研究論文

複合材料積層板中の多重層間剝離伝播挙動の 非線形有限要素解析

間島 理^{*1}, 末益 博志^{*2}

(1999年10月12日受付)

A Nonlinear Finite Element Analysis of Multiple Delamination Propagation in Composite Laminates

Osamu MAJIMA^{*1} and Hiroshi SUEMASU^{*2}

(Received October 12, 1999)

Propagation process of multiple penny-shape interlaminar delaminations in circular axisymmetric nonlinear plates under a quasi-static transverse load, which is an idealized problem of damage accumulation in composite laminates due to low velocity impact loading, is numerically studied through a finite element analysis. A fracture element, which was proposed to simulate the crack propagation (Majima & Suemasu, 1999), is modified for elements with mid-node. The condition for crack propagation is also changed to make the convergence of the solution with element size smoother. Both failures related to strength and the fracture mechanical instability are possible to be considered by using the present element. The element is applied to a fundamental problem of fracture mechanics. The solution converges quickly with the decrease of element size and the results are consistent with the theoretically predicted solution. The sufficiently accurate solution is obtained even with the fairly rough element division. Then the element is used to simulate the propagation of multiple delaminations in a composite laminate, considering nonlinearity due to finite deflection. The early stages of the damage propagation depend on the initial delamination size. The finite element results are consistent with the failure process inferred from the energy release rate distribution theoretically obtained in the precedent study (Suemasu & Majima, 1998).

1. 序 論

炭素繊維複合材料 (CFRP) を始めとする複合材料積層構造は比強度, 比剛性が極めて大きく, 航空・宇宙分野を始めとする多くの分野で広く使用されている。これらの複合材料構造が異物衝突等による衝撃荷重を受けるとマトリックスクラック, 層間剝離等の損傷を発生し, その力学的特性, 特に圧縮強度が大きく低下する (CAI)。この低下した圧縮強度が複合材料構造の設計荷重を大きく支配する。

複合材料積層板の衝撃損傷のメカニズムを明らかにす

るため現在まで多くの実験的研究がなされてきた¹⁻⁶⁾。その結果, 層間剝離はマトリックスクラックを伴って多重層間剝離の形で発生し, 衝撃エネルギーがあるレベルを超えると損傷領域は衝撃エネルギーにほぼ比例して増えること, また層間剝離のサイズは衝撃面から反対側の面に向かって大きくなること等が明らかにされている。一方において, これらの衝撃損傷は積層板の積層構成, 形状・寸法などの影響を受けるので, 実験的研究によるデータの蓄積のみでなく, 解析的・数値的手法によって衝撃損傷のメカニズムを統一的に解明しようとする試みもなされている。積層板が低速衝撃荷重を受ける場合, その応答は静荷重下での応答と類似している^{2,7)} ので静荷重下での損傷蓄積メカニズムを解明することが行われている。著者ら^{8,9)} は線形及び非線形軸対称積層板の損傷蓄積のプロセスを平板曲げ理論に基づいて理論的に解明し, 多重層間剝離のメカニズムを説明することができた。しかし衝撃等の動的な問題を取り扱うためにはクラ

^{*1,*2} 上智大学理工学部機械工学科 (102-8554 東京都千代田区紀尾井町 7-1)

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Science and Technology, Sophia University, 7-1, Kioi-cho, Chiyoda-ku, Tokyo 102-8554 Japan

^{*1} 助手 Research Associate, ^{*2} 教授 Professor

ック進展を考慮した数値的手法が必要である。損傷力学に基づいて破損プロセスを解明する試みが多くの研究者によってなされている^{10~13)}が、層間剝離の損傷進展のメカニズムを解明するためには破壊力学的取り扱いが必要と考えられる。Sankar等¹⁴⁾は有限要素法を用いて破壊力学に基づき片持ち梁の動的な剝離伝播問題を取り扱った。Jihら¹⁵⁾、Raziら¹⁶⁾、Liuら¹⁷⁾、Kamiyaら¹⁸⁾はエネルギー解放率を用いて剝離の進展を予測できることを示している。

