解説シリーズ

複合材料のマイクロメカニクス・損傷解析の最新動向—II. —複合材料における微視損傷進展問題への信頼性理論の適用—

合 田 公 一*

1. は じ め に

その昔、材料強度学で登場する“理論強度” (ideal strength¹⁾) の達成を目指して、極細径の単結晶からなるウィスカーの開発に注目が集まった。しかし、仮に1本のウィスカーが理論強度を満足したとしても、大量に存在するウィスカーのすべてが理論強度を達成するとは考えにくい。現実には、空孔や介在物などの欠陥が製造過程で内包され、これが破壊起点となって強度を減じるのである。欠陥のサイズは各々異なり、このため強度もばらつく。

スウェーデンの学者 W. Weibull は脆性材料の強度のばらつきを定量的に評価しようと、かの有名なワイブル分布を提唱した²⁾。これによって、例えば Griffith によって実施されたガラス棒強度の寸法依存性³⁾ を定量的に理解することができる。今日、金属からセラミックスに至る様々な材料の強度的機能の信頼性 (以下、しばしば‘強度信頼性’と記す) を議論するにあたり、ワイブル分布の存在は欠かせなくなった。さらにこの分布は、材料強度のばらつきのみならず、様々な機械・機器・構造物やそれら構成要素の強度信頼性を定量的に解析・評価できる統計関数として現在幅広く流用されている。

ところで、システムにおける個々の構成要素の強度がワイブル分布に従うとき、このシステムの強度信頼性とは如何なるものであろうか? 個々の構成要素の故障が連動して他の構成要素に負荷を与えるとき、この問題はより複雑となる。複合材料を、多数の繊維、マトリックスおよび界面の構成要素からなる1つのシステムと考えるとき、繊維の破断、マトリックスの割れおよび界面の剝離は構成要素の故障に対応する。各構成要素の故障が非独立的に連続的に生じることは、複合材料内で微視損

傷^{*1} が相互干渉を持ちながら進展することに相当する。このようなシステム強度信頼性の有力な解析手法の1つに確率過程⁴⁾ が挙げられよう。確率過程とは、一般には時間とともに推移する確率現象の数学的モデルを指すが、このモデルを複合材料の微視損傷進展問題に関連付けた例は、著者の知る限り、過去にほとんど見当たらない。

本報では、まず金属やセラミックスなどの均質材料の微視損傷進展問題への信頼性理論の適用例としてワイブル分布を取上げる。続いて、複合材料の微視損傷進展問題への信頼性理論の適用例としてマルコフ過程⁵⁾ を取上げ、一方向材を例に解を導出する。そして、解析結果を通してこの材料の強度信頼性を議論するとともに、ワイブル分布との相違点を明らかにする。

2. 基本信頼性モデル—ワイブル分布—

信頼性理論を導入するにあたり、まず基本信頼性モデルであるワイブル分布について記述しておく。周知のように、ガラス繊維やカーボン繊維に代表される強化用無機繊維は高強度材料特有の脆性を持ち合わせている。つまり、この材料の内在する欠陥から発したき裂は、すぐさま繊維全体の破壊を招く。通常、き裂を発する欠陥のサイズは、その繊維が有している欠陥の中でも極めて大きい。欠陥のサイズは各々の繊維において異なるので、き裂発生時の負荷応力レベルは自ずと異なることになる。これが繊維の強度を個々にばらつかせる要因となる。しばしば、この特性は統計関数に従った確率変数として評価される。

いわゆる最弱リンクモデルとは、多数のリンクからなる鎖が壊れる現象を流用したものであり、鎖を構成する

* Koichi GODA: 山口大学工学部機械工学科 (755-8611 宇部市常盤台 2-16-1)

*1 本論文では“微視損傷”を、複合材料における繊維破断、マトリックス割れ、界面剝離、セラミックスにおける欠陥から発するき裂、および金属における空孔の合体・成長などの総称として扱う。

