研究論文

非線形性を考慮した FRP 積層板のき裂損傷発達過程の
損傷力学的定式化

和田 明浩*, 元木 信弥**, 福田 武人***

(1997 年 10 月 30 日受付)

Damage Mechanics Formulation of Cracking Evolution in Composite
Laminates Taking Account of Nonlinearity

Akihiro WADA,* Shinya MOTOGI** and Takehito FUKUDA***

(Received October 30, 1997)

In loading process of FRP laminates, two kinds of nonlinearity are observed. One of them is concerned with damage, the other is not. The nonlinearity unrelated with damage is mostly due to the nonlinear property of lamina in shear. On the other hand, the nonlinearity related with damage is caused by matrix cracking evolution in each ply. In the previous works, we presented the theory for predicting a laminate stress-strain response in damage process on the basis of continuum damage mechanics. This paper extends the theory to include the damage unrelated nonlinearity using Hahn & Tsai nonlinear elasticity theory. Comparisons are made between the analytical predictions and the experimental results. The analytical method formulated in this paper can be used for general composite laminates under the plane stress condition.

1. 緒 言

FRP 積層板は材料設計の任意性を生かし広く用いられているが、実用に際しては一方向強化材として用いられることは少なく、一般に 2 種類以上の強化繊維方向を持つように積層されるのがほとんどである。このような多方向強化積層材の力学的挙動は一般に、非損傷時と損傷時の 2 つの時点についてそれぞれ別々に定式化される。

非損傷時における代表的な解析手法は積層板理論である。また、これを拡張した理論も幾つか提案されてい

る^{1,2)}。積層板理論では一般に、ラミナ単体を線形弾性体とみなし、ラミナ単体の材料特性から積層板全体のマクロな特性を求める。このため積層板全体は結果的に線形弾性体として取り扱われる。しかし、Petit & Waddoups³⁾が boron-epoxy を用いた実験により示したように、ラミナ単体は非損傷時においても非線形性を有し、この結果として積層板全体も損傷に起因しない非線形性を有することが知られている。このため積層板の非損傷時の挙動を正確に定式化するためにはこの非線形性を取り込む必要がある。非線形性の発現機構に関しては不明な点もあるが、Hahn & Tsai^{4,5)}は現象論的な解析によりこの非線形性の定式化を行っている。彼らは非損傷時の非線形性を非線形弾性と解釈し、エネルギー的考察に基づきラミナの非線形弾性を定式化した。さらに彼らはその結果を積層板理論に適用することにより積層板全体としての非線形弾性の定式化も行っている。非損傷時における非線形性が非線形弾性かどうかに関しては議論の余地はあるが、実験結果との対比から、少なくとも負荷過程ではこの理論により非線形性を良好に再現できることが知られている。

次に損傷時における解析であるが、多方向強化積層材

* 大阪市立大学大学院大学院生 (558-8585 大阪市住吉区杉本 3-3-138)

Graduate Student, Graduate School, Osaka City University, 3-3-138 Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka 558-8585, Japan

** 大阪市立大学工学部 (558-8585 大阪市住吉区杉本 3-3-138)

Department of Mechanical Engineering, Osaka City University, 3-3-138 Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka 558-8585, Japan

*** 助教授 Associate Professor, *** 教授 Professor

に荷重を負荷していくと弾性限以降、荷重方向に対して傾いた層 (off-axis ply) にマトリックスき裂が次々に発生していく。このき裂の発生はFRP積層板全体の剛性を著しく変化させるため、結果的に積層板の応力-ひずみ関係は明らかな非線形性を示す。このような損傷過程における非線形挙動の定式化はまず初めに弾性論的な手法により定式化が試みられた (例えば, Hashin^{6,7)}, Nairn^{8,9)}, Laws & Dvorak¹⁰⁾, Flagg¹¹⁾, 元木, 安田 & 福田¹²⁾ など)。しかし、弾性論的手法ではき裂を含む材料を境界値問題として取り扱うため直交積層板のような比較的単純な積層構成の場合には有効であるが斜交層を含む一般的な積層構成への拡張が困難であった。この欠点を補うべく近年盛んに用いられるようになってきた手法として損傷力学的手法がある。この手法では、き裂損傷の効果を損傷変数という内部状態変数で代表させて解析を行うため具体的な損傷配置状態を知る必要がなく斜交層を含む一般的な積層板の解析に適している。これまで Frantziskonis¹³⁾, Talreja¹⁴⁾, Allen, Harris & Groves^{15,16)} らにより様々な損傷力学的手法が提案されてある程度の成功をおさめているが、いずれも損傷発達則の定式化に難点があった。

