研究論文

FRP 積層円筒のねじり減衰特性

鮑 力 民^{*1}, 田村 明博^{*2}, 桜井 正幸^{*1}, 中 沢 賢^{*1}, 劔 持 潔^{*1}

(2001 年 6 月 5 日受付)

The Torsional Damping Properties of FRP Laminated Cylinder

Limin BAO,^{*1} Akihiro TAMURA,^{*2} Masayuki SAKURAI,^{*1} Masaru NAKAZAWA^{*1}
and Kiyoshi KEMMOCHI^{*1}

(Received June 5, 2001)

The dynamic characteristic of the FRP is important for the application of robot arm etc. In this work, we applied damping capacity conception to torsional damped oscillation of laminated composite cylinder and suggested a method to estimate the torsional damping characteristic. An experiment was conducted to verify the theory and this calculation method. The good agreement obtained between the theoretical and the experimental values for seven types of laminated composite cylinders, these being unidirectional (0°, 90°) plies, cross-ply ($\pm 15^\circ$, $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm 60^\circ$, $\pm 75^\circ$) plies. It shows that the mathematical technique developed here is satisfactory for predicting the damping behaviors of laminated composite cylinders. Torsional damping characteristic of laminated composite cylinder varies with fiber orientation angle.

1. 緒 言

繊維強化複合材料は、軽量かつ高剛性、高弾性等の優れた特性を有するから様々な分野で用いられるようになった。FRP (繊維強化プラスチック) はゴルフシャフト、ロボットアーム、自動車のプロペラシャフト等のように円筒材として用いられるとき、そのねじり振動減衰性能が注目されている。例えば、ロボットアームの精密な動きや、自動車のプロペラシャフトの静粛性などには、ねじり振動における減衰特性が深く関係している。

複合材料の振動減衰特性の研究は広く行われている。Ni and Adams¹⁾ は減衰能 (damping capacity) を用いることで FRP 積層板の繊維配向角と曲げ減衰性能の関係を検討し、理論値と実験値のよい一致を得た。藤本ら^{2,3)} は CFRP の減衰特性を改善する手法として層間に制振フィルムを挿入した試験片の曲げ振動減衰特性を評

価し、減衰特性では従来の CFRP より向上したことを実証した。上田ら⁴⁾ は一方繊維強化複合材のマトリックス樹脂に損失係数の大きな制振材を用いた構造を提案するとともに、一方繊維強化複合材の特性を等価な繊維と樹脂の直列ばねからなる系と仮定した手法を提案し、繊維強化複合材の減衰性を効率的に予測する手法を提案している⁵⁾。Willway and White⁶⁾ は繊維強化複合材料の固有振動数と損失係数を評価対象とした複合材料の設計指針を提案した。また、青木ら⁷⁾ は CF/PEEK 積層材の曲げ振動について振動減衰能と繊維配向角の関係を実験と数値計算で明らかにした。これらの研究による有意義な結果が複合材料の設計と応用で参考になっている。

これらの研究は引張りと曲げ振動を中心に行われた。積層円筒のねじり振動特性について、ねじり固有振動数とねじり剛性の関係の研究は、鳴尾ら⁸⁾ が行っている。Karama et al.⁹⁾ はねじり振動と関連しているせん断ひずみモデルを提案している。しかし、ゴルフシャフトなどで注目される複合材料のねじり減衰特性と繊維配向角の影響に関する研究は見当たらない。

本研究では FRP を円筒として用いる場合に多い材料形状の「アングルプライ積層円筒材」の振動減衰特性に注目する。そして FRP 積層円筒に対して、減衰能を用いたねじり減衰理論を導く。また、FRP アングルプライ積

^{*1} 信州大学繊維学部 (386-8567 上田市常田 3-15-1)
Faculty of Textile Science and Technology, Shinshu University, 3-15-1 Tokida, Ueda 386-8567, Japan

^{*2} 信州大学大学院
Graduate School of Science and Technology, Shinshu University, 3-15-1 Tokida, Ueda 386-8567, Japan

Fig. 1 Fiber co-ordinate system.

