複合材料講座

複合材料強度の数値化解析 (I)

山田 嘉昭*, 奥村 秀人**

1. ま え が き

連続体あるいは固体力学の立場からみると、複合材料の特徴とするところは、それが異方性体としての性質を呈することである。したがって、いままでのように主として等方性材料を取り扱ってきた場合に比較して、力学的特性の表示に必要なパラメータの数が増す。そればかりでなく、強度の評価に必要な計算の量が非常に大きいものとなるのである。

上のような理由から、材料の均一性を仮定した複合材料のいわゆる初等解析においても、力学的特性や強度の解析に数値化の方法を導入することは、緊急を要することといわなければならない。その先駆的な試みの一つに、TI (Texas Instruments)-59 磁気カード式電卓を用いた Tsai と Hahn の仕事^{1,2)}がある。ここでは、マイクロコンピュータにより、同様の解析を迅速かつ対話形式に実行可能とすることを目的として、著者らの開発の結果を一つの講義にまとめておきたい。なお、当面は均一な特性を仮定した層からなる複合体について、その全体としての力学的挙動を解析対象とするが、可能であれば三次元有限要素法による局所的な変位や応力場の計算結果^{3,4)}についても言及することとしたい。

2. 一方向繊維強化複合材の特性

2.1 主軸方向 (on-axis) に関する応力-歪方程式

一方向繊維強化の複合材料は一般に繊維軸およびそれに直角の方向を主軸とする。本講義では、一貫して強化繊維の方向を x 軸とする局所要素座標系を選ぶものとする。すると、図1の平面応力場における主軸方向に関する応力-歪関係式は、

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\nu_y/E_y & 0 \\ -\nu_x/E_x & 1/E_y & 0 \\ 0 & 0 & 1/E_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$E_x, E_y, \nu_x, \nu_y, E_s$ は図2のように工学的に定義あるいは測定される定数である。ただし、対称性から次の関係

$$\nu_y/E_y = \nu_x/E_x \quad (2)$$

が成立し、五つの弾性定数のうち四つのみが独立であることに注意する。式(1)は、コンプライアンス S_{ij} を用いた次のような形に書き表わすこともできる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & 0 \\ S_{yx} & S_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & S_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{Bmatrix}, \quad S_{xy} = S_{yx} \quad (3)$$

または

$$\{\varepsilon\} = [S] \{\sigma\} \quad (4)$$

式(1)または式(3)の逆変換、すなわちモジュラス Q_{ij} による応力-歪方程式の表示は

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{yx} & Q_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{Bmatrix}, \quad Q_{xy} = Q_{yx} \quad (5)$$

または

$$\{\sigma\} = [Q] \{\varepsilon\} \quad (6)$$

Q_{ij} と式(1)に含まれている工学定数との関係は次のようである。

$$\begin{aligned} Q_{xx} &= mE_x, \quad Q_{yy} = mE_y, \quad Q_{xy} = m\nu_y E_x, \\ Q_{yx} &= m\nu_x E_y, \quad Q_{ss} = E_s \end{aligned} \quad (7)$$

ただし

$$\begin{aligned} m &= (1 - \nu_x \nu_y)^{-1} = (1 - \nu_x^2 E_y / E_x)^{-1} \\ &= (1 - Q_{xy} Q_{yx} / Q_{xx} Q_{yy}) \end{aligned} \quad (8)$$

2.2 平面における応力と歪の変換

以下では参照座標系を1, 2とし、これに対し図3に示すように一方向繊維強化の主方向(異方性の主軸 x, y)が反時計回りに θ の傾斜を有するものとする。このとき、主軸 x, y と参照軸1, 2の間の応力と歪の変換式は

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -2mn \\ n^2 & m^2 & 2mn \\ mn & -mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{Bmatrix} \quad (9)$$

図1 一方向繊維強化複合材 (lamina)