著者らはこれまで上記の損傷解析理論にかわる新たな解析手法として、き裂発生層を加工軟化材料とみなし、塑性力学的な技法を用いるという手法を提案してきた^{17,18)}。この手法の特徴は損傷材料を塑性材料で置き換えて解析するため、損傷発達則は塑性力学の流れ則に対応することになり、損傷発達則の定式化が容易であるという点にある。しかし、この理論では非損傷時における非線形特性を考慮していないため斜交層を含む積層板に対しては実験結果と良い一致が得られない場合があった。そこで本研究では、先に著者らが提案したモデルを非損傷時の非線形特性を考慮できる形に拡張した理論の定式化を試みる。損傷に起因しない非線形性の定式化にあたっては先にも述べた Hahn & Tsai の理論を用い、損傷理論との融合を試みる。また、得られた理論の妥当性を検討するため、 $[0/\theta_n/0]$ 積層板を対象に理論解析結果と実験結果の比較を行う。

2. 非損傷時のラミナ構成式

Petit & Waddoups³⁾ の実験からも明かなように、非損傷時のラミナの非線形性はせん断変形に対し最も顕著に現れる。Hahn & Tsai⁴⁾ はこのような実験結果を定式化できるラミナ構成式としてエネルギー解析に基づき次式を提案している。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ 2\epsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} + S_{6666} \sigma_{12}^2 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 S_{ij} は線形のコンプライアンスであり、 S_{6666} は非線形弾性を表現するコンプライアンスである。ただし、式 (1) はラミナ座標系に関する構成式である (x_1 軸: 繊維方向, x_2 軸: 繊維と垂直方向)。

上式はせん断変形時のみ非線形性を示し、それ以外の変形に対しては線形の構成式と同等であり、実験観測結果の再現に適している。以降の解析では非損傷時のラミナ構成式として式 (1) を用いることにする。

式 (1) において S_{ij} はラミナ弾性率から容易に求めることができる。一方、 S_{6666} はラミナのせん断応力-せん断ひずみの非線形曲線の正確な実験データから決定されなければならないが、本研究では S_{6666} の値を直接測定する代わりに、非損傷時における積層板の応力-ひずみ曲線を良く再現できる S_{6666} の値を用いることにする。

次に、以降の解析に用いるため式 (1) を増分形に書き直したものを次式に示す。

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_{11} \\ d\epsilon_{22} \\ 2d\epsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} + 3S_{6666}\sigma_{12}^2 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式 (2) から明かなように、増分形構成式の場合、応力状態が確定すればコンプライアンスマトリックスは確定し、微小荷重増分の範囲内においては非線形性を持つラミナを線形弾性体として扱えることが分かる。

3. 損傷発達過程におけるラミナ構成式の定式化

本章では著者らが先に提案した損傷解析手法^{17,18)} についてその概略を説明する。尚、本章以降においては、FRP積層板の損傷モードとしてマトリックスき裂のみを取り扱うこととする。

3.1 き裂発生層の損傷過程観察

積層板におけるき裂の発生は積層板全体の剛性を低下させる作用があり、き裂数が増加するにつれて積層板の剛性も順次低下していく。このような積層板の剛性変化を損傷力学的に解釈する場合、損傷層は均質材とみなされその連続的な損傷過程が取り扱われることになる。そこで、損傷層を均質材とみなした場合、損傷層は実際ど

Fig. 1 Stress-strain curves of 90° layers in GFRP crossply laminates (results of 3 specimens).

