多くの実験を交え理解の促進を目指した 初学の流体力学講義の実践

A Lecture Intending Promotion of Understanding on Fluid Dynamics for Freshmen
through Novel Explanations and Experimental Demonstrations

高 木 正 平^{*1}
Shohei TAKAGI

Freshmen learn a lot of important formula and theorems in fluid dynamics. It is often observed that their understanding and application of those in conventional lecture are unsatisfied. In order to overcome such undesirable situation, many experiments related to fluid-dynamics contents were demonstrated intending promotion of understanding on the formula and theorems lectured. The present paper introduces a few contents of the lecture and reports the results of questionnaire filled out at the end of the lecture.

Keywords : Experimental Demonstration, Fluid Dynamics, Lift, Bernoulli Theorem, Energy Conservation, Roberval Balance, Communicating Tube

キーワード: 実験実証, 流体力学, 揚力, ベルヌーイの定理, エネルギー保存, ロバーバルの天秤, 連通管

1. はじめに

理工系の学生は、なじみ深いニュートン力学の3つの法則を始めとして、多くの重要な公式や定理に出会う。しかしそれらを正しく理解し、正しく適用できていない場合も多々見受けられる。その代表的な例は、ベルヌーイの定理であろう。飛行機の揚力発生機構の説明にしばしば登場するこの定理は、流体密度が一定と見なせる場合には流体運動におけるエネルギーの保存を表し、ある流線に沿って『速度が速くなると圧力は低下し、逆に速度が小さくなると圧力は上昇する』ことを説明している。多くの翼がそうであるようにその断面形状として、下面に比べて上面が膨らんでいることを前提として、速度が下面のそれより速いことが合理的に説明できれば、上下面の圧力の差から揚力の発生が説明できる。しかしながら、何故速度の差が生じるかを合理的に説明する必要がある。この説明のために翼の前縁から分岐した流れが翼の後縁に同時に到着するためには、道のりの長い上面の方が流れは速くならなければならないとする『同時到着理論』がよく使われる。分岐した流れは後縁に同時に到着しないことは流れの可視化写真¹⁾で示されているだけでなく、流れに対して迎え角を持たないが揚力は発生する薄い円弧翼の場合には適用できない。また、作用と反作用

を用いた説明²⁾も妥当でないことは翼前後の流線を可視化した写真を見れば明らかである³⁾。これらとは異なる別の合理的な説明^{1), 4), 5)}が求められる訳である。

一方、ベルヌーイの定理は、運動のエネルギーと圧力に加えて位置エネルギーの和が保存される公式に拡張できるが、圧力の変化が無視できる場合は、質点の運動のエネルギーと位置エネルギーの和が保存され、この定理は密度を質量に置き換えするだけで質点の力学にも適用できる。棹天秤の釣り合いは、錘の支点からの距離と錘の質量を掛けたモーメントが等しい性質を用いて解く方法が一般的である。しかし、後述するロバーバルの天秤や連通管にこの手法を適用した場合、簡潔で合理的な説明は甚だ難しいが、エネルギーや仕事の保存の法則を適用すると驚くほど簡潔に説明できる。

筆者は本学工学部の一年生を対象としたオムニバス形式の講義の中で『航空宇宙機を支える流体の性質とメカニズム』を3回担当した。この講義では、上記に述べた揚力の発生機構を中心に扱うが、幸いにも流体運動は身の周りに幾らでも題材があることから講義の中で多くの実験を採用し、ベルヌーイの定理の正しい適用や誤った解釈を指摘しながら受講者の理解促進に役立てた。さらに質点や流体の性質を一つ一つ実験で確認しながら積み上げて、最後に揚力発生の合理的な説明をするための実験で締めくくる方式をとったところ、極めて大きな反響と効果が得られた。そこで、

2012年2月27日受付

※1 室蘭工業大学

図1 等速円運動する質点

講義内容の概略と講義終了に実施したアンケートの結果を報告する。また、天秤の釣り合いをモーメントではなくエネルギーの保存の観点から説明を行い、意外性を持つロバーバルの天秤を実演した結果とその反応も合わせて報告する。

