研究論文

直交三次元織物複合材の面内の弾性係数と熱膨張係数の
予測のための近似式石川 隆司*¹, 渡辺 直行*², 番作 和弘*³, 小野 好信*⁴

(1998年2月25日受付)

Approximate Formulae for Prediction of In-Plane Elastic Moduli and
Coefficient of Thermal Expansion of Orthogonal 3-D
Reinforced Textile CompositesTakashi ISHIKAWA,*¹ Naoyuki WATANABE,*² Kazuhiro BANSAKU*³
and Yoshinobu ONO*⁴

(Received February 25, 1998)

A simple mechanical model for predicting in-plane elastic moduli and coefficients of thermal expansion of composites using orthogonal 3-D textile reinforcement is proposed in the present work based on the constituent material properties. The theoretical procedure starts after determination of basic mechanical properties of unidirectional composites as the constituents of 3-D textile composites. An establishment of the model automatically leads to the approximate formulae for the prediction. The procedure is constructed by the combination of parallel and serial linkage of the UD composite and pure epoxy blocks. The predicted elastic modulus, in-plane shear modulus and coefficient of thermal expansion of Tyranno®/epoxy 3-D composite system were compared with experimental results and numerical results obtained from homogenization finite element analysis. An agreement between them is basically excellent. A simple formula to predict elastic and thermal expansion behavior of 3-D composites is well described with some limitation.

1. 緒 言

最近の先進複合材技術の中で、三次元織物複合材は種々の観点から脚光を浴びている。もちろん最初の点は、

板厚方向繊維束により、従来の樹脂を用いても層間破壊の抑止の可能性があり、層間靱性向上能力がある点¹⁾である。第2は、これと関連するが、三次元織物強化体と、樹脂圧入成形 (Resin Transfer Molding: RTM) ないし樹脂フィルム含浸成形 (Resin Film Infusion: RFI) 等の新しい成形技術と組み合わせると、従来のプリプレグ成形と同等程度の性能を保ったまま、低コスト化できる可能性があること²⁾である。第3の点は、少し趣が変わるが、三次元織物強化体は、セラミックス基複合材 (CMC) の母材として、樹脂含浸焼成法のプリフォームとして適していること、織り方によっては繊維が荷重方向に直線に近くなるので強度上昇が期待できること、最終部品形状に近い形で成形可能なことなどの利点³⁾を有していることである。もちろん最後の CMC 関連でも、z 系による損傷の抑止効果は、基材の脆性を考慮すると重要な役割を果たしている。

これらの背景に立脚し、さらに材料特性最適化のための手法ループに組込む一手段として、三次元織物複合材

*¹ 航空宇宙技術研究所機体部複合材構造研究室長 (181-0015 東京都三鷹市大沢 6-13-1)

Head of Composite Structure Section, Airframe Division, National Aerospace Laboratory, Mitaka 181-0015, Japan

*² 東京都立科学技術大学航空宇宙システム工学科助教授 (191-0065 東京都日野市旭が丘 6-6)

Associate Professor, Aerospace Systems Department, Tokyo Metropolitan Institute of Technology, Hino 191-0065, Japan

*³ 東京大学大学院 (国際・産学共同研) (153-0041 東京都目黒区駒場 4-6-1)

Graduate Student, The University of Tokyo, Meguro-ku, Tokyo 153-0041, Japan

*⁴ 東京都立科学技術大学大学院 (191-0065 東京都日野市旭が丘 6-6)

Graduate Student, Tokyo Metropolitan Institute of Technology, Hino 191-0065, Japan

現在: (株)日立製作所

の力学的特性を簡便に予測する手法の出現と確立が待たれている。著者らが実施したこの分野の文献調査によれば、いくつかの先行的研究は実施されているものの、上記の最適化ループに組込むなどの実用的目的に耐えるような、簡便な解析的表現式は見当たらなかった。以下に、その文献調査の中で見出した代表的研究について、ごく簡単に触れておく。

まず Yang ら⁴⁾ はブレード材を念頭において、ユニットセル内で繊維束が角度を持っている場合を解析した。次に Whitney ら⁵⁾ はインターロック型三次元繊維複合材を対象として、モデル解析を行い、面内弾性係数を算出している。また、我が国では、長井ら⁶⁾ は、等歪み仮定に基づいたユニットセル内積分により弾性係数を算出する考えを提示している。そして、Gu ら⁷⁾ は、直交三次元繊維複合材について、微視幾何学的関係と、巨視的特性を関係付ける式を提案している。本論文に最も近いのはこの解析と考えられるが、直列モデルと並列モデルの結合等のようなアイディアは無く、また、熱膨脹係数まで含んだ議論は展開されていない。