のような挙動を示すかを直交積層板の一軸引張負荷に関する実験結果を用いて調べた。その結果を Fig. 1 に示す。

この図から明らかなように、損傷開始後き裂発生層 (90° 層) 平均応力は連続的に減少しており、き裂発生層は加工軟化材料のように振る舞うことがわかる。

以下ではこの結果をふまえ、き裂発生層を等価な加工軟化材料で置き換えて解析する手法について説明する。このような置き換えを行えば、連続体力学的な解析が可能となり、複数のき裂発生層を持つ積層板の解析も容易である。

3.2 ラミナの初期損傷面の検討

前節のようにき裂発生層を加工軟化材料で置き換えて解析する場合、塑性力学における降伏面に相当する初期損傷面の定式化が必要になる。そこで以下においてラミナの初期損傷面の定式化を行う。

繊維方向に対し傾いた方向に荷重を荷した場合、ラミナの破壊は繊維に沿ったマトリックスき裂の発生により生ずる。一般にこのような破壊モードはラミナ座標系での 3 つの面内応力成分 (σ_{11} , σ_{22} , σ_{12}) の寄与により引き起こされると考えられる。しかし、ここではき裂面に平行な垂直応力 (σ_{11}) の影響は小さいと考え、これを無視し、ラミナの破壊は σ_{22} , σ_{12} の 2 つの応力により支配されているものと仮定する。次にラミナ破壊に及ぼす σ_{22} , σ_{12} の相互作用を調べるため、荷重負荷方向の変化に伴う一方向材の破壊強度の変化のデータからラミナ破壊に至った時の σ_{22} , σ_{12} の値を調べた。計算に用いたデータは Tsai¹⁹⁾ が glass-epoxy を用いて測定したものである。結果を Fig. 2 に示す。これはいわゆるラミナの破壊面と呼ばれるものである。

ラミナの複合体である積層板の負荷過程においては荷重方向に対して傾いた層 (off-axis ply) に発生するマト

Fig. 2 Fracture surface of lamina (solid line is obtained by method of least squares).

リックスき裂が初期損傷様式である。ラミナ単体の場合には 1 つのき裂の発生はラミナ全体の破壊へとつながるが、積層板の場合にはたとえある層にき裂が発生したとしても隣り合う拘束層が荷重を負担するため積層板全体の破断には至らず、荷重の増加とともにき裂数は増加してゆく。一般に積層板内の単一層におけるき裂の発生機構は成形時の熱残留応力の影響や隣接層からの拘束効果等のためラミナ単体の破壊機構と同一ではないが、ここではき裂発生に及ぼす σ_{22} , σ_{12} の効果はラミナ単体の場合においても積層板内の単一層においても本質的な違いはないものと考え、積層板の各層における初期損傷面 (各層において最初のき裂が発生する条件) は Fig. 2 に示したラミナの破壊面に相似な形状であると仮定する。このように考えれば、き裂発生に対する積層の影響は単に破壊面の拡大・縮小という操作に置き換えられる。

Fig. 2 に示すように破壊面の形状を楕円で近似することによれば、積層板の各層のラミナ座標系における初期損傷面は次式のように与えられる。

$$f(\sigma_{22}, \sigma_{12}) = \left(\frac{\sigma_{22}}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{m_2}\right)^2 - 1 = 0 \quad (3)$$

ここで、 m_1 , m_2 は初期損傷面の形状を決定する材料パラメータであり、熱残留応力や隣接層からの拘束がき裂発生に及ぼす影響は m_1 , m_2 を通して理論に導入される。

3.3 き裂発生層の構成式の定式化

前節で述べたようにき裂発生層を均質材料で置き換えた場合、この層は加工軟化材料に類似の挙動を示す。よって、ここでは損傷発達過程におけるき裂発生層の構成式として加工軟化材料の構成式を用いる。以下に加工軟化材料の構成式を塑性理論に基づき簡単に説明する。

