複合材料講座

ハイブリッドの力学 (II)

福田 博*

4. 強度と破壊

4.1 強度の複合則

まず通常の複合材料について復習する。連続繊維を一定量 ($V_{\min}$) 以上含んだ方向強化材の強化方向の強度は第一近似的に

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m' (1 - V_f) \quad (24)$$

で求められる。ここで、 σ_c , σ_f は複合材料および繊維の強度、 σ_m' は繊維の破断歪に対応するマトリックスの応力である。この式は繊維の破断歪に達すると複合材料が一挙に破壊するとしたものであり、マトリックスの寄与分は σ_u (極限強さ) ではなく σ_m' である点を銘記する必要がある。一方、繊維が少ないときにはそれらが切れても材料全体の破壊には至らない。繊維が切れたことによる応力の乱れを無視すると、強度は $1 - V_f$ 分のマトリックスの耐荷能力ということになり、

$$\sigma_c = \sigma_u (1 - V_f) \quad (25)$$

となる。 $V_{\min}$ は (24), (25) 式を等置して

$$V_{\min} = (\sigma_u - \sigma_m') / (\sigma_f + \sigma_u - \sigma_m') \quad (26)$$

と求められる。これらをまとめて図8に示す²⁹⁾。

次にハイブリッドの強度に移る。

林¹⁴⁾は弾性率、強度に重ね合せの法則が成り立つとして、弾性率、強度、最大歪の要求性能を満たす設計法を提案している。図9は CFRP, BFRP (ポロン), GRP の3種類の繊維を用いたハイブリッドの応力-歪線図であり、 E_I , σ^* , ϵ^* が要求性能を満たせばよい。本論文では複合則の考え方を陽には示していないが、内容はそれに近い。

ハイブリッドの複合則には繊維の体積含有率の合計と、繊維の構成比が関与するため、図がこみ入ってくる。そこで、全体の含有率が一定としたときの図をかくのが普通であり、Manders ら³⁰⁾, Aveston ら³¹⁾, 福田⁵⁾ などがそうしている。ここでは後の議論の都合上、福田⁵⁾ の図を図10に示す。図ではカーボン/ガラスを想定しているが、材質は何であってもよい。文献 30),

31) では E 点の値がゼロとなっているところだけが違う。

図10を説明する。カーボン繊維の破断歪 (約1%) はガラス繊維 (約3%) より小さいので、ハイブリッドのなかではカーボンのほうが先に破断するものと考えられる。したがってカーボン繊維が破断する直前のハイブリッド中の平均応力は図10のBDのようになる。一方、カーボン繊維が切れた後の残存耐荷能力はガラス側のみで受け持ち、図のAEのように右下りの直線となる。すなわち、カーボン繊維が少ない範囲では、カーボンが切れた後もガラス側が荷重を受け持ち、強度はACとなり、カーボン繊維が多くなると、カーボンの破断と同時にハイブリッド材が破壊し、強度はCDのようになる。この図は単一繊維複合材の強度予測図 (図8) と酷似している。

さて、各点の値であるが、Manders ら³⁰⁾ の考えは以下のとおりである。 σ_{GFRP} , σ_{CFRP} をガラスおよびカーボン複合材の強度、 ϵ_{GFRP} , ϵ_{CFRP} を破断歪とすると、A, D, B点の応力は順に σ_{GFRP} , σ_{CFRP} , $K\sigma_{GFRP}$ となる。ここで、 $K = \epsilon_{CFRP} / \epsilon_{GFRP}$ である。したがってAC, CDの線は

$$AC: \sigma_h = \sigma_{GFRP} \cdot (1 - \mu) \quad (27)$$

$$CD: \sigma_h = \sigma_{CFRP} \cdot \mu + K\sigma_{GFRP} (1 - \mu) \quad (28)$$

となる。ここで

$$\mu = V_{CFRP} / (V_{CFRP} + V_{GFRP}) \quad (29)$$

である。式(27)で $\mu \rightarrow 1$ の極限は確かにゼロとなる。しかし、これはCFRP, GFRPをそれぞれ一体のものとしてとらえたために起こった、ちょっとした錯覚である。