* Yoshiaki YAMADA, ** Hidehito OKUMURA :
東京大学生産技術研究所 (105 東京都港区六本木
7-22-1)

図2 工学的定数の定義

図3 参照軸に対して傾斜した一方向繊維強化材

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -mn \\ n^2 & m^2 & mn \\ 2mn & -2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_s \end{Bmatrix} \quad (10)$$

ここで

$$m = \cos \theta, \quad n = \sin \theta \quad (11)$$

ただし、剪断歪 ϵ_s, ϵ_6 は工学的定義によるのが工学あるいは数値解析における習慣であるので、応力の場合に比較して変換式の表示が異なることに注意する。

式(9)と式(10)の逆変換は、

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

式(9)と式(10)、および式(12)と式(13)を次のように表わす。

$$\{\bar{\sigma}\} = [T_\sigma]^{-1} \{\sigma\}, \quad \{\bar{\epsilon}\} = [T_\epsilon]^{-1} \{\epsilon\} \quad (14)$$

$$\{\sigma\} = [T_\sigma] \{\bar{\sigma}\}, \quad \{\epsilon\} = [T_\epsilon] \{\bar{\epsilon}\} \quad (15)$$

2.3 斜め方向(off-axis)あるいは参照軸方向の関係式

主方向(on-axis)の応力-歪方程式(6)を式(14)の第1式に代入すれば

$$\{\bar{\sigma}\} = [T_\sigma]^{-1} \{\sigma\} = [T_\sigma]^{-1} [Q] \{\epsilon\} \quad (16)$$

さらに、 $\{\epsilon\}$ に対して式(15)の第2式で与えられる関係を用いると、斜め方向に関する応力-歪方程式として

$$\{\bar{\sigma}\} = [T_\sigma]^{-1} [Q] [T_\epsilon] \{\bar{\epsilon}\} \quad (17)$$

式(17)を次のように書き表わす。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

または

$$\{\bar{\sigma}\} = [\tilde{Q}] \{\bar{\epsilon}\}, \quad [\tilde{Q}] = [T_\sigma]^{-1} [Q] [T_\epsilon] \quad (19)$$

式(18)あるいは(19)により定義されるモジュラス $[\tilde{Q}]$ の成分は、Tsai と Hahn¹⁾ によっても示されているとおり

$$\begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{22} \\ Q_{12}=Q_{21} \\ Q_{66} \\ Q_{16}=Q_{61} \\ Q_{26}=Q_{62} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_1 \cos 2\theta & \cos 4\theta \\ U_1 - \cos 2\theta & \cos 4\theta \\ U_4 & 0 \\ U_5 & 0 \\ 0 \sin 2\theta/2 & \sin 4\theta \\ 0 \sin 2\theta/2 & -\sin 4\theta \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

ただし

$$\begin{aligned} U_1 &= (3Q_{xx} + 3Q_{yy} + 2Q_{xy} + 4Q_{ss})/8 \\ U_2 &= (Q_{xx} - Q_{yy})/2 \\ U_3 &= (Q_{xx} + Q_{yy} - 2Q_{xy} - 4Q_{ss})/8 \\ U_4 &= (Q_{xx} + Q_{yy} + 6Q_{xy} - 4Q_{ss})/8 \\ U_5 &= (Q_{xx} + Q_{yy} - 2Q_{xy} + 4Q_{ss})/8 = (U_1 - U_4)/2 \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、 $U_1, \dots, U_5$ は主軸に関して定義された Q_{xx}, Q_{yy}, Q_{xy} , および Q_{ss} によって表わされ、参照軸の繊維強化軸に対する傾角 θ には無関係な材料固有の定数であることに注意する。

斜めあるいは参照軸方向に関するコンプライアンスの表示は、次のように求めることができる。最初に式(4)を式(14)の第2式に代入して

$$\{\bar{\epsilon}\} = [T_\epsilon]^{-1} \{\epsilon\} = [T_\epsilon]^{-1} [S] \{\sigma\} \quad (22)$$