積層板の低速衝撃損傷問題を準静的な問題として取り扱う場合には剝離クラックの安定・不安定の判断はクラック先端でのエネルギー解放率を用いて破壊力学的に予測することが可能である。しかし動的な衝撃問題として取り扱うためにはクラック進展に伴って破面を形成するために消費されるエネルギーを考慮する必要がある。Crisfieldら¹⁹⁾は材料の強度とクラック先端部のエネルギー解放率を考慮したインターフェイス要素を提案してクラック進展のシミュレーションを試みたが、クラック進展後の特性を明確に定めていないため破面の開口、閉鎖が問題となる衝撃損傷問題に適用するためには困難を伴う。

著者らは前報^{20,21)}において強度と破壊力学的特性の両方を考慮した破壊要素を有限要素解析に導入してクラック面形成のために消費されるエネルギーを考慮することが可能な解析手法を提案し、手法の妥当性を確認した。しかしこの手法では妥当な結果を得るためには有限要素分割を非常に密にする必要があり、衝撃問題に適用するためにはより効率的な解析手法が望まれる。そこで本解析では問題を準静的問題に限定して前報の手法を中間節点を有する高次有限要素に拡張し、またクラック伝播の判定を有限要素単位で行うように改善することにより解析の効率化を図る。本解析手法を準静的な集中荷重を受ける軸対称積層板の多重層間剝離伝播問題に適用し、幾何学的非線形性を考慮した解析を行った。

2. クラックの発生と進展の有限要素法によるモデル化

積層板中における損傷の発生と進展を適切にシミュレートするためには材料の強度と破壊力学的特性を共に考慮できるようなモデル化が必要と考えられる。そこで、クラック面に作用する力が材料の強度に達するか、またはそれによってなされる仕事が材料の破壊靱性に達すると切れるような非線形パネを有限要素解析に導入する。これにより材料強度に達する応力が生じる領域でのク

Fig. 1 Fracture elements in an expected crack plane.

ラック発生モデル化が可能となる。この考え方はDugdale-Barenbradtの破壊モデルの有限要素法への拡張と考えることができよう。

クラックが進展すると予想される部分に無荷重状態と同じ座標を持つ節点を2個設定し(2重節点)、その間にFig. 1に示すように引張、剪断両方向に対して非線形パネを取り付ける。パネを取り付ける有限要素の境界の法線方向、接線方向を各々 x_n 軸、 x_s 軸とする。図には簡単化のために引張方向のパネのみを示した。この非線形パネの特性は本来材料の非弾性的な変形特性から定められるものであるが、ここでは非弾性的な変形が力と共に増加すると考えて2重節点間に働く力がその相対変位のべき乗に比例すると仮定する。節点*i*に取り付けられたパネの x_n 、 x_s 方向のパネ力 F_{ni} 、 F_{si} と相対変位 Δu_{ni} 、 Δu_{si} の関係は、

$$F_{ni} = \begin{cases} k_{ci} \Delta u_{ni} & (\Delta u_{ni} < 0) \\ k_{ti} (\Delta u_{ni})^\alpha & (0 \leq \Delta u_{ni} < \Delta u_{nic}) \end{cases} \quad (1)$$

$$F_{si} = \pm k_{si} |\Delta u_{si}|^\beta \quad (|\Delta u_{si}| < \Delta u_{sic}) \quad (2)$$

と表される。ここで k_{ti} 、 k_{si} 、 α 及び β は物体の引張及び剪断の非弾性的な変形特性から決定されるパラメータ、 Δu_{nic} 、 Δu_{sic} は臨界相対変位である。 $\Delta u_{ni} < 0$ での $k_{ci} \Delta u_{ni}$ は材料が圧縮応力下で重なり合うことを防ぐために導入されたパネである。 k_{ci} には要素間の重なりが要素の変位に比べて十分小さくなるような正の大きな値を与える。

破断時のパネに発生する力は、材料の引張強度 σ_c 、剪断強度 τ_c 及びパネを取り付ける要素の断面積 A を用いて次のように表せる。

$$\begin{aligned} F_{nic} &= k_{ti} (\Delta u_{nic})^\alpha = \sigma_c p_i A \\ F_{sic} &= k_{si} (\Delta u_{sic})^\beta = \tau_c p_i A \end{aligned} \quad (3)$$

ここで p_i は有限要素の形状関数に依存して決まる係数であり、例えば4節点要素では1/2、中間節点を有する8節点アイソパラメトリック要素（以下単に8節点要素と呼ぶ）では頂点の節点のバネに対して1/6、中間節点のバネに対して4/6である。また k_{ci} に関しても同様の重みを乗ずる必要がある。

