研究論文

擬似等方性ダイヤフラムの有効受圧半径と
リンクリング現象について

浅野 一夫*, 赤坂 隆**

(1980年9月26日受付)

Effective Radius and Wrinkling Phenomenon of the Pressurized
Quasi-isotropic Membrane Diaphragm

K. ASANO* and T. AKASAKA**

(Received September 26, 1980)

The toroidal membrane diaphragm is desirable to be originally formed in a rotatory symmetric structure of composite rubber sheet from the view point of its strength and the working functions. Some trials for such a construction of diaphragm had been presented, but they could not have been in practical use because of their structural complexity. In this study, a quasi-isotropic diaphragm made of triaxially woven fabric was examined experimentally in the stroke properties and fatigue strength. Then, a non-linear analysis on the equilibrium shape and the wrinkling phenomenon of the pressurized membrane diaphragm was given. A good agreement between the theoretical and the experimental results was obtained.

1. は し が き

現用の布入りダイヤフラム^{1,2)}は直交平織り基布をゴム引き加工の後回転曲面状(ハット型, 溝付き型)に成形した薄い膜布で, 織布強化ゴム膜の一種である。ダイヤフラムは作動時に複雑な動的撓み変形を反復するので, しばしば糸切れやゴム層の剝離などによる疲労破壊を起こす。従来の平織り基布を使ったダイヤフラムは顕著な異方性をもっている。正のストローク時に4本の放射状の皺がはっきりとストレーツゾーン(膜布中心部を通る繊維帯)に沿って発生し, ほとんどの場合そこで糸が破断する。これは皺の発生に伴って面内張力がストレーツゾーンに集中するためと考えられる。

これまで, ダイヤフラムの変形特性については, Eaton-Buckingham³⁾やBasekevitch⁴⁾の初等的考察があるが, 前者はダイヤフラムの断面形状をストローク時についても常に円弧と仮定している。後者はストロークのない場合について平衡条件より有効受圧半径を求めている。

また, 竹中⁵⁾は回転対称型ダイヤフラムのゼロストローク時の膜力と受圧半径を解析している。その後, 著者の1人⁶⁾がストレーツゾーンを放射状に張られた不伸長の糸と考え, それが等価圧力分布を受けるときの平衡曲線を求め, その水平接線をもつ位置を定めることによって有効受圧半径 r_e を求めている。この結果は, ストロークがゼロのときはBasekevitchと一致し, ストロークがあるときはEaton-Buckinghamの特性曲線に対する補正になっている。また, この解析は周方向の弾性拘束を無視しているので, 周方向圧縮膜力によって皺の発生した後の撓み状態に対する近似になっていると考えられる。異方性ダイヤフラムのストローク時の変形挙動に関する解析的研究はその後なされていない。

ダイヤフラムはその形状および機能から考えて本来回転対称性をもつような膜布構成にすることが望ましく, 古くから種々の考案が出されているが実用化されていない。ここで本研究では, 平織り基布の2枚重ねおよび新しい3軸織り基布の擬似等方性化を試み, ストローク特性に関する実験を行ない, ダイヤフラムの平衡形状, 有効受圧半径を測定するとともにwrinkling(皺波座屈)の発生機構について解析的考察を与えた。

2. 石膏型法による実験

本実験に供したダイヤフラムの基布構成をFig. 1に

*, ** 中央大学理工学部精密機械工学科 (112 東京都文京区春日 1-13-27)

Dept. of Precis. Eng., Fac. of Sci. and Eng., Chuo University, 1-13-27, Kasuga, Bunkyo-ku, Tokyo 112, Japan

* 大学院生 Graduate Student, ** 教授 Professor

Table 1 Dimensions and properties of diaphragm specimens.

Model	d_p (mm)	d_c (mm)	l (mm)	Elastic property		Fiber
I	30	50	15	Anisotropic	A(H, G)	Polyester (Tetron)
				Quasi-isotropic	B(H, G)	
II	60	100	30	Anisotropic	A(H, G)	Polyester (Tetron)
				Quasi-isotropic	C(H, G)	Polyester

Fig. 1 Fabrics of diaphragm.