さらに、 $\{\sigma\}$ に対して式(15)の第1式で与えられる関係を用いると

$$\{\bar{\epsilon}\} = [T_\epsilon]^{-1} [S] [T_\sigma] \{\bar{\sigma}\} \quad (23)$$

式(23)を次の形に書き表わす。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{26} \\ S_{61} & S_{62} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

または

$$\{\tilde{\epsilon}\} = [\tilde{S}] \{\tilde{\sigma}\}, \quad [\tilde{S}] = [T_\sigma]^{-1} [S] [T_\sigma] \quad (25)$$

式 (24) または式 (25) で与えられるコンプライアンス $[\tilde{S}]$ の成分は, Tsai と Hahn¹⁾ によっても与えられているように

$$\begin{Bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{12}=S_{21} \\ S_{66} \\ S_{16}=S_{61} \\ S_{26}=S_{62} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_1 & \cos 2\theta & \cos 4\theta \\ U_1 & -\cos 2\theta & \cos 4\theta \\ U_4 & 0 & -\cos 4\theta \\ U_5 & 0 & -4\cos 4\theta \\ 0 & \sin 2\theta & 2\sin 4\theta \\ 0 & \sin 2\theta & -2\sin 4\theta \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} \quad (26)$$

ただし, ここでの $U_1, \dots, U_5$ は

$$\begin{aligned} U_1 &= (3S_{xx} + 3S_{yy} + 2S_{zz} + S_{zz})/8 \\ U_2 &= (S_{xx} - S_{yy})/2 \\ U_3 &= (S_{xx} + S_{yy} - 2S_{zz} - S_{zz})/8 \\ U_4 &= (S_{xx} + S_{yy} + 6S_{zz} - S_{zz})/8 \\ U_5 &= (S_{xx} + S_{yy} - 2S_{zz} + S_{zz})/2 = 2(U_1 - U_4) \end{aligned} \quad (27)$$

式 (26) により定義される $U_1, \dots, U_5$ もまた, 傾角 θ に無関係な材料に固有の定数からなっている。

斜め方向の引張り試験で観測されるヤング率 E_1 およびポアソン比 ν_{12} , すなわち工学定数と, 上で定義した斜め軸に関するコンプライアンスの成分の間には次の関係がある。

$$E_1 = 1/S_{11}, \quad \nu_{12} = -S_{21}/S_{11} \quad (28)$$

斜め軸に関するコンプライアンス $[S]$ の成分 S_{ij} と, 同じ軸に関する $[Q]$ の成分 Q_{ij} の間には, 次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} S_{11} &= (Q_{22} Q_{66} - Q_{26}^2)/\Delta \\ S_{22} &= (Q_{11} Q_{66} - Q_{16}^2)/\Delta \\ S_{12} &= (Q_{16} Q_{26} - Q_{12} Q_{66})/\Delta \\ S_{66} &= (Q_{11} Q_{22} - Q_{12}^2)/\Delta \\ S_{16} &= (Q_{12} Q_{26} - Q_{22} Q_{16})/\Delta \\ S_{26} &= (Q_{12} Q_{16} - Q_{11} Q_{26})/\Delta \end{aligned} \quad (29)$$

ただし

$$\Delta = \det[\tilde{Q}] = Q_{11}Q_{22}Q_{66} + 2Q_{12}Q_{26}Q_{61} - Q_{22}Q_{16}^2 - Q_{66}Q_{12}^2 - Q_{11}Q_{62}^2 \quad (30)$$

コンプライアンス $[\tilde{S}]$ の成分 S_{ij} は, 主軸に関する $[S]$ の成分 $S_{xx}, \dots, S_{zz}$ から直接に式 (26) によって計算しても, あるいは Q_{ij} の値から式 (29) によって計算する方法のいずれによってもよい。なお, 式 (29) の関係は, $\theta=0$ すなわち $Q_{16}=Q_{26}=0$ とおけば, 主方向に関するコンプライアンスとモジュラスの逆関係として用いることができる。