破断までにバネに蓄えられる変形エネルギーが破壊靱性に等しいとすると

$$\begin{aligned} \int_0^{\Delta u_{nic}} k_{ti} x^\alpha dx &= G_{ic} p_i A \\ \int_0^{\Delta u_{sic}} k_{si} x^\beta dx &= G_{ic} p_i A \end{aligned} \quad (4)$$

α, β の値が与えられると、式 (3), (4) よりバネの臨界相対変位及びバネ定数が決まる。

$$\Delta u_{nic} = \frac{(\alpha+1) G_{ic}}{\sigma_c} \quad \Delta u_{sic} = \frac{(\beta+1) G_{ic}}{\tau_c} \quad (5)$$

$$k_{ti} = \frac{\sigma_c^{\alpha+1} p_i A}{\{(\alpha+1) G_{ic}\}^\alpha} \quad k_{si} = \frac{\tau_c^{\beta+1} p_i A}{\{(\beta+1) G_{ic}\}^\beta} \quad (6)$$

相対変位 Δu_{ni} または Δu_{si} が臨界相対変位を超えたとき材料は破壊したものと判定し引張及び剪断変形に対する抵抗をゼロとする。ただし破面での接触問題を考慮して圧縮変形に対する抵抗は破壊前と変わらないものとする。即ち、破壊後のバネ要素特性を次式で表す。

$$F_{ni} = \begin{cases} k_{ci} \Delta u_{ni} & (\Delta u_{ni}) < 0 \\ 0 & (\Delta u_{ni}) \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$F_{si} = 0 \quad (8)$$

これらの非線形バネは有限要素単位で取り付けられているものとする。即ち、クラックの進展が予想される面に沿って隣接する要素間の節点には両方の要素に対応したバネが取り付けられることになる。従って要素の大きさが同じ場合には上下の節点間には式 (6) で示した値の2倍の剛性が与えられることになる。ある有限要素を考えた場合、この要素に取り付けられたバネのいずれかが破壊条件に達したときその有限要素に対応する面全体が破断すると仮定し、その有限要素に取り付けられた全てのバネを切断する。

本手法において破壊要素の特性は本来材料の非弾性特性から決定すべきものであるがそれらを厳密に決定することは極めて困難である。前報²⁰⁾において破壊要素の特性を式 (1), (2) のように仮定する場合には破断に至るまでの変形エネルギーが材料の破壊靱性に等しくなるように破壊要素の特性を決定すれば全体的な解の傾向に及ぼす α または β の値の影響は小さいことを示した。

また破壊要素はクラック先端部の局所的非弾性変形のみをシミュレートし、弾性変形は通常の有限要素によりシミュレートされるものと考えれば破壊要素は弾性域、即ち応力がある値になるまでできるだけ変形しない方がよいので α, β の値は小さい値であることが望ましい。本解析では数値計算上の困難さをも考慮し、 $\alpha = \beta = 0.1$ として解析を行った。このときの荷重変位関係は剛完全塑性に近いものになっており、この程度の値が妥当なものと考えている。なお、実際の数値計算においてはバネの相対変位が極めて小さい部分で荷重変位曲線の勾配が非常に大きくなることを避けるために曲線の立ち上がり部分において直線近似を行った。

以上に示した引張及び剪断に対する非線形バネ要素からなるモデルを汎用のFEMプログラムに組み込む。FEMプログラムとしては任意の荷重・変位履歴を持つ非線形バネを容易にユーザサブルーチンとして定義できることからMARCを使用する。

3. 等方性無限物体中の円形クラックの進展

本手法によるモデル化の妥当性を確認するために等方性無限物体中にFig. 2に示すような円形クラックがあり、その内面の一部に一樣圧力を受ける場合のクラック進展問題を解析する。この問題は材料が線形弾性の場合には厳密解が存在し、荷重一定のときクラック進展に伴いエネルギー解放率が減少していく問題でありクラックの安定成長が実現できる。このときクラック先端の応力場は純粋にモードIである。

問題が軸対称問題であるので軸対称ソリッド要素を用い、対称性を考慮して上半分のみを解析する。解析モデルの一例をFig. 3に示す。 $E = 100 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$,

Fig. 2 A circular crack in an infinite isotropic material. A distributed load is applied in a small area at the center of the crack.

