasticity core. Then, six different experiments were conducted on a simplified model and skis to prove the usefulness of the formula. As a result, this formula was proved to be useful enough. Thus, the conventional trial-and-error method of research and development has been improved greatly.

1. 結 言

スキーは FRP を強度部材にスチールエッジや滑走面の機能部材等, いく種類もの材料から構成されている。

設計には材料の選択とその配置を仮に決め, 曲げ剛性分布を性能研究から定めて, 心材の厚みを決めている¹⁾。ねじり剛性に関しては, 曲げ剛性分布設計の結果, 定まる寸法でスキーを試作し, 測定してはじめてわかったのである。理由はねじり剛性に関する計算式が使用できる形に導かれていなかったからである。したがって, 所定の剛性分布を得るには試行錯誤を繰り返す必要があった。よって, 本研究では複雑な材料構成でも, 材料のせん断弾性率と寸法がわかれば任意断面のねじり剛性 GJ を計算できる式を導いた。

ねじり剛性の一般式はスキーのような複雑な材料構成では Saint Venant のねじり理論で知られる応力関数から導くことは困難であるので, 閉断面の薄肉構造の理論から導くことにした。

また, 導いた理論式が実用に耐える近似解であるかど

うかを確かめるために, 単純な5種類の構造を選んで試作実験をした。更に, スキーの構造に応用してその有効性を確かめた。その結果, 構造最適化に十分な精度であることがわかった。

これによって, 材料を選び, 曲げ剛性分布設計した時点で構成材料の寸法が定まり, 各材料のせん断弾性率がわかれば, ねじり剛性 GJ が計算できるようになった。よって, 曲げ剛性とねじり剛性を意図した比率になるように材料の選択と配置をシミュレーションで効率的研究が可能になった。

2. ねじり剛性式の導出

複雑な材料構成と円形以外の形状をなす複合構造体の一般式を次の仮定の上に導く。

<仮定>

(1) 心材のせん断弾性率が外周の強度部材 (FRP) に比べて極めて小さい場合の, 心材が強度部材で囲まれた閉じた構造とする。

(2) 強度部材は厚みおよび弾性率が場所によって異なる一般的構造 (多くは FRP 積層構造) とする。

(3) 閉断面薄肉構造にねじりモーメント M が, ねじり中心のまわりに作用したとき, 強度部材の任意の点 $P(u, t)$ の厚み t_s では厚み方向のどの点も等しいひずみをもつとする。即ち, ひずみ r = 一定: $0 \leq t \leq t_s$ 。

* 棚橋応用力学研究所所長 (431-31 浜松市半田町 4914-56)

Manager, TANAHASHI Applied Research Laboratory, 4914-56 Handa-cho, Hamamatsu 431-31, Japan

Fig. 1 Diagram to prove shear flow $q_A = q_B$.2.1 閉断面構造のねじり剛性の一般式²⁾

Fig.1 において、同一断面上の2点A, Bのせん断応力 τ_A , τ_B とすると、A B間の軸方向 dx における力の釣合から

$$\begin{aligned} dx \int_0^{t_{s,A}} \tau_A dt &= dx \int_0^{t_{s,B}} \tau_B dt \\ q &= \int_0^{t_s} \tau dt \end{aligned} \quad (1)$$

と定義すると

$$q_A = q_B = \text{一定}$$

よって、(1)式で定義されるせん断流は強度部材のどの点でも等しい。

仮定(3)より任意の位置のせん断流は次式で表せる。

$$q = \int_0^{t_s} \tau dt = r \int_0^{t_s} G(u, t) dt \quad (2)$$

ただし、

G : 任意の位置 (u, t) のせん断弾性率

t_s : 任意の位置 (u) の厚み

r $0 \leq t \leq t_s$: 任意の位置のせん断ひずみ、一定

q $0 \leq u \leq u_c$: 任意の位置でのせん断流、 u_c : 周長
このせん断流がせん断中心のまわりにもつトルクは外モーメント M と釣合うから、Fig. 2 を参考にして、

$$\begin{aligned} \oint q du \cdot r &= q \oint du \cdot r = M \\ \oint du \cdot r &= 2F \quad \text{とおくと} \end{aligned}$$

Fig. 2 Relationship between shear flow q and area F .

