研究論文

CFRP 一方向板のインピーダンスモデル

黄木 景二*, 井上 宏樹**

(2005 年 4 月 18 日受付)

Modeling the Impedance of a CFRP Unidirectional Laminate

Keiji OGI* and Hiroki INOUE**

(Received April 18, 2005)

This paper presents impedance response to alternating current in a CFRP unidirectional (UD) laminate. Firstly, impedance and its phase angle for frequency ranging from 1 kHz to 1 MHz were measured for the specimens with various off-axis angles. Secondly, change in impedance during tensile loading was measured for the above specimens. Finally, a simple model was proposed to express impedance properties of a UD laminate using an equivalent electric circuit. The norm of impedance is almost independent of frequency for all off-axis angles. The phase angle is kept to be constant for the off-axis angle below 45° while it becomes negative at high frequency for the off-axis angle larger than 60°. This behavior is expressed by an equivalent circuit model introducing a capacitance element. Impedance response to mechanical strain is almost linear for all the off-axis angles. Piezoresistance behavior at low strain was characterized on the basis of the above model.

1. 緒 言

CFRP は軽量構造部材として航空宇宙機, レジャーやスポーツなどを中心に使用されてきたが, 今後は, 建築物, 産業機器, 自動車への用途拡大が期待されている。これに伴い, 構造ヘルスモニタリングの必要性が高まってきており, 光ファイバーや piezo 素子などのセンサーを利用したセンシング技術が数多く研究されている。一方, CFRP の導電性を利用した電氣的ヘルスモニタリング手法には材料の力学的特性を損なうことなくセンシングできる利点があり, これについても数多く研究がなされている¹⁻⁸⁾。

機械的応力に対する抵抗の変化は, 変形, 損傷, 温度およびそれらの履歴や繰返しによって生ずる。変形に対する抵抗の変化すなわち piezo 抵抗特性に関する研究

報告例がいくつかなされている⁹⁻¹⁷⁾。中でも理論的なモデルに基づくものとして, Xiao らによって積層理論¹⁰⁾, Park ら^{4,5)}や Ogi ら¹¹⁾の直流等価回路モデルなどがある。一方, 交流に対するインピーダンス応答についてはいくつかの報告例¹⁵⁻¹⁷⁾があるものの, 繊維配向角依存性に関する実験データは少なく, また理論的検討はいまだ不十分である。

そこで本研究では CFRP 一方向板のインピーダンス応答を調べ, そのモデリングを行うことを目的とする。0 度, 10 度, 20 度, 30 度, 45 度, 60 度, 90 度試験片に対して, 周波数 1 MHz までのインピーダンス特性 (大きさと位相角) および引張負荷に対する交流 piezo 抵抗特性を調べた。次にこれらのインピーダンス特性を表現するために直流 piezo 抵抗用の等価回路モデルを修正した新しいモデルを提案した。

2. 実験方法

単調引張試験に用いた CFRP (T 700 S/#2500, 東レ) 試験片の形状および寸法を Fig. 1 に示す。インピーダンスの繊維配向角依存性を調べるためには 8 層 (厚さ約 1.2 mm) からなる一方向板 (210 mm × 210 mm) を作製し, これを切断して 0 度, 10 度, 20 度, 30 度, 45 度, 60 度, 90 度試験片 (幅 10 mm, 長さ 150 mm) を作製し

* 愛媛大学工学部機能材料工学科助教授 (790-8577 松山市文京町 3 番)
Associate Professor, Department of Materials Science and Engineering, Faculty of Engineering, Ehime University

** 愛媛大学大学院
Graduate Student, Graduate School of Ehime University

た。一方、厚さ方向のインピーダンスを調べるために32層（厚さ約4.8 mm）の試験片を作製した。試験片表

(a)

(b)

Fig. 1 Size and geometry of specimens for measuring impedance for (a) various off-axis angles and (b) the thickness direction (not to scale, mm).

