電解加工における電極面に 垂直方向の温度分布

清 宮 紘 一* H. E. フリーア**

The Temperature Distribution across the Gap in Electrochemical Machining

by Koichi SEIMIYA and Herbert E. FREER

The temperature of flowing sodium chloride solution within the ECM gap was measured by means of miniature bead thermistors in order to investigate the temperature distribution across the gap. Eight bead thermistors of 0.5 mm ϕ and three glass-tubed ones of 1.5 mm ϕ were inserted into the gap through the perspex wall and plane cathode electrode, respectively, so that their tips were protruded approximately 0.1 mm ϕ from the surfaces.

The measurements revealed the existence of a great temperature gradient in the vicinity of the cathode surface. The temperature rise near the cathode could become several times as great as the cross-sectional average value based on Joule's heating theory. The significant influence of void fraction of evolved hydrogen gas bubbles was shown by a theoretical work and the experimental result that the higher back pressure yielded the smaller temperature rise.

* 機械技術研究所

** 英国 Leicester 大学工学部

1. ま え が き

電解加工形状理論では、流路方向の加工間げき変化あるいは電流密度分布を計算するにあたり、加工間げき内の水素気泡分布および加工液の温度分布を知る必要がある。これらは本来二次元的に考えるべきものであるが、流れに垂直方向のパラメータ変化は無視するという假定により、流れ方向の変化だけが問題にされるのが常である。流れ方向の温度分布は、電流密度およびオーム電位差に比例したジュール熱が加工間げき内で発生し、これがすべて流れによって運び去られるものとして理論計算される。近似的には、温度上昇値が入口からの距離に比例する直線的分布となり、入口と出口における温度測定実験¹⁾で、実測値とこの理論計算値（出口における値）がほぼ一致することが確かめられている。

一方 McGeough²⁾らは、カソード電極内を通してサーミスタ温度素子を加工間げき内にそう入し、先端を電極面から 0.8 mm 突出させた状態で流れ方向の温度分布を測定する実験をおこない、加工間げき内での実測温度上昇値が理論値より数 10～100% も大きくなるという結果を得た。この実験結果は従来の電解加工における通念に反するため疑問を抱く向きが多く、実験方法に誤りがあるのではないかと考える人もいたようである。筆者らはかねてから、電解液の速度分布および水素気泡の濃度分布が温度分布に及ぼす影響を検討した結果、カソード近傍での温度勾配がかなり大きくなることを予測していた。McGeough らの実験は、カソード面から 0.8 mm までの範囲の平均的温度測定をおこなったものであり、カソード近傍で大きな温度勾配をもつ温度分布の存在を假定すれば、測定値が理論値（断面平均値）より遙かに大きくなる実験結果も容易に説明される。

本報では、筆者らが、カソード電極および透明アクリル板壁面を通してサーミスタ温度素子をそう入し、その先端を約 0.1 mm 表面から突出させて温度測定をおこなう方法により、電極面に垂直方向の温度分布を求めた結果について述べる。

2 電解加工間げき内の温度分布

2.1 記 号

B : 流路幅 (cm)	ΔT : 温度上昇値 (deg)
C : 定圧比熱 (cal/g · deg)	V : 電圧 (V)
D : 拡散係数 (cm ² /s)	ΔV : 分極電圧 (V)
H : 単位発熱量 (cal/cm ³ · s)	x : 入口からの流路方向距離 (cm)
J : 電流密度 (A/cm ²)	y : 電極面との距離 (cm)
p : 圧力 (dyn/cm ²)	u : 速度の x 方向成分
Q : 流量 (cm ³ /s)	v : 速度の y 方向成分
R : 水素気泡生成速度 (1/s)	α : 水素気泡濃度 (g/g)
T : 温度 (℃)	β : 水素気泡率 (cm ³ /cm ³)

κ : 温度伝導率 (cm ² /s)	(添字)
μ : 粘性係数 (g/cm・s)	e : 電解液 (单相の場合) に対する値
ν : 動粘性係数 (cm ² /s)	h : 水素気泡に対する値
ρ : 密度 (g/cm ³)	i : 入口における値
σ : 比抵抗 ($\Omega \cdot \text{cm}$)	0, 0.4, 1.0 : おおの 0, 0.4, 1.0 bar における値