これに対して、カーボン繊維、ガラス繊維、マトリックスを分けて考えると以下のようになる。カーボン繊維とガラス繊維の含有率の合計 $V_f (= V_f^c + V_f^g)$ は一定とし、通常の複合材料には(24)式が成り立つとする (つまり、繊維量は $V_{\min}$ より多い)。するとA点の応力 (σ_{GFRP}) は、

$$\sigma_{GFRP} = \sigma_f^g V_f + \sigma_m' (1 - V_f) \quad (30)$$

となる。同様に、

$$D点: \sigma_{CFRP} = \sigma_f^c V_f + \sigma_m'' (1 - V_f) \quad (31)$$

$$B点: \sigma_B = K\sigma_{GFRP} \quad (32)$$

となる。ここで σ_m' , σ_m'' はガラスおよびカーボン繊維

* Hiroshi FUKUDA: 東京大学工学部境界領域研究施設

(153 東京都目黒区駒場 4-6-1)

図8 通常の複合材料の強度の複合則²⁹⁾
(村上陽太郎訳：複合材料，丸善(1971)より引用)

図9 重ね合せによる応力-歪線図¹⁴⁾

が切れるときのマトリックスの応力である。E点の値は以下のようにして求められる。AEの線はカーボン繊維の寄与がないとしたときのものである。1- V_f のマトリックスと、 $V_f(1-\mu)$ のガラス繊維と、 $V_f\mu$ の空洞（もとはカーボン繊維）から成るモデルを考えればよい。そして $\mu \rightarrow 1$ の極限をとると、(24)式より

$$E点：\sigma_E = \sigma'_m (1 - V_f) \quad (33)$$

が得られる。

図10はCFRPとGFRPの強度が等しいとしたときの線図であるが、Mandersら³⁰⁾はCFRPのほうが、またAvestonら³¹⁾はGFRPのほうが大きいような線図を示している。カーボンにもガラスにも何種類もあり、どちらが強いかは一概には論ぜられない。なお、図10のADを結んだ線を複合則と呼ぶこともあるが、これは誤りである。

以上、一方向強化材の繊維方向の強度について論じたが、その他の方向の強度を素材の特性から推定する理論

図10 ハイブリッド材の強度の複合則およびシミュレーション結果⁵⁾

はハイブリッド、非ハイブリッドを問わずいまのところ皆無である。ただ、横方向に引張った場合の延性マトリックスの降伏等については研究報告がある。

4.2 強度の巨視理論

一方向強化材（非ハイブリッド）の主軸方向の強度（強度を F という記号で表わすと、 F_L 、 F_T 、 F_{LT} 等）が既知のとき、off-axisの強度あるいは多軸応力下での強度を推定する理論には、最大応力説、最大歪説、Tsai-Hill 則、Tsai-Wu テンソル則などがある。ハイブリッドも均質な直交異方性体とみなせばこれらの強度則が適用できる。積層板についても基本的には同じと考えられるが、たとえばガラス層の存在により、CFRP積層板単体よりは層間剪断応力が緩和されるといった面が出てくるかもしれない。

4.3 破壊の微視力学

微視力学 (micromechanics) という言葉はいくつかの意味に使われている。Jones¹³⁾は複合材を均質異方性体とみなすいわゆる巨視力学に対して、繊維とマトリックスを区別する立場を微視力学と呼び、Mandersら³²⁾は微視力学的（統計的）手法を破壊力学的（熱力学的）手法と対置させている。さらには転位あるいは介在物を eigen 歪で置き換えて解析する手法をとくにマイクロメカニクスと呼ぶこともある^{24,33)}。ここでは Jones の定義に立脚しつつ多くは統計的手法について述べる。

(1) multiple fracture

ハイブリッド複合材では2種類の繊維の破断伸びが違うのがふつうであり、破断伸びの小さい繊維を LE (low elongation)、大きいほうを HE (high elongation) 繊維と呼んでいる。先に複合則の項でも示したように、ハイブリッドに荷重をかけたとき、LE 繊維がまず切れる。

図11 multiple fracture³⁴⁾

図12 GFRP/CFRP/CFRP/GFRP 構成のハイブリッド材の層間接着の有無による荷重-歪挙動の違い
(Bunsell ら³⁴⁾の図より作成)

ところで、LE 繊維が一部切れても HE 繊維は破断伸びが大きいので、ただちにハイブリッド全体の破壊にはつながらない。さらに歪をふやしていくと、今度は LE 繊維の別の場所で切れる。こういうプロセスが暫く続いた後、HE 繊維が耐えられなくなり、全体の破壊に至るわけである。このとき、1本の LE 繊維が数カ所で切れてズタズタになるが、これが multiple fracture である。