以上から明らかになったように、現時点においても、三次元繊維複合材の弾性係数と熱膨脹係数の予測を包括する、簡単なモデル化に基づく近似式の提案の意義は充分残っていると考えられる。従って、本論文の目的は、直交三次元繊維複合材を一方材、純樹脂ブロックの集合体とみなし、大胆なモデル化を行って、主強化面内の上記の力学特性について、簡単な近似式を提案し、実験ないし均質化法に基づく有限要素解と比較して、その有効性を主張することである。出発点は、繊維/樹脂それぞれの性質からではなく、一方材の力学特性とする。そ

の特性は、例えば著者の一人がかつて提案したような方法⁸⁾ 等と与えられているとする。本論文の背景としては、三次元繊維強化 CMC³⁾ を念頭においており、これに適用するための理論確立が研究の動機となっている。したがって、実験ならびに数値解析の対象材料としては、CMC によく用いられる Si-Ti-C-O (チラノ[®]) 繊維を強化材とし、母材として、良く力学特性の把握されているエポキシ樹脂を用いた、やや特殊な樹脂系複合材を選んでいる。

2. 理論体系の構成と基礎材料定数値

複合材の構成要素である強化繊維と母材樹脂の力学特性（この場合、材料定数）から、直交三次元繊維の材料定数予測に至るプロセスを模式化して Fig. 1 に示す。チラノ強化エポキシ材のように、繊維、マトリックスとも等方性の場合、素材レベルの必要な材料定数は、この図に示されているように 6 個となり、これらの値と一方材内の体積含有率 V_{fu} があれば、横断面内等方性を示す一方材複合材の 5 個の弾性係数と 2 個の熱膨脹係数を算出できる。この過程は、考え方としては過去に確立されており、先に述べたように、著者の一人も半解析的方法を提案⁹⁾ している。従って、本論文の主な議論の対象とはしない。しかし、繊維直角方向と繊維に沿うせん断の弾性係数では、有限要素法や、他の厳密な方法による予測と一致する簡単な関数解がないという事情には、最近変化がないので、一つの便宜的提案について付録に記述する。

上記の出発点の認識を確認したので、ここで用いたチラノ繊維と 828 エポキシの 6 個の材料定数値 (Table 1 に示したものと)、後述の実験で確認したチラノ/エポキシ一方材部分の $V_{fu}=59.7\%$ を採用し、文献 8) の半解

Phases in Theoretical Process

Fig. 1 Phase structure in theory of 3-D composites.

Table 1 Input elastic and thermal properties for UD property calculation.

	Young's modulus	Poisson's ratio	(Shear modulus)	Coefficient of thermal expansion
Fiber	$E_f: 185 \text{ GPa}$	$\nu_f: 0.2$	$G_f: 77.08 \text{ GPa}$	$\alpha_f: 3.10 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
Matrix	$E_m: 3.42 \text{ GPa}$	$\nu_m: 0.38$	$G_m: 1.243 \text{ GPa}$	$\alpha_m: 6.45 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

Table 2 Elastic and thermal properties of UD composites for 3-D calculation.

Young's moduli	Shear moduli	Poisson's ratio	CTE
$E_T = 13.89 \text{ GPa}$	$G_{LT} = 4.677 \text{ GPa}$	$\nu_L = 0.264$	$\alpha_T = 3.289 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
$E_L = 111.8 \text{ GPa}$	$G_{TT} = 4.715 \text{ GPa}$	$(\nu_{TT}) = 0.473$	$\alpha_L = 4.005 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
Fiber volume fraction in UD: $V_{fu} = 59.7\%$			

析解を使用すると、この一方向材部の弾性係数、熱膨脹係数値として、Table 2 に示す値を得る。これを以って、次節以降の解析の基礎定数値とする。煩雑をさけるため他の V_{fu} での値は示さない。