Fig. 3 A finite element model of a homogeneous axisymmetric body with a circular crack.

Fig. 4 Convergence of normalized forces for a crack radius of 8 mm.

$\sigma_c = 400$ MPa, $G_{Ic} = 1.0$ kJ/m² なる等方性無限物体中に半径 $a = 2$ mm の初期クラックがあり, 半径 $c = 1$ mm の中心部分に一樣圧力が作用するものとする。モード I のみ存在するので引張方向の非線形パネを初期クラック先端から r 軸に沿って取り付ける。

Fig. 4 にクラック半径が 8 mm に達するときの荷重を線形破壊力学による理論値で正規化したものを要素サイズに対してプロットした。比較のために前報^{20,21)} の手法による結果も併記した。前報による手法ではクラッ

Fig. 5 A distributions of the expansion of fracture elements at the crack tip region.

ク先端位置に多少の不確実性を伴う。即ち有限要素間の境界に存在する内力の合計が節点と破壊要素を通して伝えられると考えれば、クラックの先端は一番先端にある破壊要素の位置ではなくそれと隣り合う既に破断した破壊要素の位置との間にあるとするのが妥当である。ここではある非線形ばねが切断した瞬間においてクラック先端は次の切断していない非線形ばねとの中間位置にあるものとした。本手法では 8 節点要素を用いた場合、要素サイズが 0.5 mm, また 4 節点要素を用いた場合でも要素サイズが 0.125 mm でほぼ完全に収束している。これに対して前報による手法では要素サイズが 0.0625 mm でも完全に収束していない。これより本手法による結果は前報による手法に比べて非常に収束が速いことが分かる。本手法による収束値は線形破壊力学による理論値に比べて約 3% 程度大きいこれは破壊要素によりクラック先端部の非弾性変形が生じているためである。

Fig. 5 にクラック半径が 8 mm の場合のクラック先端部の破壊要素の伸び量の分布を前報の手法による結果と共に示す。既に述べたように前報の手法ではクラック先端位置に不確実性があるが、クラック先端の非線形パネからの距離に対して伸び量をプロットした。本手法では 1 個の非線形パネが破壊条件を満足したときに関連する有限要素に接続された非線形パネの剛性を全てゼロとするようなモデル化を行い、その結果としてクラック進展に伴ってクラック先端のパネのパネ定数を一般部のパネの 1/2 にしているのでクラック先端のパネ要素の変形量が大きくなり、クラック先端から離れた位置の変形量が相対的に小さくなっている。そのためクラック先端近傍の局所的な非弾性変形を効率良くシミュレートすること

Table 1 Material properties of transversely isotropic plate.

$E_x = E_y$	56.5 GPa
ν_{xy}	0.316
E_z	9.15 GPa
$\nu_{xz} = \nu_{yz}$	0.262
$G_{xz} = G_{yz}$	4.18 GPa
σ_c	32.6 MPa
τ_c	85.0 MPa
G_{Ic}	200 J/m ²
G_{IIc}	400 J/m ²

Fig. 6 A typical finite element mesh of axisymmetric composite laminate with a circular delamination.

ができる。前報の手法で同程度の局所的非弾性変形分布を表すためには要素分割をさらに密にする必要がある。

4. 集中荷重を受ける軸対称積層板の多重層間剝離

周辺が固定された複合材料積層円板の中央に集中荷重を加えた場合の層間剝離進展過程を解析する。積層板は面内等方性、面外直交異方性の均質材料として解析し、その材料特性を Table 1 に示す。これらの材料特性は一方方向材の弾性特性から積層理論により導いたものである。解析モデルの一例を Fig. 6 に示す。剝離が生ずる面に破壊要素を導入し、中心部分に破壊状態にある破壊要素を用いて初期剝離を与えた。集中荷重による荷重点近傍の特異性を避けるため半径 0.5 mm の板中心部表面に強制変位を与えた。強制変位を与えた部分の反力をもって荷重とする。

最初に 1 個の剝離が板中央面にある場合について 4 節点要素及び 8 節点要素を用いて剝離進展過程を解析した。その結果を Fig. 7 に示す。初期剝離は半径 2 mm とした。剝離は全てモード II で進展した。8 節点要素を用いた場合、剝離先端部の要素サイズが 0.5 mm で完全に収束している。4 節点要素を用いた場合でも剝離先端部の要素サイズが 0.25 mm でほぼ収束している。前報の手法による同じ問題の解析^{20,21)} (ただし、 $\alpha=0.5$ と

Fig. 7 Relationships between delamination radius and applied force of axisymmetric laminate with one delamination.