層円筒のねじり振動減衰率を測定する装置を作製し、FRP 材のねじり減衰と繊維配向角および各弾性率の関係を実験的に求め、理論を検証する。

2. FRP 積層円筒のねじり減衰理論

一方向材の FRP で作られた積層円筒のある層を取り出して、Fig. 1 のように x 軸を円筒の軸と一致させると、その応力とひずみの関係は次のようになる¹⁰⁾。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$C_{11} = Q_{11}l^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})l^2m^2 + Q_{22}m^4$$

$$C_{12} = Q_{12}(l^4 + m^4) + (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})l^2m^2$$

.....

$$C_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})l^2m^2 + Q_{66}(l^4 + m^4)$$

$$Q_{11} = \frac{E_L}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}}, \quad Q_{22} = \frac{E_T}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{TL}E_L}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} = \frac{\nu_{LT}E_T}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}}$$

$$Q_{66} = G_{LT}$$

ただし、 θ は繊維方向 L と x 軸とのなす角度 ($\cos \theta = l$, $\sin \theta = m$) で、 E_L , E_T , G_{LT} , ν_{LT} , ν_{TL} はそれぞれ L 方向のヤング率、 T 方向のヤング率、せん断剛性、 L 方向に引っ張ったとき T 方向の縮みの割合を示すポアソン比、 T 方向に引っ張ったとき L 方向の縮みの割合を示すポアソン比である。

対称積層板について、単位幅あたりに作用する力を合力 (stress resultant) N_x , N_y , N_{xy} とすると、合力とひずみの関係はつぎのようになる⁹⁾。

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n (h_k) \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで h_k は k 番目の層の厚さである。

本研究では円筒のねじり変形だけを考える。そうすると、

$$\begin{aligned} \varepsilon_x = \varepsilon_y = 0, \\ N_x = N_y = 0, \quad N_{xy} = A_{66}\gamma_{xy} \end{aligned} \quad (3)$$

となる。ただし、 $A_{66} = \sum_{k=1}^n h_k C_{66}^k$ である。 k 番目層における繊維方向、繊維と垂直方向、せん断方向の応力は

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{Bmatrix}_k &= \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & 2lm \\ m^2 & l^2 & -2ml \\ -lm & lm & l^2 - m^2 \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k \\ &= \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & 2ml \\ m^2 & l^2 & -2ml \\ -lm & lm & l^2 - m^2 \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} C_{16} \\ C_{26} \\ C_{66} \end{Bmatrix}_k \gamma_{xy} \end{aligned} \quad (4)$$

になる。

振動の減衰を表す指標は対数減衰率、損失係数、減衰比、 Q 係数、比減衰容量などいくつかあるが本研究では減衰能を用いる。

減衰能 (damping capacity) Ψ の定義は次のようになっている。

$$\Psi = \frac{\Delta Z}{Z} \quad (5)$$

ΔZ : 1 応力サイクル中に損失したエネルギー

Z : 最大ひずみエネルギー

ねじり変形の問題では、単位面積あたりの最大ひずみエネルギーは

$$Z = \frac{1}{2} N_{xy} \gamma_{xy} = \frac{1}{2} A_{66} \gamma_{xy}^2 \quad (6)$$

になる。

縦方向、横方向、せん断方向のエネルギー損失の和を全体のエネルギー損失量とすると、

$$\begin{aligned} \Delta Z^\theta &= \Delta Z_L^\theta + \Delta Z_T^\theta + \Delta Z_{LT}^\theta \\ \Delta Z_L^\theta &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \sigma_L^k \varepsilon_L^k \psi_L h_k \\ &= \frac{1}{2} \psi_L \gamma_{xy}^2 \sum_{k=1}^n l^k m^k ((l^k)^2 C_{16}^k + (m^k)^2 C_{26}^k + 2l^k m^k C_{66}^k) h_k \\ \Delta Z_T^\theta &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \sigma_T^k \varepsilon_T^k \psi_T h_k \\ &= -\frac{1}{2} \psi_T \gamma_{xy}^2 \sum_{k=1}^n l^k m^k ((m^k)^2 C_{16}^k + (l^k)^2 C_{26}^k - 2l^k m^k C_{66}^k) h_k \end{aligned} \quad (7)$$

Fig. 2 Model of torsional damping.

$$\begin{aligned}\Delta Z_{LT}^{\theta} &= \frac{1}{2} \tau_{LT}^k \gamma_{LT}^k \psi_{LT} h_k \\ &= \frac{1}{2} \psi_{LT} \gamma_{LV}^2 \sum_{k=1}^n ((l^k)^2 - (m^k)^2) \{ -l^k m^k C_{16}^k \\ &\quad + l^k m^k C_{26}^k + ((l^k)^2 - (m^k)^2) C_{66}^k \} h_k\end{aligned}$$