3. 直交三次元繊維複合材の特性記述のためのモデルの幾何学的関係

実際の直交三次元繊維物の模式図は、板表面に現れる z 糸の折り返し部を無視し、板厚方向の数層を取出した状態を考えると、Fig. 1 右に示したようなものとなる。このうち、透明のイメージとなっているところは、純母材領域である。この中から、力学特性を定義するユニットセルを記述すると、一つの可能な形として、Fig. 2 のようなものを描くことができる。やはり、透明部分は純樹脂領域 (resin pocket) を想定している。他の領域は直交する繊維体積含有率 V_{fu} の一方向材ブロックで構成されているとする。符号 A から G まではブロックを特定するためのものである。例えば z 糸領域 (1/4 部分) は AE, CE という縦に繋がった 2 ブロックである。 x, y 糸の厚みを h_t とし、幅は等しく b_F とする。 z 糸の幅は b_T とする。

まず始めに、三次元繊維複合材全体の繊維体積含有率を V_{FT} とすると、上に定義した糸の寸法パラメータと一方向材の体積含有率 V_{fu} との間に以下の幾何学的関係式が存在することがわかる。

$$V_{FT} = V_{fu} \{ (b_F + b_T) b_F + b_T^2 / 2 \} / (b_F + b_T)^2 \quad (1)$$

後述する実験に用いたチラノ/エポキシ三次元繊維複合材 (SCL 型繊維物使用) での b_F と b_T の値は、それぞれ、1.043 mm と 0.5153 mm であった。これから、全体の繊維体積含有率を求めるために、一方向材の V_{fu} にかかる係数の値は 0.724 となる。本論文の動機となっているセラミックス複合材ではボイドの存在は避け難く、ボイド体積率が 10% 程度に達することも珍しくないが、本論文の直接の議論対象である RTM 成形による樹脂複合材

Fig. 2 Candidate of unit cell.

では、断面観察結果から、ボイド体積含有率は 0 として差し支えないことが判明した。

4. 本モデルを用いた面内弾性係数・熱膨脹係数近似式

まず、弾性係数の予測のための代数式型の近似式の導出を考える。まず、 x 方向に巨視的荷重が作用すると仮定する。モデルの連結順序で 2 種類の方法を考え、最初の方法を、並列が先、直列が後の意で Parallel-Serial Approach: PSA 解と呼ぶ。すなわち、指標 E を持つ 4 つの領域内での並列結合を最初に考え、並列結合すなわち等歪み仮定により複合則型の結合則が成立するとすると、

$$E_{x(E)} = \{ b_T E_T + (E_L + E_m) b_F / 2 \} / (b_F + b_T) \quad (2)$$

が導かれる。ここに添え字 x は荷重方向を表す。指標 F と G を持つ領域にも並列結合を仮定すると、次式を得る。

$$E_{x(F)} = \{ (b_F + b_T) E_T + b_F E_L + b_T E_m \} / \{ 2(b_F + b_T) \} \quad (3)$$

$$E_{x(G)} = \{ b_F E_L + (b_F + 2b_T) E_m \} / \{ 2(b_F + b_T) \} \quad (4)$$

次のステップとして、これらの 3 個の集合領域の直列

結合を考える。各領域において、合力が等しく、全変位は各領域の変位の和であると近似することにより、平均弾性係数は、いわゆる Reuss 則、すなわち調和平均として求めることができ、次式ようになる。

$$E_{x1} = 2(b_F + b_T) / (b_T/E_{x(E)} + 2b_F/E_{x(F)} + b_T/E_{x(G)}) \quad (5)$$

ここに左辺の添字 1 は、第 1 番目の方法の近似解、すなわち PSA 解であることを表す。

第 2 の方法を、直列が先、並列が後の意で Serial-Parallel Approach : SPA 解と呼ぶ。すなわち、指標 A から D を持つ 4 領域が、それぞれの中で最初に 3 ブロックの直列結合が存在していると考え、Reuss 則が成立し、それぞれの 4 領域について以下の式が導かれる。

$$E_{x(A)} = 2(b_F + b_T) / \{b_T/E_T + (2b_F + b_T)/E_m\} \quad (6)$$

$$E_{x(B)} = E_L \quad (7)$$

$$E_{x(C)} = 2(b_F + b_T) / \{(2b_F + b_T)/E_T + b_T/E_m\} \quad (8)$$

$$E_{x(D)} = (b_F + b_T) / (b_F/E_T + b_T/E_m) \quad (9)$$

次のステップとして、この 4 本の細長い領域が並列結合していると仮定すると、等歪み条件から複合則型の平均則が以下のように導かれる。

$$E_{x2} = (b_TE_{x(A)} + b_FE_{x(B)} + b_TE_{x(C)} + b_FE_{x(D)}) / \{2(b_F + b_T)\} \quad (10)$$