$$q = \frac{M}{2F} \quad (3)$$

ただし、 F : 強度部材を力学的中心線で囲んだ面積

r : 線素 du の力学的中心に下した垂線の長さ

M : 外モーメント

Fig. 3 を参考にして F を求める。

せん断流によるモーメントの釣合から

$$\begin{aligned} \int \tau t dt \cdot du &= t_0 \int \tau t \cdot du \quad \text{より} \\ t_0 &= \frac{\int_0^{t_s} \tau t dt}{\int_0^{t_s} \tau dt} = \frac{\int_0^{t_s} G t dt}{\int_0^{t_s} G dt} \quad 0 \leq u \leq u_c \quad (4) \end{aligned}$$

ただし、 $t_0(u)$: 力学的中心距離

ねじり剛性 GJ を求める。

構造体の単位長さ当りに貯えられる、せん断応力によるひずみエネルギーはせん断中心のまわりに作用する外モーメント M のなした仕事に等しいから、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} M \theta &= \oint_0^{t_s} \frac{\tau^2}{2G} dt du = \oint_0^{t_s} G \frac{r^2}{2} dt du \\ &= \oint \frac{r}{2} q du = \frac{1}{2} q \oint r du \\ &= \frac{1}{2} q^2 \oint \frac{r}{q} du = \frac{1}{2} \left(\frac{M}{2F} \right)^2 \oint \frac{du}{G} \quad (5) \end{aligned}$$

よって、求める GJ は心材の要素も加えて次式となる。

Fig. 3 Calculation of center distance.

$$GJ = \frac{M}{\theta} = \frac{4F^2}{\int_0^{t_s} \frac{du}{G(t, u) dt}} + GJ_c \quad (6)$$

ただし,

$$F = \int_0^{u_c} t_0(u) du + F_c \quad (7)$$

$$t_0 = \frac{\int_0^{t_s} Gtdt}{\int_0^{t_s} Gdt} \quad 0 \leq u \leq u_c$$

$GJ_c = kG_c b t^3$ ただし, 矩形断面の場合³⁾

GJ_c : 心材のねじり剛性, $b/t > 10$: $k = 0.333$

t_c : 心材の厚み, b : 心材の幅

G_c : 心材のせん断弾性率, F_c : 心材の面積

t_0 : 力学的中心距離, t_s : 強化材の全厚

2.2 一般式の実用化式への変換

いま, 心材を含む閉断面の強化層が場所によって材料構成が異なるとする (Fig. 4 参照).

Fig. 4 より,

A_1 : L 層 $G_{1i}, t_{1i} \quad i=1, 2, \dots, L \quad 0 \leq u \leq u_1$

A_2 : M 層 $G_{2j}, t_{2j} \quad j=1, 2, \dots, M \quad 0 \leq u \leq u_2$

.....

A_N : Q 層 $G_{Nk}, t_{Nk} \quad k=1, 2, \dots, Q \quad 0 \leq u \leq u_N$

各層を流れるせん断流は次の関係にある.

$$q = \sum_{i=1}^L q_{1i} = \sum_{j=1}^M q_{2j} = \dots = \sum_{k=1}^Q q_{Nk}$$

$$= \sum q_{1i} = \sum G_{1i} t_{1i} \gamma_{1i} = \gamma_1^L \sum G_{1i} t_{1i}$$

$$\gamma_{1i} = \gamma_1^L : \text{const}$$

同様にして,

$$q = \gamma_1^L \sum G_{1i} t_{1i} \quad \gamma_{1i} = \gamma_1^L \quad i=1, 2, \dots, L$$

$$= \gamma_2^M \sum G_{2j} t_{2j} \quad \gamma_{2j} = \gamma_2^M \quad j=1, 2, \dots, M$$

$$\dots\dots\dots$$

$$= \gamma_N^Q \sum G_{Nk} t_{Nk} \quad \gamma_{Nk} = \gamma_N^Q \quad k=1, 2, \dots, Q$$

ただし, $\gamma_1^L, \gamma_2^M, \dots, \gamma_N^Q$: 一定

Fig. 4 Sectional view of structure with core surrounded by skins of different materials.