図11に Bunsell ら³⁴⁾の観察を示す。彼らは CFRP/GFRP 層間ハイブリッド材で層間接着なしと良好な試験片を作り、図12のような荷重-歪線図を得ているが、multiple fracture_qは接着良好の場合に起こり、図のこぎり状のギザギザが対応していると述べている。

Aveston ら³⁵⁾はこの multiple fracture の条件を求めている。まず、カーボン/ガラス/エポキシ系においてガラス/エポキシをマトリックスとみなす。この考え方は先に弾性率のところで述べた Maksimov ら²²⁾のものと類似である。すると、LE 繊維が破断するときハイブ

図13 Aveston-Sillwood のモデル³⁵⁾

Fibres: カーボン繊維, "Matrix": ガラス繊維+樹脂

リッドの受け持つ応力は $\varepsilon_{fu}(E_f V_f + E_m V_m)$ となり、LE 繊維が強度に寄与しないとしたときの HE 繊維/マトリックス系の極限強さは $\varepsilon_{mu} E_m V_m$ となる。ここで f はカーボン繊維、 m はガラス繊維+樹脂で、 u は極限の意味である。したがって multiple fracture の条件は

$$\varepsilon_{fu}(E_f V_f + E_m V_m) \leq \varepsilon_{mu} E_m V_m \quad (34)$$

となる。これは図10のBCおよびACに対応する。一例としてカーボン/ガラス/エポキシを考え、 $\varepsilon_{mu} \approx 0.025$, $\varepsilon_{fu} \approx 0.005$, $E_f = 300$ GPa, $V_f = 0.2$ とすると、上式より $E_m \geq 19$ GPa となり、これより multiple fracture を起こすためにはガラス繊維が全体の20%以上入っていることが必要となる³⁵⁾。Aveston は別の論文でも multiple fracture を扱っており³¹⁾、別の表記法を用いているが、内容は上式と同じである。

(2) Aveston-Sillwood の強度論³⁵⁾

ハイブリッド材の強度についての Aveston らの理論を以下に示す。ここでも HE (ガラス) 繊維/マトリックス系をマトリックスとみなしている。モデルは図13のように、一本の LE 繊維が切れると残りすべての LE 繊維は同一断面上でただちに切れると仮定している。応力はどの断面でも

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m \quad (35)$$

で、繊維が破断応力 (σ_{fuc}) に達したときには、

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_{fuc} = \sigma_{fuc} V_f + \varepsilon_{fuc} E_m V_m \quad (36)$$

となる。ここで添字の c は繊維の複合材料中での値であることを示す。上の二式より

$$\sigma_m = (V_f/V_m)(\sigma_{fuc} - \sigma_f) + \varepsilon_{fuc} E_m \quad (37)$$

となる。 σ_f には次式の Rosen³⁶⁾ のシア・ラグ解を用いる。

$$\sigma_f = \sigma_{fuc}(1 - e^{-\varepsilon/\varepsilon_f}) \quad (38)$$

ここで、

$$\eta^2 = \frac{G_m}{E_f} \frac{\sqrt{V_f}}{1 - \sqrt{V_f}} \cdot \left(\frac{1}{r_f} \right)^2 \quad (39)$$

で、 G_m はマトリックスの剪断弾性係数、 r_f は繊維の半径である。(37), (38)式より

$$\sigma_m = \Delta\sigma_{m0} e^{-\eta x} + \varepsilon_{fuc} E_m \quad (40)$$

となる。ただし、

$$\Delta\sigma_{m0} = (V_f/V_m) \sigma_{fuc} \quad (41)$$

で、これは繊維破断によるマトリックスの付加応力項である。この項によるマトリックスの付加伸び (δl) は、

$$\delta l = \frac{2\Delta\sigma_{m0}}{E_m} \int_0^\infty e^{-\eta x} dx = \frac{2\varepsilon_{fuc}}{\eta\alpha} \quad (42)$$

となる。ここで、

$$\alpha = E_m V_m / E_f V_f \quad (43)$$

である。一方、単位断面積当りの外力の仕事は $(1/2) E_c \varepsilon_{fuc} \delta l$ なので、これを繊維の表面エネルギー γ_f と比較して

$$E_c \varepsilon_{fuc}^2 / \eta\alpha \geq 2\gamma_f V_f \quad (44)$$

が、破壊が継続する条件、もしくは ε_{fuc} を決める式となる。以上は繊維とマトリックスが完全にくっついている場合であるが、debond が起こる場合には

$$\varepsilon_{fuc}^3 = 12\gamma_f \tau E_m V_m^2 / E_c V_f E_f^2 r_f \quad (45)$$