ここに左辺の添字 2 は、第 2 番目の方法の近似解、すなわち SPA 解であることを表す。

近似化の順序がより良くわかるように、この二つの考え方を模式化したものを Fig. 3 に示す。また、ここでは詳しく説明しなかったが、 y 方向弾性係数を求めるときは、同一のユニットセルを y 方向にとるものとする。従って、理論上では x 方向の特性と、 y 方向の特性の同一性を仮定していることになる。

次に、面内のせん断弾性係数について、同様のことを行う。この場合においては、第 1 の方法に相当する解、すなわち PSA 解のみを記述する。まず最初の並列結合について

$$G_{xy(E)} = \{b_T G_{TT} + (G_{LT} + G_m) b_F / 2\} / (b_F + b_T) \quad (11)$$

$$G_{xy(F)} = \{(2b_F + b_T) G_{LT} + b_T G_m\} / \{2(b_F + b_T)\} \quad (12)$$

$$G_{xy(G)} = \{b_F G_{LT} + (b_F + 2b_T) G_m\} / \{2(b_F + b_T)\} \quad (13)$$

と、複合則型平均が求められる。ここで、 G_{TT} は、一方向材の繊維に垂直な断面内のせん断弾性係数で、横断面内等方性が成立すれば、 $G_{TT} = E_T / \{2(1 + \nu_{TT})\}$ の関係がある。次にこの直列結合から、PSA 法による面内せん断弾性係数は、

$$G_{xy1} = 2(b_F + b_T) / (b_T/G_{xy(E)} + 2b_F/G_{xy(F)} + b_T/G_{xy(G)}) \quad (14)$$

の形で与えられる。ここに、添字 1 は、前と同様に、PSA

Fig. 3 Procedure of linkage for PSA and SPA solutions.

解であることを示している。

面内の熱膨脹係数の代数的近似式も、同様の考え方を使って導くことができる。ここでも PSA 解のみを示す。まず、最初の並列結合において、弾性係数の場合は単純な複合則を用いたが、熱膨脹係数の場合は、弾性係数修正型の複合則⁹⁾を用いる必要がある。これを考慮すると、それぞれの並列結合領域の熱膨脹係数は次式となる。

$$\alpha_{x(E)} = \{b_TE_T\alpha_T + (E_L\alpha_L + E_m\alpha_m) b_F / 2\} / \{b_TE_T + (E_L + E_m) b_F / 2\} \quad (15)$$

$$\alpha_{x(F)} = \{(b_F + b_T) E_T\alpha_T + b_FE_L\alpha_L + b_TE_m\alpha_m\} / \{(b_F + b_T) E_T + b_FE_L + b_TE_m\} \quad (16)$$

$$\alpha_{x(G)} = \{b_FE_L\alpha_L + (b_F + 2b_T) E_m\alpha_m\} / \{b_FE_L + (b_F + 2b_T) E_m\} \quad (17)$$

次に、直列結合においては、ロイス則の代わりに、温度による伸び変形を単純に合計して、モデル長さで割ればよいから、

$$\alpha_{x1} = (\alpha_{x(E)} b_T / 2 + \alpha_{x(F)} b_F + \alpha_{x(G)} b_T / 2) / (b_F + b_T) \quad (18)$$

を得る。これで、本論文の目的とする力学特性量の近似表式がすべて求められたことになる。

5. 均質化法に基づく有限要素解に関するコメント

上記の近似解は、もちろん、モデルの各部分の同一歪み、ないし同一合力などを仮定している、どの程度

厳密な解析結果と一致するのか確認しておく必要がある。ここでは、その手法として、最近急速に発展した均質化法に基づく有限要素解析を採用した。解析手法の基礎理論、実際の手法の概要等については、著者の一人による文献10)を挙げるに止める。この参照用解析に使用したのは20節点直方体要素であり、要素分割をFig. 4に示す。この要素分割で、弾性係数値に関して、十分収束状態に達していることは文献11)に示されている。

用いた弾性係数は、Table 2に示した一方向材弾性係数と、他の V_{fu} での弾性係数である。解析ソフトの性質上、実際の材料定数はテンソル化して入力している。