モーメント M による単位長さ当りの平均的ねじり角 θ とすると,

$$\frac{1}{2} M \theta = \int \frac{q^2}{2Gt} du$$

$$= \frac{M^2}{8F^2} \left[\frac{u_1}{\sum G_{1i} t_{1i}} + \frac{u_2}{\sum G_{2j} t_{2j}} + \dots + \frac{u_N}{\sum G_{Nk} t_{Nk}} \right]$$

よって, 求める GJ の式は心材の剛性も加えて,

$$GJ = \frac{4F^2}{\frac{u_1}{\sum G_{1i} t_{1i}} + \frac{u_2}{\sum G_{2j} t_{2j}} + \dots + \frac{u_N}{\sum G_{Nk} t_{Nk}}} + GJ_c \quad (8)$$

ただし, $F = \sum t_{i0} u_i + F_c$

t_{i0} を (4) 式から求めると,

$$t_{10} = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^L G_{1i} t_{1i}^2 + \sum_{i=1}^L \left(G_{1i} t_{1i} \sum_{s=1}^{i-1} t_{1s} \right)}{\sum G_{1i} t_{1i}}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$t_{N0} = \frac{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^Q G_{Nk} t_{Nk}^2 + \sum_{k=1}^Q \left(G_{Nk} t_{Nk} \sum_{s=1}^{k-1} t_{Ns} \right)}{\sum G_{Nk} t_{Nk}} \quad (9)$$

$t_{10}, t_{20}, \dots, t_{N0}$: $A_1, A_2, \dots, A_N$ の力学的中心位置

よって, 場所によって積層構成が異なる複合構造の一般式は (8) 式で与えられる.

3. 実験

理論式 (8) を証明するために下記の内容で検討する.

各実験の構造と寸法は Table 1, Fig. 5 を参照.

Fig. 5 Structure and section of test pieces.

Table 1 Experiment and result.

No	Composition	L mm	W mm	t mm	$GJ M_0$ $\times 10^6$	$GJ T_2$ kgf.mm ²	κ	Structure No.
1	PU-Foam	1000	65.5	4.0	7.42	8.09	0.92	1A
	AL-Plate			1.0				
	PU-Foam	1000	65.5	10.0	32.4	35.7	0.90	1B
	AL-Plate			1.0				
	PU-Foam	1000	65.5	17.0	77.8	85.6	0.91	1C
2	PU-Foam	1000	64.0	10.0	4.90	4.73	1.03	2A
	1ply G $\pm 45^\circ$	1000		0.28				
	PU-Foam	1000	64.0	10.0	10.0	9.82	1.01	2B
	2ply G $\pm 45^\circ$	1000		0.28				
	PU-Foam	1000	64.0	10.0	16.6	15.4	1.07	2C
3	PU-Foam	1000	64.0	10.0	4.90	4.73	1.03	3A
	1ply G $\pm 45^\circ$	1000		0.28				
	PU-Foam	1000	64.0	10.0	8.77	7.54	1.16	3B
	1ply G $\pm 45^\circ$	1000		0.28				
	1ply G.R	1000		0.45				
4	PU-Foam	1000	64.0	10.0	4.56	4.29	1.06	4A
	1ply G $\pm 45^\circ$	1000		0.28				
	G.cut+Epoxi	1000	2.0	2.0				
	PU-Foam	1000	64	10.0	9.34	8.00	1.16	4B
	2ply G $\pm 45^\circ$	1000		0.28				
5	G.cut+Epoxi	1000	2.0	2.0				
	PU-Foam	1000	64.0	10.0	14.7	11.4	1.28	4C
	3ply G $\pm 45^\circ$	1000		0.28				
	G.cut+Epoxi	1000	2.0	2.0				
5	PU-Foam 1ply C $\pm 45^\circ$	1000	65.0	4.0	1.26	1.29	0.97	5A
		1000		0.28				
		1000	65.0	7.0	3.95	3.70	1.06	5B
		1000		0.28				
		1000	65.0	10.0	7.57	7.21	1.04	5C
		1000		0.28				
		1000	65.0	14.0	14.4	13.4	1.07	5D
		1000		0.28				
		1000	65.0	17.0	20.3	19.1	1.06	5E
		1000		0.28				
		1000	65.0	21.0	27.6	28.0	0.98	5F
		1000		0.28				

Note Size of test piece : L(length) W(width) t (thickness)