図4と図5は以上のまとめであって, それぞれ応力と

図4 応力と歪の関係

図5 モジュラスとコンプライアンスの関係

歪, モジュラスとコンプライアンスに関して相互間に成り立つ関係を示している。

本文の終りには, 付録1として, 上記の計算を実行するためのプログラムとリストと, マイクロコンピュータ⁴⁾による計算結果の例を示している。本講義に関連したプログラムは比較的簡単なものである, その記述はすべて BASIC 言語によっている。

参考文献

- 1) S.W. Tsai & H.T. Hahn : AFML-TR-78-201 (1979).
- 2) S.W. Tsai & H.T. Hahn : AFML-TR-79-4040 (1979).
- 3) 山田嘉昭 : 第19回東京大学生産技術研究所講習会テキスト, 1-111 (1979).
- 4) 山田嘉昭, 奥村秀人, 吉永 寛 : 生産研究, 32, 3 (1980), 182-189.

付録1 主軸および斜め軸に関する一方向繊維強化複合材料の力学的特性評価のプログラムと計算例題

以下は, この講義(I)で述べた計算を実行するため, BASIC (beginner's all purpose symbolic instruction code) 言語で書いたプログラムである。その大きさは約

4kByte であり、容易にマイクロコンピュータで実行することができる。構成としては、100-270 にいたる主プログラムと、次のように GOSUB ステートメントによって呼び出される11個のサブルーチンからなっている。

280- 350 配列 [Q], [S], [TS], [BE] の記憶領域のクリア。ただし [Q] はモジュラス, [S] はコンプライアンス, [TS] は応力, [BE] は歪。

360- 570 対話形式により、データの入力を要求するサブルーチン。

580- 620 主軸方向に関するモジュラス [Q] の計算。本文の式(7)および式(8)による。

630- 690 上記のモジュラス [Q] の計算結果を印刷。

700- 990 斜め軸方向に関するモジュラス [$\tilde{Q}$] の計算。本文の式(9)と式(10)による。および計算結果の印刷。

1000-1100 主軸方向に関する [Q] からコンプライアンス [S], あるいは斜め軸に関する [$\tilde{Q}$] からコンプライアンス [$\tilde{S}$] の計算。

1110-1170 [S] の印刷。

1180-1300 [$\tilde{S}$] の印刷。

1310-1360 主軸方向の外部応力 { σ } に対して生じる { ϵ } の計算, あるいは斜め軸方向の { $\tilde{\sigma}$ } に対する { $\tilde{\epsilon}$ } の計算。本文の式(4)または式(10)による。

1370-1420 主軸方向について計算された { ϵ } の印刷。

1430-1480 斜め軸方向について計算された { $\tilde{\epsilon}$ } の印刷。

以下は、次のデータにより計算を行なった場合の入力データと計算結果である。具体的な例としては、炭素繊維によって一方向強化されたエポキシ複合材を取り扱い、仮定した材料定数値は

$$E_x = 181 \text{ GPa} = 26.245 \times 10^6 \text{ psi}$$

$$E_y = 10.3 \text{ GPa} = 1.4935 \times 10^6 \text{ psi}$$

$$E_z = 7.17 \text{ GPa} = 1.0396 \times 10^6 \text{ psi}$$

$$\nu_x = 0.28$$

読者が容易に理解されるように、出力例(a)では、式(7)によりモジュラス [Q], 式(9)によりコンプライアンス [S] を計算し、また次のような外部応力を負荷したときの式(4)の歪を求めている。