示す。(A)は2軸織り1層、(B)は2軸織り2層(45°配向)および(C)は3軸織り(NASAで開発された)1層の3種で、繊維はいずれもポリエステルである。これらの基布をゴム引き加工した膜布としては、(A)が直交異方性、(B)、(C)は擬似等方性になる。8種類の試験片の形状寸法諸元をTable 1に示す。モールド形状にはhat type(帽子型)とgrooved type(溝付き型)の2種類があって、それぞれHタイプ、Gタイプとよぶ。 d_p はダイヤフラムのモールド形状における内側固定部の直径であり、 d_c は外側固定部の直径である。 l は受圧部の子午線方向長さである。

ダイヤフラム平衡形状は、压力容器にダイヤフラム試験片を取り付け、与圧し、各ストローク時の試験片の撓み形状を石膏型にとり、この切断断面形をプロジェクター(拡大率20倍)によって拡大して求めた。内圧 p は0.3, 0.5, 1.5(kg/cm²)の3段階、ストローク w_0 は試験片(I)について $\pm 7, \pm 3.5, \pm 1, 0$ mmの7段階、試験片(II)については $\pm 14, \pm 12, \pm 10, \pm 8, \pm 4, 0$ mmの11段階について実験を行なった。Fig. 2はストロークゼロ、圧力 $p=0.3$ kg/cm²のときのダイヤフラム撓み形状に対する石膏型である。(a)は基布Aの異方性ダイヤフラム、(b)は基布Bの擬似等方性ダイヤフラムのもので、いずれも試験片(I)のものである。異方性のほうは円周方向に一樣とならず、角の丸まった正方形形状になるのに対し、擬似等方性のほうは綺麗な円形状を呈し、基布の相違が明瞭に出ている。また、比較的低圧で正の大きいストローク時には異方性、等方性を問わ

Fig. 2 Deflection shapes of (a) orthotropic and (b) quasi-isotropic diaphragms.

Fig. 3 Wrinkling patterns of (a) orthotropic and (b) quasi-isotropic diaphragms.

ず放射状の皺が数本発生する。Fig. 3はその状態をとらえた石膏型であり、ストローク $w_0=7$ mmの状態のものである。ここで、(a)は4本の皺がストレートゾーンに沿って発生しているのに対し、(b)では等間隔に多発している。この傾向はダイヤフラムのモールド形状や寸法の大小にかかわらず、一般に等方性ダイヤフラムでは小

Fig. 4 Meridian cross section of G-type diaphragm.

さい皺が多発することが注目される。

3. 解 析

ここで Fig. 4 のような円弧子午断面をもつように成型された擬似等方性ダイヤフラムが一定圧力 p をうけ、ストローク w_0 (ピストンの上方 ($z > 0$) への移動を正とする) をもち、皺が生じないものとしての平衡形状を解析する。この問題は円環状膜布が大きい正負のストロークをうける状態を取り扱うことになるので、非線形問題になる。このため、ストロークに応じたある幾何学的初期変形状態を仮定し、その位置からの変位量を未知関数として方程式系をかきかえ、Galerkin 法を用いて逐次近似解を求める方法をとった。

3.1 基礎方程式

周方向および子午線方向膜力 N_θ , N_ϕ は変形前の膜布の単位幅あたりの膜力と定義する。

フック則は

$$\begin{cases} N_\phi = c(\epsilon_\phi + \nu\epsilon_\theta) \\ N_\theta = c(\epsilon_\theta + \nu\epsilon_\phi), \quad c = c_0/(1-\nu^2) \end{cases} \quad (1)$$

とかける。ここで、 c_0 は膜布の 1 軸引張り剛性、 ν はポアソン比、 ϵ_ϕ , ϵ_θ は面内歪成分で次のように与えられる。

$$\begin{cases} \epsilon_\phi = (1/b)(\dot{u} \cos \phi + \dot{w} \sin \phi) + (1/2b^2)(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) \\ \epsilon_\theta = u/r, \quad r = a + b \sin \phi, \quad (\dot{\cdot}) = d/d\phi \end{cases} \quad (2)$$