2.2 流路方向の温度分布

平行平板電極を用いた電解加工における流路方向の温度分布は、いわゆるジュール熱理論により次式で与えられる。

$$T(x) = T_i + \frac{0.24 BJx (V - \Delta V)}{C_e \rho_e Q_e} \quad \dots\dots\dots (1)$$

この理論式では、流れに垂直方向の熱伝達および水素ガスの温度上昇に要する熱量は無視されている。本報では、この式を位置 x における断面平均温度の目安を与える目的で使用している。

2.3 電極面に垂直方向の温度分布

電解加工のように流れの中で発熱がある、最も一般的な場合の二次元定常熱伝導方程式は次式で与えられる。

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{H}{C \rho} \quad \dots\dots\dots (2)$$

左辺は流動の影響、右辺最終項は発熱の影響を表わす項である。定圧比熱については水素気泡の影響が無視でき、 $C = C_e$ となる。 ρ は次式の如く水素気泡率の関数として与えられる。

$$\rho = \rho_e (1 - \beta) \quad \dots\dots\dots (3)$$

(2)式を解いて温度分布 $T(x, y)$ を得るには、適当な境界条件のほか、速度場 (u, v) および発熱項に含まれる $H(x, y)$, $\beta(x, y)$ の具体的な形、あるいはその決定に必要な方程式と境界条件が与えられなければならない。

速度場を決定する基本方程式は連続の式(4)およびナビエ・ストークスの方程式(5)である。

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} \\ \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

気泡を含む流体の粘性係数 μ を定数として扱うことが許されれば、(5)式は(6)式の形に整理される。

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (6)$$

(6)式の右辺最後の項が流体の圧縮性の影響を表わす項である。 β が十分小さく1に比べて無視できる場合には、(3)(4)より次式が成立しこの項が消える。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

電解加工間げき内の流体は電解液と水素気泡の混合液（圧縮性流体）であり、(6)式の右辺第三項は本来無視できない性質のものである。また、従来の電解加工間げき理論で(7)式を連続の式として用いているのは、 β が十分小さい場合にのみ許され、本来は(3)、(4)式で代えるべきものである。断面平均気泡率が小さい場合でも、カソード近傍の β は十分大きいことが予測されるので、水素気泡の成長の成長過程や濃度分布に関する議論では以上の点には必ず注意する必要がある。なお μ を定数と考えると、 ν は次式のように β の関数となる。

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{\rho_e (1-\beta)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$\beta(x, y)$ を定めるには拡散方程式(9)が必要である。

$$u \frac{\partial \alpha}{\partial x} + v \frac{\partial \alpha}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \alpha}{\partial y^2} \right) + R \quad \dots\dots\dots (9)$$

$\rho_e \gg \rho_h$ なので、定常状態における容積濃度 β と質量濃度 α の関係は次式で与えられる。

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\rho_h}{\rho_e} \quad \dots\dots\dots (10)$$

水素気泡率分布 $\beta(x, y)$ を求めるには, (3)(4)(6)(8)(9)(10)式を連立させて適当な境界条件を与えて解けばよいが, 温度分布 $T(x, y)$ の影響を無視できない場合には(2)式も連立させる必要がある。実際に(9)式を解くにあたって問題となるのは, 水素気泡生成速度 R の具体的な形を定めることであり, この際水素気泡の発生・生成過程についての知識が必要となる。Landolt³⁾らは顕微鏡で電解加工間げき内を撮影し, 水素気泡径分布に対する流速, 電流密度の影響を調べ, Baxter⁴⁾らは同様の方法で圧力の影響を調べている。しかし, これらの研究における気泡径分布は加工間げき全体における平均値を意味するものであり, $\beta(x, y)$ を定める問題に直接寄与するものではない。電解水素気泡の成長過程に関する研究としては, Glas⁵⁾らが静止電解液中で $0.01 \sim 0.1 \text{ A/cm}^2$ の電流密度条件でおこなったものが知られている。