になる。ここで、上付きの θ は FRP 円筒の繊維配向角が θ である時の値を表す。 ψ_L , ψ_T はプリプレグ材の繊維方向、繊維と垂直方向の減衰能で 0° と 90° のサンプルの曲げ減衰振動で求められる。 ψ_{LT} はせん断方向の減衰能で、 0° と 90° のサンプルのねじり減衰振動で求められ、本実験では両方の平均値を取っている。

積層円筒の単位面積あたりの減衰能は

$$\psi\theta = \psi_L\theta + \psi_T\theta + \psi_{LT}\theta \quad (8)$$

$$\begin{aligned}\psi_L^{\theta} &= \frac{\Delta Z_L}{Z} = -\frac{\psi_L}{A_{66}} \sum_{k=1}^n l^k m^k ((l^k)^2 C_{16}^k + (m^k)^2 C_{26}^k \\ &\quad + 2l^k m^k C_{66}^k) h_k \\ \psi_T^{\theta} &= \frac{\Delta Z_T}{Z} = -\frac{\psi_T}{A_{66}} \sum_{k=1}^n l^k m^k ((m^k)^2 C_{16}^k + (l^k)^2 C_{26}^k \\ &\quad - 2l^k m^k C_{66}^k) h_k \\ \psi_{LT}^{\theta} &= \frac{\Delta Z_{LT}}{Z} = -\frac{\psi_{LT}}{A_{66}} \sum_{k=1}^n ((l^k)^2 - (m^k)^2) \{ -l^k m^k C_{16}^k \\ &\quad + l^k m^k C_{26}^k + ((l^k)^2 - (m^k)^2) C_{66}^k \} h_k\end{aligned}$$

となる。

本研究のねじり振動試験で求めたねじり減衰特性は減衰比である。ここで減衰比 ξ と減衰能 ψ との関係を考える。

FRP 積層円筒をダンパとばねからなる粘弾性ねじり振動のモデルを Fig. 2 に示す。円盤部分の慣性モーメント I を、円筒のねじりに対するばね定数を K 、角変位を Φ とすると

$$I \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + C \frac{\partial \Phi}{\partial t} + K \Phi = 0 \quad (9)$$

になり、減衰能 ψ と減衰比 ξ の間には次式が成り立つ¹¹⁾。

$$\psi = 4\pi\xi \quad (10)$$

Fig. 3 Schematic diagram of the test system for torsional damping.

3. 実験方法と試料

3.1 減衰特性の測定装置

提案した理論の有効性を検証するために FRP 積層円筒の試験片を用いてねじり振動減衰特性を計測する。ねじり振動の減衰率を測定する実験装置の概略図を Fig. 3 に示す。

試験片の上端は万力で固定し、下端にはねじり振動を起こしやすくするために慣性モーメントの大きなおもりを取り付けた。そのおもりの両端にロープを対称に付けてねじれが起きるように左右同じ力で引張る。ロープはほぼ等しい長さで1本にまとめ、その先を電磁石と鉄片ではさみ固定する。電磁石をレールにより移動することでシャフトにねじれが起きるようにした。一定のひずみに達したら電磁石の磁力を瞬間的になくし開放する事でねじり振動を発生させる。試験片に取り付けたひずみゲージの出力を FFT アナライザに入力し Fig. 4 のような減衰波形を得る。この曲線を利用して対数減衰率を求められる (Fig. 5)。Fig. 5 に示したように、微小変形の範囲で、試料の対数減衰率はほぼ一定値である。ほか各サンプルの実験の結果も同じ傾向に示されている。

3.2 引張りおよびねじり試験

理論予測をするために FRP 材の基礎力学特性を引張りおよびねじり試験で測定する。

引張り試験は (株)島津製作所 AG 20 kND を用いて行った。 0° と 90° 材の中央部に軸方向と軸から 90° 方向にひずみゲージを裏と表に2枚貼る。 0° 材の結果より E_L と ν_{LT} を、 90° 材の結果より E_T と ν_{TL} を得る。実験のひずみ速度は $0.05/s$ である。

Fig. 4 Waveform of torsional damping for sample CFRP 15°.

Fig. 5 Relationship between shear strain and logarithmic decrement for sample CFRP 15°.