面の一部を研磨した後、電極が試験片を一周するように上下面と両端面に導電性接着剤（ドータイト D-500，藤倉化成）を塗布することによって四端子電極を形成した。また試験片表面の電流電極と電圧電極の間にひずみゲージを接着した。

試験片寸法などは下記のように決定した。繊維間距離 d や繊維方向の接触点間距離 δ を導入したユニットセル¹¹⁾を考えたとき、電極間に繊維方向、繊維直交方向ともに十分な数のユニットセルと導電パスが確保されなければならない。本試験片では d , δ はそれぞれ約 $8\ \mu\text{m}$ 、約 $500\ \mu\text{m}$ であり、試験片幅とゲージ長さはこれらの値より十分に大きい。このようにある一定値以上のゲージ長さが必要なこと、210 mm 角の一方板から作製できる45度試験片は最長で150 mmであることを考慮して Fig. 1 のように試験片寸法と電極間距離を決定した。しかしながら、チャック部を除いた試験片のアスペクト比は7であり試験片中央部を除けばせん断変形の拘束の影響がわずかに考えられる。

Fig. 2 に測定システムと負荷試験の様子を示す。雰囲気温度 25°C の下、油圧式疲労試験機を用いて各試験片についてひずみ速度がほぼ同じ（約 $10^{-4}\ \text{s}^{-1}$ ）になるように単調引張負荷を与えた。負荷前のインピーダンス（大きさと位相角）および負荷中のインピーダンス変化を LCR メータ（Agilent 4284 A）を用いて測定した。

3. インピーダンス挙動

Fig. 3 (a), (b) に負荷前の各試験片における体積固有抵抗に換算したインピーダンスの大きさおよび位相角の周波数依存性を示す。すべての試験片についてインピーダンスの大きさの周波数依存性は観察されずほぼ一定

Fig. 2 Experimental setup for measurement of strain and impedance.

(a)

(b)

Fig. 3 Frequency dependence of impedance ((a) resistivity and (b) phase angle) for various off-axis angles and the thickness direction.

(a)

(b)

Fig. 4 Change in (a) impedance for various off-axis angles and (b) phase angle for a 90-deg specimen during loading (1 MHz).

であった。一方、位相角は0度、10度、20度、30度、45度試験片では周波数に依存せずほぼ一定であり、リアクタンス（インダクタンスおよびキャパシタンス）成分は観察されないが、60度および90度試験片では高周波数領域において位相角が負となり、キャパシタンス成分が観察された。また厚さ方向の位相角は90度試験片同様、高周波数領域において位相角が負となるが、インピーダンスの大きさは90度試験片と比べて一桁大きい。

Fig. 4に各試験片における単調引張負荷下でのひずみと周波数1 MHzにおけるインピーダンスの大きさおよび位相角の変化率の関係を示す。位相角については90度試験片を除いてその絶対値が小さく、誤差が大きいた

め、90度試験片の結果だけを示す。ひずみの増大に伴い、インピーダンスは増大する。インピーダンス変化の線形領域は負荷ひずみ ϵ の低い領域に限られており、 $\theta \leq 30^\circ$ と $\theta = 90^\circ$ では $\epsilon \leq 0.2\%$ 、 $45^\circ \leq \theta < 90^\circ$ では $\epsilon \leq 0.1\%$ の範囲でほぼ線形である。またその傾きは繊維配向角によって異なる。引張負荷によるインピーダンスの大きさの増大は直流抵抗成分のピエゾ抵抗特性に起因すると思われる。一方、90度試験片の位相角の変化率はひずみとともにほぼ線形に増大するが、負の位相角であるため実際には位相角は減少する。比較的低ひずみ部の初期線形部のピエゾ抵抗特性については4.2節で議論する。

Fig. 5 Equivalent electric circuits of a CFRP unit element for (a) on-axis and (b) off-axis directions.

4. モデル

4.1 等価回路モデル

Fig. 3 のインピーダンス挙動から CFRP 一方向材の単位体積要素の電気的性質が Fig. 5 (a) のような等価回路で表されたと考える。 ρ_1 , ρ_2 をそれぞれ 0 度方向, 90 度方向の体積固有抵抗とする。まず 1-2 面内の繊維方向 (1 方向) に交流電流 (角周波数 ω) を印加した場合, 電圧降下が左右の抵抗要素 ρ_1 で等しいことから, 抵抗要素 ρ_2 には電流は流れず, 抵抗要素 ρ_1 にのみ電流が通る。一方, 面内の繊維と直交する方向 (2 方向) に交流電流を印加した場合, 抵抗要素 ρ_1 , ρ_2 およびキャパシタンス要素 c_2 を交流電流が通る。ここで一般に $\rho_1 \ll \rho_2$ であるため, 90 度方向のインピーダンスを考えるとき ρ_1 は無視することができる。さらに, 面外方向 (3 方向)