して解析したもの) では要素サイズを 0.0625 mm 程度まで小さくしないと収束しなかったことを考慮すると本手法による解析は非常に効率が良いことが分かる。図には平板曲げ理論による非線形近似解析⁹⁾の結果を併記した。剝離半径が小さい部分では集中荷重による局所的な変形の影響が剝離先端部に現れ、平板曲げ理論による近似解よりも小さい荷重で剝離が伝播する。剝離半径が大きくなるに従い解析結果は平板曲げ理論による近似値に近づき、剝離半径が約 20 mm を超えると平板曲げ理論による近似値よりも僅かに大きな荷重で剝離が伝播する。以下の解析は全て 8 節点要素を用いて行う。

半径が 1 mm または 2 mm の初期剝離が板厚方向に 1 mm 間隔で 3 個ある場合について解析を行い、剝離半径と荷重の関係を Fig. 8 に示した。また荷重面と反対側の面の中心点のたわみと荷重の関係を Fig. 9 に示した。破壊要素部の要素サイズは 0.5 mm とした。剝離位置を荷重面側から剝離 1、剝離 2、…のように番号を付けて表す (以下同様)。初期剝離の大きさにより荷重点近傍の局所的応力分布の影響が異なるため剝離進展開始時の挙動は初期剝離の大きさの影響を強く受ける。剝離は荷重面に近い剝離から順に進展を開始するが、最初の剝離進展開始は初期剝離が 2 mm の場合よりも 1 mm の場合の方が小さな荷重で起こる。それに対して荷重面から遠い剝離が進展を開始する荷重は初期剝離が 2 mm の場合の方が小さい。荷重面から遠い剝離が進展を開始するときには不安定伝播を示し、そのとき他の 2 つの剝離も同時に不安定伝播を示すと共に荷重が一時的に低下する。その低下は初期剝離が 2 mm の場合よりも 1 mm の場合の方が著しい。従って荷重点から遠くにある小さな剝離

(a) Radius of Initial Delamination 1.0mm

(b) Radius of Initial Delamination 2.0mm

Fig. 8 Unstable delamination propagation of axisymmetric laminate with three delaminations. — stable propagation, unstable propagation, — theory⁹⁾.

が伝播を開始するためにはかなり大きな荷重が必要であることが分かる。初期剥離が1 mmの場合には中央面の剥離が進展を開始するときにも不安定伝播が見られる。Fig. 8では不安定伝播の状況を明確に示すために全ての計算ステップにおける剥離半径をプロットした。その結果安定伝播時において荷重と剥離半径の関係が階段状またはジグザグ状になっている。これは本解析では剥離先端部の局所的弾性変形を非線形集中バネで近似し、更に剥離先端部のバネが破壊条件に達したときにそのバネに接続した有限要素に関連したバネ（まだ破壊条件を満たしていない）が全て切断されるようなモデル化を行っているためである。バネが破断する瞬間の状態が破壊条件を含めた系全体の力学的条件をちょうど満足している。従って階段状またはジグザグ状の曲線の極大点を結んだものが実際の荷重と剥離半径の関係になる。（なお、Fig. 7及び後述のFig. 10ではバネが破断する瞬間の状態のみをプロットした。）初期の不安定伝播終了後は荷重の増加に伴って全ての剥離がほぼ同じ大きさで進展す

Fig. 9 Effect of the size of initial delaminations on relationships between the applied force and center displacement for the laminate with three delaminations.

Fig. 10 Relationships between crack radii and applied force of axisymmetric laminate with seven delaminations.

る。その荷重は平板曲げ理論による非線形近似解析の結果⁹⁾とほぼ一致している。剥離伝播開始前における荷重と変位の関係はほぼ完全に線形関係を保つが、その剛性は平板曲げ理論による近似解析結果⁹⁾との間に約20%の差がある。この差は近似解析では剪断変形の影響を考慮していないためである。またこの傾きは全ての剥離が伝播を始めるまで殆ど低下しない。

次に半径2 mmの初期剥離が板厚方向に0.5 mm間隔で7個ある場合について中央点変位が板厚程度になるまで解析を行った。荷重と剥離半径の関係をFig. 10に示す。要素サイズは0.5 mmとした。荷重点近傍の局所的な応力分布の影響による各剥離の大きさのばらつきは剥離進展開始後間もなく消滅し、全ての剥離がほぼ同じ大

Fig. 11 Distributions of the size of delaminations of axisymmetric laminate with seven delaminations.