G $\pm 45^\circ$: Glass sleeve is used at an angle of $\pm 45^\circ$ from the longitudinal directionC $\pm 45^\circ$: UD carbon is used at an angle of $\pm 45^\circ$ from the longitudinal direction

GJM : Measured torsional rigidity

$$\kappa = GJ M / GJ T$$

1) アルミ板で低弾性心材を囲んだ構造で心材の厚みを変化させる。

2) GFRPのスリーブによる閉断面構造で積層数を変化させる。

3) GFRPスリーブ層の上下面にロービング層を積層し、積層数を変化させる。

4) 2)の構造で両サイドに FRP を切断し、幅 2mm

深さ 3mm の溝を作り、エポキシ樹脂を充填する。

5) CFRP の UD で $\pm 45^\circ$ に配向した閉じた断面で、心材の厚みを変化させる。

6) スキーに応用して、理論を確認する (Fig. 8 参照)。

3.1 材料物性

材料のせん断弾性率 G はねじり剛性試験に使った試験

Fig. 6 Outline of torsional vibration test equipment.

片からサンプリングして、矩形断面の試験片を作った。慣性体を下端に取り付け、上端を固定して、ねじり振動を起こし、その周期を求めた (Fig. 6 参照)。

アルミ合金を既知材料 (曲げ弾性率で確認) として、アルミ板の G を使って、アルミ板の周期と未知材料の周期を比較して、それぞれの材料寸法から次式に従って G を求めた。

自由ねじり振動方程式

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{GJ}{l} \theta = 0 \quad \text{より,} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GJ}{Il}}$$

$$GJ = kGbt^3$$

よって、

$$\frac{G_x}{G_{AL}} = \left(\frac{T_{AL}}{T_x} \right)^2 \left(\frac{l_x}{l_{AL}} \right) \left(\frac{t_{AL}}{t_x} \right)^3 \left(\frac{k_{AL}}{k_x} \right) \left(\frac{b_{AL}}{b_x} \right) \left(\frac{l_x}{l_{AL}} \right) \quad (10)$$

ただし、

I : 慣性体の慣性モーメント, T : 周期, l : 試験片の有効長

t, b : 試験片の厚みと幅, k : サンプルの定数,

G : せん断弾性率, AL, x : 添字, AL はアルミ, x は未知試料。

測定結果 (Table 2 参照) を各種実験に用いた。

3.2 各種の実験

測定法: 試験片 ($1,000 \times 65 \times t$) の一端を固定し他端は回転円盤の回転中心に試験片のねじり中心を合わせて回転円盤に固定し、ねじりモーメントをかける (Fig. 7 参照)。

モーメントとねじり角の関係を求め直線勾配の値を採用する。固定端の影響を取り除くために両端それぞれ 100 mm を除いた部分の変位で計算した。

測定器の検証: アルミ板 ($1,000 \times 76.5 \times 6.0$) への作

Table 2 Size and shear modulus of material.

Material	Young's Modulus E (kg.f/mm ²)	Shear Modulus G (kg.f/mm ²)	Thickness t (mm)
PU foam (reinforced by glass)	89.8	7.2	4-19
AL alloy plate	7400	2660	1.0
AL alloy plate	7400	2660	6.0
GFRP sleeve 45°	-	1400	0.56
GFRP roving 0°	-	590	0.45
CFRP UD ±45°	-	3860	0.20
Epoxi resin	-	80	2.0

Fig. 7 Outline of torsional test equipment and test method.

用モーメントに対するねじり角を測定し、ねじり剛性を求めた。一方、Saint Venant の式に断面寸法とせん断弾性率 $G = 2,660 \text{ kgf/mm}^2$ を代入して理論値を求めた。結果は、実験値/理論値で 0.94 であった。ただし、モーメントは $M = 1,000 \text{ kgf}\cdot\text{cm}$ とする。

3.3 実験結果

計算には (8) 式と (9) 式を用いた。実験 (6) のスキーへの応用に関しては厚みおよび幅が長さ方向に対して変化するから、ねじり剛性 GJ の比較ではなく、下記に示した『平均的ねじりばね定数 K 』で比較した。

[平均的ねじりばね定数]

$$\frac{d\phi}{dx} = \theta = \frac{M}{GJ(x)} : M = \text{一定} \quad (11)$$

$$\phi = M \int_0^L \frac{dx}{GJ(x)} \quad 0 \leq x \leq L$$

$$= \left(M \frac{L}{n} \right) \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{GJ(0)} + \frac{1}{GJ(L)} \right) + \sum_{r=1}^{n-1} \frac{1}{GJ\left(\frac{L}{n}r\right)} \right\}$$

故に、平均的ばね定数 $K = M/\phi$ は

Fig. 8 Sectional view of racing ski.