図1. 最弱リンクモデル (n 個のリンクからなる鎖)

リンクのうち最も弱いリンクによって鎖の強度が決定されることを意味する⁶⁾ (図1)。リンクを欠陥にたとえると、サイズの異なる欠陥は多々存在するが、最も大きな欠陥からき裂が発し、それによって強度が決定されてしまうことになる。個々の欠陥の強度 (き裂発生時の応力) は各々異なり分布するが、その分布の立ち上がりの形で材料強度の分布を決定しようとするのが最弱リンクモデルの基本概念である。最弱リンクモデルにおいて、応力 σ の下におけるリンクの強度分布 (原分布) を $F_0(\sigma)$ 、鎖の強度分布を $F(\sigma)$ とそれぞれおくと、鎖が破壊しない確率 $1-F(\sigma)$ はすべてのリンクが同時に破壊しない確率と等しく、 $1-F(\sigma) = \{1-F_0(\sigma)\}^n$ (n : リンク数) が成立する。 n が十分に大きい場合 ($n \gg 1$)、 σ が最小値をとる範囲では $F(\sigma) \ll 1$ が成立するので、

$$1-F(\sigma) = \exp[\log\{1-F_0(\sigma)\}^n] \cong \exp\{-nF_0(\sigma)\} \quad (1)$$

となる。式(1)は最小値の漸近分布 (あるいは極値分布) と呼ばれる。ワイブル分布は $F_0(\sigma)$ の立ち上がりの部分をべき乗型関数とおき、次式のように与えたものである²⁾。

$$F(\sigma) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0}\right)^m\right\} \quad (\sigma \geq \sigma_u)$$

$$F(\sigma) = 0 \quad (\sigma < \sigma_u) \quad (2)$$

ここで、 m 、 σ_0 、 σ_u は形状、尺度、位置母数をそれぞれ表す。3つの母数を含むので、式(2)は3母数ワイブル分布と呼ばれる。形状母数 m はワイブル係数とも呼ばれ、データのばらつきの度合いを示す信頼性指標として広く認知されている。この値が大きければ材料強度のばらつきは小さくなる。一方、尺度母数 σ_0 は鎖のリンク数と関連付けられ、リンク数が多ければ体積が大きくなる意から、しばしば体積効果を含んだパラメータとして次のように表される。

$$\sigma_0 = \sigma_0' \cdot \left(\frac{V}{V_0}\right)^{-\frac{1}{m}} \quad (3)$$

表1 ワイブル分布導出のための状態 S_0 、 S_1 の推移確率行列

		$\sigma + \Delta\sigma$	
		P_0	P_1
σ	P_0	$1 - \lambda_0(\sigma)\Delta\sigma$	$\lambda_0(\sigma)\Delta\sigma$
	P_1	0	1

ここで、 V 、 V_0 は材料の体積、基準体積をそれぞれ示す。また、 σ_0' は基準体積 V_0 において推定される尺度母数である。破壊を導く欠陥が表面き裂である場合、しばしば式(3)の体積 V は表面積 S で置き換わる。繊維を扱う場合には横断面積がすべて等しいと仮定し、式(3)の V は長さ L で置換される。強度の下限値である位置母数 σ_u は0とみなされ、安全側に見積もることが多い。 $\sigma_u = 0$ とおいたワイブル分布をしばしば2母数ワイブル分布と呼ぶ。なお、式(2)の確率変数 σ を時間 t に変えるとき、この関数は寿命分布を表すことになる。