のインピーダンスは, 抵抗要素 ρ_3 とキャパシタンス要素 c_3 の並列回路と等価と考えられる。

これ以後, 1-2 面内で座標軸を回転する座標変換 (回転角 θ) を考える。このとき要素の 1 方向, 2 方向および 3 方向のインピーダンスはそれぞれ

$$z_1 = \rho_1, \quad z_2 = \left(\frac{1}{\rho_2} + j\omega c_2 \right)^{-1}, \quad z_3 = \left(\frac{1}{\rho_3} + j\omega c_3 \right)^{-1} \quad (1)$$

と表される。非主軸 (角度 θ) 方向の体積固有抵抗を ρ_θ とすると導電率 $1/\rho_\theta$ はテンソルなので

$$\frac{1}{\rho_\theta} = \frac{m^2}{\rho_1} + \frac{n^2}{\rho_2} \quad (2)$$

のような座標変換則に従う。ただし, $m = \cos \theta$, $n = \sin \theta$ である。 θ 方向の単位体積あたりのインピーダンス z_θ も同様の座標変換則に従うと仮定すると

$$\frac{1}{z_\theta} = \frac{m^2}{z_1} + \frac{n^2}{z_2} \quad (3)$$

と書ける。(1), (2) 式を (3) 式に代入すると

$$z_\theta = \left(\frac{1}{\rho_\theta} + j\omega c_\theta \right)^{-1} \quad (4)$$

が得られる。ただし,

$$c_\theta = n^2 c_2 \quad (5)$$

である。これは z_θ が抵抗要素 ρ_θ とキャパシタンス要素 c_θ の並列回路と等価であることを意味する (Fig. 5 (b))。ここで $\omega \rho_\theta c_\theta$ は $\theta = 90^\circ$ で最大値をとるが, 今回実験を行った周波数範囲 (1 kHz ~ 1 MHz) では $\omega \rho_\theta c_\theta < 0.1$ であるから, (4) 式は次のように近似できる:

$$z_\theta = \rho_\theta (1 - j\omega \rho_\theta c_\theta) \quad (6)$$

ゆえにインピーダンスの大きさ $|z_\theta|$ と位相角 α はそれぞれ

$$|z_\theta| = \rho_\theta \sqrt{1 + (\omega \rho_\theta c_\theta)^2} \approx \rho_\theta \quad (7)$$

$$\alpha = -\tan^{-1}(\omega \rho_\theta c_\theta) \quad (8)$$

と近似される。しかし実験値は (2) 式および (5) 式に従わない。(2) 式については次の実験式が提案されており, 実験結果をよく近似する¹¹⁾:

$$\frac{1}{\rho_\theta} = \frac{m^2}{\rho_1} + \frac{n^2}{\rho_2} - f(\theta) \frac{m^2 n^2 (\rho_1 - \rho_2)^2}{\rho_1 \rho_2 (m^2 \rho_1 + n^2 \rho_2)} \quad (9)$$

$$f(\theta) = 1 - \exp(-a \tan^b \theta) \quad (10)$$

ここで a , b は実験的に決定される定数である。(5) 式についてもキャパシタンスの逆数が抵抗と同じ合成則に従うことから考えて

$$c_\theta = m^2 c_1 + n^2 c_2 - g(\theta) \frac{m^2 n^2 (c_2 - c_1)^2}{m^2 c_2 + n^2 c_1} \quad (11)$$

と表されると仮定する。ここで (5) 式あるいは Fig. 5 (a) から明らかのように, 1 方向には ρ_1 に並列接続するキャパシタンス要素は存在しないため, $c_1 = 0$ である。

このとき (11) 式は

$$c_\theta = n^2 c_2 (1 - g(\theta)) \quad (12)$$

と書き直される。ただし、

$$g(\theta) = \exp(-c \tan^d \theta) \quad (13)$$

であり、 c 、 d は実験的に決定される定数である。

4.2 ピエゾ抵抗モデル

前節の議論から断面積 S 、長さ L の CFRP 板（非主軸角 θ ）を抵抗体、誘電体とみなしたときの直流抵抗 R_θ とキャパシタンス C_θ は次式によって表される：

$$R_\theta = \rho_\theta \frac{L}{S}, \quad C_\theta = c_\theta \frac{S}{L} \quad (14)$$