ねじり試験は (株)島津製作所 AG 20 kND と CM 22-2028 を用いて行った。純ねじり試験をするために 1.0 N の軸力制御を行う。45° の方向につけたひずみゲージによりせん断ひずみ、試験機の荷重出力よりせん断弾性係数 G を求める。実験のひずみ速度は 0.01/s である。

3.3 試 料

試験片は Table 1 に示した CFRP 材と AFRP 材の 2 種類のプリプレグ材を使用し、繊維配向角がそれぞれ 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90° の 8 層アングルプライ積層円筒にしたものを用いた。サンプルの寸法は Fig. 6 に示す。3.2 節で紹介した方法を利用して求められた試験片の物性値は Table 1 に示している。すべて 5 本サンプルの平均値である。

4. 実験結果と考察

4.1 理論と実験結果の比較

ねじり減衰の実験装置で得られた減衰波形より求めた

Table 1 Details of the specimens.

	CFRP	AFRP
Fiber	Carbon fiber (MITSUBISHI RAYON CO., LTD)	VECTRAN fiber (KURARAY CO., LTD)
Resins	Epoxy resin	
Prepreg	TR350E-100	AFUD-PHPS-100
Fiber orientation angle	0°, ±15°, ±30°, ±45°, ±60°, ±75°, 90°	
Condition of lay-up	Circular cylinder is made from lamina (laminated(±θ) _{4s}).	
E_L (GPa)	133.28	45.15
E_T (GPa)	8.35	3.34
ν_{LT}	0.323	0.470
ν_{TL}	0.022	0.011
G_{LT} (MPa)	3.7	1.2

Fig. 6 Diagram of the specimen.

Fig. 7 Relationship between fiber orientation and damping capacity of CFRP.

対数減衰率を減衰能に変換する。CFRP サンプルの繊維配向角がそれぞれ 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90° 積層円筒の実験結果を Fig. 7 に示す。縦軸はねじり減衰能、横軸は積層円筒の繊維配向角、黒丸は測定値である。実験の結果では、ねじり減衰能は 45° 材で最小値をとりほぼ対称な曲線で、0° 材と 90° 材が他に比べて大きい値を示している。

静的な引張り実験、ねじり実験で求めた FRP の力学特性 E_L , E_T , G , ν_{LT} を用いて、式(8)により、理論予測

Fig. 8 Relationship between fiber orientation angle and damping capacity of AFRP.

をしてみる。その式中の ψ_L , ψ_T は 0° と 90° のサンプルの曲げ減衰振動で求められ、 ψ_{LT} は 0° と 90° のサンプルのねじり減衰振動で求められた。その理論予測曲線を Fig. 7 の実線で示した。理論値と実験値がほぼ一致していることが確認できる。

Fig. 8 に AFRP サンプルのねじり振動減衰能の実験による計測値と理論計算値との比較を示す。この場合も、理論値と実験値がほぼ一致している。

これより本研究で提案した理論式の有用性が確認できた。両材料とも、 45° 材で最小値をとり対称な曲線を示している。AFRP の減衰能の値は CFRP の値に比べるとはるかに大きい。全体的に減衰能に 10 倍以上の差がある。同時に繊維配向角の違いにより減衰能が変化する範囲（縦軸方向の幅）も 10 倍ほど AFRP の方が広いことがわかった。

4.2 FRP 材の基礎特性値が減衰能に与える影響

FRP 材の基礎力学特性値が積層円筒の振動減衰能に与える影響について、実験で有効と確認された式 (8) により、シミュレートする。計算する際、使っている FRP の基礎特性値 E_L , E_T , G_{LT} , ψ_L , ψ_T , ψ_{LT} は実験で求めた CFRP 試験片の基礎特性値を基準値としてそれぞれ変化させ、用いる。

Fig. 9 は CFRP 試験片の基礎特性値を基準値として、 E_L を基準値の 2 倍、4 倍、8 倍、16 倍と大きく（点線）、または $1/2$ 倍、 $1/4$ 倍、 $1/8$ 倍、 $1/16$ 倍と小さく（破線）変化させ、他のパラメータを一定として求めた減衰能 ψ の変化を示す。ここで $\times 1$ は CFRP 材の測定値を表している。縦軸はねじり減衰能で、横軸は積層円筒の繊維配向角である。

E_L が変化した時の ψ の変化は 0° , 90° の値と 45° 付近の値は変化せずそれ以外の部分が変化する。減衰能が小

Fig. 9 Relationship between fiber orientation angle and damping capacity in variation of E_L .

Fig. 10 Relationship between fiber orientation angle and damping capacity in variation of G_{LT} .