塑性理論では降伏点以降の塑性的な挙動を関連流れ則により次式のように仮定する²⁰⁾。

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{1}{H} \left\langle \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} \right\rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4)$$

ここで、 ϵ_{ij}^p は塑性ひずみ、 $f=0$ は降伏面、 H は硬化係数である。また $\langle \rangle$ は次式のように定義される。

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases} \quad (5)$$

式(4)は応力空間で定式化した式であり、応力増分を入力し塑性ひずみ増分を求める形式になっているため、加工硬化材料($H > 0$)に対しては適しているが、荷重制御のできない加工軟化材料($H < 0$)に対しては適切ではない。そこで降伏面をひずみ空間に変換し、式(4)を導出するのと同様の手順を用いて、ひずみ空間で関連流れ則を再定式化すると以下ようになる。

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{1}{L} h_{ij} \left\langle C_{pqkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} d\epsilon_{kl} \right\rangle \quad (6)$$

$$\begin{cases} L = H + C_{ijkl} h_{ij} h_{kl} \\ H = (C_{ijkl} h_{ij} h_{kl}) \frac{h_{mn} \dot{\sigma}_{mn}}{C_{pqrs} h_{pq} \dot{\epsilon}_{rs}^p} \\ h_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \end{cases} \quad (7)$$

ここで、 C_{ijkl} は弾性率である。

さらに、この結果を $d\sigma_{ij} = C_{ijkl}(d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^p)$ に代入すると、構成式は最終的に以下のように与えられる。

$$d\sigma_{ij} = \tilde{C}_{ijkl} d\epsilon_{kl} \quad (8)$$

$$\tilde{C}_{ijkl} = C_{ijkl} - \frac{1}{L} C_{ijmn} h_{mn} C_{pqkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} \quad (9)$$

以上で加工軟化材料の一般的な構成式が与えられたわけであるが、この構成式を損傷材料に適用する場合には降伏面($f=0$)を損傷面に置き換える必要がある。いま、等方軟化を仮定すると、後続損傷面は初期損傷面に相似となり次式で与えられる。

$$f(\sigma_{22}, \sigma_{12}) = \left(\frac{\sigma_{22}}{m_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{m_2} \right)^2 - g(\xi) = 0 \quad (10)$$

ここで、 ξ は損傷レベルを代表する内部状態変数であるが、本研究ではき裂損傷のみを取り扱っているので ξ はき裂数と同等の量である。また $g(\xi)$ は後続損傷面の軸長に相当する量であり、本研究で取り扱うような軟化材料の場合には ξ の単調減少関数となる。つまり、 $g(\xi)$ は損傷が発達し、 ξ が増加するに伴い後続損傷面が縮小していく過程を表現する項である。

実際に式(10)を損傷面として採用すれば式(7)、(9)は式(11)~(14)のようになる。

$$\tilde{C}_{ijkl} = C_{ijkl} - \frac{1}{L} C_{ijmn} C_{pqkl} h_{mn} h_{pq} \quad (11)$$

$$L = H + C_{2222} h_{22}^2 + C_{1212} h_{12}^2 \quad (12)$$

$$H = \frac{(C_{2222} h_{22}^2 + C_{1212} h_{12}^2) (h_{22} \dot{\sigma}_{22} + h_{12} \dot{\sigma}_{12})}{C_{2222} h_{22} \dot{\epsilon}_{22}^i + C_{1212} h_{12} \dot{\epsilon}_{12}^i} \quad (13)$$

$$h_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \begin{cases} h_{11} = 0 \\ h_{22} = \frac{2\sigma_{22}}{m_1^2} \\ h_{12} = \frac{2\sigma_{12}}{m_2^2} \end{cases} \quad (14)$$

