放電成形における線状衝撃圧力源

松 田 稔*

Acoustical Characteristics of Line Source on the High Energy Forming

by Minoru MATSUDA

On the high energy forming, the source length becomes important factor to the generated shock pressure characters, as the length of source can not be neglected comparing with the pulse duration of generated pressure.

The shock pressure generated by such identified line source is varied in its waveform (not only peak pressure but also pulse duration) to the radiated direction.

This paper deals with the general directional characteristics of this pressure and especially the effective pulse duration and energy co-factor are defined. From the results, it can be found that the length of pressure source considerably influences to the radiated pressure characteristics and the defined factors give one of the effective index for radiated shock pressure.

* 大阪電気通信大学 工学部 電子工学科

結 論

放電成形などの衝撃圧力源として、線状の圧力源を使用するケースが多い。それらの圧力源により放射される圧力波は、通常、衝撃波もしくは第一波と呼ばれる圧力源の急速な膨張による波と、第一波によって引き起こされたキャビテーションの慣性運動による第二波、ときとして圧力波とも呼ばれるものに代表される。ただし、キャビテーションの慣性運動の大きさにより第二波以後に、第三、第四と引き続くこともある。

これらの圧力源から出力される波動は、その圧力の放射形態の差から、それぞれ特異な性格を持っている。第一波は、主として圧力源の膨張形態と圧力源そのものの物理的なサイズにより決定され、第二波は同様にキャビテーションの膨張、収縮形態により決定される。本稿では、その最も大きい影響を与えると考えられるものの一つである圧力源のサイズ、すなわち、線状圧力源の大きさによる放射圧力について検討を行う。とくに、一般的な放電成形の場合には、線状の圧力源の長さが発生圧力の波長（衝撃波の継続時間）に比べて無視することができなくなる。通常の圧力波の解析は正弦連続波でなされているケースが多い。正弦連続波の解析の場合には、圧力波の平均値、実効値、ピーク値などをスカラーとして考えればよいのに対して、このような衝撃圧力源の放射の場合には、波形のピーク値が変化するのみならずパルス継続時間も変化することになるので、その一般的な論議は難しくなる。

一般に、圧力の「指向性」の定義は、正弦連続圧力波に対して用いられるので、本稿で取扱うような衝撃的なパルス状の圧力波に対して用いるのは正しくないと考えられる。

したがって、本稿では、衝撃的な圧力源と正弦連続波の圧力源の放射を区別する意味で指向性と呼ばず方向性として検討し、とくに定量的解析が困難な衝撃圧力源の一つの手段として実効パルス継続時間等を導入した。

1. 線状圧力源の長さが短い場合（球面拡散）

放電成形に用いられる放電 Gap は、水中における絶縁破壊間隔が約 1 mm/10 kV 位に推定される⁶⁾ので、このような場合の圧力放射を考えてみよう。

この代表的な圧力放射波形を図 1 に示す。

この測定波形は細線爆発を用いずに、単に水中での放電によるものである。この場合には、圧力放射の継続時間に対して線状の放射源の長さは無視することができ、放射圧力波は、任意の点で時間 t と距離 r の関数として表わすことができる。

すなわち

$$p : r, t \rightarrow P \quad (1)$$

これにより、単位面積当りの放射エネルギー W は、同様にして

charged voltage 10 kV
 capacitance 16 μF
 spark length 1 mm
 (no wire explosion)
 horizontal 0.1 m sec/div.
 vertical upper 5 kV/div.
 lower lower 0.667 atm/div.

Fig. 1 Waveforms of current and pressure impulse.

$$W = \frac{1}{\rho c} \int p^2(r, t) dt \quad (2)$$

ρc : 音響インピーダンス密度

と考えることができ、このエネルギー W を球面に対して積分したものを放射全エネルギーとして考えることができる。

この全エネルギーは

$$E = \frac{4\pi r^2}{\rho c} \int p^2(r, t) dt \quad (3)$$

とおくことができよう。

この一連の放射の関係に関して、(1)式の形として Huygens-Rayleigh Integral を代入して

$$P = \frac{jk\rho c}{2\pi} \int \frac{\tilde{V}_n e^{jkr}}{r} d\delta \quad (4)$$

k : 位相定数

$\tilde{V}_n$: 体積速度の垂直方向の成分

δ : 面積

となる。これより $\tilde{V} \rightarrow P$

を計算して初期の運動解析を試みる場合もある。これは、(1)式で示される形を Huygens-Rayleigh Integral で表現してみると、その表現の中に r を受波距離の集合として、