2. 講義の概要

2.1 ニュートン力学の質点運動

身の周りの質点の運動はニュートン力学の3つの法則（慣性、外力と加速度、作用と反作用）に支配されている。今、紐に錘を付けて振り回し等速円運動をさせる場合を考えてみよう。図1に示すように質点の質量を m 、周速度を v 、回転半径を r とする。等速運動する質点は第1法則より、等速直線運動を続けようとする。しかし紐によって外力が作用して質点の直線運動は妨げられ、円運動を継続する。この外力を f 、質点の加速度を α とするならば、第2法則より、

$$f = m\alpha = mv^2/r \quad (1)$$

となることは良く知られている。この加速度の方向は紐に沿うことから、外力は円運動の中心に向かい向心力と呼ばれている。一方、質点には向心力と大きさは等しいが、方向が逆の遠心力が発生している。この関係は、作用・反作用から説明できる。ここまでの質点の力学については、概ね初学の学生といえども容易に受け入れられるであろう。

さて、質点の運動を支配する式 $f = m\alpha$ から、自由に変形する流体の運動に拡張されたEuler方程式は、図2のように定常で流線が湾曲した2次元流体運動を仮定するならば、流線のベクトルを $\vec{s} (s=|\vec{s}|)$ 、流線に沿う速度を q 、流線と直角方向の単位ベクトルを $\vec{n}$ 、流線の曲率半径を r とし、その場の圧力を p とするとき、次のように表せる。

流線に沿った運動方程式は：

$$\frac{\partial p}{\partial s} = -\frac{\rho}{2} \frac{\partial q^2}{\partial s} \quad (2)$$

流線と直角方向の力の釣り合い式：

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{\rho q^2}{r} \quad (3)$$

図2 湾曲する流線に沿う流体粒子の運動

ただ、この式の導出は、些か煩雑であることから、流線に沿う方程式と、それと直角方向の運動に分解して導き出されるものとして、受け入れてもらう。(2)式は、流線に沿って積分すると、良く知られたベルヌーイの定理が導かれる。一方、流線と直角方向の釣り合いの式(3)は、流体の場合圧力が質点の紐に相当していることが解る。すなわち、流体が湾曲して等速運動している場合、質点の円運動と同様に流体は凸に湾曲した方向に遠心力が発生する。この遠心力は、流線の凸側から凹面に向かう圧力の勾配と釣り合うことを意味し、圧力勾配は糸の働きをするわけである。

2.2 ベルヌーイの定理

良く知られたベルヌーイの定理は圧力、流体の速度、その密度及び地表面からの高さを、それぞれ p , u , ρ , z と記すとき、

$$\frac{1}{2}u^2 + \frac{p}{\rho} + gz = \text{const.} \quad (4)$$

と書き下される。圧力は大気のように流体が静止している場合の圧力を $\bar{p}$ 、局所的な大気の静圧を p' と記せば(4)式は、下記の2式に分離できる。

$$\frac{\bar{p}}{\rho} + gz = c_1 \quad (5)$$

$$\frac{1}{2}u^2 + \frac{p'}{\rho} = c_2. \quad (6)$$

(5)式に熱力学の第一法則と状態方程式を適用すれば、高度と温度の関係が導かれる⁶⁾。また、 $\bar{p}$ は大気の重みで生じたもので、1平方センチメートル当たりおおよそ1 kgであることは周知である。机の縁に割り箸の一部を突きだし、机に載せた箸を被うように新聞紙を置いて突き出た割り箸に手を勢いよく振り下ろす。勢いがないと箸と紙の間に隙間ができて、空気が入り紙は破れても箸は折れない。空気が入らない程度に素早く振り下ろすのがコツで、紙はほとんど破れずにいとも簡単に箸は折れ、空気の重みを実感できる。この実験で箸が折れた瞬間、学生から自発的に拍手が湧いた。さらに、新聞紙を水で濡らした場合も試しに行う。水で紙は机と密着するけれども、紙の強度は極端に落ちることから、今度は箸は折れずに紙が破れるだろうと、大方の学生は予測していたようである。勢いよく手を振り下ろすと、新聞紙は無傷で見事に箸は折れ、

図3 霧吹きを原理を理解するための実験装置

図4 コアンダ効果と流線の湾曲

どよめく空気が読み取れる。

さて、(4)式を確認するために流路を拡大・縮小させた簡単なラバール管を用意し、それぞれに静圧孔を空けてパイプを取り付け、さらにパイプに着色水を入れた透明ビニール管を繋いでU字形にして送風機から流路に流れを送る実験を披露した。図解ではよく見かける流れであるが、実際に目で確認したのは多くの学生にとって初めてのようで、129名の学生が解りやすい実験であると賞賛している。次に、(4)式が適用できない例を明示するとさらに効果的である。図3に示すような霧吹きについての三通りの実験を行う。平板に直角にストローを取り付け、平板に沿ってストロー上端に息を吹きかけ、静圧が下がればコップに入れた着色の水は吸い上げられ、圧力の低下が確認できる仕組みになっている。図3aでは空気を強く吹いても水は一向に揚がらない。ストローから出た流れの静圧は直ちに大気圧になるからである。ベルヌーイの定理を思い浮かべたであろう30名の学生が、意外な結果に驚きを表している。