ここで、 $f=0$ はラミナ座標系における損傷面である。また、 ϵ_{ij}^p は非弾性ひずみを表し、式(6)、(7)に現れる塑性ひずみ ϵ_{ij}^p に相当する。この非弾性ひずみは負荷過程でのみ定義される仮想的な量であり、損傷材料の除荷後に実際に残留する永久ひずみとは無関係である。これは損傷材料を塑性材料とみなすことに起因する結果であり、以後注意を要する。

式(8)、(11)~(14)において未知の項は硬化係数 H のみであり、それ以外の項は初期損傷面の形から一意的に決定できる。よってこの構成式では H が損傷の発達を支配しており、これを決定できれば式(8)、(11)~(14)を損傷材料に対する構成式として用いることができる。

3.4 損傷発達則 (硬化係数 H の変化)

硬化係数 H は式(13)のように与えられ、応力速度、非弾性ひずみ増分速度などを含んだかなり複雑な形をしており、一般にこの値を求めることはできない。しかし、塑性力学における関連流れ則を考慮することにより H は次式のように書き換えられる。

$$H = h^2 \frac{\dot{\sigma}_T}{\dot{\epsilon}^i} = h^2 \frac{d\sigma_T}{d\epsilon^i} \quad (15)$$

ここで、

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}^i = |\dot{\epsilon}^i| \\ \dot{\sigma}_T = \frac{|\vec{h} \cdot \dot{\sigma}|}{|\vec{h}|} \\ h = |\vec{h}| \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}^i = (\dot{\epsilon}_{22}^i, \dot{\epsilon}_{12}^i) \\ \dot{\sigma} = (\dot{\sigma}_{22}, \dot{\sigma}_{12}) \\ \vec{h} = (h_{22}, h_{12}) \end{cases} \quad (17)$$

式(15)において、 h は初期損傷面の形から容易に求めることができるが、 $d\sigma_T/d\epsilon^i$ は一般には未知である。ここで、同一損傷面上(同じ損傷レベル:同じき裂数)において $d\sigma_T/d\epsilon^i$ の値は損傷面上の位置に依存しないと仮定すると、 $d\sigma_T/d\epsilon^i$ は損傷レベルを代表する内部状態変数(ξ)のみの関数となる。従って、 $d\sigma_T/d\epsilon^i$ の ξ に対する変化傾向が分かれば硬化係数 H の値が確定することになる。

ここでは結果のみを示すが、 $d\sigma_T/d\epsilon^i$ の値は直交積層

板の一軸引張負荷の実験結果を基に次式のように与えられる^{17,18)}。

$$\frac{d\sigma_T}{d\varepsilon^i} = n_1 \exp\left(\frac{n_2 W}{R^2}\right) + n_3 \quad (18)$$

ここで、 W はき裂発生層の累積エネルギー解放密度であり ε^i に相当する。 R は初期損傷面の相違を代表する材料定数である。また n_1 , n_2 , n_3 は実験より求めるパラメータである。

式 (18) を用いれば任意の損傷レベル (任意の W) における $d\sigma_T/d\varepsilon^i$ の値を決定できるので、この結果を式 (15) に適用すれば任意の損傷レベルにおける硬化係数 H の値が確定する。

以上のようにして求めた硬化係数 H をき裂発生層の構成式 (8), (11)~(14) に適用すれば損傷過程におけるき裂発生層の非線形挙動を定式化できる。

4. 積層板構成式の定式化

本章においては、前章までに得られた非損傷時のラミナ非線形構成式 (式 (2)) と損傷発達時のき裂発生層の構成式 (式 (8), (11)~(14)) を積層板理論に適用することにより、非損傷時・損傷時を通した積層板の非線形挙動の定式化を行う。

積層板に荷重を負荷していくと、き裂が発生し始めるまで積層板は損傷に起因しない非線形挙動を示す。これは式 (2) で与えられる増分形構成式を積層板理論に順次適用していけば表現できる。つまり、非線形特性を持ったラミナであっても微小荷重増分の範囲内であれば線形材料とみなすことができるので、微小荷重増分の範囲内では、各層を線形弾性体とみなして解析する従来の積層板理論をそのまま使用できる。ただし、式 (2) の各層の見かけの線形コンプライアンスは応力状態の変化とともに変化していくので、解析は荷重 0 の状態から逐次行う必要がある。