ところで、ワイブル分布は先に触れたマルコフ過程の最も単純な形として導くことができる⁷⁾。同様に、ある応力 σ の下で無機繊維中に含まれる最大欠陥からき裂が発するやいなやこの繊維が破断に至る物理現象を想定しよう。この繊維が応力 σ まで破壊せず、その後の応力増分 $\Delta\sigma$ 内で破断する確率を $\lambda_0(\sigma)\Delta\sigma$ とおく。 $\lambda_0(\sigma)$ は推移率であり、信頼性工学の分野で故障率または瞬間故障率と呼ばれる。ここでは、材料が応力 σ までに破壊せず引き続く応力増分内で破断する割合とし、確率密度関数 $f(\sigma)$ を信頼度関数 $R(\sigma) = (1-F(\sigma))$ で除したものと定義する。この繊維は未破断状態 S_0 から破断状態 S_1 のどちらかにあるが、破断したものは元に戻らないので、状態変化は S_0 から S_1 への一方向のみである。よって、 σ から $\sigma + \Delta\sigma$ における推移確率の場合分けを表1のように行列にまとめることができる。表中の P_0 および P_1 は応力 σ の下での未破断状態および破断状態にある確率で、状態確率と呼ばれる。表1から以下のような関係式を導くことができる。

$$\left. \begin{aligned} P_0(\sigma + \Delta\sigma) &= \{1 - \lambda_0(\sigma)\Delta\sigma\}P_0(\sigma) \\ P_1(\sigma + \Delta\sigma) &= \lambda_0(\sigma)\Delta\sigma P_0(\sigma) + P_1(\sigma) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(4)に対して $\Delta\sigma \rightarrow 0$ をとると、次のような連立微分方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_0}{d\sigma} &= -\lambda_0 P_0 \\ \frac{dP_1}{d\sigma} &= \lambda_0 P_0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

²⁾ これに対して、原分布を指数関数で表したものを二重指数分布と呼ぶ。二重指数分布およびワイブル分布は、数学的には極値統計学における第1種および第3種の漸近分布と命名されている。

これを境界条件 $P_0(0)=1$ および $P_1(\infty) \rightarrow 1$ の下に解くと、

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \exp\left(-\int_0^\sigma \lambda_0 d\sigma\right) \\ P_1 &= 1 - \exp\left(-\int_0^\sigma \lambda_0 d\sigma\right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる。これをワイブル分布と等価にするためには推移率を以下のようにべき乗関数に近似すればよい。すなわち、

$$\lambda_0(\sigma) = \frac{m\sigma^{m-1}}{\sigma_0^m} \quad (7)$$

とおいて式 (6) に代入すれば、 P_0 、 P_1 はそれぞれ 2 母数ワイブル分布の信頼度関数 $R(\sigma)$ 、累積分布関数 $F(\sigma)$ と等価となる。

3. 微視損傷が確定的に進展する問題への信頼性理論の適用

本章では、微視損傷が確定的に進展する問題への信頼性理論の適用について例を挙げ、複合材料における微視損傷進展問題とのちがいを述べておく。例えば、クリープ環境下で起こる金属材料の微視損傷進展とは、材料内の空孔の発生・合体によるものであり、セラミックスのそれは内在する欠陥から発するき裂の安定成長と考えられよう。これらの微視損傷を時間経過とともに蓄積するスカラー量とみなすとき、損傷累積値 $\Lambda(t)$ を負荷履歴 $\sigma(t)$ の関数として、次式のように定義してもよい⁸⁾。

$$\Lambda(t) = \int_0^t \phi\{\sigma(\tau)\} d\tau \quad (8)$$

これは、材料内の微視損傷が損傷進展速度^{*3}

$$\frac{d\Lambda}{dt} = \phi\{\sigma(t)\} \quad (9)$$

の下で負荷履歴に依存しながら蓄積することに対応する。

さて、セラミックスの静疲労試験を例にとるとき、欠陥から発したき裂がある限界長さ l_c (定数) に達すると、この材料は不安定破壊するであろう。このとき、最大欠陥から発したき裂は、例えば式 (9) にしたがって確定的に進展し、 l_c に最も早く達する。破壊に至るまでのき裂進展量を Λ_B とおくと、これは材料内の最も小さい $\Lambda_{B, \min}$ で破壊が左右されることを意味する。図 2 で示す