Table 3 Materials of ski and physical properties.

Material	Shear Modulus G (kgf/mm ²)	Thickness t (mm)
ABS	60	Top 0.7 Side 2.0
AL alloy plate	2660	Top 0.8 Bottom 0.5
GFRP(roving)	590	Top 0.45 Bottom 0.45
CFRP(roving)	710	0.16
GFRP(sleeve)	1400	0.28 $\kappa=45^\circ$
PU foam	7.2	-Varies depending on places
AFRP(roving)	400	0.22
PE(polyethylene)	30	1.0

Table 4 Sectional size of ski by materials.

Name : FK-CUSTOM KB RTV

Measuring point	000	100	200	300	400	500	600	700	800	900
ABS t	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
b	60.6	60.0	59.8	60.9	62.5	64.5	66.5	69.1	71.8	75.6
AL t	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
b	60.6	60.0	59.8	60.9	62.5	64.5	66.5	69.1	71.8	75.6
FRP t	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45
70R b	60.6	60.0	59.8	59.8	62.5	64.5	66.5	69.1	71.8	75.6
CFRP t	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16
UD b	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0
FRP t	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28
Slv b	58.8	58.1	58.0	58.2	59.9	61.5	63.7	65.9	69.2	72.2
PU t	13.4	12.9	12.1	10.5	8.9	7.0	5.1	3.3	2.2	1.0
b	57.2	57.1	57.0	57.6	58.6	60.2	62.6	64.8	68.6	70.8
FRP t	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28
Slv b	58.8	58.1	58.0	58.2	59.9	61.5	63.7	65.9	69.2	72.2
AFRP t	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22
K149 b	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0
FRP t	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45
70R b	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0	40.0
AL t	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
b	44.2	44.2	44.2	44.8	46.2	47.5	49.7	52.4	55.1	58.2
PE t	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
b	59.6	59.6	58.8	59.9	61.5	63.5	65.5	68.1	70.8	74.6
ABS t	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
b	14.3	14.9	13.6	12.5	16.7	9.0	6.8	5.3	3.8	3.0
FRP t	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28
Slv b	14.3	14.9	13.6	12.5	16.7	9.0	6.8	5.3	3.8	3.0
tm	17.8	17.5	16.7	15.3	13.5	11.6	9.7	8.0	6.8	6.1
tt	18.2	17.7	16.9	15.3	13.7	11.8	9.9	8.1	7.0	5.8

Note Measuring points : Points spaced 100 mm apart from the center of ski (0 mm) to the tip (900mm)
t : Thickness (mm) b : Width(mm)

Table 5 Calculated values.

Point L mm	Area F mm	C.W t _{cw} mm	C.T t _{ch} mm	Torsional Rigidity GJ × 10 ⁷ kgf.mm ²	Σ(100/GJ) × 10 ⁵ /kgf.mm	Spring Constant K _T × 10 ⁴ kgf.mm/rad	K _M
000	891	57.2	13.4	2.98	0.335		
100	861	57.1	12.9	2.83	0.687		
200	813	57.0	12.1	2.60	1.07		
300	728	57.6	10.5	2.21	1.52		
400	646	58.6	8.9	1.83	2.06		
500	547	60.2	7.0	1.41	2.77		
600	448	62.6	5.1	1.01	3.76	3.22	
700	346	64.8	3.3	0.640	5.32	2.28	2.29
800	289	68.6	2.2	0.456	7.52	1.59	1.61
900	212	70.8	1.0	0.255	11.43	1.07	1.12

Note K_T: Calculated torsional spring constant
 K_M: Measured torsional spring constant
 C.W: Core width
 C.T: Core thickness

$$K = \frac{1}{\left(\frac{L}{n}\right) \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{GJ(0)} + \frac{1}{GJ(L)} + \sum_{r=1}^{n-1} \frac{1}{GJ\left(\frac{L}{n}r\right)} \right) \right\}} \quad (12)$$

ただし,

φ: L区間のねじり角, θ: 単位長さ当りのねじり角,
 L: 測定区間, n: 区分球積法で n 等分する数, K:
 平均的ねじりばね定数

No. 1~No. 5 までの結果は Table 1 に No. 6 の実験データは Fig. 8, Table 3, 4, 5 に示した.