次に、積層板中のある層が初期損傷面上の応力状態に達すると、その層にき裂損傷が発生し始め、以後積層板の応答は損傷による非線形性を示すようになる。さらに荷重を負荷していくと別の層の応力状態が初期損傷面上に達し、その後はこの層においてもき裂損傷が発達していく。このように、積層板の負荷過程においては応力状態が初期損傷面上に達した層から次々とき裂損傷が進行していくことになる。一般に各層にき裂が発生し始めると積層板の各層の応力状態はき裂面近傍で大きく乱され、均一ではなくなる。このため各層で均一な応力状態を仮定する積層板理論はもはや適用できない。しかし、

前章で示したようにき裂発生層は損傷開始後、加工軟化材料に類似の性質を示し、その構成式は式 (8), (11)~(14) で与えられる。従ってこの理論を用いれば、き裂損傷開始後においてもき裂発生層の応力は均一であると見なすことができ積層板理論を適用できる。すなわち、初期損傷面上の応力状態に達していない層は非損傷時の構成式 (式 (2)) に従い、初期損傷面上の応力状態に達した層は以後損傷時の構成式 (式 (8), (11)~(14)) に従うものとし、これらの損傷層・非損傷層の構成式を積層板理論に組み込めばよい。しかしここで問題となるのは、式 (8), (11)~(14) を導出する際、ラミナはき裂発生直前まで線形弾性体であるとして解析されているのに対し、実際のラミナの挙動は式 (2) のようにき裂発生前においても非線形性を有するということである。このため、これらの式を損傷層の構成式としてそのまま使用することはできない。この問題を解決するため、次に、き裂損傷が始まる直前にこの層を全ての境界条件を満たす仮想線形材料に置き換えることを考える。以下に手順を示す。

き裂損傷が始まる直前において、仮想線形材料は次式を満たさなければならない。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & 0 \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

ここで、 $\bar{S}_{ij}$ は仮想線形材料のコンプライアンスである。尚、式 (19) においては仮想線形材料も直交異方性であるとして、 $\bar{S}_{16}$, $\bar{S}_{26}$ は 0 とおいた。

仮想線形材料の特性を知るためには $\bar{S}_{ij}$ を知る必要がある。ところが、き裂発生層はき裂発生直前まで式 (2) で表される構成式に従っており、せん断変形以外の非線形性は生じない。従って、仮想線形材料への置き換えで変化するコンプライアンスは $\bar{S}_{66}$ のみであることが分かる。 $\bar{S}_{66}$ は式 (19) より、き裂発生直前の応力・ひずみから次式により求められる。

$$\bar{S}_{66} = \frac{2\varepsilon_{12}}{\sigma_{12}} \quad (20)$$

このように、き裂発生層の仮想線形材料への置き換えはき裂発生直前でのこの層の応力・ひずみを用いて一意的に行える。

以上の要領で各層をき裂発生直前に上記のコンプライアンスを持つ仮想線形材料に置き換えていけば、非損傷時の非線形性を考慮した場合でも式 (8), (11)~(14) で与えられるき裂発生層の構成式をそのまま使用できる。さらに、この構成式を非損傷時のラミナ構成式と共に積

Fig. 3 Flow chart of the analysis.

層板理論に適用すれば、任意積層構成の任意負荷過程に対し、非損傷時・損傷時を通した非線形挙動の定式化が可能となる。

最後に本章までで提案した構成式を定式化する際に用いた仮定を以下にまとめて示す。また、この構成式を用いて積層板の負荷過程における挙動を再現する手順を Fig. 3 に示す (Fig. 3 は 1 つのき裂発生層を有する積層板に対するものであるが、2 つ以上のき裂発生層を有する場合でも同様である)。

<定式化に用いた仮定>

- (1) 非損傷時において積層板の各層は Hahn & Tsai の理論に従う非線形性を示す。
- (2) き裂発生層はき裂発生開始後、加工軟化材料として振る舞う。
- (3) 積層板の各層に対する初期損傷面はラミナ破壊面と相似形である。
- (4) き裂発生層の後続損傷面は初期損傷面と相似形である (等方軟化)。

Table 1 Material properties of Glass/Epoxy lamina.