となると述べている (τ は剪断強度)。

この理論はたいへん奇妙である。図 13 のように繊維が切れたモデルから出発しながら、(44)式では繊維が切れる条件にすり替わっている。また他にも問題点が多々あり、大いに問題が残る。

(3) Zweben の理論³⁷⁾

ハイブリッドに入る前にいわゆる統計的手法について概説する。いわゆる複合則では、繊維なりマトリックスが一定の特性をもっているとしているが、実際には、1本1本の繊維の強度は違うし、1本の繊維のなかでも場所によって強度が違う。したがって、複合材料を引張った場合、材料は瞬時に破壊するのではなく、最も弱い繊維がまず切れ、応力再配分が起こり、その再配分された応力のもとで最も弱い繊維が次に切れ…、というプロセスを経て破壊に至る。これが統計的手法の概略であるが、この手法では応力再配分の計算と、強度分布をいかに組み込むかが課題となる。非ハイブリッドについては両課題とも多くの論文が出されているが、ここでは省略する。

さて Zweben の理論に移る。モデルは図 14 であるが、破断繊維まわりの応力集中の計算にはさらにモデル化して図 15 を用いている。このモデルをシア・ラグ理

図 14 引張り強度解析モデル³⁷⁾

図 15 応力集中係数を求める簡略化モデル³⁷⁾

論により解くと、隣接繊維の応力集中係数 (k_h) は、

$$k_h = 1 - (m_1 - m_2)C \quad (46)$$

となる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} m_1 \\ m_2 \end{aligned} \right\} &= \sqrt{\frac{\rho+1 \pm \sqrt{\rho^2+1}}{\rho}} \\ C &= \{m_1(2-m_1^2) - m_2(2-m_2^2)\}^{-1} \\ \rho &= E_1 A_1 / E_2 A_2 \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

である。

次に強度（破断歪）の統計処理であるが、LE および HE 繊維の累積度数分布が次の Weibull 分布

$$\left. \begin{aligned} F_1(\varepsilon) &= 1 - \exp(-pl\varepsilon^q) \approx pl\varepsilon^q \\ F_2(\varepsilon) &= 1 - \exp(-rl\varepsilon^s) \approx rl\varepsilon^s \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

に従うものとする。ここで l は長さ、 p, q, r, s はワイブルパラメータである。図 14 で LE, HE 繊維は各 $N/2$ 本とし、1 本の繊維は無効長さと呼ばれる δ_h ごとに区切り M_h 個のリンクから成ると考える（試験片長さを L として、 $M_h = L/\delta_h$ ）。 $(N/2) \cdot M_h$ 個の LE リンクのうち、歪 ε でこわれる数の期待値 (X_{1h}) は、

$$X_{1h} = (1/2) M_h N F_1(\varepsilon) \quad (49)$$

で与えられる。LE リンクが 1 個こわれると、隣接 HE リンクの歪は $k_h \varepsilon$ となり、HE リンクが破壊する確率は

$$P_h = \{F_2(k_h \varepsilon) - F_2(\varepsilon)\} / \{1 - F_2(\varepsilon)\} \quad (50)$$

となる。HE 繊維は LE 繊維の両側にあるが、そのどちらかが破壊する確率は

$$P_{2h} = 1 - (1 - P_h)^2 \quad (51)$$

となる。上の可能性が X_{1h} 回あるので、LE リンクの破壊に続いて HE リンクの破壊が起こる数の期待値は

$$X_{2h} = X_{1h} P_{2h} \quad (52)$$

と求められる。Zweben はこれが 1 になるとき、つまり、

$$X_{2h}(\varepsilon_{2h}) = 1 \quad (53)$$

をハイブリッドの破壊とみなしている。 ε_{2h} は 2 の繊維がハイブリッド中でこわれる歪の意味である。(53)式に必要な式を入れて整理すると

$$\varepsilon_{2h} = [NL\delta_h p r (k_h^s - 1)]^{-1/(q+s)} \quad (54)$$

が得られる。LE 繊維のみの非ハイブリッド材では

$$\varepsilon_2 = [2NL\delta p^2 (k^q - 1)]^{-1/2q} \quad (55)$$

となるので、ハイブリッド化による破断歪の増大率 R_ε は

$$R_\varepsilon = \varepsilon_{2h} / \varepsilon_2 \quad (56)$$

となる。Zweben の行なった実験では、カーボン/ケブラーの一方方向材の場合 $R_\varepsilon = 1.04$ 、織物の場合 1.32 で、理論値は 1.22 となり実験の中間に来ていると述べている。