3.4 考 察

測定装置の検証として, $C = GJ_M / GJ_T = 0.94$ を装置の固有値とする.

実験 1 のアルミ閉殻構造では心材厚を変えても κ はほぼ一定で, 理論値と実験値は一致している.

実験 2 のガラススリーブの閉殻構造ではスリーブ層を増しても κ は一定で理論式は成り立つ. ただし, 実験 1 よりも κ の値が約 10% 強である.

実験 3 の上下面にロービング層を補強した閉殻構造では補強層が増加するにつれ実測値が大きくなり, 理論式の補正が必要になる.

実験 4 の両サイド強化材層をカットし, エポキシで埋めた構造では, スリーブ層が増えるにつれ実測値が大きくなり実験 3 同様に理論式の補正が必要になる.

実験 5 の強化層を一定にして, 心材厚を大きく変化した閉殻構造では理論式がよく成り立っている.

実験 6 の複雑なスキー構造の応用では, 平均的ばね定数 K の比較で, 実験値のほうが少々高いがよく一致して

いる. 以上より, 上下両サイドともに等しい強度部材で閉じた構造では, 心材の厚みの変化に無関係に理論値と実測値はよく一致する. しかし, 上下面が両サイドより強化した構造では強化の度合いが増すにつれ, 実測値が大きくなっていく. よって, 理論式を補正し, 実験結果を次に検討する.

4. 理論式の補正と計算結果

Fig. 9 において, 高せん断弾性材のせん断流 q はせん断率 (中せん断弾性材) が異なる点で二つの流れ q₁, q₂ に分流すると仮定する.

q₁, q₂ の関係を矩形断面の応力分布で近似すると

$$\tau_2 = \tau_1 \frac{t_c - t_2}{t_c} = \frac{q_1}{G_1 t_1} \left(\frac{t_c - t_2}{t_c} \right) \quad 0 \leq t_2 \leq t_c \quad (13)$$

$$dq_2(t_2) = \tau_2(t_2) dt_2$$

$$= q_1 \frac{G_2}{G_1 t_1} \left(\frac{t_c - t_2}{t_c} \right) dt_2$$

より,

$$q_2 = \frac{1}{2} q_1 \frac{G_2 t_c}{G_1 t_1} \quad (14)$$

一方, $q = q_1 + q_2$ より,

Fig. 9 The relation among shear flow q₁, q₂ and q.

$$q_1 = \frac{q}{1+\phi}, \quad q_2 = \frac{q\phi}{1+\phi} \quad (15)$$

ただし,

$$\phi = \frac{1}{2} \frac{G_2 t_c}{G_1 t_1} \quad (16)$$

この考えで一般式(8)を書き換えると、次式の如くなる。

$$GJ = \frac{4F^2}{\int_0^{t_s} \frac{du}{G(t, u) dt}} + GJ_c$$

ただし,

$$\int_0^{t_s} \frac{du}{G(t, u) dt} = \sum \frac{u_k}{\sum G t} + \phi_1 + \phi_2 \quad (17)$$

$$\phi_1 = \left(\frac{1}{1+\phi} \right)^2 \frac{u_L}{G_L t_L}, \quad \phi_2 = \left(\frac{\phi}{1+\phi} \right)^2 \frac{u_L}{G_c t_c},$$

$$\phi = \frac{1}{2} \frac{G_c t_c}{G_L t_L}$$

G_c : 心材の低せん断弾性率, G_L : 中せん断弾性率,

t_c : 心材の1/2幅, t_L : L材料の幅, $u_L = u_1$

この補正式を適用すると, 3B, 3C の構造および 4A, 4B, 4C の構造の解析データは Table 6 の如く改善される。

5. スキー設計への応用

曲げ剛性分布設計は既に精度よく設計できることが証明されている⁴⁾。ここでは、曲げ剛性分布の設計ができれば、同時にねじり剛性分布およびスキーの長手方向の単位長さ当りの質量が計算できる手法をフローチャートで示した (Fig. 10 参照)。