きさで進展する。剝離半径が12 mm程度までの解析結果は平板曲げ理論による非線形近似解析の結果⁹⁾と良く一致している。剝離半径が更に大きくなると近似解析結果は剝離半径を小さく評価する。これは近似解析ではたわみの分布を線形解の全体変形と局所変形を表すたわみ関数で2項近似しているため変位が剝離片の板厚に比べて大きくなり線形解と変形形状が異なってくると、剝離部のたわみ分布を適切に近似することが困難になり、エネルギー解放率が過小評価されるためと思われる。

Fig. 10の結果では荷重の増加に伴って各々の剝離の大きさに若干の差が認められる。剝離の大きさの分布は興味のある点であるが、本解析では剝離先端部の要素サイズ程度の精度以上に評価できない。そこで半径約20.3 mmの初期剝離を与えて剝離先端部の要素サイズを0.0625 mmとして解析し、剝離の大きさの分布の履歴を求め、その結果をFig. 11に示した。この分布形状は剝離先端部のエネルギー解放率の分布⁹⁾から推定される分布形状と一致し、荷重が大きくなると剝離の大きさが最大になる位置が荷重面と反対側の方向に移動する傾向にあることを示している。しかしその差は非常に小さくFig. 11の結果は積層板の衝撃試験において観測される多重層間剝離の分布（荷重面から反対側の面に向かって大きくなるいわゆる円錐状分布となる⁹⁾）を裏付けるほどの顕著な結果を示していない。積層板の実際の層間剝離はトランスバースクラックを始めとする層間剝離以外の損傷と互いに連成しながら進展しているので積層板の実際の損傷挙動をより適切にシミュレートするためには層間剝離以外の損傷パターンについても考慮する必要がある。

Fig. 12 Effect of the number of delaminations on relationships between center displacement and applied force of axisymmetric laminate with delaminations.

Fig. 13 Effect of number of delaminations on relationships between applied energy and delamination area of axisymmetric laminate with delaminations.

剝離数が1個、3個、7個の各場合について荷重と中央点変位の関係をまとめて示したのがFig. 12である。図には平板曲げ理論による非線形近似解析の結果⁹⁾を併記した。また同様の場合について荷重のなす仕事と剝離面積の関係を平板曲げ理論による線形近似解析の結果⁸⁾と共にFig. 13に示した。初期剝離は2 mmとした。剝離伝播開始後において曲線がジグザグ状になっているのはFig. 8と同様の理由による。従ってジグザグ状の曲線の極大点を結んだものが実際の平衡曲線及び荷重のなす仕事と剝離面積の関係になる。剝離伝播開始前において平衡曲線と平板曲げ理論による近似解析結果との間に

差が生ずるのは近似解析では曲げによる剪断変形を考慮していないことによる。また剝離の伝播開始のために必要なエネルギーの近似解との差は荷重点の局所的な変形と剪断変形によって荷重点の変位が大きくなるために、同じ大きさの集中荷重によってなされる仕事が大きくなるためである。剝離伝播開始後、荷重は特に剝離部の幾何学的非線形性により緩やかに増加するが剝離数が多くなるほど剝離片の幾何学的非線形性が顕著になり、たわみの増加に従って剛性も増加する。その場合、近似解析では既に述べたようにたわみの分布を曲げのたわみ関数で近似しているため剛性が過大評価され、本解析結果との差が大きくなる。この剝離片の幾何学的非線形性のために相対的に多くのエネルギーが変形のために消費され、剝離の進展を進めるためにはより多くのエネルギーを供給する必要がある。従って単位剝離面積の伝播に必要なエネルギーは線形近似解析では剝離数、剝離の大きさにかかわらず一定であるが、非線形性を考慮した本解析結果は剝離数が多い程、また剝離が大きくなる程多くのエネルギーが必要となる。

5. 結 論

有限要素の形状関数を考慮して破壊要素特性を決定し、有限要素単位で破壊条件を適用するようなモデルを提案し、前報の手法に比べて解の収束性を格段に向上させることができた。