図 2 寸法の異なる欠陥から発する安定き裂進展量のちがいを表すモデル図

(a) 最大欠陥寸法が大きく、き裂進展量 $\Lambda_{B, \min}$ が小さくなる場合

(b) 最大欠陥寸法が小さく、き裂進展量 $\Lambda_{B, \min}$ が大きくなる場合

ように、試験片に存在する最大欠陥の寸法が大きければ $\Lambda_{B, \min}$ は小さくなり(破断寿命は短くなり)、逆に寸法が小さければ $\Lambda_{B, \min}$ は大きくなる(破断寿命は長くなる)。つまり、 $\Lambda_{B, \min}$ は最大欠陥寸法に依存して変動する。そこで、 $\Lambda_{B, \min}$ を確率変数とみなし、最弱リンクモデルの考え方から再びワイブル分布を流用することができる⁸⁻¹⁰⁾。すなわち、2 母数ワイブル分布で記述すると、

$$\begin{aligned} F(\Lambda_{B, \min}) &= F(\Lambda(t_b)) = 1 - \exp\{-\alpha \Lambda(t_b)^\beta\} \\ &= 1 - \exp\left\{-\alpha \left[\int_0^{t_b} \phi\{\sigma(\tau)\} d\tau\right]^\beta\right\} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 t_b はこの材料の破断寿命、 α 、 β はワイブル母数であり、 γ 、 ρ は正の定数である。以上の損傷累積値を確率変数とするワイブル分布は時間依存型ワイブル分布あるいは損傷累積型ワイブル分布と呼ばれる。時間依存型ワイブル分布は種々の試験形態に対応でき、例えば、引張試験により定負荷速度を与える場合、

$$\Lambda(t) = \mu \left\{ \frac{t^{\rho+1}}{(\rho+1)R^{-\rho}} \right\}^\beta \quad (11)$$

となり、クリープ試験などで定負荷応力 σ_f を与える場合、

$$\Lambda(t) = \mu \sigma_f^{\rho\beta} t^\beta \quad (12)$$

と表される。ここで、 R は応力速度、 $\mu \equiv \alpha \gamma^\beta$ である。

以上の理論展開の中で留意するところは、損傷累積値 $\Lambda(t)$ が損傷進展速度関数によって確定的に増大していることである。すなわち、ある時刻から続く単位時間内に生じる損傷累積値の増分は、損傷進展速度関数によって決定論的に与えられる。このように微視損傷が確定的に進展する問題では、ワイブル分布で議論されることが多い。セラミックスなどを対象にき裂が確定的に進展す

^{*3} セラミックスのようにき裂進展速度が応力拡大係数 K の関数で表現されるとき、損傷進展速度を

$$\frac{d\Lambda}{dt} = \phi\{K(\sigma, a)\} \quad (a \text{ はき裂寸法})$$

とおいてもよい。

る場合の取り扱いについては、他にも多くの論文¹¹⁾が出されているので、こちらも参照にされたい。

4. 微視損傷が不確定に進展する 問題への信頼性理論の適用

4.1 解析方法

複合材料のように内部構造が不均質な場合、微視損傷は不確定に進展するので、このような現象に合った信頼性理論の適用を考えるべきである。そこで、マルコフ過程を流用した例について紹介する。

解析モデルとして、図3に示すように、繊維方向に一定の負荷応力を受ける一方向単層板を想定する。まず、負荷直後において配列された各繊維は均等に応力を負担している。時間経過とともに繊維は劣化し、そのうちの幾つかは突発的に破断が生じる。この破断繊維が応力集中源となり、周囲の繊維を破断に導きながらクラスターが形成される。ただし、この材料は chain-of-bundles^{*4}により構成されていて、クラスターの成長は図3に示すような無効長さの範囲内に限定する。このとき、クラスターは決して確定的に成長せず、繊維の強度に依存して不確定に成長するであろう。