複合構造体の材料の選択とその配置および構造の決定は難しい問題である。スポーツ用具の場合は用具の挙動そのものが性能に深く関わる関係上、曲げ剛性とねじり剛性の分布、さらに質量分布が最も基本的物理特性で、この3特性をコントロールできることが構造最適化の近道である。曲げ剛性が十分な精度で設計できるようになった今、ねじり剛性と質量分布 (材料の断面寸法: $y_i \times z_i$, 密度: ρ_i , 単位長さ当りの質量: $\sum \rho_i y_i z_i$) が試作前にシミュレーションでき、この両特性から①材料の選択, ②繊維方向の決定, ③材料の配置, ④形状の決定をすれば、試作回数は減り効率的な研究開発が進められると考える。

6. 結 語

低弾性心材を複数層の異なる中高弾性材で包む、閉じた断面構造のねじり剛性設計法の研究において、次のことが明らかになった。

Table 6 Experiment and result by modified formula.

No	Composition	L mm	W mm	t mm	GJM $\times 10^6 \text{ kgf} \cdot \text{mm}^2$	GJT	κ	Structure No
3	PU-Foam	1000	64.0	10.0	4.90	4.73	1.03	3A
	1ply G $\pm 45^\circ$	1000		0.28				
	PU-Foam	1000	64.0	10.0	8.77	8.20	1.06	3B
	1ply G $\pm 45^\circ$	1000		0.28				
	1ply G.R	1000		0.45	13.2	11.8	1.11	3C
	PU-Foam	1000	64.0	10.0				
4	1ply G $\pm 45^\circ$	1000		0.28	4.56	4.71	0.97	4A
	2ply G.R	1000	2 $\times$ 0.45					
	PU-Foam	1000	64.0	10.0	9.34	9.39	0.99	4B
	1ply G $\pm 45^\circ$	1000		0.28				
	G.cut+Epoxi	1000	2	2	14.7	14.4	1.02	4C
	PU-Foam	1000	64.0	10.0				
	3ply G $\pm 45^\circ$			0.28				
	G.cut+Epoxi	1000	2	2				

Note Size of test piece: L(length) W(width) t(thickness)

G $\pm 45^\circ$: Glass sleeve is used at an angle of $\pm 45^\circ$ from the longitudinal direction

C $\pm 45^\circ$: UD carbon is used at an angle of $\pm 45^\circ$ from the longitudinal direction

GJM: Measured torsional rigidity

$\kappa = GJM / GJT$

Fig.10 Design procedures.

①薄肉構造のねじり剛性の理論から、高弾性材のせん断弾性率および厚みが場所によって変化する構造体のねじり剛性の一般式を導いた。

②この式をもとに、せん断弾性率が異なる複数層の材料構成で、しかも場所によって構成要素が変わるスキーの断面構造に適用できる一般式に変換した。

③②で得られた式は、6種類の実験を通して、その有効性を確認した。ただし、閉じた高せん断弾性部材の一部が他の部位に比較して、著しく $\sum G_i t_i$ が低い場合には理論式の補正をする必要があり、補正式を導いた。補正式によって、精度が上がり有効性が高まった。

④複雑なスキー構造にも、十分実用に耐えるよい結果が得られた。これによって、曲げ剛性の設計と同時にねじり剛性および質量分布の設計ができるようになった。

⑤④によって、構造の最適化研究が容易になり、試作する前から、曲げとねじりと質量の各分布がわかり、材料の選択とその配置、および繊維方向の在り方を決めるやすくなった。

最後に本研究の遂行にあたり東京大学金原 勲教授のご指導に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 内田盛也編：先端複合材料の設計と加工，第5章（棚橋著），工業調査会，東京（1988），pp.172-183.
- 2) 林 毅編：軽構造の理論とその応用（上），第2章（林著），日科技連，東京（1966），pp.95-98.
- 3) 日本機械学会編：機械工学便覧，A4編第3章，丸善，東京（1991），pp.A4-43~A4-44.
- 4) 棚橋良次：日本複合材料学会誌，19，6（1993），224-232.