ではストロー上端の圧力を下げ、水を吸い上げるためにはどうすればよいであろうか。図3bのように空気を吹き出すストローに対して水を吸い上げるストローを直径の半分程度まで突き出したときが最も水は効率よく吸い上げられる。強く吹けば、水は優に18cm以上も吸い上げられ、水が霧状になるのを確認できる。その理由として次の2つの作用が考えられる。吹き出

された流れはストローで妨害され、左右と上方に回り込む。左右を回り込む流れはストロー上端の圧力低下にはほとんど貢献しないであろうが、ストロー上端に回り込む流れはやや加速されて流線は大きく湾曲し、さらに湾曲した流れはストロー下流端で剥がれる。流れの湾曲と剥離はストロー上端の圧力低下に貢献するであろう。その大雑把な割合を調べるために、図3cのようにストローの中程にナイフで切り込みを入れて直角に曲げ、流れがストロー上部で湾曲するのを防いだ。結果としては、幾ら強く空気を送り込んでも高々水の上昇は5cm程度であることから、剥離による圧力低下への貢献度は3:1程度と見積もることができようである。この実験から式(3)に示すように圧力の低下に流線の湾曲と流れの加速が大きく貢献していることが理解できる。

2.3 コアンダ効果

図4aのように紙を手で持ち、その端から空気を紙に吹き付けると紙は流れに吸い寄せられる。この現象もベルヌーイの定理で説明されることがあるが⁷⁾、明らかに誤りである。図3aと同じように、口から吹き出した流れの静圧は大気圧で、紙が流れに吸い寄せられるのは圧力の低下ではなくコアンダ効果のためである。紙の代わりに壁があると流れが壁に付着する。図4bは鉛直に吹き出した円形噴流に浮遊するピンポン玉で、噴流を左右前後に動かしても玉は安定に追従する。安定に浮遊する理由としてベルヌーイの定理で説

図5 棹天秤の釣り合いと連通管

明されることがあるが、これも合理的な説明が難しく、むしろコアンダ効果と後述する流線の湾曲を用いると驚くほど易しい説明ができる。吹き出しを斜めにしてもピンポン玉は安定に浮遊する（図4c）。理由は、次のように説明できる。ピンポン玉の重心位置は自重で噴流中心から下方にずれるため、ピンポン玉の上部を回り込む流量は下部より多くなり前記のコアンダ効果と流線の湾曲の反作用から揚力が生じる。また、噴流で作られる抗力、それにピンポン玉の自重で作る力の平行四辺形が成り立ち、揚力と抗力の水平成分が打ち消し合ってピンポン球は吹き飛ばされずに安定に浮遊する。最も典型的なコアンダ効果の実験は図4dに示すように、円筒を用意し、ストローから円筒の接線方向に吹き出して、吹き出しと反対側に置いたローソクの火をいともた易く消す実験である。4割の学生がこの実験に驚きを示している。

2.4 天秤と連通管の釣り合い

図5aのように棹天秤の釣り合いを考える。支点をOとし、錘AとBが釣り合っていれば、三角形AOA'と三角形BOB'は相似であることから、モーメントの釣り合いから、 $m_A a' = m_B b'$ である。さらに相似の関係から、 $m_A a'' = m_B b''$ は明らかに成り立つ。この両辺に重力加速度gを掛けて移項すると、

$$-m_A g a'' + m_B g b'' = 0 \quad (7)$$

この式(7)の意味することは、水平線A'OB'からの2つの錘の位置エネルギーの和が0となることである。また、天秤の棹の傾きによらないで、棹がどの位置でも常に釣り合いは保たれる訳である。

図5bのような連通管の両脚の断面積を S_A 、 S_B とし、これにそれぞれ f_A と f_B の力が加わって釣り合っているとき、

$$\frac{f_A}{S_A} = \frac{f_B}{S_B} \quad (8)$$

が成り立つことは良く知られている。 S_A に対して S_B を大きくすることで、 S_B に大きな力を取り出せ、油圧機構の基本原理解である。式(8)の関係は一見不思議に思えるが、天秤の釣り合いと同じ考え方で導き出せる。管内の流体の密度変化が無視でき、釣り合っている f_A に僅かに力を加えたときの変位を下向きに δ_A とすると