また、接線回転角 β および変形後の膜布形状の主曲率半径 ρ_1 , ρ_2 は以下のように表わされる (Fig. 5 参照)。

$$\beta = (1/b)(\dot{u} \sin \phi - \dot{w} \cos \phi) \quad (3)$$

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{d(\phi - \beta)}{ds} = \frac{d\phi - d\beta}{bd\phi} = \frac{1}{b}(1 - \dot{\beta}) \quad (4)$$

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{\sin(\phi - \beta)}{r + u} \approx \frac{\sin(\phi - \beta)}{r} \quad (5)$$

Fig. 5 Equilibrium state of deformed diaphragm element.

かくして、法線方向、接線方向の平衡方程式はそれぞれ

$$N_\phi/\rho_1 + N_\theta/\rho_2 = p \quad (6)$$

$$\dot{N}_\phi r + N_\phi b \cos \phi - N_\theta b \cos(\phi - \beta) = 0 \quad (7)$$

とかける。ここで式(6), (7)の膜力成分 N_ϕ , N_θ を消去し、変位についての連立微分方程式を導くことにする。

それに先立って、初期形状に対する変位 $\bar{u}$, $\bar{w}$ を次のように仮定する。

$$\bar{u} \approx 0, \quad \bar{w} = (w_0/2)(1 - \sin \phi / \sin \phi_0) \quad (8)$$

これに対する付加変位 η , ζ を以下のように定義する。

$$u = \bar{u} + \eta, \quad w = \bar{w} + \zeta \quad (9)$$

式(2)から子午線方向歪 ϵ_ϕ は式(9)によって初期形状に対応する 0 次近似項 $\epsilon_{\phi 0}$ と付加変位を含む補正項 $\epsilon_{\phi 1}$ の和として次のように分離して表わされる。

$$\epsilon_\phi = \epsilon_{\phi 0} + \epsilon_{\phi 1} \quad (10)$$

ここで、

$$\begin{cases} \epsilon_{\phi 0} = -\frac{w_0}{2b} \frac{\sin \phi \cos \phi}{\sin \phi_0} + \frac{w_0^2}{8b^2} \frac{\cos^2 \phi}{\sin^2 \phi_0} \\ \epsilon_{\phi 1} = -\frac{1}{b}(\dot{\eta} \cos \phi + \dot{\zeta} \sin \phi) \\ \quad - \frac{w_0}{2b^2} \frac{\cos \phi}{\sin \phi_0} \dot{\zeta} + \frac{1}{2b^2}(\dot{\zeta}^2 + \dot{\eta}^2) \end{cases} \quad (11)$$

である。また、周方向歪 ϵ_θ は補正項のみで表わされ

$$\epsilon_\theta = \eta/r \quad (12)$$

となる。接線回転角 β も同様に、0 次近似項 β_0 と補正項 β_1 の和として次のように表わされる。

$$\beta = \beta_0 + \beta_1 \quad (13)$$

$$\beta_0 = \frac{w_0}{2b} \frac{\cos \phi}{\sin \phi_0}, \quad \beta_1 = \frac{1}{b}(\dot{\eta} \sin \phi - \dot{\zeta} \cos \phi) \quad (14)$$

式(9), (10), (12)および(13)を用いて、平衡方程式(6), (7)をかきかえると

$$\varepsilon_{\phi_1}\psi_1 + \varepsilon_{\theta}\psi_2 + \beta_1\psi_3 + \beta_1\psi_4 = g_1 \quad (15)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\phi_1} + \varepsilon_{\phi_1}\psi_5 + \frac{\nu}{r}\dot{\eta} + \varepsilon_{\theta}\psi_6 + \beta_1\psi_7 = g_2 \quad (16)$$