E_L (GPa)	E_T (GPa)	G_L (GPa)	G_T (GPa)	ν_L	ν_T
38	10	4.13	6.52	0.3	0.38

Table 2 Material constants used in the analysis.

	[0/90 ₄ /0]	[0/67.5 ₄ /0]	[0/45 ₄ /0]
m_1 [MPa]	18.0	32.0	50.0
m_2 [MPa]	26.6	47.3	73.9
n_1 [MPa]	-4,255	-4,250	-4,250
n_2 [1/MJ]	-40	-40	-40
n_3 [MPa]	178	178	178
R	1	1.78	2.78

(5) 硬化係数 H に含まれる $d\sigma_T/d\epsilon^i$ の項は同一損傷面上で同じ値を持つ。

(6) き裂発生直前にき裂発生層を全ての境界条件を満たす仮想線形材料で置き換える。

5. 解析結果の検証

5.1 実験

実験に用いた試験片は GFRP プリプレグ (3M スコッチプライ 1009) をオートクレーブ成形して得た積層板を幅 15 mm, ゲージ長 (タブ間距離) 200 mm のサイズに切断することにより得た。また、全ての試験片はあらかじめ端面をサンドペーパー (#2000) で研磨したのち実験に使用した。Table 1 に一方向材を用いて測定した材料定数を示す。実験に用いたのは [0/90₄/0], [0/67.5₄/0], [0/45₄/0] の 3 種類の積層構成で中間層角度 (θ) のみを変化させたものである。実験は上記の 3 種類の積層構成の試験片の一軸引張負荷について行った。この実験においては中間層のみにき裂が発生するため、き裂損傷による軟化は中間層のみに生じることになる。実験は中間層に発生するき裂がほぼ飽和状態に達するまで継続した。

5.2 解析結果と実験結果の比較

解析解を得る際に使用した材料パラメータを Table 2 にまとめて示す。表中の m_1 , m_2 は初期損傷面の形状を決定する定数であるが、この値は $m_1/m_2 = \text{一定}$ (ラミナの破壊面から求めた値) の条件の下、初期損傷面が初期損傷応力の実験点を通るように積層構成毎に個別に設定した。また、 n_1 , n_2 , n_3 は [0/90₄/0] の一軸引張試験の実験データから決定した^{17,18)}。さらに、初期損傷面の相違を代表する材料定数 R としては [0/90₄/0] に対応する初期損傷面の大きさに対し、解析対象となっている積層

Fig. 4 Comparison between analytical predictions and experimental results ($S_{666}=0$).

構成の初期損傷面が軸長比で何倍に拡大しているかを示す数値を用い、Table 2 で示した各積層構成の m_1 (or m_2) の値から算出した。

Fig. 4 に非損傷時の非線形性を考慮しなかった場合 ($S_{666}=0$) の解析結果を実験結果と比較したものを示す。この図をみると中間層角度 (θ) が大きい場合は実験値と理論値は良い一致を示すが、 θ が小さくなるにつれて実験値と理論値のずれが目立つようになっている。特に $[0/45_4/0]$ の場合には非損傷域でのずれが大きい。これは、 θ が小さくなるにつれてせん断変形が強く現れるようになり、非損傷時の非線形性が顕著に現れたためであると思われる。

次に、非損傷時の非線形性を考慮した場合の解析結果と実験結果の比較を Fig. 5 に示す。非線形効果を代表するコンプライアンスとしてはいずれの積層構成に対して

Fig. 5 Comparison between analytical predictions and experimental results ($S_{666}=8 \times 10^{-20} [(\text{MPa})^{-3}]$).