6. 巨視力学特性取得のための実験の概要

6.1 弾性係数取得のための引張り試験

まず、面内弾性係数取得のための引張り試験を実施した。対象材料は、既に述べたような理由により、RTM法で樹脂を含浸したチラノ/エポキシ板である。用いている直交三次元織物は、シキボウ(株)製のSCL型と呼ばれるものである。x方向のヤーンは17層、y方向のヤーンは16層で構成されており、z糸はx方向に走行している。従って、x方向の断面写真を撮ると、z糸はFig. 2のように板厚方向直角ではなく、多少傾いて入っている。

試験片板厚は公称5mm、幅は12.5mmとした。約250mmの基板から、x方向とy方向、それに面内せん断弾性係数を求めるための45°方向試験片を切り出した。従って、45°方向試験片のみが、やや、長くなっている。所定の幅に切り出し後、ガラスFRPのタブを接着加工した。試験片の断面積計測後に、xy面内については、ゲージ長5mmの歪みゲージを、荷重と平行・直角方向に表裏とも2枚ずつ貼り、板厚方向の収縮ポアソン比を計

るために、ゲージ長2mmの歪みゲージをz方向に貼った。いずれも(株)共和電業製のKFG-120型を使用した。実際の計測においては、ほぼ純粋に弾性域と考えられる600~700×10⁻⁶程度の歪みを一度負荷して、ゲージをなじませた上で、この範囲の間で、油圧駆動試験機の荷重制御モードにして、何段階か荷重をかけ、その時の歪みをデジタル歪み計測器(株)共和電業製:UCAM-5BT)で記録した。まず裏表歪みの平均を取った上で、得られた区間の歪み-荷重直線性を確認し、次に区間毎の弾性係数、ポアソン比を求めた。このばらつきを確認した上で、原則として代数平均をとり、この試験片の結果とした。チラノ繊維は硬化型の上反り非線型を示す炭素繊維¹²⁾とは異なって、ほぼ純粋な線形弾性体であるため、この程度の歪み域までの三次元複合材の線形性も良好であった。

また、45°方向の試験片から得られた弾性係数とポアソン比、 E_{45} と ν_{45} を用いて、面内のせん断弾性係数 G_{xy} は以下のように求められる。

$$G_{xy} = E_{45} / \{2(1 + (\nu_{45}))\} \quad (19)$$

本材料の場合、一方向材の場合と違って、ほぼ面内カップリング弾性 Q_{16} が零なので、試験片長さなどにあまり注意しないでも、 E_{45} を求められることを注記しておく。

すべての試験片について引張り破壊後に撮影した写真と、弾性係数測定状況の写真をまとめてFig. 5に示す。得られた結果は、次節に、解析結果とあわせて議論するが、一点のみ、x方向の弾性係数とy方向の弾性係数には、平均値比較で0.6%と、ほとんど差がなかったことをここに述べておく。

6.2 面内熱膨張係数測定試験

x, y方向の熱膨張係数特性を精度よく計測するため、(株)真空理工製のレーザー干渉法使用の熱膨張計LIX-1を使用して計測した。計測の基本概念は、試験片の微小な伸びを、二つの光学的に平行な面のニュートンリングの干渉縞数を利用して計測するもので、レーザー光を使用するのは、波長の安定性、光軸を横切る干渉縞数の自動カウントの容易性などの理由による。引張り試験片切り出し場所周辺の端板から、それぞれの方向に5mm角、長さ10mm弱の短い棒を切り出し、平面光学ガラスに点接触するよう両端を浅い球面加工したものを試験片とした。装置測定部に試験片を設定した状況の写真をFig. 6に示す。

実際の測定においては、常温付近を精度よく測定するため、液体窒素を投入できるチャンバーを使用し、まず-20°C程度まで冷却してから毎分3°Cで昇温した。また、著者の一人による文献13)にかつて示したように、

Fig. 4 Mesh division in homogenization finite element analysis.

Fig. 5 Pictures related to modulus experiments.
a) All failed specimens. b) Measurements by instron hydraulic grips.

Fig. 6 Picture in measurement of coefficient of thermal expansion (CTE) : parallel specimen holder.

Fig. 7 Measured results of CTE in the Y direction.

Fig. 8 Comparison in in-plane Young's modulus.