さて、一方向材の微視損傷進展過程をクラスターの成長現象として捕らえ、離散的な損傷状態の集合体を考えてみよう。図4に示す状態 S_0 から S_{k+1} はこの材料の損傷状態を表している。例えば、 S_1 は繊維1本が孤立して破断している状態、 S_2 は破断繊維2本が連なったクラスター状態をそれぞれ表している。一般に、 S_i は破断繊維が i 本連なったクラスター状態を表す。続いて、各状態間の推移関係を確率で表してみよう。ここで、各状態間の推移率を $\lambda_i(t)$ ($i=0, 1, \dots, k$) と記述する。まず、ある時間 t から Δt 内に未破断繊維が破断する (状態 S_0 から S_1 へ推移する) 確率は $\lambda_0 \Delta t$ で表される。続いて、隣接した2本の繊維が応力集中を受け、そのいずれかが

図3 一方向単層板の chain-of-bundles モデル (K_i は LLS 則に従う荷重分担係数を示す)

破断して状態 S_2 に推移する (状態 S_1 から S_2 へ推移する) 確率を $\lambda_1 \Delta t$ と表す。一般に、 i 本の破断した繊維がクラスターを形成し、引続き破断繊維 ($i+1$) 本を有するクラスター状態へ推移する確率は $\lambda_i \Delta t$ で表される。さらに、破断繊維 ($k+1$) 本から成るクラスターは損傷進展量の限界値とみなし、この臨界クラスターの形成によって不安定破壊を引き起こすと仮定する。ここで、状態 S_{k+1} に一度流入すると他に推移することなく、状態確率 P_{k+1} は1に向かって永遠に増大する。このような状態は吸収状態と呼ばれる。

図4より、推移確率の場合分けを表2のように行列にまとめることができる。前述と同様に、表2の関係から $P_0(t+\Delta t)$ から $P_{k+1}(t+\Delta t)$ に関する方程式を各々成立させ、 $\Delta t \rightarrow 0$ をとるとき、各状態確率 P_i ($i=0, 1, 2, \dots, k+1$) は次の連立常微分方程式を満足する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_0}{dt} + \lambda_0 P_0 &= 0 \\ \frac{dP_1}{dt} - \lambda_0 P_0 + \lambda_1 P_1 &= 0 \\ \frac{dP_2}{dt} - \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{dP_k}{dt} - \lambda_{k-1} P_{k-1} + \lambda_k P_k &= 0 \\ \frac{dP_{k+1}}{dt} - \lambda_k P_k &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

以上のような非可逆的率過程はマルコフ過程の中でも純粋出生過程と呼ばれる。ここで、各推移率は破断繊維に接する繊維が2本あることから、

$$\lambda_i = 2\lambda_0 (K_i \sigma(t)) \quad (14)$$

と与えることができる。ここで、 K_i は LLS 則^{*5}に基づ

^{*4} 一方向材内で繊維が破断した状況下では、破断点周辺におけるマトリックスのせん断変形を通して、破断荷重は周囲の未破断繊維に伝達され、破断繊維の軸力は破断点から遠ざかるにつれて回復する。Rosen¹²⁾ は、破断点から完全に回復する90%までの領域を無効長さ (ineffective length) と呼び、無効長さの範囲内で複合材料は束破壊過程と同じ挙動を呈すると仮定した。そして、この範囲に束強度理論を適用するとともに、無効長さの繊維から成る束 (bundle) を連結した鎖 (chain) として一方向材の強度モデルを提示した。これが後に chain-of-bundles モデルと呼ばれるようになる。

図 4 クラスター成長過程（微視損傷進展過程）を表す状態推移図

 表 2 マルコフ過程による状態 $S_1, S_2, \dots, S_{k+1}$ の推移確率行列

		$t + \Delta t$					
		P_0	P_1	P_2	$\dots$	P_k	P_{k+1}
t	P_0	$1 - \lambda_0(t) \Delta t$	$\lambda_0(t) \Delta t$	0		0	0
	P_1	0	$1 - \lambda_1(t) \Delta t$	$\lambda_1(t) \Delta t$		0	0
	P_2	0	0	$1 - \lambda_2(t) \Delta t$		0	0
	$\vdots$						
	P_k	0	0	0		$1 - \lambda_k(t) \Delta t$	$\lambda_k(t) \Delta t$
	P_{k+1}	0	0	0		0	1