$$\sigma_x = 400 \text{ MPa} = 58 \times 10^3 \text{ psi}$$

$$\sigma_y = 60 \text{ MPa} = 8.7 \times 10^3 \text{ psi}$$

$$\sigma_z = 15 \text{ MPa} = 2.175 \times 10^3 \text{ psi}$$

出力例(b)は、主軸に対して $\theta = 15^\circ$ の傾角を有する軸に関する計算である。式(9)によりモジュラス [$\tilde{Q}$], 式(10)によりコンプライアンス [$\tilde{S}$] を計算し、また式(10)により次のような外部応力値に対する歪を計算している。

$$\sigma_1 = 100 \text{ MPa} = 14.5 \times 10^3 \text{ psi}$$

$$\sigma_2 = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_6 = 0 \text{ MPa}$$

この場合は、 σ_1 のみが非ゼロの単軸応力に対しても、剪断歪 ϵ_6 が生ずることに注意を要する。

```
100 REM ** OFF-AXIS PROPERTIES OF UNIDIREC. COMPOSITE **
110 DIM Q(3,3), S(3,3), TS(3), BE(3)
120 GOSUB 280
130 GOSUB 360
140 GOSUB 580
150 IF ANG <> 0 THEN 220
160 GOSUB 630
170 GOSUB 1000
180 GOSUB 1110
190 GOSUB 1310
200 GOSUB 1370
210 GOTO 270
220 GOSUB 700
230 GOSUB 1000
240 GOSUB 1180
250 GOSUB 1310
260 GOSUB 1430
270 END
280 REM ** ZERO CLEAR OF ARRAYS **
290 FOR K=1 TO 3
300 TS(K)=0 : BE(K)=0
310 FOR L=1 TO 3
320 Q(K,L)=0 : S(K,L)=0
330 NEXT L
340 NEXT K
350 RETURN
360 REM ** DATA INPUT **
370 PRINT "***** PLEASE KEY IN INPUT DATA *****"
380 PRINT
390 PRINT " LONGITUDINAL MODULUS EX=";
400 INPUT EX
410 PRINT " TRANSVERSE MODULUS EY=";
420 INPUT EY
430 PRINT " LONGITUDINAL SHEAR MODULUS ES=";
440 INPUT ES
450 PRINT " MAJOR POISSONS RATIO PXY=";
460 INPUT PXY
470 PRINT " OFF-AXIS FLY ORIENTATION ANG, (DEG.)=";
480 INPUT ANG
490 IF ANG <> 0 THEN 540
500 PRINT " ON-AXIS STRESSES, SX=, SY=, SZ=";
510 INPUT TS(1), TS(2), TS(3)
520 PRINT "-----"
530 GOTO 570
540 PRINT " OFF-AXIS STRESSES, S1=, S2=, S6=";
550 INPUT TS(1), TS(2), TS(3)
560 PRINT "-----"
570 RETURN
580 REM ** CALCULATE Q(I,J) : ON-AXIS MODULUS **
590 M=1/(1-PXY^2+EY/EX)
600 Q(1,1)=M+EX : Q(2,2)=M+EY : Q(1,2)=PXY+Q(2,2)
610 Q(2,1)=Q(1,2) : Q(3,3)=ES
620 RETURN
630 REM ** PRINT Q(I,J) : ON-AXIS MODULUS **
640 PRINT "***** Q(I,J) : ON-AXIS MODULUS *****"
650 PRINT
660 PRINT " QXX=";Q(1,1); " QXY=";Q(1,2); " QYY=";Q(2,2)
670 PRINT " QSS=";Q(3,3)
680 PRINT "-----"
690 RETURN
700 REM ** CALCULATE Q(I,J) : OFF-AXIS MODULUS **
710 PA1=3.141592653#
720 ANG=(ANG+PA1)/180
730 V2=COS(2*ANG); V4=COS(4*ANG)
735 W2=SIN(2*ANG); W4=SIN(4*ANG)
740 U1=(3+Q(1,1)+3*Q(2,2)+2*Q(1,2)+4*Q(3,3))/8