$\forall i, j \in r$ に関して

$$\bigcup_t P(j, t) \cap \bigcup_t P(i, t)$$

となる区間が存在する意味が含まれることになるので正しくない。より厳密に考えると、衝撃波の速度はその衝撃波内の圧力により当然変化する。断熱変化の仮定のもとに考えられる圧力波の速度、 U_p と衝撃波面のように波面の前後においてエントロピーが増大する事実による速度、 U_f の両者による影響を考えなければならない¹⁾。

すなわち、衝撃波の前面の圧力、それに続く圧力の差異により衝撃波内での速度の変化により波形が変化するという事実を考えなければならない。

関数として下記のものを採用し¹⁾、参考のため水中の伝播を考えて $r = 1.2$ とすると²⁾、図2のようになる。本図において圧力 P は P/P_0 ただし $P_0 = 1$ として無次元量で示してある。

$$U_p(P) = C_0 + C_0 \left\{ \frac{r+1}{r-1} \left(1 + \frac{P-P_0}{P_0} \right)^{\frac{r-1}{2r}} - 1 \right\}$$

$$U_f(P) = C_0 \left\{ 1 + \frac{r+1}{2r} \cdot \frac{P-P_0}{P_0} \right\}$$

この結果、2.5気圧前後の圧力から波形に対する変化が顕著に現われてくると考えられる。以上のように(1)式による逆関数による運動の解析は大きな誤差を含むことが推察される。

しかしながら、圧力源による方向性を検討する場合には、方向性による影響が圧力波の伝播による非線形性よりも大きいと考えられるので、ある程度具体的な微小圧力源を推定することで比較的精度の高い解析を考えることができる。

衝撃的な圧力波の中でもとくに立上りが急峻なものは、たとえば(1)式の関数として $\frac{P_0 e^{-2t}}{r}$ とすると簡単に計算できる²⁾。比較的立上りの良い圧力波が得られる水中細線爆発法などによると、初期条件 充電電圧 10 kV、静電容量 16 μ F、静電エネルギー 800 J、細線の材質 Cu、細線の長さ 25 cm、細線の直径 0.29 mm ϕ にして、その他の条件を最適に近いものにする、圧力源から受波点までの距離 $r = 60$ cm で最大ピーク圧力 $P_0 = 36 \times 10^5$ Pa、 $\alpha = 1 \times 10^5$ 位のオーダーとなる⁷⁾。この圧力源の長さ(細線の長さ) 25 cm を考えないで(3)式を計算すると 130 Joule の値を得る。

したがって、圧力源の放射の実効効率を計算すると 1.6% となる。この圧力の継続時間は約 10 μ s であるので、音速を約 1500 m/sec とすると、その間に 1.5 cm 進むことになり、この 1.5 cm に対して圧

Fig.2 Pressure vs. U_f/U_p

力源の 25 cm は無視できなくなる³⁾。

2. 方向性のある場合

l を線状圧力源の長さとして、線状圧力源全体をつぎのように仮定する。

$$l = \{ l_i \mid i \in i \} \quad (i = 1, 2, 3 \dots \infty) \quad (5)$$

ここで,

$$l_i \cap l_j = \phi \quad (i \neq j \wedge i, j \in i)$$

また

$$l = \bigcup_{i \in i} l_i \quad (6)$$

であるとする。すなわち、 l_i は微小圧力源であり、 l はその微小圧力源の集合とし、その各微小圧力源は圧力源内で番号づけられている。Rayleigh's Formula によると、等価な球圧力源 l_i' が存在し、すなわち、

$$\forall i \exists l_i' \text{ (Eguilibrium } (l_i) \text{)}$$

となるので、計算は l_i' の集合 l' に対して行えばよい。すなわち

$$l' = \bigcup_{i \in i} l_i' \quad (7)$$

として、

$$P_i : l_i \rightarrow P_i$$

を考えて

$$P = \{ P_i \mid i \in i \} \quad (8)$$

を計算すればよい(付録にプログラムの例を示した)。ただし、実際の計算では i として ∞ をとることができないので、有限個において近似を行うことになる。この代表的な例は RING 関数を用いて、Huygens-Rayleigh Integral の面積分を線積分に変えて計算した例などがある⁴⁾。

ここでは、実証的な確証のためにつぎのような仮定をおき、計算を行う。

$$\forall i, j \in i \text{ に対して}$$

$$P_i = P_j$$

すなわち

$$l_i' = l_j' \quad (\forall i, j \in i)$$

と仮定する。この仮定は、 $r \rightarrow \infty$ の場合の解（遠距離圧力波の音場）を考える。細線爆発法によりこれらの計算を実験に対応させてみると（図3参照）、方向性の実験と理論が一致していることがわかる。

Fig. 3(a) Pressure waveforms (experimental data).