となる。ここで、

$$\begin{cases} \psi_1 = 1 - \dot{\beta}_0 + \nu(b/r)\sin(\phi - \beta_0) \\ \psi_2 = \nu(1 - \dot{\beta}_0) + (b/r)\sin(\phi - \beta_0) \\ \psi_3 = -\varepsilon_{\phi_0} \\ \psi_4 = -\nu(b/r)\varepsilon_{\phi_0}\cos(\phi - \beta_0) \\ \psi_5 = (b/r)\{\cos\phi - \nu\cos(\phi - \beta_0)\} \\ \psi_6 = -(b/r)\cos(\phi - \beta_0) \\ \psi_7 = -(b/r)\nu\varepsilon_{\phi_0}\sin(\phi - \beta_0) \\ g_1 = g_{10} + g_{11} \\ g_{10} = (pb/c) - \varepsilon_{\phi_0}\{(1 - \dot{\beta}_0) + \nu(b/r)\sin(\phi - \beta_0)\} \\ g_{11} = \dot{\beta}_1(\varepsilon_{\phi_1} + \nu\varepsilon_{\theta}) + (b/r)\beta_1\cos(\phi - \beta_0) \\ \quad \times (\varepsilon_{\theta} + \nu\varepsilon_{\phi_1}) \\ g_2 = g_{20} + g_{21} \\ g_{20} = -(1/r)(\varepsilon_{\phi_0}r)' + (b/r)\nu\varepsilon_{\phi_0}\cos(\phi - \beta_0) \\ g_{21} = (b/r)(\varepsilon_{\theta} + \nu\varepsilon_{\phi_1})\beta_1\sin(\phi - \beta_0) \end{cases} \quad (17)$$

とおいた。 $\psi_i (i=1, 2, \dots, 7)$ および $g_{i0} (i=1, 2)$ は既知の関数である。さらに、式(15)、(16)を η 、 ζ についてかきかえると、

$$\ddot{\eta}f_1 + \dot{\eta}f_2 + \eta f_3 + \zeta f_4 + \dot{\zeta}f_5 = b g_{10} + b g_{11} - (1/2b)(\dot{\zeta}^2 + \dot{\eta}^2)\psi_1 \quad (18)$$

$$\ddot{\eta}f_6 + \dot{\eta}f_7 + \eta f_8 + \zeta f_9 + \dot{\zeta}f_{10} = b g_{20} + b g_{21} - (1/b)(\zeta\ddot{\zeta} + \dot{\eta}\ddot{\eta}) - (1/2b)(\dot{\zeta}^2 + \dot{\eta}^2)\psi_5 \quad (19)$$

となる。ここで、

$$\begin{cases} f_1 = \psi_3 \sin \phi \\ f_2 = (\psi_1 + \psi_3) \cos \phi + \psi_4 \sin \phi \\ f_3 = (b/r)\psi_2 \\ f_4 = -\psi_3 \cos \phi \\ f_5 = \psi_1 \left(\sin \phi - \frac{w_0}{2b} \frac{\cos \phi}{\sin \phi_0} \right) + \psi_3 \sin \phi \\ \quad - \psi_4 \cos \phi \\ f_6 = \cos \phi \\ f_7 = -\sin \phi + \psi_5 \cos \phi + (b/r)\nu + \psi_7 \sin \phi \\ f_8 = (b/r)\psi_6 \\ f_9 = \sin \phi - \frac{w_0}{2b} \frac{\cos \phi}{\sin \phi_0} \\ f_{10} = \cos \phi + \frac{w_0}{2b} \frac{\sin \phi}{\sin \phi_0} \\ \quad + \left(\sin \phi - \frac{w_0}{2b} \frac{\cos \phi}{\sin \phi_0} \right) \psi_5 - \psi_7 \cos \phi \end{cases} \quad (20)$$

である。式(18)、(19)はともに η 、 ζ について非線形2階の微分方程式になるので次の条件の下で解けばよい。なお下線(――)部分は非線形項である。

3.2 境界条件

ピストン壁 ($\phi = -\phi_0$) とシリンダー内壁 ($\phi = \phi_0$) において η 、 ζ はともにゼロであることから

$$\begin{cases} \eta(\pm\phi_0) = 0 \\ \zeta(\pm\phi_0) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

とかける。

3.3 解法

まず付加変位 η 、 ζ が境界条件を満たすように仮定する。すなわち、

$$\begin{cases} \eta = \sum_{i=0}^n p_i \xi_i(\phi) \\ \zeta = \sum_{i=0}^n q_i \xi_i(\phi) \end{cases} \quad (22)$$