このときインピーダンスは

$$Z_\theta = z_\theta \frac{L}{S} = \frac{R_\theta}{1 + j\omega C_\theta R_\theta} \cong R_\theta (1 - j\omega C_\theta R_\theta) \quad (15)$$

と表される。したがって R_θ 、 C_θ は測定されるインピーダンスの大きさ $|Z_\theta|$ と位相角 α_θ を用いて次式のように求められる：

$$R_\theta = |Z_\theta| \cos \alpha_\theta, \quad C_\theta = -\frac{\tan \alpha_\theta}{\omega R_\theta} \quad (16)$$

特に、 α_θ が小さいとき、

$$R_\theta = |Z_\theta|, \quad C_\theta = -\frac{\alpha_\theta}{\omega R_\theta} \quad (17)$$

ここで単軸機械的ひずみ ε_θ に対する抵抗とキャパシタンスの変化率（ゲージ率）を

$$\frac{\Delta R_\theta / R_\theta^0}{\varepsilon_\theta} = K_\theta, \quad \frac{\Delta C_\theta / C_\theta^0}{\varepsilon_\theta} = J_\theta \quad (18)$$

とする。ただし、 J_θ は $\theta > 0$ に対して定義する。(17) 式より

$$\frac{\Delta |Z_\theta| / |Z_\theta^0|}{\varepsilon_\theta} = K_\theta, \quad \frac{\Delta \alpha_\theta / \alpha_\theta^0}{\varepsilon_\theta} = K_\theta + J_\theta = I_\theta \quad (19)$$

と表される。ここで I_θ は ε_θ に対する位相角の変化率（ゲージ率）である。

5. 考 察

5.1 インピーダンス特性

ここでは、上記の実験およびモデルから得られる電気的材料定数の繊維配向角依存性を議論する。

今回の周波数範囲ではインピーダンスの周波数依存性は小さかったものの、高周波に対して 90 度方向に抵抗体と誘電体としての両方の特性が現れた。これは導体である繊維と絶縁体である繊維間樹脂からなる複合材料の電気的性質が Fig. 5 の等価回路で表現できることを意味する。これまでの論文ではキャパシタンスと直流抵抗を直列にした等価回路^{15,16)}が見られる。このような等価回路でも CFRP のインピーダンス特性を表現するこ

(a)

(b)

Fig. 6 (a) Resistivity and (b) capacitance of a CFRP unit element as functions of off-axis angle.

とは可能であるが、直流に対して絶縁体となるため、本論文では有限な直流抵抗を持つように ρ_θ 、 c_θ の並列回路を採用している。(14) 式からわかるように、物理的には ρ_θ と c_θ はそれぞれ CFRP を抵抗体、誘電体とみなしたときの θ 方向の体積固有抵抗と誘電率を意味する。

Fig. 6 に各非主軸角に対する ρ_θ と c_θ の実験結果と (2)、(5) 式および (9)、(11) 式から計算した値を示す。ここで (9)、(11) 式における材料定数は $a=9.616$ 、 $b=1.944$ 、 $c=0.001$ 、 $d=9.610$ である。実験で求められた体積固有抵抗はその逆数をテンソルと考えた場合の予測値 (2) 式) よりかなり高い値を示す。また 45 度以下のキャパシタンスの実験値はほとんどゼロである。これは誘電率がゼロであるということではなく、 ρ_θ と並列に接続するキャパシタンス要素が存在しないことを意味す

Fig. 7 Gage factors K_θ , J_θ and I_θ against off-axis angle.