高分子複合材の熱膨張係数の測定においては、1回目の測定は脱湿の影響、副ガラス転移点の影響等が出て、結果がばらつくことから、同じ試験片の2回目、3回目の測定のデータを主に採用することとする。

y 方向に切り出した試験片から求めた4回の熱膨張係数の測定データ値とその平均値（フィット後の実線）を、温度を横軸にとってプロットしたものを Fig. 7 に示す。予測値との一致の程度などについては、次節にまとめて議論する。

7. 近似式による予測結果と、有限要素解析および実験値との比較と議論

まず、ここで対象としているチラノ/エポキシ三次元織物複合材について、三次元織物複合材全体の体積含有

Fig. 9 Comparison in in-plane shear modulus.

率 V_{FT} を横軸にとり、 $x(y)$ 方向の弾性係数値の PSA 近似解を実線で、SPA 近似解を点線で示し、均質化法有限要素解を破線でプロットしたものを Fig. 8 に示す。また、この図には、前節に述べた弾性係数の実験値 (x 方向) を丸印で示してある。これからわかるように、簡単な PSA 近似解と均質化有限要素解はかなり近く、実験値とも非常に近いことがわかる。二つの近似解の中では PSA 解がよりよい値を与える。面内のせん断弾性係数について、やはり V_{FT} との関係を Fig. 9 に示す。この場合、均質化法有限要素解は $V_{FT}=40\sim45\%$ の区間しか計算してない。今度は PSA 解が有限要素解よりもやや大きくなるが、一致の程度は十分に良いといえる。そして、実験値は、やはりこれらと比較して相当に近いところにある。

$x(y)$ 方向の面内熱膨張係数について、同様に V_{FT} との関係をプロットし、 25°C における実験値の平均値も示したものを Fig. 10 に示す。実験値は、残った端材の切出し方向の理由により、 y 方向の値である。このケースについては、均質化有限要素解は算出してない。やはり、PSA 解のほうが実験値に近い優れた解を与える。

以上をまとめると、本論文で示した近似解の簡単さ、電卓レベルで解が求められることを考えると、実験値ないし均質化有限要素解とのよい一致は目覚ましいことと考えられる。いくつかの制限事項は想定されるものの、実用的には十分使用に耐えらると思われる。また、この程度の簡単な解であれば、材料最適化のループに組込んだり、また、ほかの目的にも使用できる。著者らは別の文献(14)で、この研究の背景であるセラミックス複合材の

Fig. 10 Comparison in in-plane CTE.

母材弾性係数の推定にこの方法を用いている。

本方法の限定事項としては、現状では直交三次元織物に限られていること、強い仮定を導入していること、このような方法で内部の応力・歪みの情報は得られないこと、関連して、ポアソン比の予測には適していないこと、板厚が薄くなって、 z 糸折り返しのループの影響が強くなるような事態は考慮していないこと、などがあげられる。

8. 結 論

直交三次元織物複合材の巨視的基本力学量である、面内弾性係数、熱膨張係数について、一方向材の対応する諸量が既知である場合、これらと幾何学的な織物のパラメータから、巨視力学量を予測する二つの近似式を提案した。この近似式について、均質化有限要素法を用いた数値解、あるいは実験値と比較したところ、以下のような結論が導かれた。

- 1) 面内の引張りおよび面内せん断の弾性係数について、本近似式のうちで、並列結合を先に計算し、次に直列結合を計算した PSA 解は、均質化有限要素解および実験値いずれとも近い解を与える。解の簡単さを考えたとき、この形の近似解は十分に実用的であるといえる。
- 2) 直列結合を先に、並列結合を後に計算した SPA 近似解は、本論文で試行した範囲では、いずれも一致の程度がやや劣る。ただ、一種類の近似式を提示するよりも二種類の近似式を提案・評価して、議論の健全化に貢献したという意義は残ると考えられる。
- 3) 面内熱膨張係数についても、PSA 解は実験値と非常に近い予測を与えることが明らかとなった。
- 4) 使用したモデルの制約、近似解を得るための仮定

から、本方法の適用限界について考慮した。特に、内部の応力、歪みの解析、ひいては強度予測にこのような考え方を導入するのは意味がなく、行ってはならない。

本方法は、適切な幾何モデルを構築すれば、ある範囲で直交以外の三次元織物にも適用可能と考えられる。また、材料最適化ループへの組み込み、弾性係数未知の場合の推定ツールなどの実用的応用があると考えられる。