3. 実験方法

実験装置としては, 加工間げきの前後を透明アクリル板で挟んだ平行流式電解加工セルを使用した。黄銅製平板カソード電極は上向きに静止し, これに対向する同一断面形状(流路方向長さ 50 mm, 幅 12 mm)の軟鋼アノード工作物が下方へ送りこまれる。加工間げき内の温度分布を測定するため, カソード電極内を通して流路幅中心線上の電極面上に 3 ケ所, 前面アクリル板を通してその内壁面上に 8 ケ所, 合計 11 ケ所にサーミスタ温度素子をそう入した。図 1 に壁面上のサーミスタ配置を示す。U, M, D の記号は流路方向のサーミスタ位置を表わし, それぞれ上流(入口), 中央, 下流(出口)を代表する。垂直方向の配置間隔がサーミスタ直径と同じ程度であるため, 流路方向位置を少しずらして配置してあるが, 流路方向に関してはこの程度の位置の誤差は問題ではなく, 位置記号 U, M, D が同じものは同一地点にあると考えてよい。測定点の最小間隔がサーミスタの直径で制限される関係で, 壁面上に配置するサーミスタはできるだけ寸法の小さいものが望ましい。このため, 現在入手できるものとしては最も小さい直径 0.5 mm のビード・サーミスタ(常温での抵抗値約 $2 \text{ k}\Omega$, 米国製)を使用した。また, カソード電極表面(U, M, D 地点)には, 強度および絶縁性を考慮して, ガラス管に封入した直径 1.5 mm のビード・サーミスタ(常温での抵抗値約 $1 \text{ k}\Omega$, 英国製)を配置した。サーミスタの先端はいずれもアラルダイトで被覆することにより絶縁保護している。電極表面あるいは壁面からの突出量は約 0.1 mm である。サーミ

図1 壁面上のサーミスタ配置図

スタに対する電界や電解液などの影響については、事前に十分配慮し保護対策もとってあったが、サーミスタの破損はやはり発生した。おそらく、0.05 mm という細いリード線で配線しているため、繰り返し熱応力による断線が原因と思われる。このため、電極面上の温度は、U、M の 1.0 bar と D のすべての条件での測定ができなかった。温度測定は、加工開始後 1 分 50 秒経過した時点で、電位差計を用いてサーミスタの抵抗値を測定し、校正グラフからその時の温度を求める方法によりおこなった。抵抗値-温度特性の校正は、カソード電極を前面アクリル板に取りつけた、加工中とほぼ同じ状態で浸水し、15～90℃の範囲についておこなった。

加工液には 20 wt % の食塩水溶液を使用した。銅パイプ製熱交換器を加工液タンク中に入れ、その中で循環する水道水の流量を制御する方法で、実験中の加工液温度を一定 (17℃前後) に保った。温度上昇値の基準値となる入口加工液温度は、セルに接続された T 字バルブに熱電対をそう入し、 $\pm 0.1^\circ\text{C}$ の精度で測定して求めた。加工条件は電圧 20 V、電流 46 A (電流密度 7.7 A/cm^2) で一定とし、加工間げき内で発生するジュール熱の総量が一定となるようにした。送り速度は、電流値 (デジタル電圧計の指示値) が一定となるよう手動で制御した。図 2 は、電流を 46 A 一定とした場合の、平衡加工間げきと流量の関係を示す。初期間げきはこの平衡間げきに設定し、流量、背圧については、加工開始直後に目標値が達成されるように、電解生成物の影響を見込んだ初期値を設定した。加工間げきは、セル正面に工具顕微鏡を置き、透過光により測定した。本実験では 3 mm 以上という、通常の電解加工間げきより 1 桁大きい値で加工がおこなわれた。これは、直径 0.5 mm のサーミスタを壁面上に配置したことと、これをアノード面上に発生するバリ (壁面近傍の低流速部分に生じる) で破損する危険を避ける必要上から、必然的に決まった値である。流量が通常の電解加工と同じ程度なので、流速は $0.8 \sim 2.3\text{ m/s}$ と 1 桁小さくなり、レイノルズ数 (流量に比例する) は $4 \sim 14 \times 10^3$ で通常の電解加工の場合と同程度の値になった。

4. 実験結果

図 3～図 5 はそれぞれ D、M、U 地点における壁面上の温度上昇値 ΔT と流量 Q_e の関係を、背圧およびサーミスタの垂直方向位置をパラメータとして表示したものである。サーミスタ位置記号の右端の添字は背圧を意味する。背圧を 0、0.4、1.0 bar と 3 段階に変化させたの