750 U2=(Q(1,1)-Q(2,2))/2
760 U3=(Q(1,1)+Q(2,2)-2*Q(1,2)-4*Q(3,3))/8
770 U4=(Q(1,1)+Q(2,2)+Q(1,2)-4*Q(3,3))/8
780 U5=(Q(1,1)+Q(2,2)-2*Q(1,2)+4*Q(3,3))/8
790 Q(1,1)=U1+U2+V2+U3+V4
800 Q(2,2)=U1-U2+V2+U3+V4
810 Q(1,2)=U4-U3+V4
820 Q(2,1)=Q(1,2)
830 Q(3,3)=U5-U3+V4
840 Q(1,3)=U2+W2/2+U3+W4
850 Q(3,1)=Q(1,3)
860 Q(2,3)=U2+W2/2-U3+W4
870 Q(3,2)=Q(2,3)
880 PRINT "::::: Q(I,J) : OFF-AXIS MODULUS :::::"
890 PRINT
900 PRINT " * Q11 *," * Q12 *," * Q16 *,"
901 PRINT " * Q22 *," * Q26 *,"
910 PRINT " * Q66 *"
```

```

920 FOR K=1 TO 3
930 FOR L=1 TO 3
940 IF L<K THEN 960
950 PRINT Q(K,L),
960 NEXT L
970 NEXT K : PRINT
980 PRINT "-----"
990 RETURN
1000 REM ** CALCULATE S(I,J) : COMPLIANCE **
1010 DET=Q(1,1)+Q(2,2)+Q(3,3)+2*Q(1,2)+Q(2,3)+Q(1,3)
1020 DET=DET-Q(2,2)+Q(1,3)^2-Q(1,1)+Q(2,3)^2
1025 DET=DET-Q(3,3)+Q(1,2)^2
1030 S(1,1)=(Q(2,2)+Q(3,3)-Q(2,3)^2)/DET
1040 S(2,2)=(Q(1,1)+Q(3,3)-Q(1,3)^2)/DET
1050 S(3,3)=(Q(1,1)+Q(2,2)-Q(1,2)^2)/DET
1060 S(1,2)=(Q(1,3)+Q(2,3)-Q(1,2)*Q(3,3))/DET
1070 S(2,3)=(Q(1,2)+Q(1,3)-Q(1,1)*Q(2,3))/DET
1080 S(1,3)=(Q(1,2)+Q(2,3)-Q(2,2)*Q(1,3))/DET
1090 S(2,1)=S(1,2) : S(3,1)=S(1,3) : S(3,2)=S(2,3)
1100 RETURN
1110 REM ** PRINT S(I,J) : ON-AXIS COMPLIANCE **
1120 PRINT "***** S(I,J) : ON-AXIS COMPLIANCE *****"
1130 PRINT
1140 PRINT " CXX="S(1,1); " CXY="S(1,2); " CYY="S(2,2)
1150 PRINT " CSS="S(3,3)
1160 PRINT "-----"
1170 RETURN
1180 REM ** PRINT S(I,J) : OFF-AXIS COMPLIANCE **
1190 PRINT "::::: S(I,J) : OFF-AXIS COMPLIANCE :::::"
1200 PRINT
1210 PRINT " * S11 *", " * S12 *", " * S16 *",
1211 PRINT " * S22 *", " * S26 *",
1220 PRINT " * S66 *"
1230 FOR K=1 TO 3
1240 FOR L=1 TO 3
1250 IF L<K THEN 1270
1260 PRINT S(K,L),
1270 NEXT L
1280 NEXT K : PRINT
1290 PRINT "-----"
1300 RETURN
1310 REM ** CALCULATE STRAINS **
1320 FOR K=1 TO 3
1330 FOR L=1 TO 3
1340 BE(K)=BE(K)+S(K,L)*TS(L)
1350 NEXT L : NEXT K
1360 RETURN
1370 REM ** PRINT <ON-AXIS STRAINS> **
1380 PRINT "***** ON-AXIS STRAINS *****"
1390 PRINT
1400 PRINT " EPX=";BE(1); " EPY=";BE(2); " EPS=";BE(3)
1410 PRINT "-----"
1420 RETURN
1430 REM ** PRINT <OFF-AXIS STRAINS> **
1440 PRINT "***** OFF-AXIS STRAINS *****"
1450 PRINT
1460 PRINT " EP1=";BE(1); " EP2=";BE(2); " EP6=";BE(3)
1470 PRINT "-----"
1480 RETURN