とおく。ここで、

$$\xi_i = (\phi_0^2 - \phi^2)^i, \quad (i=0, 1, 2, \dots, n) \quad (23)$$

とする。 p_i 、 q_i は未知定数である。式(18)、(19)に式(22)を代入したときの誤差の重みつき残差をゼロにすることから次式をえる。

$$\int_{-\phi_0}^{\phi_0} (\phi_0^2 - \phi^2)^j \{ \ddot{\eta}f_1 + \dot{\eta}f_2 + \eta f_3 + \zeta f_4 + \dot{\zeta}f_5 - b g_{10} - b g_{11} - (1/2b)(\dot{\zeta}^2 + \dot{\eta}^2)\psi_1 \} d\phi = 0 \quad (24)$$

$$\int_{-\phi_0}^{\phi_0} (\phi_0^2 - \phi^2)^j \{ \ddot{\eta}f_6 + \dot{\eta}f_7 + \eta f_8 + \zeta f_9 + \dot{\zeta}f_{10} - b g_{20} - b g_{21} - (1/b)(\zeta\ddot{\zeta} + \dot{\eta}\ddot{\eta}) - (1/2b)(\dot{\zeta}^2 + \dot{\eta}^2)\psi_5 \} d\phi = 0 \quad (25)$$

式(24)、(25)を整理すると、

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n (A_i^{(j)} p_i + B_i^{(j)} q_i) + C^{(j)} = 0 \\ \sum_{i=0}^n (D_i^{(j)} p_i + E_i^{(j)} q_i) + F^{(j)} = 0, \end{cases} \quad (26)$$

$$(j=0, 1, 2, \dots, n)$$

となる。ここで、

$$\begin{cases} A_i^{(j)} = \int_{-\phi_0}^{\phi_0} (\phi_0^2 - \phi^2)^j \Gamma_{1,i} d\phi \\ B_i^{(j)} = \int_{-\phi_0}^{\phi_0} (\phi_0^2 - \phi^2)^j \Gamma_{2,i} d\phi \\ C^{(j)} = \int_{-\phi_0}^{\phi_0} (\phi_0^2 - \phi^2)^j \left\{ -b g_{10} - \frac{1}{2b} \right. \\ \quad \times (\dot{\zeta}^2 + \dot{\eta}^2)\psi_1 \} d\phi \\ D_i^{(j)} = \int_{-\phi_0}^{\phi_0} (\phi_0^2 - \phi^2)^j \Gamma_{3,i} d\phi \\ E_i^{(j)} = \int_{-\phi_0}^{\phi_0} (\phi_0^2 - \phi^2)^j \Gamma_{4,i} d\phi \\ F^{(j)} = \int_{-\phi_0}^{\phi_0} (\phi_0^2 - \phi^2)^j \left\{ -b g_{20} - \frac{1}{b} \right. \\ \quad \times (\zeta\ddot{\zeta} + \dot{\eta}\ddot{\eta}) + \frac{1}{2b} (\dot{\zeta}^2 + \dot{\eta}^2)\psi_5 \} d\phi \end{cases} \quad (27)$$

$$(j=0, 1, 2, \dots, n)$$

ただし,

$$\begin{cases} I'_{1,i} = \ddot{\xi}_i f_1 + \dot{\xi}_i f_2 + \xi_i f_3 \\ I'_{2,i} = \ddot{\xi}_i f_4 + \dot{\xi}_i f_5 \\ I'_{3,i} = \ddot{\xi}_i f_6 + \dot{\xi}_i f_7 + \xi_i f_8 \\ I'_{4,i} = \ddot{\xi}_i f_9 + \dot{\xi}_i f_{10} \\ \ddot{\xi}_i = -\phi^{i+1} \{i+2 - i(\phi_0/\phi)^2\} \\ \dot{\xi}_i = \phi^i \{-(i+1)(i+2) + (i-1)i(\phi_0/\phi)^2\} \end{cases} \quad (28)$$