この角度 θ に対する放射圧力波は、仮定から

$$p : \theta, r, t \rightarrow P$$

とすると、

$$\int P(\theta, r, t) dt = \text{const.} \quad (0 \leq \theta \leq 90^\circ) \quad (9)$$

という関係が当然成立する。

この結果、圧力波のピーク値と継続時間は一定の関係があることが推察される。すなわち、角度が小さくなると当然圧力波のピーク値は低下し、圧力波の継続時間は長くなる。

ここで、任意の角度に対する圧力波形の相異を評価するために矩形パルス継続時間 τ をパラメータとする圧力波形の相関係数を定義する。すなわち、矩形パルスは

Fig. 3(b) Pressure waveforms (theoretical data).

Fig. 3(c) Theoretical and experimental results.

$$U^*(t) = 1 \quad (0 \leq t \leq \tau)$$

$$U^*(t) = 0 \quad (t < 0 \vee t > \tau)$$

で与えられ、圧力波形を $P^*(t)$ とすると、

$$\phi_\tau = \frac{(U^*, P^*)}{\|U^*\| \cdot \|P^*\|} \quad (10)^*$$

により τ をパラメータとする相関係数 ϕ_τ が定義できる。具体的な意味としては、圧力波と矩形波の距離(ノルム)を計算していることにほかならない。この ϕ_τ を最大にする τ を $\hat{\tau}$ とする。これにより、圧力波の矩形パルスに対するノルムおよび実効パルス継続時間を定量的に考えることができる。一例として、図3における結果より式(10)の計算結果を図4に示す。これにより、角度が小さくなるにつれ矩形パルスとの距離が近くなっていることがわかり、また実効パルス継続時間も測定結果とよく合っていることがわかる。従来、衝撃圧力パルスの継続時間、もしくはパルス幅などの定量的な手法がなく各論文

Fig. 4 ϕ_τ, τ vs. degree.

* $(f^*, g^*) \equiv \int_0^\infty f^*(t) g^*(t) dt, \quad \|f^*\|^2 \equiv (f^*, f^*)$

によりまちまちに取扱われてきた。著者は、このパルスの定量化により一つのスカラー量が規定されるので、この応用は広いと考えている。

単位面積当りのエネルギー

単位面積当りのエネルギーは、(2)式で計算することができる。(9)式で示されるように、角度を変化させても(1)式の積分値は同じであるが、方向性を持つ場合には当然圧力源の送波方向により単位面積当りの放射エネルギーは異ってくる。圧力源の長さ l を大きくすると受波位置から圧力源の端点までの距離が大きくなるので、(9)式からも容易に推察できるようにピーク値の変化の割合が大きくなる。

圧力源の長さ (Source Length; cm) をパラメータとし、単位面積当りのエネルギーの方向性の実験結果を図5に示す。この図において各パラメータは図3の実験の場合と同様であり、各測定値は単位面積当りのエネルギーが最大となる 90° 方向で無次元化されている。

Fig. 5 Radiation energy per unit area (experimental results).

全放射エネルギー

線状圧力源からの全放射エネルギーは(1), (3), (8) 式により計算することができる。具体的な計算方法は、(1)式の関数として $P_0 e^{-\alpha t}$ を採用すると、

$$E = \sum_{n_s=1}^{m_s} \left\{ \frac{2\pi^2 r^2}{m_s} \left(\cos \frac{\pi n_s}{2m_s} \right) \cdot \frac{P_0^2}{\rho c} \int_0^\infty \left(\sum_{n=1}^m \frac{1}{m} e^{-\alpha(t-\tau)} \right)^2 dt \right\} \quad (11)$$

$$\tau = \frac{n}{m} \cdot \frac{l}{c} \cos \frac{\pi n_s}{2m_s}$$

n, n_s : 整数
 m : 圧力源の集合の大きさ $n(l_i)$
 m_s : 受波球面の集合の大きさ
 l : 圧力源の長さ

ただし、条件として $l \geq r$ として計算すること。同様の計算は、N. A. ROY らによりつぎのような方法でなされている。圧力波を代表的な3つの形に分解し、その総和から単位面積当りのエネルギーを計算する。これを圧力源から等距離にある面内で数点測定し、それらを加算するという手順である。この方法は非常に大きな手間を要するので、簡略化のため線状圧力源に対してエネルギーの方向性補正関数を定義する。すなわち、(4)式の値と(11)式の計算値とを圧力源の長さ l により補正するものであり、これは(1)式により P の写像が与えられれば直ちに計算す

Fig. 6 Energy C_0 -factor.