図6 可撓性プラスチック板で作る翼の上面に沿う噴流

き、 S_B の変位は上向きに δ_B とする。 f_A と f_B の仕事は等しいはずであるから、 $f_A \delta_A - f_B \delta_B = 0$ の関係が成り立つ。また左右の変位した流量は等しいことから、 $S_A \delta_A - S_B \delta_B$ となって、式(8)が導ける。結局、天秤の支点と錘までの距離が、連通管の両脚の面積と対応している訳である。

3. 揚力の発生機構と天秤の釣り合い

3.1 作用・反作用

揚力の発生機構として、前述した「同時到着理論」に加えて、作用・反作用がしばしば用いられる。この解説は、古くは文献²⁾に見られるが、揚力が発生している翼周りの流れの可視化写真を見れば明らかのように、翼上面から後縁に向かって確かに流れは下方に押し下げられているが、後方に流れを押し下げた角度と丁度符号が逆に翼前方の流れは翼に向かって吹き上げられている³⁾。従って、翼の吹き下ろしで何ら運動量の変化はないことを示している。

3.2 流線曲率理論

図6は、講義中に揚力発生を実演するために新規に用意した模型である。上面はA4版程度の可撓性の良い薄い透明プラスチック板である。そのほぼ中央に静圧孔が空けてあり、その静圧管にビニールチューブを付けて、着色した水の入ったコップに漬ける。静圧が下がれば着色水が揚がる仕組みである。

まずは、曲げないでプラスチック板を水平に保ち、その表面に沿って円形噴流を吹く。そこで、実験の開始前に「静圧は低くなるであろうか」と質問する。当然のことながら、静圧の変化が生じないことは図3の実験で明白であるが、やはりベルヌーイの定理が頭に浮かぶせいか、多くの学生は、水は吸い上げられるとイメージするようである。次いで、板を蒲鉾状に曲げ同様に表面に沿って円形噴流を吹く。今度は水は吸い揚げられ、確かに静圧は低くなることを確認できる。さらに曲率を大きくして同様の実験を行う。曲率半径が小さくなれば、静圧がさらに低くなる訳である。質点の円運動と全く同じアナロジーで説明できることが解る。式(3)が示すように、凸に湾曲した曲面に沿う流れに対しては、翼表面に向かう圧力勾配が生じ一様

図7 ロバーバルの天秤. リンクの黒点はピン

流れの静圧に比べて翼表面は圧力が低下し揚力の発生が生じる. 結果として, 式 (2) のベルヌーイの定理に従って, 圧力が低下した翼面に沿って流れが加速される, と説明できる.

3.3 ロバーバルの天秤

流体運動あるいは質点運動を取り扱う上で, 力の釣り合いを考えるべきか, あるいはエネルギー保存式を使うべきかは, 状況によって使い分ける必要がある. 揚力発生機構は, エネルギー保存式より力の釣り合いを用いた方がより合理的に説明できた例である. 天秤の釣り合いを考える場合は, 前者より後者が遙かに勝っている好例を紹介しよう.

図7は1670年代にフランスの数学者ロバーバル (Roberval, G.P.de., 1602–1675) が考案した天秤で, この原理は上皿天秤機構として広く日常生活で使われている. 発明したロバーバル自身はその機構原理を証明できず, おおよそ一世紀以上経ってようやく説明された難しいリンク機構である. 平行四辺形の上辺と下辺の中心は鉛直棒のピンに掛けられ, また平行四辺形の四隅はピンで接続され, 平行四辺形は自由な動きが可能である. さらに, 平行四辺形の左右の辺中央に長さ同じ水平棒が取り付けられている. 学生には, 上皿天秤に使われた機構であることを伏せておき, まず実演で錘が水平棒のどの位置でも天秤は平衡を保つことを示し, 驚きを与える. 次に学生にはこの問題をどのように考えたら良いか問いかける. この実験の前に前記図5を用いながら位置エネルギーを用いた棹天秤の釣り合いの説明をしておいても, 多くの学生は『錘と腕の長さを掛けたモーメント』の呪縛から抜け出せないようである. しかし, モーメントを使うとどう考えても簡単に解決に結び付かない. インターネットや文献調査でその解法を調べると, 全てモーメントを使っていて, 甚だその式も複雑であり⁸⁾. 筆者自身もその式を追求する気も起こらないほどである.