る。(2) 式は ρ_θ を過小評価し、(5) 式は c_θ を過大評価する。一方、(9)、(11) 式は実験結果をよくフィットしており、実用的な近似式であると言える。

5.2 ピエゾ特性

(16) 式に基づいて Fig. 4 のデータ (初期線形部分、ひずみ 0.2% 以下) から求めた K_θ , J_θ および I_θ を Fig. 7 に示す。ただし、 J_θ および I_θ についてはキャパシタンス成分が明瞭に現れる $\theta = 90^\circ$ の場合のみ示す。直流抵抗のゲージ率は 30 度で最大値をとり、0 度、90 度では約 1 程度と小さい。直流抵抗のゲージ率すなわち piezo 抵抗特性に関する理論的なモデルは他の文献¹¹⁾ で提案されている。ここでは 2 方向のゲージ率 K_2 , J_2 および I_2 についての議論する。

ひずみ ϵ_2 とともに繊維間の距離が増大し、接触面積が減少するため直流抵抗 R_2 は増大する。このときゲージ率 K_2 は単位 ϵ_2 あたりの接触面積の減少率として理解される¹¹⁾。一方、キャパシタンス C_2 もひずみ ϵ_2 とともに増加している。文献 15)、16) において、一方向板あるいはクロスプライ積層板について引張負荷下における 3 (厚さ) 方向のキャパシタンス C_3 の変化を測定し、引張ひずみとともに C_3 が減少する結果を得ている。この場合、ポアソン効果により 3 方向には収縮しているため、圧縮ひずみ ϵ_3 により C_3 が減少していることになる。2、3 方向が相似な等価回路を持つと仮定できる (Fig. 5) ことから、引張ひずみ ϵ_2 により 2 方向のキャパシタンス C_2 が増加すると推測される。応力によるキャパシタンス変化 (piezo キャパシタンス) は、①幾何

形状変化、②材料固有の誘電率の変化、③変形と損傷に伴う導電パスの変化に起因していると考えられる。今回の場合、電極間距離 L が増加し、電極断面積 S が減少するため、①の効果はキャパシタンス C_2 を減少させる。したがって、②および③の効果がキャパシタンス C_2 を増加させていることになる。引張負荷に対して、正の piezo 抵抗 K_2 と piezo キャパシタンス J_2 が観察されるため、位相角のゲージ率 I_2 は正となる。piezo キャパシタンスを含めた piezo インピーダンス挙動に関するメカニズムの解明とモデルによる定式化は今後の課題である。

参考文献

- 1) K. Schulte & Ch. Baron : *Comp. Sci. Tech.*, **36** (1989), 63-76.
- 2) K. Schulte : *Materials Science for the 21st Century, Invited Papers* (2001), 286-295.
- 3) D.Y. Song, J.B. Park & N. Takeda : *Key Engineering Materials*, **183-187** (2000), 1129-1134.
- 4) J.B. Park, T. Okabe, N. Takeda & W.A. Curtin : *Composites Part A*, **33** (2002), 267-275.
- 5) J.B. Park, T. Okabe & N. Takeda : *Smart Mater. Struct.*, **12** (2003), 105-114.
- 6) J.C. Abry, S. Bochart, A. Chateauminois, M. Salvia & G. Giraud : *Comp. Sci. Tech.*, **59** (1999), 925-935.
- 7) A. Todoroki, M. Tanaka & Y. Shimamura : *Comp. Sci. Tech.*, **62** (2002), 619-628.
- 8) A. Todoroki, Y. Tanaka, Y. Shimamura : *Comp. Sci. Tech.*, **62** (2002), 1151-1160.
- 9) 黄木景二, 高雄善裕 : 日本複合材料学会誌, **29** (2003), 217-225.
- 10) J. Xiao, Y. Li & W.X. Fan : *Comp. Sci. Tech.*, **59** (1999), 1369-1373.
- 11) K. Ogi & Y. Takao : *Comp. Sci. Tech.*, **65** (2005), 231-239.
- 12) S. Wang & D.D.L. Chung : *Polymer Composites*, **21** (2000), 13-19.
- 13) A. Todoroki & J. Yoshida : *JSME Int. J. Ser. A*, **47** (2004), 357-364.
- 14) N. Angelidis, C.Y. Wei & P.E. Irving : *Composites A*, **35** (2004), 1135-1147.
- 15) M. Kupke, M. Schulte & R. Schuler : *Comp. Sci. Tech.*, **61** (2001), 837-847.
- 16) J.C. Abry, Y.K. Choi, A. Chateauminois, B. Dalloz, G. Giraud & M. Salvia : *Comp. Sci. Tech.*, **61** (2001), 855-864.
- 17) T.A. Ezquerro, M.T. Conner, S. Roy, M. Kulesza, J. Fernandes-Nascimento & F.J. Balta-Calleja : *Comp. Sci. Tech.*, **61** (2001), 903-909.