本研究の実施に当たり、ボイドのない良好な品質のチ
ラノ/エポキシ三次元織物複合材を供給していただきま
した敷島紡績(株)の御関係各位に深謝いたします。また、
本研究の準備部分を実施されました大徳秀徳氏（当時都
立科学技術大学学生、現東海カーボン(株)）にも感謝いた
します。

参 考 文 献

- 1) 丹沢安代, 渡辺直行, 石川隆司: 第 22 回複合材料シンポジウム講演要旨集, 日本複合材料学会 (1997), pp. 54-55.
- 2) 天岡和昭, 滝 敏美: 日本複合材料学会誌, **23**, 6 (1997), 200-206.
- 3) 石川隆司: 超高温材料国際シンポジウム '95 in 「たじみ」予稿集, 超高温材料国際シンポジウム開催委員会 (1995), pp. 58-69.
- 4) J.M. Yang, C.L. Ma & T.W. Chou: *J. Composite Materials*, **20** (1986), 472-484.
- 5) T.J. Whitney & T.W. Chou: *J. Composite Materials*, **23** (1989), 890-911.
- 6) 長井謙宏, 横山敦士, 浜田泰以, 前川善一郎: 日本機械学会論文集 (A 編), **58**, 555 (1992), 2099-2103.
- 7) P. Gu & M. Mohamed: Proc. 9th ICCM (International Conference on Composite Materials), ed. by A. Miravette, Vol. VI, Madrid, Spain (1993), pp. 568-575.
- 8) T. Ishikawa, K. Koyama & S. Kobayashi: *J. Composite Materials*, **12** (1978), 153-168.
- 9) 石川隆司, 小林繁夫: 日本航空宇宙学会誌, **25**, 283 (1977), 394-400.
- 10) N. Watanabe & K. Teranishi: Proc. AIAA 36th SDM Conference, Vol. 1, New Orleans, LA, USA (1995), pp. 1955-1963.
- 11) 番作和弘: 東京都立科学技術大学航空宇宙システム工学科卒業論文, 1996 年 3 月.
- 12) 石川隆司, 松嶋正道, 林 洋一: 日本複合材料学会誌, **12**, 1 (1986), 8-15.
- 13) 石川隆司, 小山一夫, 小林繁夫: 日本航空宇宙学会誌, **25**, 284 (1977), 423-429.
- 14) T. Ishikawa, K. Bansaku, N. Watanabe, Y. Nomura, M. Shibuya & T. Hirokawa: *Composite Science Technology*, **58** (1998), 51-63.

Fig. A-1 Simplified model for closed form E_T solution in unidirectional composites.

付 録

本文に述べたように、繊維と樹脂のレベルから一方方向材の弾性係数、特に複雑な問題となる E_T , G_{LT} などを求める理論は、ほぼ20年前ごろに完成したと考えられており、最近では大きな進展はなく、この方面の研究は活発でない。しかし、最近のセラミックス基複合材などの多様化という複合材の新しい局面を考えると、極めて簡単な式で書ける予測方法に対するニーズはむしろ高まっているとも考えられる。そこで、ここでは、著者らが提案した半解析法あるいは他の有限要素解と一致することを目指して、一つ便宜的な考え方とそれに伴う経験的幾何パラメータを導入することにより記述する陽な代数的表式を提案する。

得られる式を極力簡単な形とするため、また最後には経験パラメータを導入することを考えて、一方向材の断面を Fig. A-1 のように繊維断面を正六角形と仮定する。こうすると、一方向材の体積含有率 V_{fu} と Fig. A-1 の幾何パラメータ a/b の間には $V_{fu} = (a/b)^2$ という関係が成立する。問題を簡単にするため、ここでの取り扱いを $1/2 < b/a < 1$ の場合、すなわち V_{fu} が 25% 以上の場合のみに限定する。そして、Fig. A-1 で、 T_2 方向に dT_1 の微小幅を持つ領域に切った状態を考えて、これが繊維一本のみを通過する場合、すなわち $0 < T_1/b < 1 - a/b$ の場合をまず考える。なお、このモデルでは、左半分の特性がわかれば、右半分はこれと等しいので、解を具体的に求