く荷重分担係数である。式 (13) の初期条件および収束の条件を

$$\begin{aligned} P_0 &= 1, P_i = 0 \quad \text{for } t=0 \quad (i=1, 2, \dots, k) \\ P_{k+1} &= 1 \quad \text{for } t \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (15)$$

とおくとき、各クラスターの状態確率 $P_i (i=1, 2, \dots, k)$ ならびに臨界クラスターの形成確率 P_{k+1} が次のように求められる¹³⁾。

$$P_i = (-1)^i \left\{ \prod_{j=0}^{i-1} h_j \right\} \sum_{j=0}^i \frac{\exp\{-h_j \Lambda_0(t)\}}{\prod_{l \neq j} (h_j - h_l)} \quad (16)$$

$$P_{k+1} = 1 - (-1)^k \left\{ \prod_{j=0}^k h_j \right\} \sum_{j=0}^k \frac{\exp\{-h_j \Lambda_0(t)\}}{h_j \prod_{l \neq j} (h_j - h_l)} \quad (17)$$

ここで、 $h_j (j=0, 1, \dots, k)$ は K_j を含んだ定数であり、時間依存型ワイブル分布が適用されるとき、 $h_0=1$, $h_j=2K_j^{\rho\theta}$ と表される。また、 $\Lambda_0(t)$ は $\lambda_0(t)$ の原始関数であ

る。式 (17) における P_{k+1} が³⁾、破断繊維 ($k+1$) 本から成る臨界クラスターの形成確率（破壊確率）に対応する。以上のように、従来、再帰的¹⁴⁾あるいは近似的¹⁵⁾にしか表現できなかった破壊確率が、マルコフ過程の適用により解析的に得られる。

さて、 $k+1=1$ とおくとき、 P_{k+1} は繊維 1 本の破断により全体破壊に至る確率である。繊維の破壊確率は、先述のワイブル分布や時間依存型ワイブル分布で表すことが可能であり、それぞれ

$$\Lambda_0(t) = \int_0^t \lambda_0(\tau) d\tau = \left(\frac{t}{\alpha} \right)^\theta \quad (18)$$

および

$$\Lambda_0(t) = \int_0^t \lambda_0(\tau) d\tau = \alpha \left[\int_0^t \gamma\{\sigma(\tau)\}^\rho d\tau \right]^\theta \quad (19)$$

などとおくことができよう。これらの材料定数を決定し、式 (17) に代入すれば、臨界クラスターに起因する破壊確率曲線（強度分布あるいは寿命分布）が得られる。

4.2 解析結果

図 5 は、連続ボロン繊維強化アルミニウム複合材料の 300°C におけるクリープ試験を想定し、式 (17) による破壊確率曲線をワイブル確率紙に示した結果である。このとき、繊維の寿命分布として時間依存型ワイブル分布を用いた。これから、 $k+1$ の増加にともない曲線は高寿命側にシフトし、低確率側での立ち上がりが急激になることがわかる。そして、時間の経過につれて繊維単独の破壊確率曲線である P_1 に漸近し、最終的に一致する。さら

*5 ここでは、破断繊維周りの荷重分担係数を LLS (Local Load Sharing) 則¹²⁾により表現している。LLS 則とは、繊維破断による損失荷重が破断点に接した繊維へより多く分担される（集中する）ことから、分担の対象となる繊維を最近接繊維にのみに限定し、分担割合を無効長さ全域にわたって一定に働くと仮定したものである。すなわち、

$$K_i = 1 + \frac{i}{2}$$

と与えられる。ここで、 i はクラスターサイズ、すなわち破断繊維数を示す。

図5 マルコフ過程モデルによる一方向材（ボロン繊維強化アルミニウム）の寿命分布（原分布）の予測

ここで、 $\Lambda_0(t) = \mu \sigma_f^{\rho\beta} t^\beta$ 、 σ_f は繊維への定負荷応力、 $\beta = 0.398$ 、 $\rho = 22.73$ 、 $\mu = 3.194 \times 10^{-5}$