である。よって計 $2(n+1)$ 個の未知数 $p_i, q_i (i=0, 1, 2, \dots, n)$ に対して式(26)は $2(n+1)$ 個の方程式を与えるから、この連立方程式を解くことによって p_i, q_i を決定し、 η, ζ を求めることができる。ただし、係数 $A_i^{(j)}, B_i^{(j)}, D_i^{(j)}, E_i^{(j)}$ は既知の定数であるが、 $C^{(j)}, F^{(j)}$ は非線形項を含むので未知数である。そこで、まず $C^{(j)}, F^{(j)}$ の非線形項をゼロとして連立方程式(26)を解く。この解 p_i, q_i は線形解であり、この解によって非線形項を求め、再び $C^{(j)}, F^{(j)}$ を決め連立方程式を解く。この逐次計算を繰り返し、解が一定の値に収束したら計算をやめ、その解を非線形解とする。このようにして得られた p_i, q_i を式(22)へ代入して η, ζ を決めることができる。かくして、平衡状態の断面形、膜力分布およびリンクリング限界 ($N_\theta=0$) 等が計算される。この数値計算にはソード電算機システム(調製)の Mark II 203 を使用した。

3.4 座屈後の解析

以上のべた解析は、ストロークが変化しても座屈しないものとしての解析であるが、実際はストロークが正になると周方向膜力が負となる領域が現われ皺が子午線方向に沿って発生する。つまり、座屈後は $\varepsilon_\theta = u/r$ が成立しないので、2次元フック則の式(1)は意味をなさない。そこで、座屈状態は周方向に拘束を受けないと考え、

$$N_\theta = 0 \quad (29)$$

とみなし、フック則は $N_\phi = C_0 \varepsilon_\phi$ のみを用いて平衡方程式を立てると

$$\begin{cases} N_\phi = \rho_1 p \\ (N_\phi r)' = 0 \end{cases} \quad (30)$$

となる。この解は座屈しない場合と同様にして求めることができる。ただし、ここではストローク正 ($w_0 > 0$) で座屈が起こるとして数値計算を行なった。

4. 数 値 結 果

解析例として、基布が3軸織りである擬似等方性溝つき型ダイヤフラム (II型, C基布, G型) を考え以下の数値を与えた。

Fig. 6 Distribution of N_ϕ at various strokes.

Fig. 7 Distribution of N_θ at various strokes.

$$c_0 = 12.885 \text{ kg/mm}, \nu = 0.330$$

$$a = 40.0 \text{ mm}, b = 10.028 \text{ mm}, \phi_0 = 1.2465 \text{ rad}$$

$$p = 0.30 \text{ kg/cm}^2$$

ここで、引張り剛性 c_0 の値は与圧円筒の1軸引張り試験によって求めたものである。ポアソン比 ν は等方性膜布とみなした理論値である。

ストローク w_0 は -14 mm から $+14 \text{ mm}$ まで 2 mm 間隔ずつ変化させ、それぞれのストローク時における計算結果をグラフ (Fig. 6~11) に描いた。いずれも、 η, ζ が3項近似 (式(22)において $n=2$) の場合である。Fig. 6, 7 は子午線方向および周方向の膜力 N_ϕ, N_θ 分布である。Fig. 7 からわかるように、ストロークが正方向に大きくなるにつれ N_θ の圧縮力が大きくなり皺の発生原因となることがわかる。Fig. 6において負のストロークの場合 N_ϕ が負になる領域が現われるが、実験において周方向の皺はとらえられなかった。これは、膜力 N_ϕ が N_θ に対してその絶対量が小さく、またここで無視している膜布の曲げ剛性の影響によって皺を発生するに至らなかったのであろうと考えられる。なお、

Fig. 8 Distribution of N_ϕ at various positive strokes after wrinkling.