```

出力例 (a)

```

RUN
===== PLEASE KEY IN INPUT DATA =====
LONGITUDINAL MODULUS EX=? 1.81E9  $E_x$ 
TRANSVERSE MODULUS EY=? 1.0.3E9  $E_y$ 
LONGITUDINAL SHEAR MODULUS ES=? 7.17E9  $E_s$ 
MAJOR POISSONS RATIO PXY=? 0.28  $\nu_s$ 
OFF-AXIS PLY ORIENTATION ANG. (DEG.)=? 0  $\theta=0$ 
ON-AXIS STRESSES, SX=, SY=, SS=? 4.00E6, 6.60E6, 1.5E6  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_s$  の値を入力する

```

式(5)のモジュラス $[Q]$ の各成分の値

```

***** Q(I,J) : ON-AXIS MODULUS *****
QXX= 1.81811E+11 QXY= 2.89692E+09 QYY= 1.03462E+10
QSS= 7.17E+09

```

式(3)のコンプライアンス $[S]$ の各成分の値

```

***** S(I,J) : ON-AXIS COMPLIANCE *****
CXX= 5.52486E-12 CXY=-1.54696E-12 CYY= 9.70874E-11
CSS= 1.3947E-10

```

式(4)の歪 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_s$ の値

```

***** ON-AXIS STRAINS *****
EPX= 2.11713E-03 EPY= 5.20646E-03 EPS= 2.09205E-03

```

出力例 (b)

```

RUN
===== PLEASE KEY IN INPUT DATA =====
LONGITUDINAL MODULUS EX=? 1.81E9  $E_x$ 
TRANSVERSE MODULUS EY=? 1.0.3E9  $E_y$ 
LONGITUDINAL SHEAR MODULUS ES=? 7.17E9  $E_s$ 
MAJOR POISSONS RATIO PXY=? 0.28  $\nu_s$ 
OFF-AXIS PLY ORIENTATION ANG. (DEG.)=? 15  $\theta=15^\circ$ 
OFF-AXIS STRESSES, S1=, S2=, S6=? 1.00E6, 0, 0  $\sigma_1=100 \times 10^6 \text{ (Pa)}, \sigma_2=0, \sigma_6=0$ 

```

式(8)のモジュラス $[\bar{Q}]$ の各成分の値

```

::::: Q(I,J) : OFF-AXIS MODULUS :::::
* Q11 *      * Q12 *      * Q16 *      * Q22 *      * Q26 *
* Q66 * Q11      Q12      Q16      Q22      Q26
1.6047E+11    1.27521E+10    3.85029E+10    1.19769E+10    4.36339E+09
1.70252E+10 Q66

```

式(9)のコンプライアンス $[\bar{S}]$ の各成分の値

```

::::: S(I,J) : OFF-AXIS COMPLIANCE :::::
* S11 *      * S12 *      * S16 *      * S22 *      * S26 *
* S66 * S11      S12      S16      S22      S26
1.37686E-11   -3.65721E-12   -3.02007E-11   9.30641E-11   -1.55805E-11
1.31029E-10 S66

```

式(10)の歪 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_6$ の値

```

***** OFF-AXIS STRAINS *****
EP1= 1.37686E-03 EP2=-3.65721E-04 EP6=-3.02007E-03

```