本手法を集中荷重を受ける準静的な軸対称円形積層板の層間剝離伝播問題に適用し、前報による手法では多大の解析労力を必要とし解析が困難であった幾何学的非線形性を考慮した多重層間剝離問題の解析を行うことができた。その結果は平板曲げ理論に基づく非線形解析結果と良く一致し、両者が共に正しいことが確認された。積層板の剝離伝播挙動に対する幾何学的非線形性の影響は主に剝離片の幾何学的非線形性によって支配されるため特に剝離数の多い程重要であることが分かる。剝離進展開始直後に見られる不安定伝播挙動を十分にシミュレートすることができた。積層板の衝撃試験においてしばしば観測される多重層間剝離の大きさは裏面に向かって若干大きくなる円錐状分布となるが、この現象はトランスバースクラック等との連成が重要な要因となっており、層間剝離のみを考慮した本解析では完全に説明することが困難であることが分かった。

本手法はクラック先端の非線形バネが破壊条件に達したときにそのバネが接続された有限要素に関連した全てのバネ（破壊条件に達していない）を切断するようなモ

デル化を行っているので破壊時に破面形成のために消費されるであろうエネルギーをクラック先端のバネ要素を除いて完全に吸収させることができない。従って破面形成時に消費されるエネルギーを考慮しなければならない動的問題にこのまま適用することはできない。この点を解決することが今後の課題である。

参 考 文 献

- 1) H.Y.T. Wu & G.S. Springer : *J. Composite Materials*, **22**, 6 (1988), 518-532.
- 2) W. Elber : NASA Technical Paper, 2152 (1983).
- 3) S.M. Lee & P. Zahuta : *J. Composite Materials*, **25**, 2 (1991), 204-222.
- 4) H.Y. Choi, R.J. Downs & F.K. Chang : *J. Composite Materials*, **25**, 8 (1991), 992-1011.
- 5) P. Robinson & G.A.O. Davies : *Int. J. Impact Engineering*, **12**, 2 (1992), 189-207.
- 6) T. Ishikawa, S. Sugimoto, M. Matsushima & Y. Hayashi : *Composite Sci. Tech.*, **55** (1995), 349-353.
- 7) H. Suemasu & M. Maier : *Adv. Composite Materials*, **5**, 1 (1995), 17-33.
- 8) H. Suemasu & O. Majima : *J. Composite Materials*, **30**, 4 (1996), 441-453.
- 9) H. Suemasu & O. Majima : *J. Composite Materials*, **32**, 2 (1998), 123-140.
- 10) H.Y.T. Wu & G.S. Springer : *J. Composite Materials*, **22**, 6 (1988), 533-560.
- 11) H.Y. Choi, H.Y.T. Wu & F.K. Chang : *J. Composite Materials*, **25**, 8 (1991), 1012-1038.
- 12) Y. Shimamura, A. Todoroki, H. Kobayashi & H. Nakamura : Proc. 7th Japan-U.S. Conf. Composite Materials, Kyoto (1995), pp. 57-62.
- 13) T. Tsumura, M. Zako, N. Takano & T. Tsujikami : Proc. 7th Japan-U.S. Conf. Composite Materials, Kyoto (1995), pp. 69-74.
- 14) B.V. Sankar & S. Hu : *J. Composite Materials*, **25**, 11 (1991), 1414-1426.
- 15) C.T. Jih & C.T. Sun : *J. Composite Materials*, **27**, 7 (1993), 684-701.
- 16) H. Razi & A.S. Kobayashi : *AIAA J.*, **31**, 8 (1993), 1498-1502.
- 17) S. Liu & F.K. Chang : *J. Composite Materials*, **28**, 10 (1994), 940-977.
- 18) S. Kamiya, H. Sekine & Y. Yagishita : *J. Composite Materials*, **32**, 8 (1998), 744-765.
- 19) Y.M.M.A. Crisfield & G.A.O. Davies : *J. Composite Materials*, **32**, 14 (1998), 1246-1272.
- 20) 間島 理, 末益博志 : 日本複合材料学会誌, **25**, 4 (1999), 140-148.
- 21) H. Suemasu, O. Majima & Y. Aoki : *J. Reinforced Plastics and Composites*, **18**, 12 (1999), 1156-1169.