に、すべての確率曲線は P_{10} から P_{20} 程度で一つのマスター曲線に漸近することがわかる。換言すると、クラスター内の破断繊維が20本程度以上になっても破壊曲線の形は変わらず、この破断繊維数が臨界クラスターサイズの限界値を示している。

図5中の破線は、Harlow-Phoenixの提唱した再帰法¹⁴⁾によって予測された破壊確率曲線 $W^{[k+1]}$ ($k+1=2, 3$) を示したものである。同様に時間依存型ワイブル分布を繊維単体の寿命分布として採用し、定負荷応力下における確率曲線を示した。これから、実線はともに破線より若干低い値を示すものの、おおむね一致することがわかる。再帰法では、クラスターの成長にともない破断過程の場合分けが複雑になり、解の誘導が極めて困難になる。したがって、ここで紹介されたマルコフ過程による扱いは、再帰法とほぼ同等に評価できるのみならず、任意サイズの臨界クラスターに対する解が得られる点で有益である。

ところで、Harlow-Phoenixは複合材料の寸法効果を表現する原分布 $W(\sigma)$ を定義し、寸法（繊維数と長さ）の増加にともなう材料全体の破壊確率曲線 $H_{MN}(\sigma)$ を次式の最小値分布によって表すことを提唱した¹⁴⁾。

$$H_{MN}(\sigma) = 1 - \{1 - W(\sigma)\}^{MN} \quad (20)$$

ここで、 N は繊維数、 M は一方向材の繊維方向の長さ

図6 マルコフ過程モデルと最小値分布による一方向材（ボロン繊維強化アルミニウム）の寿命分布の予測

無効長さで除した値である。式(20)は、負荷の増加とともに材料内においてクラスターが多々生じるが、最も大きなクラスターによって全体破壊が決定されることを意味する。図6は式(17)の $W(\sigma)$ を P_{k+1} ($k+1=20$) に置き換え、破壊確率曲線に及ぼす MN の影響を予測した結果である。これから、 MN の増大とともに確率曲線は低寿命側にシフトするが、その傾きは次第に大きくなることが認められる。図6における破壊確率 10^{-6} 以上の各解析点の最小二乗近似から傾き β_c (形状母数) を求めたところ、 MN の増加とともに繊維1本に対する形状母数比 β_c/β は大きくなり、 $MN=10^{20}$ の寸法において $\beta_c/\beta=10.7$ が得られた。つまり、繊維1本の確率曲線(図5の $k+1=1$ の場合)に比べ、一方向材の寿命の平均的レベル、例えば破壊確率0.5に対する寿命レベルは繊維より劣るものの、傾き(寿命のばらつき)は大きく改善されることが理解できよう。前者がワイブル分布による結果であり、後者はマルコフ過程による結果である。両者の相違点が明らかにされたことと思う。

5. おわりに

複合材料における微視損傷進展問題にマルコフ過程を流用し、複合材料の強度信頼性について考察した。周知のように、無機材料を細径化した無機繊維は、Griffithの実験でも明らかにように、寸法効果によってその強度が大きく向上する。一方、多数の無機繊維を束状にした