さて前置きはここまでとし, もっとスマートな説明が求められる. このリンク機構に着目すると, 平行四辺形の左右の縦棒に錘を垂らす水平棒が直角に固定されていることから, 平行四辺形の傾きによらず水平棒は常に水平を保つ. それ故, 図7bのように左右の錘

の中間に波線で示した仮定の水平線を引けば, その水平線からの錘の高さが一方は $+h$ ならば, もう一方の錘の高さは $-h$ である. 錘の高さは, 水平棒のどの位置に置いていても一定である. すなわち, 式 (7) に示すとおり, 左右の錘の位置エネルギーの和は常に0が保たれる. また, リンク機構の平衡点を変えても, 仮想水平線からの高さの和は常に0となり, やはりリンク機構は平衡を保つはずである.

4. 結び

講義終了時に, 選択形式のアンケートを実施し, ほぼ受講者全員に当たる168名から回答を得た. 項目は6つで, 本小論に係る4項目について以下に纏める.

講義に実験を取り入れることに対して, 「大いに歓迎する」, あるいは「歓迎する」を選んだ学生は166名で, そのうち前者が120名であった. また, 実験を取り入れることで流体力学の理解度が「大いに深まった」と「深まった」学生は148名であった. 以上のように学生は講義に実験を取り入れることを心より歓迎し, その効果も大いに期待できることが明らかとなった. 講義内で実験を10種以上行った. これらの実験に対して結果が意外であったものについて複数を許して選ばせた. その上位は, ロバーバルの天秤が97名で, 予想通りであった. 次いで斜め噴流に安定して浮遊するピンポン球と新聞紙で抑えた割り箸が折れた実験について, ほぼ半数の学生が意外性を感じている. 箸が折れた瞬間の学生の拍手は, 最初の実験であったことも関係するであろうが, 「まさか折れるとは」という驚きを感じた意思表示と思えた. 霧吹き の原理と揚力の発生の説明にベルヌーイの定理の適用が難しいことに対して, いずれも61名の学生が驚きを表している. 広まっている通説の影響ではないかと考えられる.

今回の講義の主目的であった揚力の発生機構について, 流線の曲りからの説明に納得した学生は6割弱, 「納得できない」が13名, 「解らない」が46名, 「もっと詳しい説明がありそう」が9名であった. 解らないと答えた46名の学生の大半は, 式を十分追いきれていないことがアンケートからも伺えた. さらに平易で解り

やすい説明が求められていることを痛感した次第である。

最後に、講義で実験を行っている最中に寝ている学生が一人もいないのには、些か驚かされる。この実験では予想通りの結果が得られるのか、それとも意外な結果に終わるのか、大げさに言えば固唾をのんでいるように見える。最後に行った揚力が発生する実験では、学生が一番暑い視線を感じた。教師の醍醐味を味わった瞬間であった。

謝 辞

講義演壇で行う実験状況を後部の学生にも見えるようビデオカメラで撮影し、大スクリーンに映し出した。そのために、カメラと三脚の購入を大学当局より支援頂いた。ここに感謝を申し上げたい。また、日本大学名誉教授の藤田肇氏からは、本稿投稿にあたり内容に関して貴重なご意見を頂きました。ここに感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 今井 功, 他: 続 物理の散歩道, 岩波書店, pp.157-162, 1971
- 2) 今井 功: 電子対発生と揚力, 岩波講座 現代物理学の基礎 月報, 9月, pp.1-3, 1972
- 3) 日本機械学会: 流れ-写真集, 丸善, pp.70-77, 1984
- 4) 高木正平: なぜ翼に揚力が発生するか? - ベルヌ

ーイの定理か流線曲率の定理か-, 日本機械学会誌, 113-1097, pp.262-265, 2010

- 5) 高木正平: 流線の曲りから揚力発生機構を説明する試み, 日本航空宇宙学会誌, 58-672, pp.30-32, 2010
- 6) 高木正平: 飛行機に乗って体験した高度と気温の関係, 日本航空宇宙学会誌, 57-668, pp.272-273, 2009
- 7) 中村寛治: 面白いほどよくわかる飛行機のしくみ, 日本文芸社, 2007
- 8) 例えば鈴木 勲: 上皿天秤の釣り合いの機構 - ロバーバル機構 -, 化学教育, 34-4, pp.339-340, 1986

.....

著 者 紹 介

高木 正平

東京大学工学系研究科卒業, 工学博士. 1979年東京大学宇宙科学研究所助手, 同年9月航空宇宙技術研究所転任. 1995年同研究所空力性能部室長. 2002年流体科学研究センター長. 2009年3月JAXA 停年退職, 同年4月室蘭工業大学航空宇宙機システム研究センター教授. 専門は乱流遷移と制御, 航空力学. 日本流体力学会, 日本航空宇宙学会, 米国航空宇宙学会に所属
連絡先: pantaka@mmm.muroran-it.ac.jp