図 2 電流を一定に保つための加工間げき・流量特性

図3 D点における温度上昇・流量特性

は、水素気泡率の影響を調べるためである。加工間げきが非常に大きく、出入口の圧力差がごく僅かになるため、加工間げき内の圧力はほぼ背圧と同じレベルにあると考えても差支えない。水素気泡率は次式で与えられる。

$$\beta = \frac{Q_h}{Q_e + Q_h} \dots\dots\dots (11)$$

Q_h は絶対圧力に比例すると考えられ、 β が小さい範囲では、 β も圧力にほぼ反比例することになる。表1に幾つかの実験条件における断面平均気泡率を(11)式で計算した結果を示す。標準状態での水素ガス発生率を $0.116 \text{ cm}^3/\text{coul}$ とすると、

本実験条件では加工間げき全長で $5.34 \text{ cm}^3/\text{s}$ の発生量となる。U, M, Dの位置ではこの0.1, 0.5, 0.9の割合になるものと仮定して各々の Q_h を求めた。Joule heating theory あるいは J. H. T と記した曲線は、(1)式で計算したD, M, U地点における断面平均温度上昇値を参考に示したものである。この際 $\Delta V = 1.2 \text{ V}$, $C_e \rho_e = 0.95 \text{ cal}/\text{cm}^3 \cdot \text{deg}$ の値を計算に用いた。図6はM, U地点での

図4 M点における温度上昇・流量特性

図5 U点における温度上昇・流量特性

表 1 本実験条件における断面平均気ほう率 ($\times 10^3$)

断面平均 気ほう率 $\times 10^3$		加工液流量 Q_e		
		2.4 l/min	4.2 l/min	6.0 l/min
背 圧	位 置	40 cm ³ /s	70 cm ³ /s	100 cm ³ /s
0 bar	U	13	8	5
	M	63	37	26
	D	107	64	46
0.4 bra	U	9	5	4
	M	46	26	19
	D	79	47	33
1.0 bar	U	7	4	3
	M	32	19	13
	D	57	33	23

カソード電極面上における温度上昇値と流量の関係を示す。図 7～図 10 は図 4～図 6 の結果から求めた M, U での温度分布を示す。横軸はカソード電極面からの距離である。

図 6 カソード面上における温度上昇・流量特性

図 7 M 0 bar の温度分布

図 8 U 0 bar の温度分布

図 9 M 0.4 bar の温度分布

図 10 U 0.4 bar の温度分布

5. 考 察

5.1 温度分布の形状について

図 3～図 5 における温度上昇値と断面平均値の差をみると、D 点の方が M、U 点より小さくなっている。これは、D 点の方がカソードから流れの中心へかけての温度勾配が小さく、なだらかな温度分布になっていることを示しており、温度境界層厚みが次第に増大すること、層流境界層から乱流境界層へ遷移することが影響しているものと思われる。U から M へかけての温度上昇の割合が、M から D へかけての温度上昇に比べて遙かに大きいことは、M と D の間で境界層の遷移があるためではないかと推測させる。なお、図 3～図 5 における温度上昇値は、サーミスタが壁面上にあるため、アクリル板上に形成さ

れる速度境界層の影響をうけ、電極面上（流路幅中心）の同じ y 位置での値よりかなり大きな値となっているものと思われ、M0 と M1 の温度差、あるいはカソード電極面近傍での温度勾配は、実験結果の図で見る以上に大きい筈である。流れの中に熱源のある最も簡単な場合（発熱項＝定数、圧力勾配なし、非圧縮性粘性流）についての山家⁶⁾の理論解析の結果によると、流れの粘性による x 方向の遅れと温度の y 方向伝播の遅れとの関係で、温度分布に極大値を生じ、プラントル数 ($Pr = \nu/\kappa$) が大きいほどその程度も大きくなる。電解加工では、水素気泡濃度分布の影響で、発熱項がさらに温度分布の極大値を電極面近くに鋭く形成する方向に作用する筈である。カソード近傍に温度分布の極大値ができ、大きな温度勾配が形成されることの直接的な影響としては、加工液の局部的沸騰およびカソード電極とアノード工作物の温度上昇に差を生じることの2点が考えられる。