ることができる。この補正関数は線状の圧力源の球面拡散に対するエネルギーの放出割合を示している。すなわち

C_0 : エネルギーの補正係数

$C_0 : l \rightarrow E/E_0$ E : エネルギーの放射

E_0 : 球面拡散におけるエネルギー放射

これを用いると、線状圧力源に対して 90° 方向の測定結果 $P_{90}(r, t)$ と線圧力源長 l を与えられると全エネルギーを計算することができる。著者らは、実験によりその計算結果と測定結果がよく合うことを以前に報告した⁸⁾。

結 論

細線爆発や円筒形火薬など線状圧力源において均等に爆発すると考えられる場合には、その圧力源上に微小圧力源が分布していると考えて取扱うことができる。これにより、衝撃圧力波が放電成形における加工体への影響を推察できると考えられる。

本稿は、これまで行われてきた多点データによる実験結果から求められるエネルギー次元の考察は、最小限の実験のみで検討することができ、また、衝撃圧力波の手量化解析に一つの手法を検討した。とくに一般的な衝撃圧力波は、線状圧力源の長さが長くなるにつれて正面方向 (90°) に大きなエネルギーが放出される割合が大きくなる傾向にある。

したがって、均一な衝撃圧力を必要とする場合には線状圧力源の長さを小さくする必要があるが、この場合には、均一の方向性放射が行われるので圧力の損失も大きくなる。

また、衝撃波のような圧力波による放射圧および圧力の直進流などについては非常に興味ある課題なので、その物理的性質について研究を進めたいと考えている。

(1980. 9. 17 受付)

参 考 文 献

- 1) 中村：N波の伝播特性；日本音響学会誌 Vol. 33, No.5 p275 (1977. May)
- 2) Cole：Underwater Explosion, p121 Dover (1948)
- 3) 松田：海洋音響研究会報 Vol. 6 No.1 (1979)
- 4) 大槻：RING関数による近距離音場の計算法，日本音響学会誌，Vol. 30, No. 2, p76 (1974)
- 5) 松田：各方向への圧力波に対する周波数成分，電気加工学会資料 50-2 (1975)
- 6) M. MATSUDA et al：Exploding Wire as a High Power Source of Underwater Sound Impulse, 4-6 Proc. of Ultrasonics International (1973) IPC
- 7) M. MATSUDA et al：Exploding Wire as a source of Underwater Sound Impulse, 7th Int. Cong. Acous. Vol.4 24U15 (1971) ACADEMIA KIADO
- 8) 松田他：日本音響学会講演論文集 2-2-2 (1973-10)

付録 基本計算プログラム

```
%
*****
DIRECTIONAL CHARACTERISTICS for SHOCK IMPULSE
<file name> SHOCK.LSP
by M. Matsuda
*****
%

DEFINE (SHOCK (LAMBDA (A N B LIS)
  ( ( (NULL B)
    (SETQ B A) ) )
  (SETQ N (DIFFERENCE N 1))
  ((ZEROP N) A)
  (SETQ B (APPEND O B))
  (SETQ A (APPEND A O))
  (SHOCK (SUMLIST A B LIS) N B LIS) ))

DEFINE (SUMLIST (LAMBDA (A B LIS)
  ((OR
    (NULL A)
    (NULL B) )
  (APPEND LIS) )
  (SETQ LIS (APPEND LIS (PLUS (EVAL (CAR A)) (EVAL (CAR B))))))
  (SUMLIST (CDR A) (CDR B) LIS) ))
```

本プログラムは標準 LISP 言語で書かれており，形式は EVALQUOTE である。入力としては与えられた圧力波の時間サンプル値をリスト表現し，数値としてAに与える。また，Nは時間加算幅であり，サンプル値を規準として代入する。計算関数は SHOCK であり，上述のようにA，とNを与えると計算できる。ただし，リスト表現としてAを記号として与えると，プログラムを多少変更しなければならないので注意を要す。