も同一の値 ($S_{666}=8 \times 10^{-20} [(\text{MPa})^{-3}]$) を採用した。Fig. 5 より明らかなように、非損傷領域における非線形性を考慮することにより中間層角度が小さくなった場合においても理論値は実験値の傾向を精度良く再現できている。本研究においては S_{666} の値として、非損傷時における積層板の応力-ひずみ曲線を比較的良好に再現できる値を用いたが、ラミナのせん断応力-せん断ひずみの非線形曲線の実験データから正確な S_{666} の値を求めれば、より精度の高い解析が可能である。

6. 結 言

本研究では FRP 積層板の負荷過程において生じる 2 つの非線形性、すなわち損傷に起因するものとししないもの、を同時に定式化する手法として Hahn & Tsai の非

線形弾性論と損傷力学的手法の融合を試みた。

非損傷時におけるラミナの非線形挙動は Hahn & Tsai の理論により再現可能である。他方、損傷時における非線形挙動はき裂発生層を均質な加工軟化材料で置き換え、塑性力学的な技法を用いて解析可能である。この2つの理論の接点であるき裂損傷開始時点において生じる構成式の切り替えに関する問題は、き裂発生直前にこの層を仮想線形材料に置き換えることにより解決できることが分かった。

本研究で示したモデルは任意の積層構成の任意の負荷過程に適用できる汎用性の高い理論であり、この理論により損傷発生前後における FRP 積層板の非線形挙動を精度良く再現できる。

参 考 文 献

- 1) M. Moazzami & R.S. Sandhu : *Composite Structures*, **23** (1993), 205-220.
- 2) Q.S. Bai, S. Murakami & Y. Kanagawa : *J. Comp. Mat.*, **31** (1997), 2052-2073.
- 3) P.H. Petit & M.E. Waddoups : *J. Comp. Mat.*, **3** (1969), 2-19.
- 4) H.T. Hahn & S.W. Tsai : *J. Comp. Mat.*, **7** (1973), 102-118.
- 5) H.T. Hahn : *J. Comp. Mat.*, **7** (1973), 257-271.
- 6) Z. Hashin : *Mechanics of Materials*, **4** (1985), 121-136.
- 7) Z. Hashin : *J. Appl. Mech.*, **54** (1987), 872-879.
- 8) J.A. Nairn : *J. Comp. Mat.*, **23** (1989), 1106-1129.
- 9) S. Liu & J.A. Nairn : *J. Reinforced Plastics Comp.*, **11** (1992), 158-178.
- 10) N. Laws & G.J. Dvorak : *J. Comp. Mat.*, **22** (1988), 900-915.
- 11) D.J. Flaggs : *J. Comp. Mat.*, **19** (1985), 29-50.
- 12) 元木信弥, 安田 哲, 福田武人 : 日本機械学会論文集 A, **63**, 615 (1997), 2318-2337.
- 13) G. Frantziskonis : *Composite Structures*, **10** (1988), 165-184.
- 14) R. Talreja : *Proc. R. Soc. Lond.*, **A 399** (1985), 195-216.
- 15) D.H. Allen, C.E. Harris & S.E. Groves : *Int. J. Solids Structures*, **23** (1987), 1301-1318.
- 16) D.H. Allen, C.E. Harris & S.E. Groves : *Int. J. Solids Structures*, **23** (1987), 1319-1338.
- 17) 和田明浩, 元木信弥, 福田武人 : FRP 積層板のき裂損傷発達過程の損傷力学的定式化 (第 I 報, き裂発生層の構成式の定式化), 日本機械学会論文集 (投稿中).
- 18) 和田明浩, 元木信弥, 福田武人 : FRP 積層板のき裂損傷発達過程の損傷力学的定式化 (第 II 報, 積層板構成式の定式化), 日本機械学会論文集 (印刷中).
- 19) S. Tsai : *Fundamental Aspects of Fiber Reinforced Plastic Composites*, Wiley Interscience, N.Y. (1968).
- 20) J. Lubliner : *Plasticity Theory*, Macmillan, N.Y. (1990).