この理論はかなりよい方向を示しているが、モデルがあまりにも小さすぎ、1 本の LE 繊維が切れたあと、次に切れるのは HE 繊維ではなく、もう 1 本隔たった LE 繊維である公算が大きい点や、図 15 のモデルでは応力集中係数を低めに予測する（強度にとっては危険側）点など若干気にかかる。

図 16 シミュレーションのモデル化⁴⁾

図 17 シミュレーション結果の一例⁵⁾

(4) Fukuda らのシミュレーション

Zweben のモデルはやや小さすぎるため、福田らはその拡張を行なっている。まず、Hedgepeth³⁸⁾、Ji ら³⁹⁾のシア・ラグ理論にならい、図 15 ではなく 14 の応力集中係数を求め²⁾、次いで複数の繊維が切れた場合の応力集中問題を解いた³⁾。これを図 16 の Rosen モデル（を拡張したもの）に組み込み、モンテカルロ法によるシミュレーションを行なった^{4), 5)}。本節のはじめに述べた、multiple fracture なども説明できるが、詳細は略し、応力-歪線図の一例だけを図 17 に示す。モデルは層内ハイブリッドで、Bunsell らの層間ハイブリッドとは違うが、図 12 の接着良好の場合と酷似した結果を得ている。なお Fukuda ら⁴⁰⁾は層間ハイブリッド材についてもシミュレーション結果を報告している。

以上(3)、(4)の手法の一つの難点はいわゆる debonding あるいは pull-out のモードが入っていないことであり、必ずしも十分とはいえないまでもそれを考慮した奥野ら⁴¹⁾の考えをとり入れる必要があろう。なお、図 10 で平均値と標準偏差で示した GFRP, Hybrid, CFRP の値はシミュレーションによるものである。

(5) Manders-Bader のアイデア

繊維の束が大きくなると相対的に強度が低くなることは、たとえば Coleman⁴²⁾ の研究に見られるように、一昔前に大いに議論された。Manders らはこれに立脚し、ガラス繊維にとり囲まれて孤立したカーボン繊維の束が小さいほど強度は上がるはずだとして、1万本のトウを3,620, 1,620, 630 本に分けた精密な実験³⁰⁾および理論的展開³²⁾を行なっている。また昨年の ICCM-IV でも新たなデータを報告している⁴³⁾。彼らのアイデアはハイブリッドの微視力学の本質にかなり迫ったものといえよう。

参 考 文 献

- 29) A. Kelly : *Strong Solids*, Oxford University Press (1966); 村上陽太郎訳：複合材料，丸善 (1971), p.163.
- 30) P.W. Manders & M.G. Bader : *J. Mater. Sci.*, **16** (1981), 2233.
- 31) J. Aveston & A. Kelly : *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, **294** (1980), 519.
- 32) P.W. Manders & M.G. Bader : *J. Mater. Sci.*, **16** (1981), 2246.
- 33) 村外志夫, 森 勉：マイクロメカニクス，破壊力学と材料強度講座，5，木原博監修，培風館 (1976)。
- 34) A.R. Bunsell & B. Harris : *Composites*, **5** (1974), 157.
- 35) J. Aveston & J.M. Sillwood : *J. Mater. Sci.*, **11** (1976), 1877.
- 36) B.W. Rosen : *AIAA J.*, **2** (1964), 1985.
- 37) C. Zweben : *J. Mater. Sci.*, **12** (1977), 1325.
- 38) J.M. Hedgepeth : NASA TN D-882 (1961).
- 39) X. Ji, G.C. Hsiao & T.W. Chou : *J. Compos. Mater.*, **15** (1981), 443.
- 40) H. Fukuda & K. Kawata : *Trans. Jpn. Soc. Aeronaut. Space Sci.*, **25** (1983), 15.
- 41) 奥野 攻，三浦維四：日本金属学会誌，**42**(1978)，736.
- 42) B.D. Coleman : *J. Mech. Phys. Solids*, **7** (1958), 60.
- 43) M.G. Bader & A.M. Priest : *Progress in Science and Engineering of Composites*, ed. by T. Hayashi, K. Kawata & S. Umekawa, Jpn. Soc. for Compos. Mater. (1982), p. 1129.