Fig. 9 Equilibrium shapes of diaphragm before and after wrinkling

Fig. 8 のように正のストロークに対する座屈後の解析においては N_ϕ はすべての領域において正となった。ここで、Fig. 6~8 はいずれも内圧 0.3 kg/cm^2 の場合であるが 1.0 kg/cm^2 の場合についても計算した。それによれば、一般に内圧が大きくなると r は大きく、 z は小さくなる。また、 N_ϕ , N_θ はストロークが小さい場合には内圧によって大きく変化するが、ストロークが大きくなるとあまり影響しなくなる傾向がある。これは、ストローク w_0 が大きくなるにつれ内圧の項よりも初期歪の項が大きく影響するからであると考えられる。

5. 実験結果との比較

以上の理論計算結果と実験結果との比較を Fig. 9~11 に示す。Fig. 9 は内圧 0.3 kg/cm^2 のときの断面形状である。太い実線が座屈前、細線が座屈後の理論値であり、破線が石膏型による実験値である。両者の不一致量は比較的低内圧 ($p=0.3 \text{ kg/cm}^2$) においては石膏水の圧力および膜布の曲げ剛性の影響によるものと考えら

Fig. 10 Relation between the effective radius of r_e and the stroke of w_0 .

Fig. 11 Theoretical wrinkling region compared with experimental results.

れる。また、固定境界近傍が小さい曲率半径をもつ形状になっている (Fig. 4 参照) ためストローク正のときにはシリンダー側から、ストローク負ではピストン側から離れ円弧長が多少増加するものと考えられる。Fig. 10 は各ストロークに対する有効受圧半径を比較したものである。太い実線は Fig. 9 同様、座屈しないものとしての解析結果であり、細線は座屈後の計算結果である。1点鎖線はストローク時も常に円弧になると仮定した Eaton-Buckingham の理論解である。ストロークが正の場合の実験値は座屈状態に対応する値であるが、その測定値は皺をさけた断面からもとめたものである。本解析結果はきわめてよく実験値と一致していることがわかる。ただし、座屈前後の理論解析の差はあまり大きくなく実験精度の中に埋没される程度である。また、Fig. 11 は各ストロークに対するリンクリング限界を図示したものである。ここで、リンクリング限界としては

Fig. 7 における $N_0=0$ の点を定義した。実験において子午線方向の皺がストローク $+8\text{ mm} \sim +14\text{ mm}$ の間で発生することが観測された。その皺の占める領域を斜線を施した棒で示した。この皺の発生領域は理論による N_0 の負の領域におさまリ、周方向の圧縮膜力が皺を発生させることを示している。この限界曲線は曲げ剛性を無視したものであるが、これを考慮するとさらにストロークが大きくなったところへ移動すると思われる。なお疲労実験においても、この皺による亀裂（布切れ）が子午線方向に入り破損していた。ただし疲労実験の条件は、 45 cycle/min のくり返し、空気圧 $0 \sim 5\text{ kg/cm}^2$ 、 $\pm 14\text{ mm}$ の範囲のストロークである。なお、3軸織り基布によるダイヤフラムの疲労強度は従来の異方性ダイヤフラムよりも1オーダーほど向上することが実験的に立証され耐久性に優れていることが確かめられた。

6. む す び

布入りダイヤフラムの耐久性向上を目的とし、基布の等方性化を試みた擬似等方性ダイヤフラムのストローク特性について、基礎的実験を行なうとともにダイヤフラムの断面形状やリンクリング現象の発生機構等について

解析を行ない、一応実験結果を説明できる結果をえた。本研究では非線形膜理論を用いて座屈前後の解析を行なったのであるが、しかし、実際実験に使用した3軸織り基布のダイヤフラムではその曲げ剛性の影響は必ずしも無視できないようである。曲げ剛性を考慮した解析は今後の課題としたい。

おわりに、実験において種々ご協力いただいた藤倉ゴム㈱に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 川元修三：自動制御，8，2(1961)，120-130.
- 2) 小島正男，長倉一雄：計装と工業，Sept. (1962)，20-32.
- 3) H.N. Eaton & C.J. Buckingham：B.S.-Report, 206 (1925).
- 4) N. Basekevitch：Mach. Des., 30, 16, Aug. (1958)，124.
- 5) 竹中利夫：日本機械学会論文集，26，168 (1960)，1062-1068.
- 6) 赤坂 隆：中央大学理工学部紀要，11，Dec. (1968)，96-103.