める必要がないことを付言しておく。

ここでは、文献 A-1)、A-2) のような、いわゆる材料力学的アプローチの手法を用いる。 dT_1 の微小幅を持つ領域では荷重方向に力の釣り合いから Reuss 型の調和平均が成り立つとする。そうすると繊維端の位置を表す関数形を $F(T_1)$ と書いて、この微小部分の T_2 方向の弾性係数は次式で求まる。

$$E_{T2} = E_f E_m / \{ E_m F(T_1) / (\sqrt{3} b + E_f (1 - F(T_1) / (\sqrt{3} b)) \} \quad (A-1)$$

$F(T_1)$ が傾き $1/\sqrt{3}$ の直線であることを利用して、この式は

$$E_{T2} = E_f E_m / \{ E_m (2a/3b - T_1/3b) + E_f (1 - 2a/3b + T_1/3b) \} \quad (A-2)$$

と求められる。

微小幅部分が 2 本の繊維にかかる領域、すなわち $1 - a/b < T_1/b < 1/2$ において、一つの便宜的な仮定と経験的幾何パラメータを考える。その前提事実は、実際の円形繊維のこの配列を考えたとき A-3) に、この繊維の接近領域は応力集中域となっており、このことが横断面内の弾性係数に影響していることである。ここで導入した六角形繊維モデルでは、実際より繊維間隔が広がっており、むしろこの事実と相反する傾向の解を与える。これを簡単に取り扱うため、この部分での実際の繊維間距離 $4(a-b)/\sqrt{3}$ を、この $1/2$ であると仮定する。この $1/2$ という数値が経験的幾何パラメータである。こうすると、正しくは V_{fu} は上記の形ではなくなるが、これも元どおりであると仮定する。このような諸点から、この解を「便宜的」と呼んでいるのである。このことを容認すれば、この区間での T_2 方向の弾性係数は次式で求まる。

$$E_{T2} = E_f E_m / \{ E_m (1/3 + 2a/3b) + E_f (2/3 - 2a/3b) \} \quad (A-3)$$

結局、このモデル全体の弾性係数は、2 区間について、これらの式を T_1 方向に積分すると、次のように求められる。

$$E_T = 6E_f E_m / (E_f - E_m) \ln [(E_f - E_m) (1 - a/b) / \{ 3E_f - 2a/b(E_f - E_m) \} + 1] + 3E_f E_m (2a/b - 1) / \{ E_m (1 + 2a/b) + 2E_f (1 - a/b) \} \quad (A-4)$$

この式の結果をチラノ/エポキシ、ガラス/エポキシ、炭素繊維/エポキシの 3 ケースについて計算し、本文の文献 8) の方法の厳密解と比較したものを Fig. A-2 に示す。チラノエポキシについては本文に述べた弾性係数を使用し、以下、エポキシはこれと同一とし、ガラス/エポキシの場合、 $E_f = 68.6$ GPa、炭素繊維/エポキシの場合、 E_f の代わりに $E_{fT} = \kappa E_{fL} = 0.084 \times 187$ GPa の値を用いて

Fig. A-2 Calculated results based on closed form and exact results.⁸⁾

いる。ここで、 κ は繊維の異方性係数である。この図からわかるように、炭素/エポキシの場合にやや近似解と厳密解がずれるが、他の場合については、特に $V_{fu} = 60\%$ あたりでよく一致している。炭素/エポキシの場合は、厳密解では大きな異方性ポアソン比 ($\nu_{fr0} = 0.42$) を代入しているが、この近似解ではその扱いは当然できないので、それがずれの原因と考えられる。

本付録の論点を整理すると、繊維形状を単純化し、実際の繊維距離よりも近づける、という便宜的仮定を容認するならば、厳密解と非常に近く、極めて簡単な陽な式で書ける近似解を得ることができる、ということである。

一つの制限事項を注記しておく、上記の便宜的な仮定と $1/2$ という経験パラメータを導入しているため、本式と整合性のある形では熱膨脹係数は求められない。これについては、たとえば Self-Consistent Model に類する陽な近似式が実際とよく一致することが知られており、教科書^{A-4)} にも記述があるので、その使用をお勧めする。

付録参考文献

- A-1) L.B. Greszczuk : Proc. of SPI 21st Confrence, Chicago, Illinois (1966), Sec. 8-A.
- A-2) 植村益次, 山田直樹 : 材料, 24, 257 (1975), 156.
- A-3) 石川隆司, 小林繁夫 : 日本複合材料学会誌, 3, 4 (1977), 141-148.
- A-4) 日本複合材料学会編 : 複合材料ハンドブック, 日刊工業新聞社, 東京 (1989).