複合材料では、本報で論じたように、強度のばらつきが大きく減じられる。ガラスやカーボンを繊維化してこれを束状に強化した複合材料は、強度と信頼性を飛躍的に高める優れた創製物であることの裏付けとして理解していただきたい。残念ながら、著者の浅学非才のために、微視損傷進展問題を界面剝離やマトリックス割れにまで拡張したモデルまで言及できなかった。この定式化については、今しばらくの猶予をいただきたい。また冒頭で述べたように、過去に確率過程を用いて複合材料の損傷・破壊解析を展開した例は少なく、学生諸君や若手研究者の取り組みの動機付けとして理論の意味をわかりやすく記述したつもりである。詳細については拙著^{13,16,17)}を参照にされたい。なお、内容的に不明な点や不足を感じられた方へはお詫び申し上げるとともに、該当箇所をご指摘いただければ幸いである。

最後に、著者へ本解説シリーズ執筆の機会を与えていただいた、東北大学大学院助教授 岡部朋永先生に厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) M.F. Ashby & D.R. Jones : *Engineering Materials I—An Introduction to Their Properties and Applications*—, Pergamon (1981)
- 2) W. Weibull : *Ingenioersvetenskapsakad., Handl.*, **151** (1939), 1-45.
- 3) A.A. Griffith : *Phil. Trans. Soc.*, **221** (1920), 163-198.
- 4) R. Coleman (石井恵一訳) : 確率過程, 共立出版 (1976)
- 5) S. Karlin (佐藤健一, 佐藤由美子訳) : 確率過程講義, 産業図書 (1990)
- 6) W. Weibull : *J. Applied Mech.*, **18** (1951), 293-297.
- 7) 横堀武夫 : 材料強度学 (第2版), 岩波書店 (1974)
- 8) B.D. Coleman : *J. Applied Phys.*, **29** (1958), 968-983.
- 9) H.D. Wagner, P. Schwartz & S.L. Phoenix : *J. Mater. Sci.*, **21** (1986), 1868-1878.
- 10) 合田公一, 濱田純一 : 材料, **44** (1995), 1066-1073 ; K. Goda & J. Hamada : *Mater. Sci. Res. Int.*, **2** (1996), 123-130.
- 11) A.G. Evans & S.M. Wiederhorn : *Int. J. Frac.*, **10** (1974), 379-392 ; 市川昌弘 : 構造信頼性工学, 海文堂 (1980) など.
- 12) B.W. Rosen : *AIAA J.*, **2** (1964), 1985-1991.
- 13) 合田公一 : 材料, **47** (1998), 464-471 ; K. Goda : *Mater. Sci. Res. Int.*, STP May-2001, **2** (2001), 242-249.
- 14) D.G. Harlow & S.L. Phoenix : *Int. J. Frac.*, **17** (1981), 347-372 ; *ibid.*, **17** (1981), 601-630.
- 15) R.L. Smith : *Proc. R. Soc. Lond.*, **A372** (1980), 539-553 ; S.B. Batdorf : *J. Rein. Plas. Compos.*, **1** (1982), 153-164.
- 16) 合田公一 : 材料, **50** (2001), 1-6 ; K. Goda : *Mater. Sci. Res. Int.*, **8** (2002), 87-92.
- 17) K. Goda : *Int. J. Solids Struct.*, **40** (2003), 6813-6837.

解 説

次世代航空機用構造部材創製・加工技術開発 プロジェクトの紹介

石川 隆司*, 山口 泰弘**, 野田 稔**

1. はじめに

航空機産業は、我が国の産業構造の高度化に大きく貢

献することが期待されている一方で、欧米先進国はもとより、一部アジア諸国とも激しい競争に入るものと予想される。特に構造材料分野においては、我が国は圧倒的に他を凌駕する世界一の炭素繊維生産国という利点を生かしつつ、我が国の得意分野として、将来の激しい競争に打ち勝つための先進複合材の先端技術確立していく必要がある。いったん航空機部門で技術確立が行われれば、高速車両等の運輸分野への展開は加速されるものと

* Takashi ISHIKAWA : 宇宙航空研究開発機構総合技術研究本部先進複合材評価技術開発センター (181-0015 三鷹大沢 6-13-1)

** Yasuhiro YAMAGUCHI and Minoru NODA : 財次世代金属・複合材料研究開発協会