5.2 水素気泡率の影響について

図3～図6の実験結果では、背圧が大きい、すなわち β が小さいほど温度上昇値が小さくなっており、 β の温度分布に及ぼす影響が明らかである。ここでは、(2)式の発熱項に及ぼす β の影響を考察する。もちろん発熱項が直接その点の温度上昇を意味するものではないが、温度上昇の大体の目安を考える上では重要である。 H は次式で与えられる。

$$H = 0.24 \sigma J^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

また、 σ は Fricke⁷⁾ により次式で示される。

$$\sigma = \sigma_e \frac{2+\beta}{2(1-\beta)} \quad \dots\dots\dots (13)$$

したがって発熱項は、(3)(12)(13)より次のようになる。

$$\frac{H}{C\rho} = \frac{0.24 \sigma_e J^2}{C_e \rho_e} \cdot \frac{2+\beta}{2(1-\beta)^2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

β を含む部分を次式の如く $f(\beta)$ とおき図11にグラフで示す。

$$f(\beta) = \frac{2+\beta}{2(1-\beta)^2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

β の増大に従って $f(\beta)$ は加速度的に大きくなる。表1で、D点における $Q_e = 2.4 \text{ l/min}$ の場合の β に対する $f(\beta)$ を求めると、

$$f_0 = f(0.107) = 1.32$$

$$f_{0.4} = f(0.079) = 1.23$$

$$f_{1.0} = f(0.057) = 1.16$$

となり、 $f(\beta)$ 比として $f_0/f_{0.4}=1.07$, $f_{0.4}/f_{1.0}=1.06$ が得られる。実験結果における温度上昇値の比 $\Delta T_0/\Delta T_{0.4}$, $\Delta T_{0.4}/\Delta T_{1.0}$ の各条件での平均値を比較の意味で表 2 に示す。温度上昇値が発熱項によりほぼ左右されると考えれば、局所的な値である表 2 の数値 (ΔT 比) と断面平均値である $f(\beta)$ 比との差は水素気泡濃度分布の状況に対応すると解釈される。すなわち、断面平均値の代りに、カソード近傍での濃度勾配を考慮してもっと大きな β を用いて計算すれば、実測 ΔT 比と $f(\beta)$ 比の差はなくなる筈である。また、表 1, 表 2 より上流のカソード電極近傍の β が断面平均値に比べて著しく大きいことがわかり、水素気泡濃度境界層形成の状況を示しているものと思われる。

図 11 発熱項に及ぼす β の影響
を示す $f(\beta) = \frac{2+\beta}{2(1-\beta)^2}$
のグラフ

6. 結 論

電解加工間げき内の電極面に垂直方向の温度分布を、サーミスタ素子を直接加工間げき内へそう入する方法により測定し次の結論を得た。

- (1) 電解加工間げき内には、カソード電極面近傍で非常に大きな温度勾配をもつ垂直方向の温度分布が形成されている。
- (2) この温度分布に対しては水素気泡率 β が大きな影響を及ぼす。
- (3) 下流における垂直方向の温度勾配は上流におけるよりも緩やかである。

表 2 温度上昇比に及ぼす β の影響

	$\frac{\Delta T_0}{\Delta T_{0.4}}$	$\frac{\Delta T_{0.4}}{\Delta T_{1.0}}$
U 0	1.32	—
1	1.55	1.55
2	1.45	1.50
M 0	1.24	—
1	1.16	1.18
3	1.14	1.17
D 1	1.17	1.20
3	1.13	1.15

(1978. 2. 10 受付)

参 考 文 献

- 1) 清宮, 伊東他: 第 61 回電気加工研究会資料 61-106
- 2) W. G. Clark, J. A. McGeough: 第 1 回 ECM 国際会議 (1973 年英国レスター大)
- 3) D. Landolt 他: J. Electrochem. Soc. 117, 839 (1970)
- 4) A. C. Baxter, H. E. Freer 他: 第 1 回 ECM 国際会議
- 5) J. P. Glass, J. W. Westwater: Int. J. Heat Mass Transfer 7, 1427 (1964)
- 6) 山家: 機械試験所報 13-4, 150 (1959)
- 7) H. Fricke: Physical Review 24-6, 575 (1924)