さい領域は E_L が小さくなると減り、逆に E_L が大きくなると領域が増える。

G_{LT} , ν_{LT} を Fig. 9 の E_L と同様の変化をさせた場合の減衰能 ψ への影響を Fig. 10 と Fig. 11 に示す。

G_{LT} が変化するすると 0° , 90° の値と 45° 付近の値は変わらずそれ以外の部分が変化する。 G_{LT} が大きくなると減衰能の小さい繊維配向角の角度範囲が大きくなる。逆に G_{LT} が小さくなるとその範囲は小さくなる。 E_L の変化による ψ の変化と相反していることがわかった。

Fig. 11 に示したように ν_{LT} が変化しても減衰能 ψ にあまり影響がないことは確認された。

FRP 材の減衰性能を主に表現しているパラメータ ψ_L , ψ_T について、Fig. 9 の E_L と同様にそれぞれ ψ_L , ψ_T を変化させ、ねじり減衰能の影響を調べる。

Fig. 12 は CFRP 試験片の基礎特性値を基準値として、 ψ_L を基準値の 2 倍、4 倍、8 倍、16 倍と大きく（点線）、

Fig. 11 Relationship between fiber orientation angle and damping capacity in variation of ν_{LT} .

Fig. 12 Relationship between fiber orientation angle and damping capacity in variation of ψ_L .

または1/2倍, 1/4倍, 1/8倍, 1/16倍と小さく(破線)変化させ, 他のパラメータを一定として求めた減衰能 ψ の変化を示す。 ψ_L が変化すると0°, 90°以外の方が大きく変化する。 ψ_L が大きくなると大きく, 小さくなると小さくなる。最初は下に凸の形状だが, 大きくなると上に凸になる。

Fig. 13は ψ_{LT} だけを变化させる際, ねじり減衰能の変化を示している。 ψ_{LT} が変化すると45°付近以外が大きく変化した, 今回考慮した7つの基礎特性値のうち ψ_{LT} が最も ψ に影響していることが予想される。

5. ま と め

FRP 積層円筒のねじり振動減衰特性に注目し, 振動減衰能とFRP 積層理論を応用したFRP 積層円筒のねじり減衰計算法を提案した。ねじり振動の減衰能を測定する装置を製作し, CFRPとAFRPの積層円筒を用いてそのねじり減衰特性を計測した。CFRP, AFRP 材につ

Fig. 13 Relationship between fiber orientation angle and damping capacity in variation of ψ_{LT} .

いて, 理論予測値は測定値とよく一致し, ねじり減衰理論の有用性が確認できた。

ねじり減衰理論を用いて, 各材料の基礎特性値 (E_L , G_{LT} , ν_{LT} , ψ_L , ψ_{LT}) が減衰能に与える影響をシミュレートし考察した。基礎特性値のうち, ψ_L , ψ_{LT} , E_L , G_{LT} がねじり減衰能に大きく影響することが分かった。

なお, 測定方法等に関し, 有益な助言をいただきました信州大学繊維学部の飯田一先生にお礼を申し上げます。

本研究は文部科学省科学研究費補助金 (COE 形成基礎研究費; 10 CE 2003) の補助を受けた。

参 考 文 献

- 1) R. Ni & R. Adams: *J. Composite Materials*, **18**, 104-121 (1984)
- 2) 藤本 醇, 田村徹也, 金原 勲, 谷本敏夫: 日本複合材料学会誌, **20**, 145-153 (1994)
- 3) 藤本 醇, 田村徹也, 金原 勲, 谷本敏夫: 日本複合材料学会誌, **20**, 155-161 (1994)
- 4) 上田宏樹, 井上喜雄: 日本機学会論文集 **64**, 619, 831-837 (1998)
- 5) 末益博志, 佐藤伸明: 日本航空宇宙学会誌, **44**, 112-119 (1996)
- 6) T.A. Willway & R.G. White: *Composites Sci. Technol.*, **36**, 77-94 (1989)
- 7) 青木義男, 邊 吾一, 蓮見 薫: 材料, **41**, 1121-1125 (1992)
- 8) 鳴尾丈司, 斉藤 毅, 芦田浩規, 佐藤文宣: 日本機学会シンポジウム論文集, No. 96-20, 193-198 (1996)
- 9) M. Karama, B. Abou Harb, S. Mistou & S. Caperaa: *Composites*, **29B**, 223-234 (1998)
- 10) 福田 博, 邊 吾一: 複合材料の力学序説, 古今出版 (1988)
- 11) 日本機学会: 新技術融合シリーズ第4巻振動のダンピング技術, 養賢堂 (1998)